

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.9: 531.3

DOI 10.12737/11588

Один случай формирования хаотических аттракторов в динамической системе резания *

В. Л. Заковоротный¹, А. А. Губанова², В. В. Христофорова^{3}**

^{1, 2, 3} Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российской Федерации

A case of forming chaotic attractors in cutting dynamic system ***

V. L. Zakovorotny¹, A. A. Gubanova², V. V. Khristoforova^{3}**

^{1, 2, 3} Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Анализируются условия, при которых в процессе обработки материалов резанием формируется хаотическая динамика. В ранее выполненных исследованиях в случае потери устойчивости процесса резания в окрестности равновесной системы образуются предельные циклы или инвариантные торы. В отличие от этих исследований рассмотрен случай, когда свойства инструмента таковы, что за счет изгибных деформаций образуется нелинейная положительная обратная связь. Приводится математическая модель системы для этого случая. На основе цифрового моделирования с использованием пакета прикладной программы MATLAB исследуется влияние параметров динамической модели при условиях образования хаотической динамики. В результате выполненных исследований установлено, что по мере увеличения параметров, характеризующих образование положительной обратной связи, система претерпевает ряд бифуркаций удвоения периода в системе образования странных аттракторов. Они расположены в окрестностях точек равновесия и имеют ограниченную область. Показано, что хаотичные колебания инструмента приводят к хаотичному формированию обрабатываемой поверхности, поэтому в прикладной области необходимо выбирать параметры, при которых хаотичная динамика не образуется. Несмотря на то, что рассмотренные примеры относятся к процессам обработки резанием, полученные результаты имеют общее значение для динамических систем, взаимодействующих с различными средами, например, с трибологической средой.

Ключевые слова: процесс резания материалов, динамическая система, инвариантные многообразия, хаотические аттракторы, бифуркации.

Введение. Динамическая система процесса резания, базовая модель которой характеризует взаимодействие пространственной динамической модели подсистемы инструмента с динамической связью, формируемой процессом об-

The conditions under which the chaotic dynamics is formed during the materials processing by cutting are analyzed. In the previous studies, in case of loss of stability of the cutting process, limit cycles or invariant tori are generated in the neighborhood of the equilibrium system. Contrastingly to these studies, the case when the tool properties are such that a nonlinear positive feed-back is formed by flexural deformations is considered. A mathematical system model is provided for this case. On the basis of the numerical simulation, using the MATLAB application program package, the dynamic model parameters effect is explored under the conditions of the chaotic dynamics formation. The research results show that with increasing the parameters characterizing the formation of a positive feedback, the system undergoes a series of period-doubling bifurcations in the system of strange attractors. They are located in the vicinity of the equilibrium points and have a limited area. It is shown that the tool chaotic oscillations lead to the chaotic work surface forming, therefore, in the application sector, it is necessary to choose the parameters under which the chaotic dynamics is not formed. Although the considered examples relate to the cutting process, the obtained results are of general validity for the dynamic systems interacting with various environments, for example, with a tribological environment.

Keywords: material cutting process , dynamic system, invariant varieties, chaotic attractors, bifurcations.

*Работа выполнена по гранту РФФИ № 14-08-00206а.

**E-mail: vzakovorotny@dstu.edu.ru, anatoliya81mail.ru, nikaapp@rambler.ru

***The research is done on the behalf of the Russian Foundation for Basic Research (RFBR), grant number 14-08-00206a.

работки, может служить примером, иллюстрирующим различные эффекты нелинейной динамики. В известных исследованиях в области динамики процессов обработки на металлорежущих станках главное внимание уделялось рассмотрению устойчивости точки равновесия системы, а также автоколебаниям системы [1–18]. Во всех этих работах не принимался во внимание случай, когда за счет существенных изгибных деформационных смещений инструмента, вызывающих уменьшение переднего угла режущего инструмента, силы резания не уменьшаются, как в отмеченных выше работах, а возрастают. Тем самым формируется положительная обратная связь, способствующая самовозбуждению системы резания. Ниже будет показано, что в этом случае, как правило, в окрестностях равновесия образуются странные (хаотические) аттракторы. Приводимый в статье материал дополняет известные примеры образования хаотических аттракторов [19–24].

Математическая модель. Как и в ранее опубликованных работах, будем рассматривать базовую динамическую модель механической части системы в виде [11–14], (рис. 1):

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} + h \frac{dX}{dt} + cX = F(t), \quad (1)$$

где $m = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$, $h = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{2,1} \\ h_{1,2} & h_{2,2} \end{bmatrix}$, $c = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} \\ c_{1,2} & c_{2,2} \end{bmatrix}$ — соответственно матрицы инерционных, диссипативных и упругих коэффициентов подсистемы инструмента; $X = \{X_1, X_2\}^T$ — вектор упругих деформационных смещений инструмента в плоскости, нормальной к поверхности резания; $F(t) = \{F_1(t), F_2(t)\}^T$ — вектор сил резания. Упругие деформационные смещения рассматриваются в подвижной части суппорта V_C . Угловая скорость вращения заготовки считается постоянной. Она определяет постоянную составляющую скорости резания V . Поэтому в установившемся состоянии при условии устойчивости положения равновесия величина подачи на оборот $S_p = const$. Сила резания формируется в виде суммы двух составляющих, действующих на переднюю грань инструмента $F^{(1)}$ и на его заднюю поверхность $F^{(2)}$, то есть $F = F^{(1)} + F^{(2)}$ (рис. 1). Однако в рассматриваемом случае влиянием сил, действующих на заднюю грань инструмента, можно пренебречь, то есть угол α есть величина большая, что характерно, например, для растачивания. Технологические режимы: глубина резания t_p и величина подачи на оборот S_p при заданной геометрии инструмента однозначно определяют ширину срезаемого слоя b и его толщину a , так как $a = S_p \sin \varphi$, а $b = t_p / \sin \varphi$ (φ — главный угол инструмента в плане (рис. 1)). Деформационные смещения в направлении, нормальному к плоскости ($X_1 - X_2$) не принимаются во внимание, так как деформации в этом направлении практически не вызывают изменения площади срезаемого слоя S . Параметры m , h и c можно определить по правилам, изложенным, например, в [11].

