

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 621.95.08:51-74

В.Л. ЗАКОВОРотный, ФАМ ДИНЬ ТУНГ, НГУЕН СУАН ТЬЕМ

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ ИНЕРЦИОННЫХ И ДИССИПАТИВНЫХ СВОЙСТВ ПОДСИСТЕМ РЕЖУЩЕГО ИНСТРУМЕНТА И ЗАГОТОВКИ ПРИ ТОЧЕНИИ

Рассматривается вопрос математического моделирования и идентификации параметров динамических подсистем инструмента и обрабатываемой заготовки при изучении процесса резания.

Ключевые слова: математическое моделирование, процесс резания, динамические подсистемы.

Введение. Моделирование динамических свойств подсистем режущего инструмента и заготовки, взаимодействующих в процессе обработки через динамическую связь, раскрывает зависимость сил от упругих деформаций инструмента относительно заготовки и технологических режимов [1-3]. При изучении устойчивости и методов формирования стационарных многообразий в окрестности равновесия достаточно анализировать деформационные смещения в плоскости, нормальной к поверхности резания [1, 2]. В этом случае можно воспользоваться уравнением, полученным в предположении, что деформации заготовки отсутствуют:

$$m(X) \frac{d^2 X}{dt^2} + h(X) \frac{dX}{dt} + c(X) = F(X, S_p, t_p), \quad (1)$$

где $F = \{F_1(X, S_p, t_p), F_2(X, S_p, t_p)\}^T$ – вектор-функции динамической характеристики процесса, раскрывающие зависимость сил резания от упругих деформационных смещений инструмента, а также от технологических режимов: величины подачи на оборот S_p и глубины резания t_p при заданной скорости; $X = \{X_1, X_2\}^T$ – вектор упругих деформационных смещений вершины режущего инструмента; $m(X) = [m_{s,k}(X)]$, $h(X) = [h_{s,k}(X)]$, $c(X) = [c_{s,k}(X)]$, $s, k = 1, 2$ – функциональные матрицы инерционных и диссипативных коэффициентов соответственно, а также функциональная матрица формирования упругой составляющей сил в зависимости от вектора деформационных смещений и технологических режимов. Во всех случаях здесь и ниже символ $\{\dots\}^T$ – операция транспонирования.

Моделирование и идентификация параметров инерционных и диссипативных характеристик подсистемы режущего инструмента позволяет наряду с ранее полученными результатами создать полные математические модели подсистем без процесса резания: $m(X) = [m_{s,k}(X)]$ и $h(X) = [h_{s,k}(X)]$. Однако построение математических моделей и идентификация параметров в равной мере могут быть распространены и на подсистему обрабатываемой заготовки, а также на другие технологические операции обработки резанием. Свойства динамической связи процесса обработки будут рассмотрены в следующих наших публикациях.

Динамическая модель подсистемы режущего инструмента. Главное внимание уделим инерционным и диссипативным свойствам подсистемы инструмента в вариациях относительно точки равновесия $X^* = \{X_1^*, X_2^*\}^T$, которая определяется из уравнения (1) для постоянных и

неизменных внешних сил, действующих на вершину инструмента. Полагается, что матрица $c(X) = [c_{s,k}(X)]$ является известной.

Тогда для малых значений $x = \{x_1, x_2\}^T$ ($X(t) = X^* + x(t)$) уравнение динамики представляется в виде

$$m(X^*) \frac{d^2 x}{dt^2} + h(X^*) \frac{dx}{dt} + c(X^*) x = f(t), \quad (2)$$

где $m(X^*)$, $h(X^*)$, $c(X^*)$ – линеаризованные матрицы инерционных, диссипативных и упругих характеристик; $f = \{f_1(t), f_2(t)\}^T$ – внешнее δ -образное возмущение, по реакции на которое осуществляется идентификация параметров.

Исследования колебательных реакций инструмента на внешние δ -образные возмущения показывают, что они обладают пространственной избирательностью. При этом также можно выделить две системы координат $\{X_1, X_2\} \in X$ и $\{\gamma_1, \gamma_2\} \in Y$, связанных между собой линейной операцией поворота координат на угол α . Тогда уравнение динамики в вариациях относительно точки равновесия в пространстве Y определяется системой из двух независимых уравнений (рис.1)

$$m^{(\gamma)} \frac{d^2 \gamma}{dt^2} + h^{(\gamma)} \frac{d\gamma}{dt} + c^{(\gamma)} \gamma = f^{(\gamma)}, \quad (3)$$

где $m^{(\gamma)} = \begin{bmatrix} m_{0,1} & 0 \\ 0 & m_{0,2} \end{bmatrix}$ – матрица инерционных коэффициентов; $h^{(\gamma)} = \begin{bmatrix} h_{0,1} & 0 \\ 0 & h_{0,2} \end{bmatrix}$ – матрица коэффициентов демпфирования; $c^{(\gamma)} = \begin{bmatrix} c_{0,1} & 0 \\ 0 & c_{0,2} \end{bmatrix}$ – матрица жесткости; $\gamma = \{\gamma_1, \gamma_2\}^T$ – вектор деформационных смещений; $f^{(\gamma)} = \{f_1^{(\gamma)}, f_2^{(\gamma)}\}^T$ – вектор дополнительных сил, возмущающих движения системы в окрестности равновесия.