Главной особенностью рассматриваемого случая является изменение переднего угла режущего инструмента при деформационных смещениях инструмента в направлении X_2 . В результате имеет место уменьшение значений переднего угла вплоть до отрицательных его значений. Поэтому, во-первых, по мере увеличения деформационных смещений в направлении X_2 имеет место увеличение объема пластической деформации в зоне резания, и, как следствие, увеличение модуля силы резания [26]. Во-вторых, силы резания в направлении X_2 возрастают непропорционально быстро [11]. Кроме этого, как и в ранее рассмотренных случаях [27, 28], имеет место запаздывание изменения сил по отношению к деформационным смещениям инструмента. Эти особенности процесса резания можно учесть, если рассмотреть силы резания в виде следующих зависимостей:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_1^{(1)} = \chi_1 \rho b [a - Y_1^{(1)}] + \alpha (Y_2^{(1)})^3; \\ F_2^{(1)} = \chi_2 \rho b [a - Y_1^{(2)}] + \beta Y_2^{(2)}; \\ T_1^{(1)} \frac{dX_1}{dt} + X_1 = Y_1^{(1)}; \\ T_1^{(2)} \frac{dX_1}{dt} + X_1 = Y_1^{(2)}; \\ T_2^{(1)} \frac{dX_2}{dt} + X_2 = Y_2^{(1)}; \\ T_2^{(2)} \frac{dX_2}{dt} + X_2 = Y_2^{(2)}, \end{array} \right. \quad (2)$$

где X_1 , X_2 — деформационные смещения вершины инструмента в двух ортогональных направлениях в [мм]; χ_1 , χ_2 — угловые коэффициенты, удовлетворяющие условиям нормировки $(\chi_1)^2 + (\chi_2)^2 = 1$; a , b — соответственно толщина и ширина срезаемого слоя, зависящие от технологических режимов и геометрии инструмента в [мм]; α — коэффициент, определяющий приращение силы к приращению объема деформируемого материала, имеющий смысл плотности в [$\text{кг}/\text{мм}^3$]; β — составляющая коэффициента жесткости процесса резания в [$\text{кг}/\text{мм}$]; $T_1^{(1)}$, $T_1^{(2)}$, $T_2^{(1)}$, $T_2^{(2)}$ — постоянные времени, определяющие запаздывание изменения сил по отношению к деформационным смещениям инструмента относительно заготовки в [с]. Причем, $T_1^{(1)} < T_1^{(2)}$ и $T_2^{(1)} < T_2^{(2)}$.

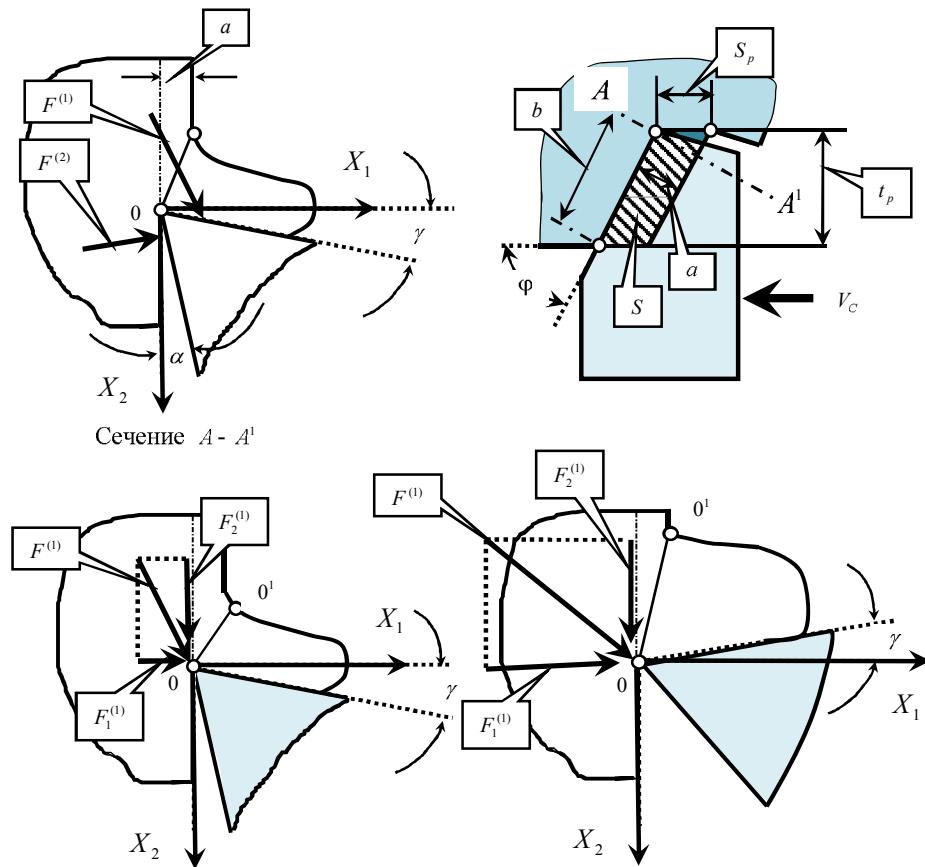


Рис. 1. Ориентация осей деформационных смещений и сил, действующих на переднюю грань режущего инструмента

Таким образом, математическая модель динамической системы резания представляется в виде следующей системы:

$$\left\{ \begin{array}{l} m \frac{d^2 X_1}{dt^2} + h_{1,1} \frac{dX_1}{dt} + c_{1,1} X_1 + h_{2,1} \frac{dX_2}{dt} + c_{2,1} X_2 = \chi_1 \rho b [a - Y_1^{(1)}] + \alpha (Y_2^{(1)})^3; \\ m \frac{d^2 X_2}{dt^2} + h_{2,2} \frac{dX_2}{dt} + c_{2,2} X_2 + h_{1,2} \frac{dX_1}{dt} + c_{1,2} X_1 = \chi_2 \rho b [a - Y_1^{(2)}] + \beta Y_2^{(2)}; \\ T_1^{(1)} \frac{dX_1}{dt} + X_1 = Y_1^{(1)}; \\ T_1^{(2)} \frac{dX_1}{dt} + X_1 = Y_1^{(2)}; \\ T_2^{(1)} \frac{dX_2}{dt} + X_2 = Y_2^{(1)}; \\ T_2^{(2)} \frac{dX_2}{dt} + X_2 = Y_2^{(2)}, \end{array} \right. \quad (3)$$

которая учитывает все основные свойства динамической системы резания, отмеченные выше.

Свойства равновесия. Равновесие системы определяется исходя из условия: изменения деформационных смещений инструмента отсутствуют. Следовательно, точка равновесия (X_1^*, X_2^*) определяется из уравнения

$$\begin{cases} (c_{1,1} + \chi_1 \rho b)X_1^* + c_{2,1}X_2^* = \chi_1 \rho ba + \alpha(X_2^*)^3; \\ (c_{1,2} + \chi_2 \rho b)X_1^* + (c_{2,2} - \beta)X_2^* = \chi_2 \rho ba. \end{cases} \quad (4)$$

Анализ (4) приводит к необходимости рассмотрения следующего уравнения:

$$\alpha(X_2^*)^3 + C_\Sigma X_2^* + F_\Sigma = 0, \quad (5)$$

где $C_\Sigma = \frac{c_{2,2}(c_{1,1} + \chi_1 \rho b) - [c_{1,1}\beta + \chi_1 \rho b\beta + (c_{1,2})^2 + \chi_2 \rho b c_{1,2}]}{(c_{1,2} + \chi_2 \rho b)} = \frac{A - B}{D}$ — обобщенная жесткость системы;

$F_\Sigma = \frac{\chi_1 c_{1,2} - \chi_2 c_{1,1}}{(c_{1,2} + \chi_2 \rho b)} \rho ba$ — суммарное значение силы. В динамической системе резания параметры A , B , D и суммарная сила F_Σ варьируются в достаточно широком диапазоне. Они определяются элементами матрицы жесткости подсистемы инструмента, свойствами процесса резания, технологическими режимами и геометрией инструмента, влияющей на угловые коэффициенты.

Вначале рассмотрим случай, когда $\chi_1 c_{1,2} = \chi_2 c_{1,1}$. Возможность выполнения этого условия зависит от геометрии инструмента, которая определяет угловые коэффициенты, и углов ориентации осей эллипсов жесткости в подсистеме инструмента, то есть от конструктивных свойств суппортной группы. Для этого случая наибольший интерес представляет выяснение влияния на свойства системы параметра β . Из (5) видно, что по мере увеличения β с учетом соотношения $\chi_1 c_{1,2} = \chi_2 c_{1,1}$ существует точка бифуркации $\beta_0 = c_{2,2} - \frac{(\chi_2)^2}{(\chi_1)^2} c_{1,1}$, начиная с которой имеет место ветвление решений. Это бифуркация равновесия системы типа вилки. Ей соответствует $C_\Sigma = 0$. Как видно, при $\beta < \beta_0$ система имеет единственную точку равновесия (рис. 2, а). При $\beta > \beta_0$ свойства системы, рассматриваемые в вариациях относительно двух точек равновесия, например, $\pm X_{2,1}^*$, являются симметричными, как это наблюдается в системе Лоренца [19]. Не трудно показать, что для этой системы в потенциальной функции точкам $\pm X_{2,1}^*$ соответствуют два минимума. При $\beta > \beta_0$ потенциальная функция имеет единственный минимум, соответствующий точке $X_2^* \equiv 0$.

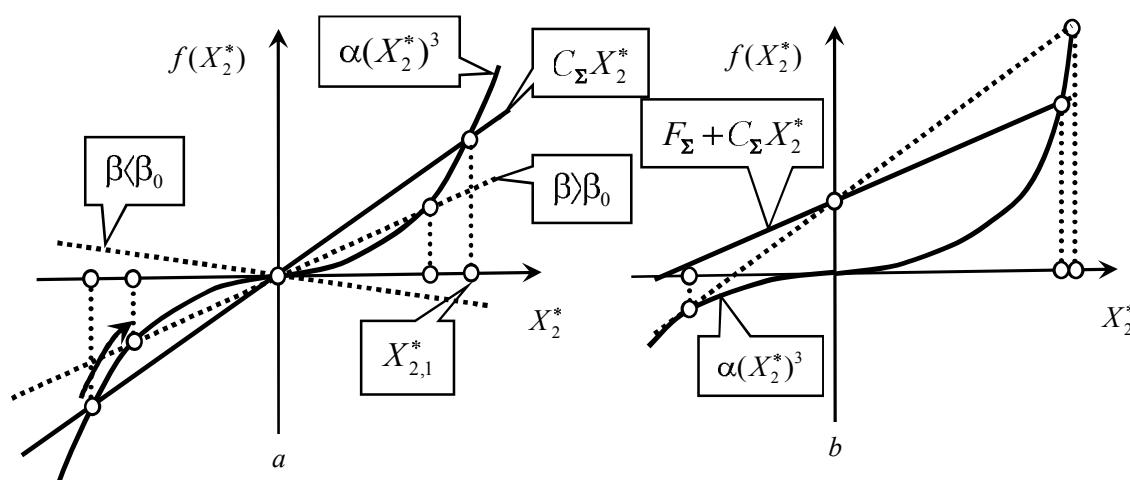


Рис. 2. Графическая интерпретация формирования точек равновесия системы: а — случай, когда $\chi_1 c_{1,2} = \chi_2 c_{1,1}$;

б — случай, когда $\chi_1 c_{1,2} \neq \chi_2 c_{1,1}$

В общем случае условие $\chi_1 c_{1,2} = \chi_2 c_{1,1}$ не выполняется. Тогда точка бифуркации и точки равновесия системы, во-первых, становятся зависящими от F_Σ , во-вторых, свойства системы в вариациях относительно точки равновесия при неизменных параметрах также изменяются (рис. 2, b). В этом случае точке бифуркации равновесия соответствует условие $C_\Sigma > 0$. Отметим, что точкам равновесия X_2^* из (4) однозначно соответствуют X_1^* .

Для анализа устойчивости точек равновесия необходимо рассмотреть линеаризованное в окрестности равновесия уравнение (3), получаемое после замены $X_1(t) = X_1^* + x_1(t)$ и $X_2(t) = X_2^* + x_2(t)$

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + h_\Sigma \frac{dx}{dt} + c_\Sigma x = 0, \quad (6)$$

где $m = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$; $h_\Sigma = \begin{bmatrix} h_{1,1} - \chi_1 \rho b T_1^{(1)} & h_{2,1} + 3\alpha T_2^{(1)} (X_2^*)^2 \\ h_{1,2} - \chi_2 \rho b T_1^{(2)} & h_{2,2} + \beta T_2^{(1)} \end{bmatrix}$; $c_\Sigma = \begin{bmatrix} c_{1,1} + \chi_1 \rho b & c_{2,1} - 3\alpha (X_2^*)^2 \\ c_{1,2} + \chi_2 \rho b & c_{2,2} - \beta \end{bmatrix}$.

Для анализа устойчивости конкретной точки равновесия необходимо рассматривать корни характеристического полинома системы (6)

$$\Delta(p) = \begin{bmatrix} mp^2 + (h_{1,1} - \chi_1 \rho b T_1^{(1)})p + c_{1,1} + \chi_1 \rho b & [h_{2,1} + 3\alpha T_2^{(1)} (X_2^*)^2]p + c_{2,1} - 3\alpha (X_2^*)^2 \\ (h_{1,2} - \chi_2 \rho b T_1^{(2)})p + c_{1,2} + \chi_2 \rho b & mp^2 + (h_{2,2} + \beta T_2^{(1)})p + c_{2,2} - \beta \end{bmatrix}. \quad (7)$$

Анализ эволюции корней характеристического полинома показывает большое разнообразие возможных механизмов потери устойчивости равновесия системы. В частности, если варьируется суммарное значение силы F_Σ , влияющее на X_2^* , то знак смещения точки равновесия не влияет на свойства системы в вариациях относительно точки равновесия. Матрицы h_Σ и c_Σ в (6) являются несимметричными, то есть представимы в виде сумм симметричных и кососимметричных составляющих. Анализ конкретных систем показывает, что главным механизмом потери устойчивости равновесия связан с преобразованием симметричной составляющей матрицы h_Σ из положительно определенной в отрицательно определенную. Кроме этого, по мере увеличения β возможно преобразование симметричной (потенциальной) составляющей матрицы c_Σ из положительно в отрицательно определенную. При варьировании β и F_Σ имеют место множество бифуркаций многообразий, формируемых в окрестности равновесия.