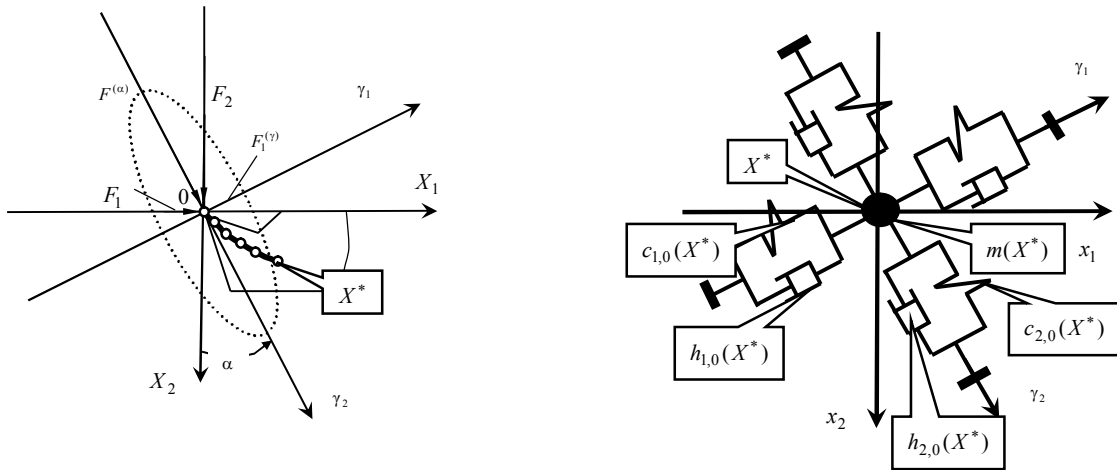


Рис.1. Система координат, в которой отсчитывается упругое деформационное смещение вершины режущего инструмента на внешние силы

Системе (3) соответствует следующее уравнение в пространстве X :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + cx = f, \quad (4)$$

где $m = \begin{bmatrix} (m_{0,1}\cos^2\alpha + m_{0,2}\sin^2\alpha) & \left[\frac{1}{2}(m_{0,2} - m_{0,1})\sin 2\alpha\right] \\ \left[\frac{1}{2}(m_{0,2} - m_{0,1})\sin 2\alpha\right] & (m_{0,1}\sin^2\alpha + m_{0,2}\cos^2\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{1,1} & m_{2,1} \\ m_{1,2} & m_{2,2} \end{bmatrix}$ – матрица инерционных

коэффициентов;

$$h = \begin{bmatrix} (h_{0,1}\cos^2\alpha + h_{0,2}\sin^2\alpha) & \left[\frac{1}{2}(h_{0,2} - h_{0,1})\sin 2\alpha\right] \\ \left[\frac{1}{2}(h_{0,2} - h_{0,1})\sin 2\alpha\right] & (h_{0,1}\sin^2\alpha + h_{0,2}\cos^2\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{2,1} \\ h_{1,2} & h_{2,2} \end{bmatrix} \text{ – матрица диссипации;}$$

$$c = \begin{bmatrix} (c_{0,1}\cos^2\alpha + c_{0,2}\sin^2\alpha) & \left[\frac{1}{2}(c_{0,2} - c_{0,1})\sin 2\alpha\right] \\ \left[\frac{1}{2}(c_{0,2} - c_{0,1})\sin 2\alpha\right] & (c_{0,1}\sin^2\alpha + c_{0,2}\cos^2\alpha) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} \\ c_{1,2} & c_{2,2} \end{bmatrix} \text{ – матрица упругости;}$$

$x = \{x_1, x_2\}^T$ – вектор деформационных смещений в окрестности точки равновесия;

$f = \{f_1, f_2\}^T$ – вектор возмущающих сил.

Как видно, в пространстве X координаты состояния являются связанными. Прежде чем обсуждать алгоритмы идентификации параметров, проанализируем некоторые важные свойства систем (3) и (4).

1. Матрицы m , h и c являются симметричными и положительно определенными. Невозможно показать, что определители от матриц m , h и c для системы (4) соответственно равны:

$$\begin{bmatrix} (m_{0,1}\cos^2\alpha + m_{0,2}\sin^2\alpha) & \left[\frac{1}{2}(m_{0,2} - m_{0,1})\sin 2\alpha\right] \\ \left[\frac{1}{2}(m_{0,2} - m_{0,1})\sin 2\alpha\right] & (m_{0,1}\sin^2\alpha + m_{0,2}\cos^2\alpha) \end{bmatrix} = m_{0,1}m_{0,2}; \quad [h] = h_{0,1}h_{0,2}; \quad [c] = c_{0,1}c_{0,2},$$

т.е. их значения в пространствах X и Y одни и те же. Все силы в этом случае обладают потенциальными свойствами, и без процесса резания система имеет равновесие асимптотически устойчивое, что естественно.

2. Характеристические полиномы $\Delta^{(\lambda)}(p) = \Delta(p)$ систем (3) и (4) равны, так как координаты рассматриваемых систем связаны линейным преобразованием. Равенство характеристических полиномов легко доказать и их прямым вычислением.

3. Если идентифицированы параметры в пространстве Y , т.е. $m_{0,1}, m_{0,2}, h_{0,1}, h_{0,2}, c_{0,1}, c_{0,2}, \alpha$, то элементы матриц m , h , c в пространстве X определяются из зависимостей (4). Справедливо и обратное. Если определены элементы матриц m , h , c , то можно вычислить параметры $m_{0,1}, m_{0,2}, h_{0,1}, h_{0,2}, c_{0,1}, c_{0,2}, \alpha$ из выражений:

$$c^{(\gamma)} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha \\ \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} \\ c_{1,2} & c_{2,2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} (c_{1,1}\cos^2\alpha + c_{2,2}\sin^2\alpha - 2c_{1,2}\sin\alpha\cos\alpha) & [0,5(c_{2,2} - c_{1,1})\sin 2\alpha + c_{1,2}\cos 2\alpha] \\ [0,5(c_{2,2} - c_{1,1})\sin 2\alpha + c_{1,2}\cos 2\alpha] & (c_{1,1}\sin^2\alpha + c_{2,2}\cos^2\alpha + 2c_{1,2}\sin\alpha\cos\alpha) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

$$h^{(\gamma)} = \begin{bmatrix} (h_{1,1}\cos^2\alpha + h_{2,2}\sin^2\alpha - 2h_{1,2}\sin\alpha\cos\alpha) & [0,5(h_{2,2} - h_{1,1})\sin 2\alpha + h_{1,2}\cos 2\alpha] \\ [0,5(h_{2,2} - h_{1,1})\sin 2\alpha + h_{1,2}\cos 2\alpha] & (h_{1,1}\sin^2\alpha + h_{2,2}\cos^2\alpha + 2h_{1,2}\sin\alpha\cos\alpha) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$m^{(\gamma)} = \begin{bmatrix} (m_{1,1} \cos^2 \alpha + m_{2,2} \sin^2 \alpha - 2m_{1,2} \sin \alpha \cos \alpha) & [0,5(m_{2,2} - m_{1,1}) \sin 2\alpha + m_{1,2} \cos 2\alpha] \\ [0,5(m_{2,2} - m_{1,1}) \sin 2\alpha + m_{1,2} \cos 2\alpha] & (m_{1,1} \sin^2 \alpha + m_{2,2} \cos^2 \alpha + 2m_{1,2} \sin \alpha \cos \alpha) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{2c_{1,2}}{(c_{2,2} - c_{1,1})} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{2h_{1,2}}{(h_{2,2} - h_{1,1})} \right) = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \left(\frac{2m_{1,2}}{(m_{2,2} - m_{1,1})} \right). \quad (8)$$

В частности, справедливость уравнения (8) может быть критерием справедливости схематизации, приведенной на рис.1.

Методика идентификации параметров подсистемы режущего инструмента. Исходной информацией для идентификации положены экспериментально определенные матрицы весовых функций, рассматривающих преобразование сил $f^{(1)}(t) = \{f_1(t), 0\}^T$ и $f^{(2)}(t) = \{0, f_2(t)\}^T$ в колебательные ускорения $\ddot{x}_1(t)$ и $\ddot{x}_2(t)$ и их частотные образы. Здесь $f^{(1)}(t)$ и $f^{(2)}(t)$ – δ -образные внешние силовые возмущения.

Исследование матриц m , h выполняется в два этапа.

На первом этапе определяются параметры системы в окрестности точки равновесия $X^* = \{X_1^* \rightarrow 0, X_2^* \rightarrow 0\}^T$. При этом для устранения возможных люфтов в неполностью затянутых соединениях осуществляется предварительное силовое нагружение системы с последующим снятием нагрузки без изменения ее знака.