Анализ бифуркаций системы. Проанализируем бифуркации системы на конкретном примере. При этом будем учитывать, что зачастую изучение примеров позволяет выяснить общие свойства. Так как при анализе бифуркаций необходимо рассматривать большие отклонения от точек равновесия, то для исследования необходимо рассматривать систему (3). Решение этой системы не может быть найдено в явном виде. Поэтому для ее интегрирования использовался метод Рунге-Кутта 4-го порядка.

Рассмотрим две системы, имеющие параметры: $m = \begin{bmatrix} 0,2 \cdot 10^{-2} & 0 \\ 0 & 0,2 \cdot 10^{-2} \end{bmatrix}$; $h = \begin{bmatrix} 1,2 & 0,8 \\ 0,8 & 2,0 \end{bmatrix}$; $c = \begin{bmatrix} 800 & 900 \\ 900 & 1200 \end{bmatrix}$.

Размерность элементов матриц соответственно равна: $[кг \cdot с^2 / мм]$, $[кг \cdot с / мм]$, $[кг / мм]$. Они отличаются угловыми коэффициентами ориентации силы резания. Для системы №1 — $\chi_1 = 0,8$, $\chi_2 = 0,6$; для системы №2 — $\chi_1 = 0,6$, $\chi_2 = 0,8$. Таким образом, для системы №1 по мере увеличения β ветвление равновесия симметрично, симметричны и свойства в вариациях относительно точек равновесия. Для системы №2 имеет место асимметрия. Параметры процесса резания остаются неизменными и соответствуют: $b = 3,0 \text{мм}$, $a = 0,2 \text{мм}$, $\rho = 2000 \text{кг}/\text{мм}^2$, $\beta = 0,9 \cdot 10^4 \text{кг}/\text{мм}^3$, $T_1^{(1)} = 0,002c$, $T_1^{(2)} = 0,003c$, $T_2^{(1)} = 0,001c$, $T_2^{(2)} = 0,002c$ [12].

На рис. 3 приведены две диаграммы бифуркаций многообразий стационарного состояния в окрестности равновесия при варьировании $\beta \in (0,2000) \text{кг}/\text{мм}$. Проанализируем их по мере увеличения параметра β . Вначале проанализируем стационарные многообразия для системы №1. По мере увеличения β единственная точка равновесия является асимптотически устойчивой (множество №1, $\beta = [0 - 755]$), затем имеет место бифуркация точки равновесия, при этом верхняя и нижняя точки двух ветвей диаграммы равновесия являются асимптотически устойчивыми (множество №2). Причем, устойчивость точек равновесия является апериодической. Затем (множество №3) наблюдается бифуркация Андронова-Хопфа рождения орбитально асимптотически устойчивой пары предельных циклов. Причем эти

пределные циклы являются симметричными в окрестностях верхнего и нижнего равновесий. Они располагаются в ограниченном пространстве, расположенном между двумя верхними и нижними ветвями.

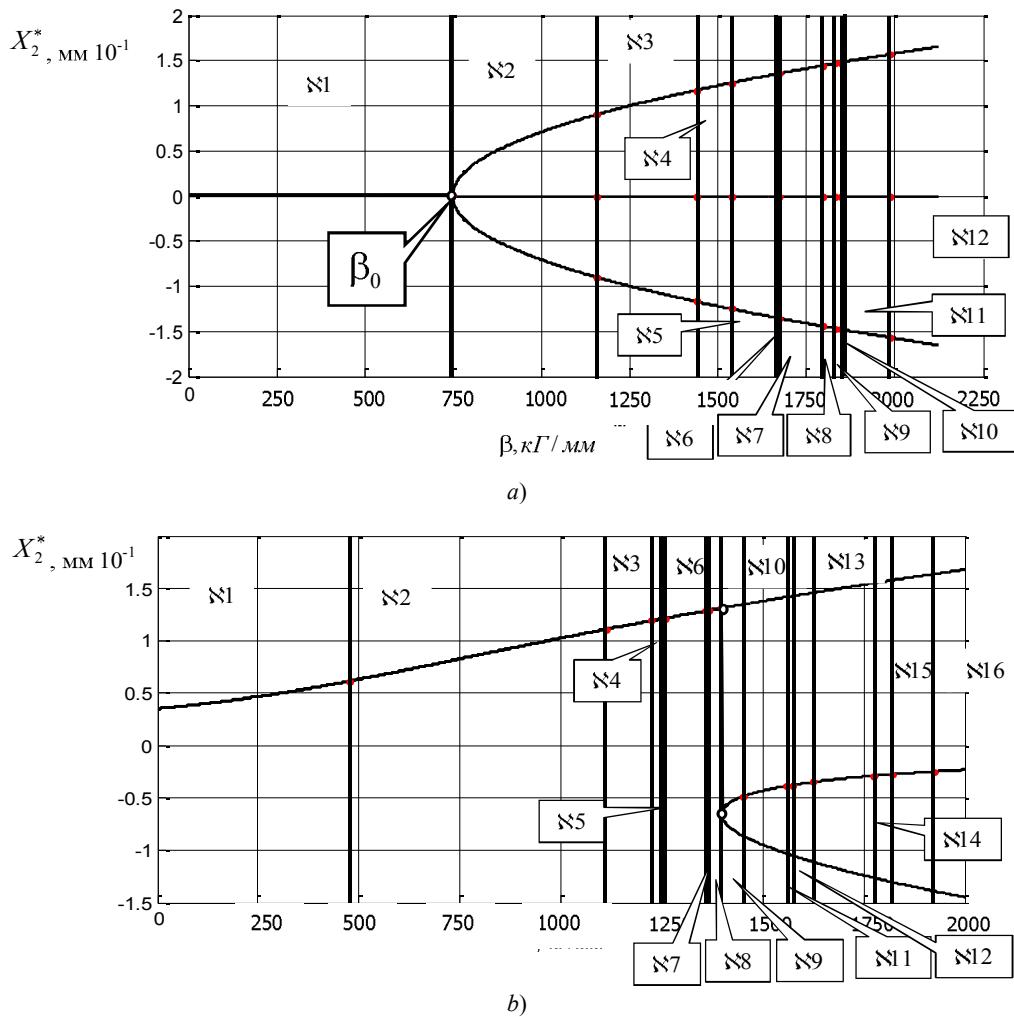


Рис. 3. Бифуркационная диаграмма при варьировании β : а) $F_\Sigma = 0$; б) $F_\Sigma \neq 0$