Вначале вычислим выражения для изображений по Лапласу для колебательных ускорений $\ddot{x}_1(p)$ и $\ddot{x}_2(p)$, обусловленных силой $f^{(1)}(p) = \{f_1(p), 0\}^T$,

$$\ddot{x}_1(p) = \frac{p^2[(m_{2,2}p^2 + h_{2,2}p + c_{2,2})]f_1(p)}{\Delta(p)}; \quad \ddot{x}_2(p) = \frac{-p^2[(m_{1,2}p^2 + h_{1,2}p + c_{1,2})]f_1(p)}{\Delta(p)}, \quad (9)$$

где $\Delta(p) = (m_{1,1}p^2 + h_{1,1}p + c_{1,1})(m_{2,2}p^2 + h_{2,2}p + c_{2,2}) - (m_{1,2}p^2 + h_{1,2}p + c_{1,2})^2$ – характеристический полином системы (3). Колебательные ускорения $\ddot{x}_1(p)$ и $\ddot{x}_2(p)$, обусловленные силой $f^{(2)}(p) = \{0, f_2(p)\}^T$,

$$\ddot{x}_1(p) = \frac{-p^2[(m_{1,2}p^2 + h_{1,2}p + c_{1,2})]f_2(p)}{\Delta(p)}; \quad \ddot{x}_2(p) = \frac{p^2[(m_{1,1}p^2 + h_{1,1}p + c_{1,1})]f_2(p)}{\Delta(p)}. \quad (10)$$

Как показано выше, $\Delta^{(\lambda)}(p) = \Delta(p)$. Поэтому для автоспектров колебательных ускорений, вызванных силой $f^{(1)}(p) = \{f_1(p), 0\}^T$, имеем

$$S_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}^{(1)}(\omega) = \frac{\omega^4[(c_{2,2} - m_{2,2}\omega^2)^2 + (h_{2,2}\omega)^2]S_{f_1, f_1}(\omega)}{[(c_{0,1} - m_{0,1}\omega^2)^2 + (h_{0,1}\omega)^2][(c_{0,2} - m_{0,2}\omega^2)^2 + (h_{0,2}\omega)^2]}, \quad (11)$$

$$S_{\ddot{x}_2, \ddot{x}_2}^{(1)}(\omega) = \frac{\omega^4[(c_{1,2} - m_{1,2}\omega^2)^2 + (h_{1,2}\omega)^2]S_{f_1, f_1}(\omega)}{[(c_{0,1} - m_{0,1}\omega^2)^2 + (h_{0,1}\omega)^2][(c_{0,2} - m_{0,2}\omega^2)^2 + (h_{0,2}\omega)^2]},$$

а для автоспектров, обусловленных силой $f^{(2)}(p) = \{0, f_2(p)\}^T$, –

$$\begin{cases} S_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}^{(2)}(\omega) = \frac{\omega^4[(c_{1,2} - m_{1,2}\omega^2)^2 + (h_{1,2}\omega)^2]S_{f_2, f_2}(\omega)}{[(c_{0,1} - m_{0,1}\omega^2)^2 + (h_{0,1}\omega)^2][(c_{0,2} - m_{0,2}\omega^2)^2 + (h_{0,2}\omega)^2]}, \\ S_{\ddot{x}_2, \ddot{x}_2}^{(2)}(\omega) = \frac{\omega^4[(c_{1,1} - m_{1,1}\omega^2)^2 + (h_{1,1}\omega)^2]S_{f_2, f_2}(\omega)}{[(c_{0,1} - m_{0,1}\omega^2)^2 + (h_{0,1}\omega)^2][(c_{0,2} - m_{0,2}\omega^2)^2 + (h_{0,2}\omega)^2]}. \end{cases} \quad (12)$$

При оценивании параметров системы проанализируем выражения (11), (12). Во-первых, спектры $S_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}(\omega)$, $S_{\ddot{x}_2, \ddot{x}_2}(\omega)$ и $S_{f_1, f_1}(\omega)$ являются измеримыми, причем, спектр $S_{f_1, f_1}(\omega)$ – широкополосный, и в рассматриваемом частотном диапазоне его можно считать белым шумом. Широкополосность спектра обеспечивается подбором бойка в ударном молотке. Во-вторых, структура

спектра такова, что он состоит из двух резонансов ($\Omega_{0,1}$ и $\Omega_{0,2}$) и одного антирезонанса $\Omega_{0,0}$ (рис.2). Для оценки $m_{0,1}$ и $m_{0,2}$ достаточно определения автоспектров, так как системы являются достаточно добротными. Поэтому определение частот ($\Omega_{0,1}$ и $\Omega_{0,2}$) по автоспектрам не вызывает сложностей. Известно, что резонансная частота, соответствующая максимальной амплитуде в рассматриваемой диссипативной системе, отличается от собственных частот ($\Omega_{0,1}$ и $\Omega_{0,2}$), получаемых из условий:

$$c_{0,1} - m_{0,1}(\Omega_{0,1})^2 = 0; c_{0,2} - m_{0,2}(\Omega_{0,2})^2 = 0, \quad (13)$$

где $\Omega_{0,1}$ и $\Omega_{0,2}$ – резонансные частоты соответствующей консервативной системы.

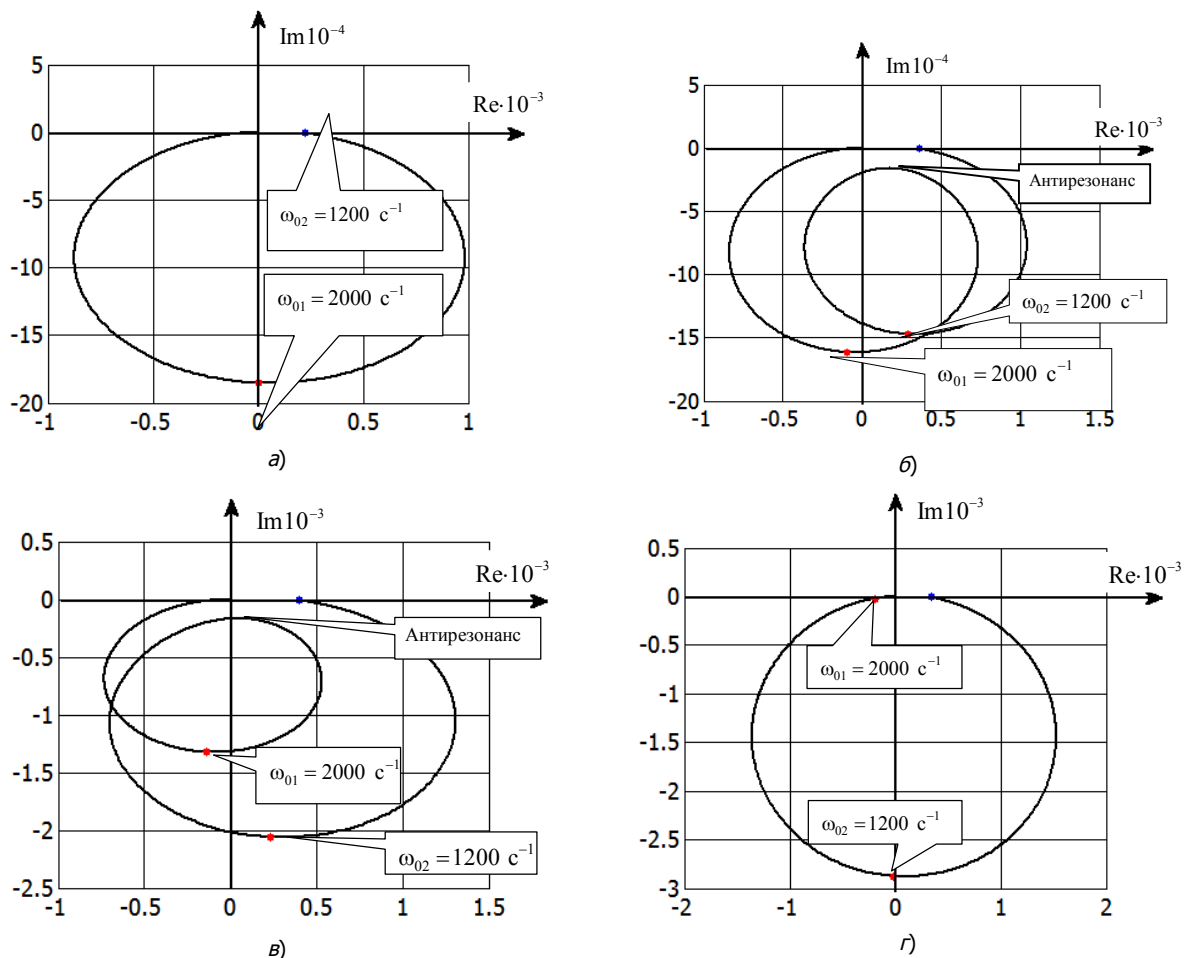


Рис.2. Изменение взаимных спектров колебаний по силам при различных значениях угла β ориентации внешнего силового возмущения в пространстве Y : а – $S_{f,\gamma_1}(j\omega)$, $\beta = 0$; б – $S_{f,\gamma_1}(j\omega)$, $\beta = \pi/4$;

в – $S_{f,\gamma_2}(j\omega)$, $\beta = \pi/4$; г – $S_{f,\gamma_2}(j\omega)$, $\beta = \pi/2$

Однако это отличие заметно лишь при коэффициентах затухания, больших 0,1. Для определения резонансных частот необходимо вычислить экстремумы функций $[(c_{0,1} - m_{0,1}\omega^2)^2 + (h_{0,1}\omega)^2]$ и $[(c_{0,2} - m_{0,2}\omega^2)^2 + (h_{0,2}\omega)^2]$. Для первой мультипликативной формы $[(c_{0,1} - m_{0,1}\omega^2)^2 + (h_{0,1}\omega)^2]$ имеем

$$\Omega_1^{(рез)} = [(\Omega_{0,1})^2 - (\Delta\Omega_{0,1})^2]^{\frac{1}{2}},$$

$$\text{где } (\Omega_{0,1})^2 = \frac{c_{0,1}}{m_{0,1}}; (\Delta\Omega_{0,1})^2 = \frac{(h_{0,1})^2}{2(m_{0,1})^2},$$

или

$$\Omega_i^{(\text{рез})} = (\Omega_{0,i})[1 - 2(\xi_i)^2]^{\frac{1}{2}}, \quad i = 1, 2, \quad (14)$$

где ξ – коэффициент затухания рассматриваемого колебательного контура.