При дальнейшем увеличении β (множество №4) наблюдается каскад бифуркаций удвоения периода. Известно, что бифуркация удвоения периода характеризует один из сценариев рождения хаотического аттрактора, рассмотренный М. Фейгенбаумом [25]. Хаотические аттракторы формируются на множестве №5. Причем они образуются в окрестностях верхней и нижней точек равновесия, существуя в ограниченном объеме фазового пространства. Одновременно они характеризуют притягивающее многообразие. Далее, за счет увеличения интенсивности возбуждения, траектории становятся орбитальными относительно всех трех точек равновесия. При этом вначале формируется траектория с каскадом удвоения периодов (множество №6). Затем после каскада бифуркаций удвоения периода вновь формируется хаотический аттрактор (множество №9). Однако, в отличие от ранее рассмотренного хаотического аттрактора, траектории захватывают все три точки равновесия. В дальнейшем циклы преобразования стационарных траекторий периодически повторяются (множества №10, №11). Наконец, система становится неустойчивыми в целом (множество №12). Однако в этом случае траектории, двигаясь относительно каждой точки равновесия, находятся в пространствах, которые не пересекаются друг с другом. Заметим, что, начиная с $\beta = 1500 \text{ кГ/mm}$ свойства системы становятся чрезвычайно чувствительными к вариациям этого параметра.

Некоторые наиболее типичные примеры проекций фазовых траекторий на плоскость $X_2 - dX_2/dt$ приведены на рис. 4. Здесь необходимо обратить внимание на то, что хаотические аттракторы при $\beta \in \text{№4}$ формируются исключительно в окрестности двух точек равновесия, а при $\beta \in \text{№9}$ они напоминают аттрактор Лоренца и имеют свойства, близкие к этому аттрактору [23, 24].

Если $F_\Sigma \neq 0$ (система №2), то бифуркационная диаграмма за счет асимметрии верхней и нижней ветвей является более сложной. По мере увеличения β система вначале также имеет единственную точку равновесия, которая является асимптотически устойчивой (множество №1). Затем, в окрестности единственной точки равновесия форми-

руется устойчивый предельный цикл (множество №2), бифуркация удвоения периодов (множество №3), затем хаотический аттрактор (множество №4). Процесс удвоения периодов (множества №5 и №7) и формирование хаотических аттракторов (множества №6 и №8) повторяется вплоть до точки, в которой наблюдается ветвление равновесия $\beta_0 = 1386 \text{ кг/мм}$.

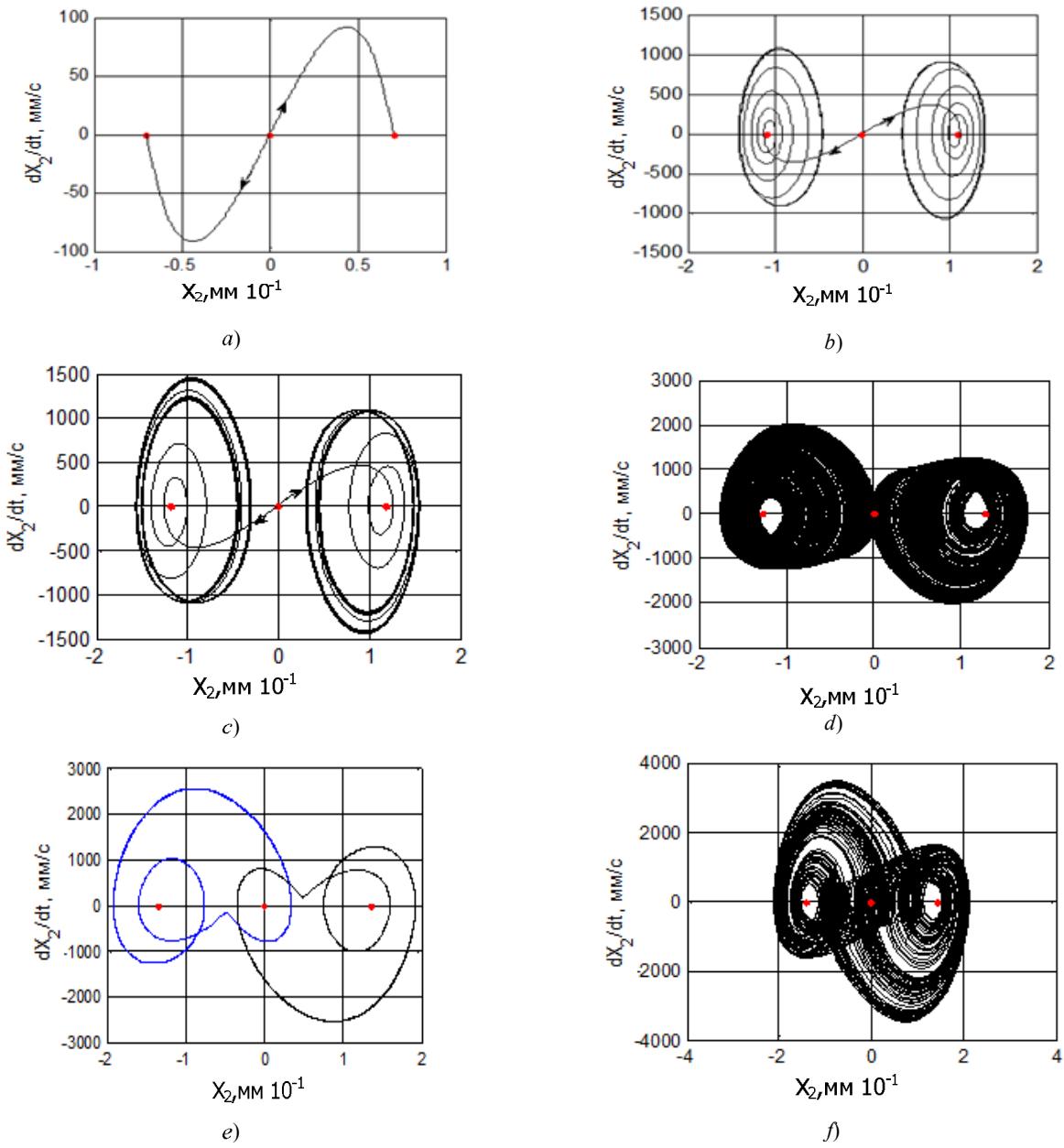


Рис. 4. Некоторые примеры проекций стационарных траекторий на фазовую плоскость $X_2, dX_2 / dt$ по мере увеличения параметра β для $F_\Sigma = 0$: a) №2; b) №3; c) №4; d) №5; e) №6; f) №9