Диапазон значений коэффициента затухания в механических системах металлорежущих станков обычно 0,02-0,06. Так как упругие характеристики подсистем известны, то легко определяются обобщенные массы:

$$m_{0,1} = \frac{c_{0,1}}{(\Omega_{0,1})^2}; \quad m_{0,2} = \frac{c_{0,2}}{(\Omega_{0,2})^2}. \quad (15)$$

Для вычисления значений $m_{0,1}$ и $m_{0,2}$ не обязательно измерять возмущающие силы, так как обобщенные жесткости $c_{0,1}$ и $c_{0,2}$ известны. Частоты $\Omega_{0,1}$ и $\Omega_{0,2}$ определяются на основе автоспектров в безразмерном виде.

При оценивании коэффициентов затухания учтем, что внешние силы измеримы, и их можно ориентировать по направлениям λ_1 и λ_2 . Поэтому

$$h_{0,1} = \sqrt{\frac{S_{F_1^{(\gamma)}, F_1^{(\gamma)}}(\Omega_{0,1})}{(\Omega_{0,1})^2 S_{\gamma_1, \gamma_1}(\Omega_{0,1})}}; \quad h_{0,2} = \sqrt{\frac{S_{F_2^{(\gamma)}, F_2^{(\gamma)}}(\Omega_{0,2})}{(\Omega_{0,2})^2 S_{\gamma_2, \gamma_2}(\Omega_{0,2})}}. \quad (16)$$

Так как колебательные контуры добротные, то коэффициент затухания можно определить также на основе анализа уширения спектральной линии каждой из резонансных частот, т.е.

$$\xi_i = (\Omega_{0,i}^{(+)} - \Omega_{0,i}^{(-)}) (\Omega_{0,i})^{-1}, \quad i = 1, 2,$$

где $(\Omega_{0,i}^{(+)} - \Omega_{0,i}^{(-)})$ – ширина резонансной кривой на высоте амплитуд 0,707 от резонансной амплитуды.

Тогда коэффициенты демпфирования $h_{0,1}$ и $h_{0,2}$ равны:

$$h_{0,i} = 2\xi_i \Omega_{0,i} m_{0,i} = 2\xi_i \sqrt{m_{0,i} c_{0,i}}, \quad i = 1, 2. \quad (17)$$

В тех случаях, когда резонансные кривые имеют близкие частоты, можно использовать выражения, вытекающие из выражений (11) и (12)

$$A^{(1)}(\omega) = \frac{S_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}^{(1)}(\omega)}{S_{\ddot{x}_2, \ddot{x}_2}^{(1)}(\omega)} = \frac{(c_{2,2} - m_{2,2}\omega^2)^2 + (h_{2,2}\omega)^2}{(c_{1,2} - m_{1,2}\omega^2)^2 + (h_{1,2}\omega)^2}, \quad A^{(2)}(\omega) = \frac{S_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}^{(2)}(\omega)}{S_{\ddot{x}_2, \ddot{x}_2}^{(2)}(\omega)} = \frac{(c_{1,2} - m_{1,2}\omega^2)^2 + (h_{1,2}\omega)^2}{(c_{1,1} - m_{1,1}\omega^2)^2 + (h_{1,1}\omega)^2}.$$

При этом в качестве опорных удобно взять те частоты, на которых влияние коэффициентов демпфирования максимально, т.е. – антирезонансы.

На втором этапе рассмотрим систему, имеющую произвольную точку равновесия $X^* = \{X_1^*, X_2^*\}^T$. Для смещения точки равновесия необходимо создать внешнее силовое поле. С этой целью введем в систему дополнительный упругий элемент (рис.3). Дополнительная жесткость вносит погрешности, прежде всего, при определении собственных частот. Главное требование к упругому элементу – линейность упругих свойств. Кроме этого, обеспечим высокую добротность изгибных колебаний упругого элемента. Тем самым его диссипацией, по сравнению с диссипацией подсистемы режущего инструмента, можно пренебречь. Тогда введенная дополнительная связь характеризуется исключительно упругими свойствами, определяемыми матрицей

$$c^{(y)} = [c_{s,k,y}], \quad s, k = 1, 2.$$

Уточним уравнения динамики с учетом параметров этого элемента. Вместо уравнения (4) имеем:

$$m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + h \frac{dx(t)}{dt} + c_{\Sigma} x(t) = f(t), \quad (18)$$

где $c_{\Sigma} = c + c^{(y)}$, причем, $c^{(y)}$ – матрица жесткости дополнительного упругого элемента.