Затем свойства системы в окрестностях верхней и нижней ветви равновесия существенно меняются. Вначале в окрестности верхней ветви формируется странный аттрактор, а нижней — асимптотически устойчивая точка равновесия (множество №9). Затем в окрестности верхней ветви (множество №10) в системе вновь происходит бифуркация удвоения периода циклов, а на нижней — устойчивая точка равновесия. Наконец, в области нижней ветви наблюдается бифуркация Андронова–Хопфа (множество №11), в области верхней ветви продолжается процесс удвоения периода. При дальнейшем увеличении β в области верхней ветви формируется хаотический аттрактор, а в области нижней ветви — сохраняются автоколебания (множество №12). Как предельный цикл, так и хаотический аттрактор характеризуют притягивающие стационарные многообразия, существующие в ограниченном фазовом пространстве. Наконец, в области верхней ветви система теряет устойчивость, и траектории уходят от центральной ветви, в области нижней ветви в ограниченном пространстве сохраняются автоколебания (множество №13). При дальнейшем увеличении β система в области верхней точки равновесия остается неустойчивой, а в области нижней ветви в ограниченно про-

странстве вначале образуется каскад бифуркаций удвоения периода (множество №14), а затем образуется хаотический аттрактор, занимающий ограниченную область в окрестности нижней точки равновесия (множество №15). За пределами этой ограниченной области система движется по траекториям, отходящим от всех трех точек равновесия. Наконец, (множество №16) система становится неустойчивой в целом.

Принципиальным отличием каскада бифуркаций при $F_\Sigma \neq 0$ от систем $F_\Sigma = 0$ является различное поведение ее в областях верхней и нижней ветвей траектории смещения точек равновесия (рис. 5). При этом не образуются стационарные траектории, включающие сразу три точки равновесия, как это наблюдается в системе №1. Обратим внимание на возможность существования в неустойчивой в целом системе некоторых локальных областей (рис. 5, c, d), в которых система является устойчивой в малом (рис. 5, c). Существуют также случаи, когда формируются хаотические аттракторы в ограниченном объеме (рис. 5, d). Цифровое моделирование показывает, что на формируемые многообразия, кроме β и F_Σ , оказывают влияние практически все параметры системы (3). Если проранжировать параметры по чувствительности к ним изменения многообразий, то необходимо отметить существенное влияние постоянных времени в (3), которые моделируют запаздывание сил по отношению к деформационным смещениям. Именно через механизм влияния запаздывающих аргументов объясняется формирование многих стационарных многообразий, рассмотренных выше.

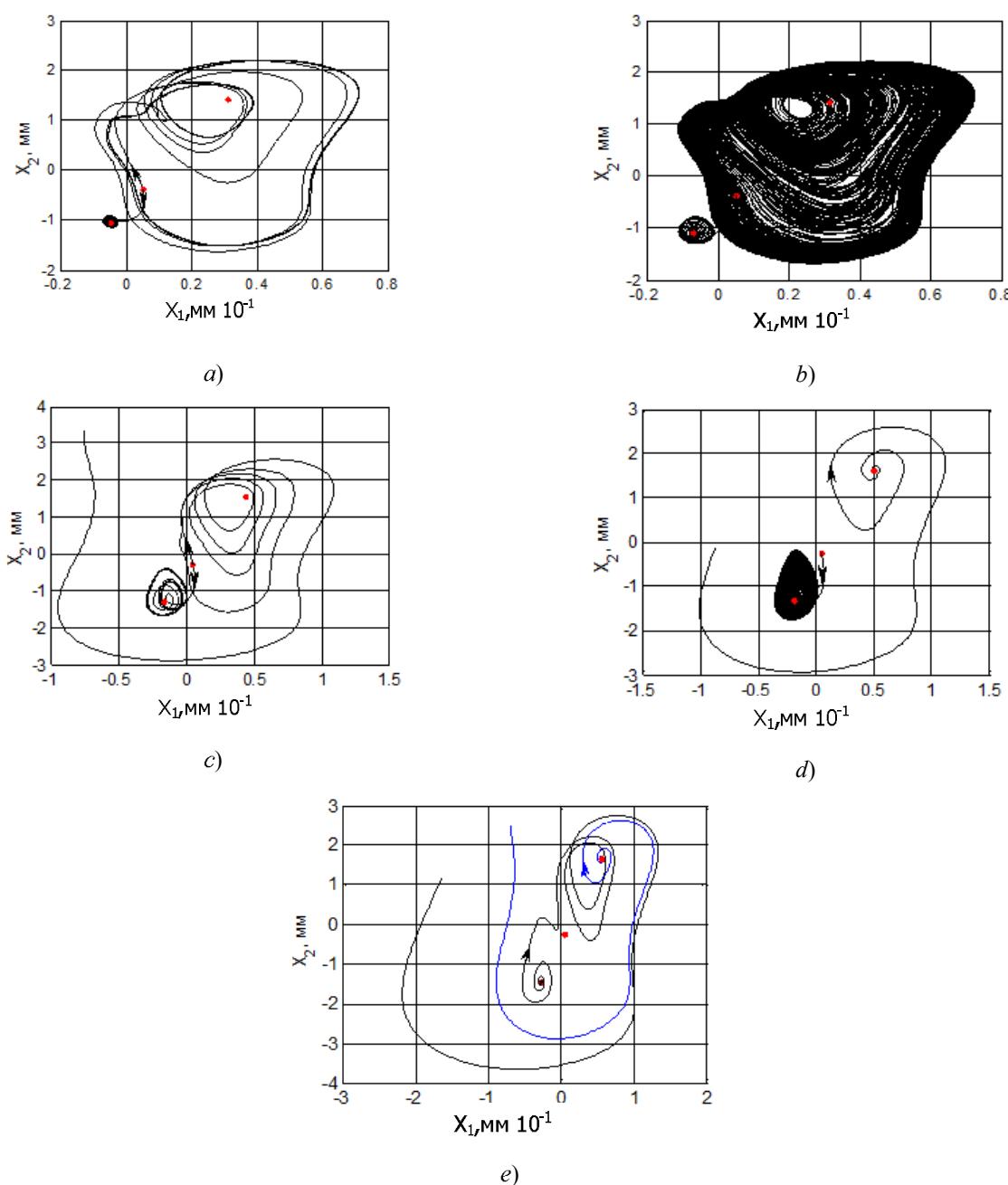


Рис. 5. Пример преобразования траекторий вершины инструмента в плоскости $X_1 - X_2$ по мере увеличения параметра β для $F_\Sigma \neq 0$: a) №11; b) №12; c) №14; d) №15; e) №16

Выводы. Динамическая система резания может служить примером сложных преобразований стационарных многообразий, формируемых в окрестности точек равновесия. В зависимости от параметров динамической характеристики процесса резания пространство состояния динамической системы резания структурируется, и при этом свойства системы становятся чувствительными к малым вариациям параметров. Характерными для системы являются бифуркации Андронова–Хопфа, удвоения периода колебаний и образование хаотических аттракторов. В рассматриваемой системе не обнаружено формирование многообразий типа инвариантного тора. Необходимо подчеркнуть, что все эти преобразования имеют практическое подтверждение, экспериментально полученное нами и другими исследователями [11, 29]. Если принять во внимание, что система резания является возмущенной, то в ней в реальных условиях образуется сложный, трудно предсказуемый режим колебаний. Важно подчеркнуть, что эти колебания оказывают влияние на параметры качества изготовления деталей.

Библиографический список

1. Дроздов, Н. А. К вопросу о вибрациях станка при токарной обработке / Н. А. Дроздов // Станки и инструмент. — 1937. — № 22. — С. 12–17.
2. Каширин, А. И. Исследование вибраций при резании металлов / А. И. Каширин. — Москва : АН СССР, 1944. — 282 с.
3. Соколовский, А. П. Вибрации при работе на металлорежущих станках / А. П. Соколовский // Исследование колебаний при резании металлов: сб. трудов. — Москва: Машгиз, 1958. — С. 15–18.
4. Мурашкин, Л. С. Прикладная нелинейная механика станков / Л. С. Мурашкин, С. Л. Мурашкин. — Ленинград : Машиностроение, 1977. — 192 с.
5. Альбрехт, П. Динамика процесса резания металла / П. Альбрехт // Конструирование и технология машиностроения: труды американского общества инженеров-механиков ASME. — Москва, 1965. — Т. 87, серия В, № 4. — С. 40–54.
6. Жарков, И. Г. Вибрации при обработке лезвийным инструментом / И. Г. Жарков. — Ленинград : Машиностроение, 1987. — 184 с.
7. Тлустый, И. Автоколебания в металлорежущих станках / И. Тлустый. — Москва : Машгиз, 1956. — 395 с.
8. Кудинов, В. А. Динамика станков / В. А. Кудинов. — Москва : Машиностроение, 1967. — 359 с.
9. Эльясберг, М. Е. Автоколебания металлорежущих станков: теория и практика / М. Е. Эльясберг. — Санкт-Петербург : ОКБС, 1993. — 182 с.
10. Вейц, В. Л. Задачи динамики, моделирования и обеспечения качества при механической обработке маложестких заготовок / В. Л. Вейц, Д. В. Васильков // СТИН. — 1999. — № 6. — С. 9–13.
11. Заковоротный, В. Л. Динамика процесса резания. Синергетический подход / В. Л. Заковоротный, М. Б. Флек. — Ростов-на-Дону: изд-во ДГТУ, 2006. — 876 с.
12. Заковоротный, В. Л. Математическое моделирование и параметрическая идентификация динамических свойств подсистемы инструмента и заготовки / В. Л. Заковоротный, Фам Динь Тунг, Нгуен Суан Тьем // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия : Технические науки. — 2011. — № 2. — С. 38–46.
13. Заковоротный, В. Л. Динамический мониторинг состояния процесса резания / В. Л. Заковоротный, Е. В. Бордачев, М.И. Алексейчик // СТИН. — 1998. — № 12. — С. 6–12.
14. Заковоротный, В. Л. Моделирование деформационных смещений инструмента относительно заготовки при точении / В. Л. Заковоротный, Фам Динь Тунг, Нгуен Суан Тьем // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2010. — Т. 10, № 7. — С. 1005–1015.
15. Altintas, Y. Analytical prediction of stability lobes in milling / Y. Altintas, E. Budak // Ann. CIRP. — 1995. — V. 44, iss. 1. — P. 357–362.
16. Balachandran, B. Non-linear dynamics of milling process /B. Balachandran // Philos. Trans. Roy. Soc. — 2001. — V. 359. — P. 793 –820.
17. Davies, M. A. The stability of low immersion milling / M. A. Davies, J. R. Pratt, // Ann. CIRP — 2000. — V. 49. — P. 37–40.
18. Gouskov, A. M. Nonlinear dynamics of a machining system with two interdependent delays / A. M. Gouskov, S. A. Voronov, H. Paris, S. A. Batzer // Commun. Nonlin. Sci. Numer. Simul. — 2002. — V. 7. — P. 207–221.
19. Анищенко, В. С. Сложные колебания в простых системах / В. С. Анищенко. — Москва : Наука, 1990. — 312 с.
20. Анищенко, В. С. Аттракторы динамических систем / В. С. Анищенко // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. — 1997. — Т. 5, № 1. — С. 109–127.

21. Неймарк, Ю. И. Стохастические и хаотические колебания / Ю. И. Неймарк, П. С. Ланда. — Москва : Наука, 1987. — 424 с.
22. Li, T. Period Three Implies Chaos / T. Li, J. A. Yorke // Amer. Math. Monthly. — 1975. — Vol. 82, no. 3. — P. 982–985.
23. Lorens, E. N. Deterministic Nonperiodic Flow /E.N. Lorens // J. Atmos. Sci. — 1963. — Vol. 20, no. 5. — P. 130–141.
24. Dorfman, J. R. An Introduction to Chaos in Nonequilibrium Statistical Mechanics / J. R. Dorfman // Cambridge University Press. — 1999. — 288 p.
25. Feigenbaum, M. J. The transition to a periodic behavior in turbulent systems / M. J. Feigenbaum // Commun. Math. Phys. — 1980. — Vol. 77, no. 1. — P. 65–86.
26. Бобров, В. Ф. Основы теории резания металлов / В. Ф. Бобров. — Москва : Машиностроение, 1975. — 344 с.
27. Заковоротный, В. Л. Моделирование динамической связи, формируемой процессом течения, в задачах динамики (скоростная связь) / В. Л. Заковоротный, Фам Динь Тунг, Нгуен Суан Тьем, М. Н. Рыжкин // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11, № 2. — С. 137–147.
28. Заковоротный, В. Л. Моделирование динамической связи, формируемой процессом течения, в задачах динамики (позиционная связь) / В. Л. Заковоротный, Фам Динь Тунг, Нгуен Суан Тьем, М. Н. Рыжкин / Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11, № 3. — С. 30–38.
29. Кабалдин, Ю. Г. Самоорганизация и нелинейная динамика в процессах трения и изнашивания инструмента при резании / Ю. Г. Кабалдин. — Комсомольск-на-Амуре : изд-во КнАГТУ, 2003. — 175 с.