В системе координат (X_1^*, X_2^*) матрица $c^{(y)}$ является диагональной с диагональными элементами $c_{0,1,y}$, $c_{0,2,y}$. Представим уравнение (18) в системе координат (γ_1, γ_2) .

$$m^{(y)} \frac{d^2 \gamma(t)}{dt^2} + h^{(y)} \frac{d\gamma(t)}{dt} + c_{\Sigma}^{(y)} \gamma(t) = f^{(y)}(t), \quad (19)$$

где $m^{(y)} = \begin{bmatrix} m_{0,1} & 0 \\ 0 & m_{0,2} \end{bmatrix}$; $h^{(y)} = \begin{bmatrix} h_{0,1} & 0 \\ 0 & h_{0,2} \end{bmatrix}$;

$$c_{\Sigma}^{(\lambda)} = \begin{bmatrix} c_{0,1} + c_{0,1,y} \cos^2 \alpha + c_{0,2,y} \sin^2 \alpha & (c_{0,1,y} - c_{0,2,y}) \sin \alpha \cos \alpha \\ (c_{0,1,y} - c_{0,2,y}) \sin \alpha \cos \alpha & c_{0,2} + c_{0,1,y} \sin^2 \alpha + c_{0,2,y} \cos^2 \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{1,1,\Sigma}^{(\lambda)} & c_{2,1,\Sigma}^{(\lambda)} \\ c_{1,2,\Sigma}^{(\lambda)} & c_{2,2,\Sigma}^{(\lambda)} \end{bmatrix}.$$

Система (19) имеет характеристический полином

$$\Delta^{(y)} = (m_{0,1} p^2 + h_{0,1} p + c_{1,1,\Sigma}^{(y)})(m_{0,2} p^2 + h_{0,2} p + c_{2,2,\Sigma}^{(y)}) - (c_{1,2,\Sigma}^{(y)})^2. \quad (20)$$

Исходной информацией для оценивания матриц m , h являются матрицы c , $c^{(y)}$, c_{Σ} ; угол ориентации эллипсов жесткости α ; виброускорения $(\ddot{x}_1, \ddot{x}_2)$ и внешнее δ -образное силовое возмущение $f(t)$. Автоспектры колебательных ускорений, определяющие реакции системы на возмущение $f^{(1)}(p) = \{f_1(p), 0\}^T$, можно представить в виде:

$$S_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}^{(1)}(\omega) = \frac{\omega^4 [(c_{2,2,\Sigma}^{(x)} - m_{2,2,\Sigma}^{(x)} \omega^2)^2 + (h_{2,2,\Sigma}^{(x)} \omega)^2] S_{f_1, f_1}(\omega)}{\Delta^{(A)}(\omega)};$$

$$S_{\ddot{x}_2, \ddot{x}_2}^{(1)}(\omega) = \frac{\omega^4 [(c_{1,2,\Sigma}^{(x)} - m_{1,2,\Sigma}^{(x)} \omega^2)^2 + (h_{1,2,\Sigma}^{(x)} \omega)^2] S_{f_1, f_1}(\omega)}{\Delta^{(A)}(\omega)}, \quad (21)$$

а автоспектры, обусловленные силой $f^{(2)}(p) = \{0, f_2(p)\}^T$, будут

$$S_{\ddot{x}_1, \ddot{x}_1}^{(1)}(\omega) = \frac{\omega^4 [(c_{1,2,\Sigma}^{(x)} - m_{1,2,\Sigma}^{(x)} \omega^2)^2 + (h_{1,2,\Sigma}^{(x)} \omega)^2] S_{f_1, f_1}(\omega)}{\Delta^{(A)}(\omega)};$$

$$S_{\ddot{x}_2, \ddot{x}_2}^{(1)}(\omega) = \frac{\omega^4 [(c_{1,1,\Sigma}^{(x)} - m_{1,1,\Sigma}^{(x)} \omega^2)^2 + (h_{1,1,\Sigma}^{(x)} \omega)^2] S_{f_1, f_1}(\omega)}{\Delta^{(A)}(\omega)}, \quad (22)$$

где $\Delta^{(A)}(\omega) = [(c_{1,1,\Sigma}^{(y)} - m_{0,1} \omega^2)^2 + (h_{0,1} \omega)^2] [(c_{2,2,\Sigma}^{(y)} - m_{0,2} \omega^2)^2 + (h_{0,2} \omega)^2] - 2(c_{1,2,\Sigma}^{(y)})^2 [(c_{1,1,\Sigma}^{(y)} - m_{0,1} \omega^2) \times (c_{2,2,\Sigma}^{(y)} - m_{0,2} \omega^2) - h_{0,1} h_{0,2} \omega^2] + (c_{1,2,\Sigma}^{(y)})^4$ – квадрат модуля характеристического полинома для $p = j\omega$; $c^{(x)} = [c_{s,k,\Sigma}^{(x)}]$, $h^{(x)} = [h_{s,k,\Sigma}^{(x)}]$, $m^{(x)} = [m_{s,k,\Sigma}^{(x)}]$, $s, k = 1, 2$ – матрицы жесткости, диссипации и инерционных коэффициентов в пространстве X соответственно.