References

1. Drozdov, N. A. K voprosu o vibracijah stanka pri tokarnoj obrabotke. [On the issue of vibration machine for turning.] Stank i instrument, 1937, no. 22, pp. 12–17 (in Russian).
2. Kashirin, A. I. Issledovanie vibracij pri rezanii metallov. [Study of vibrations in metal cutting.] Moscow: AN SSSR, 1944, 282 p. (in Russian).
3. Sokolovskiy, A. P. Vibracii pri rabote na metallorezhushhih stankah. [Vibrations at work on machine tools.] Issledovanie kolebanij pri rezanii metallov: sb. tr. [Study on fluctuations in metal cutting: coll. of papers.] Moscow: Mashgiz, 1958, pp. 15–18 (in Russian).
4. Murashkin, L. S., Murashkin, S. L. Prikladnaja nelinejnaja mehanika stankov. [Applied nonlinear mechanics of machines.] Leningrad : Mashinostroenie, 1977, 192 p. (in Russian).
5. Albrecht, P. Dinamika processa rezanija metalla.[Dynamics of the Metal Cutting Process.] Konstruirovaniye i tehnologija mashinostroenija: Trudy amerikanskogo obshhestva inzhenerov-mehanikov ASME. [Engineering Design and Technology: Proc. of ASME.] Moscow: Izd-vo Mir, 1965, vol.87, ser. B, no. 4, pp. 40–54. (in Russian).
6. Zharkov, I. G. Vibracii pri obrabotke lezvijnym instrumentom. [Vibrations at edge tool cutting.] Leningrad: Mashinostroenie, 1987, 184 p. (in Russian).
7. Tlustyy, I. Avtokolebanija v metallorezhushhih stankah. [Self-oscillations in machine tools.] Moscow : Mashgiz, 1956, 395 p. (in Russian).
8. Kudinov, V. A. Dinamika stankov. [Dynamics of machines.] Moscow: Mashinostroenie, 1967, 359 p. (in Russian).
9. Elyasberg, M. E. Avtokolebanija metallorezhushhih stankov: Teoriya i praktika. [Self-oscillations of machine tools: theory and practice.] SPb.: OKBS, 1993, 182 p. (in Russian).
10. Weiz, V. L., Vasilkov, D. V. Zadachi dinamiki, modelirovaniya i obespechenija kachestva pri mehanicheskoy obrabotke malozhestkih zagotovok. [Problems of dynamics, modeling and quality assurance at mechanical treatment of slender workpieces.] STIN, 1999, no. 6, pp. 9–13 (in Russian).
11. Zakovorotny, V. L., Flek, M. B. Dinamika processa rezanija. Sinergeticheskij podhod . [Dynamics of cutting process. Synergetic approach.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 2006, 876 p. (in Russian).
12. Zakovorotny, V. L., Pham Dinh Tung, Nguyen Xuan Chiem. Matematicheskoe modelirovaniye i parametricheskaja identifikacija dinamicheskikh svojstv podsistemy instrumenta i zagotovki. [Mathematical modeling and parametric identification of dynamic properties of the tool – workpiece subsystem.] Izvestiya vuzov. Severo-Kavkazskiy region. Technical Sciences, 2011, no. 2, pp. 38–46 (in Russian).
13. Zakovorotny, V. L., Bordachev, E. V., Alekseychik, M. I. Dinamicheskij monitoring sostojaniya processa rezanija. [Dynamic monitoring of the cutting process.] STIN, 1998, no. 12, pp. 6–12 (in Russian).
14. Zakovorotny, V. L., Pham Dinh Tung, Nguyen Xuan Chiem. Modelirovaniye deformacionnyh smeshhenij instrumenta ot-nositel'no zagotovki pri tochenii. [Modeling of tool deformation offsetting to workpiece in turning.] Vestnik of DSTU, 2010, vol. 10, no. 7, pp. 1005–1015 (in Russian).

15. Altintas, Y., Budak, E. Analytical prediction of stability lobes in milling. Ann. CIRP, 1995, vol. 44, iss. 1, pp. 357–362.
16. Balachandran, B. Non-linear dynamics of milling process. Philos. Trans. Roy. Soc. 359, 2001, pp. 793–820.
17. Davies, M. A., Pratt, J. R. The stability of low immersion milling, Ann. CIRP 49, 2000, pp. 37–40.
18. Gouskov, A. M., Voronov, S. A., Paris, H., Batzer, S. A. Nonlinear dynamics of a machining system with two interdependent delays. Commun. Nonlin. Sci. Numer. Simul., 2002, vol. 7, iss. 4, pp. 207–221.
19. Anishchenko, V. S. Slozhnye kolebanija v prostykh sistemah. [Complex oscillations in simple systems.] Moscow: Nauka, 1990, 312 p. (in Russian).
20. Anishchenko, V. S. Attraktory dinamicheskikh sistem. [Attractors of dynamical systems.] Izvestija vuzov. Prikladnaja nelinejnaja dinamika, 1997, vol. 5, no. 1, pp. 109–127 (in Russian).
21. Neimark, Y. I., Landa, P. S. Stohasticheskie i haoticheskie kolebanija. [Stochastic and chaotic oscillations.] Moscow: Nauka, 1987, 424 p. (in Russian).
22. Li, T., Yorke, J. A. Period Three Implies Chaos. Amer. Math. Monthly, 1975, vol. 82, no. 3, pp. 982–985.
23. Lorens, E. N. Deterministic Nonperiodic Flow. J. Atmos. Sci., 1963, vol. 20, no. 5, pp. 130–141.
24. Dorfman, J. R. An Introduction to Chaos in Nonequilibrium Statistical Mechanics. Cambridge University Press, 1999, 288 p.
25. Feigenbaum, M. J. The transition to a periodic behavior in turbulent systems. Commun. Math. Phys., 1980, vol. 77, no. 1, pp. 65–86.
26. Bobrov, V. F. Osnovy teorii rezanija metallov. [Fundamentals of the metal cutting theory.] Moscow: Mashinostroenie, 1975, 344 p. (in Russian).
27. Zakovorotny, V. L., Pham Dinh Tung, Nguyen Xuan Chiem, Ryzhkin, M.N. Modelirovanie dinamicheskoy svjazi, formiruemoy processom tochenija, v zadachah dinamiki (skorostnaja svjaz'). [Dynamic coupling modeling formed by turning in cutting dynamics problems (velocity coupling).] Vestnik of DSTU, 2011, vol.11, no. 2, pp. 137–147 (in Russian).
28. Zakovorotny, V. L., Pham Dinh Tung, Nguyen Xuan Chiem, Ryzhkin, M. N. Modelirovanie dinamicheskoy svyazi, formiruemoy protsessom tocheniya, v zadachakh dinamiki (pozitsionnaya svyaz'). [Dynamic coupling modeling formed by turning in cutting dynamics problems (position coupling).] Vestnik of DSTU, 2011, vol.11, no. 3, pp. 30–38 (in Russian).
29. Kabaldin, Y. G. Samoorganizacijaja i nelinejnaja dinamiki v processah trenija i iznashivanija instrumenta pri rezanii. [Self-organization and nonlinear dynamics in processes of friction and tool wear under cutting.] Komsomolsk-na-Amure: Izd-vo KnAGTU, 2003, 175 p. (in Russian).

Поступила в редакцию 05.02.2015

Сдана в редакцию 06.02.2015

Запланирована в номер 10.04.2015