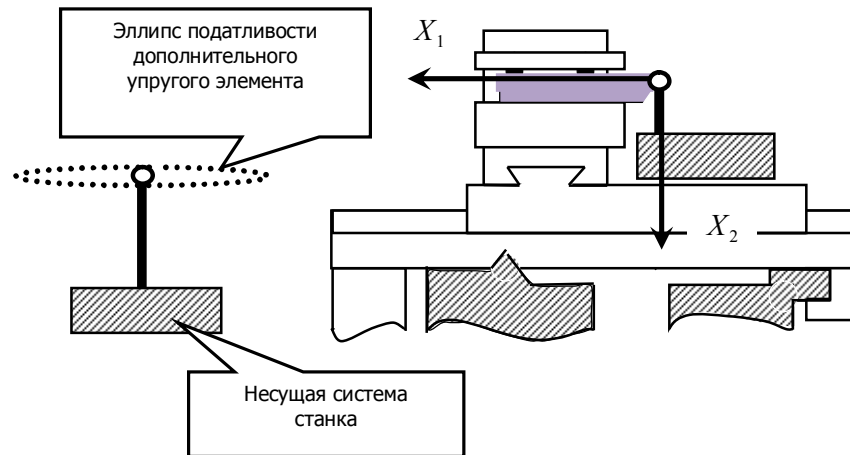


Рис.3. Схема введения дополнительного упругого элемента, обеспечивающего смещение точки равновесия подсистемы режущего инструмента

Вначале проанализируем функцию $\Delta^{(A)}(\omega)$ для консервативной системы

$$\Delta^{(A)}(\omega) = (c_{1,1,\Sigma}^{(\gamma)} - m_{0,1}\omega^2)^2 (c_{2,2,\Sigma}^{(\gamma)} - m_{0,2}\omega^2)^2 - 2(c_{1,2,\Sigma}^{(\gamma)})^2 (c_{1,1,\Sigma}^{(\gamma)} - m_{0,1}\omega^2) \times (c_{2,2,\Sigma}^{(\gamma)} - m_{0,2}\omega^2) + (c_{1,2,\Sigma}^{(\gamma)})^4. \quad (23)$$

Если ориентация дополнительного упругого элемента совпадает с ориентацией одной из осей (γ_1, γ_2) , то в выражении (23) $c_{1,2,\Sigma}^{(\gamma)} = 0$. В этом случае характеристический полином системы совпадает с полиномом без дополнительной связи, т.е.

$$\Delta^{(A)}(\omega) = [(c_{1,1,\Sigma}^{(\gamma)} - m_{0,1}\omega^2)^2 + (h_{0,1}\omega^2)^2] [(c_{2,2,\Sigma}^{(\gamma)} - m_{0,2}\omega^2)^2 + (h_{0,2}\omega^2)^2],$$

и определение обобщенных масс и коэффициентов диссипации подсистемы режущего инструмента осуществляется по отмеченным выше алгоритмам. Однако конструктивное выполнение этого условия вызывает некоторые сложности.

Проще всего дополнительный упругий элемент ориентировать по направлениям X_1 и X_2 .

Вначале рассмотрим алгоритмы оценивания обобщенных масс $m_{0,1}$ и $m_{0,2}$ по уравнению консервативной системы. Для этого вычислим экстремальные точки

$$\partial \Delta^{(A)}(\omega) / \partial \omega = 4\omega \Delta_\gamma(\omega) [2m_{0,1}m_{0,2}\omega^2 - (c_{2,2,\Sigma}^{(\lambda)}m_{0,1} + c_{1,1,\Sigma}^{(\lambda)}m_{0,2})] = 0, \quad (24)$$

где $\Delta_\gamma(\omega) = (c_{1,1,\Sigma}^{(\gamma)} - m_{0,1}\omega^2)^2 (c_{2,2,\Sigma}^{(\gamma)} - m_{0,2}\omega^2) - (c_{1,2,\Sigma}^{(\gamma)})^2$.

Рассматриваемое выражение имеет четыре экстремальных точки (рис.4):

$$\Omega^{(0,1)} = 0; \quad (\Omega^{(0,2)})^2 = \frac{c_{1,1,\Sigma}^{(\gamma)}m_{0,1} + c_{2,2,\Sigma}^{(\gamma)}m_{0,2}}{(m_{0,1})^2 + (m_{0,2})^2};$$

$$(\Omega_{0,1})^2 = \frac{c_{1,1,\Sigma}^{(\gamma)}m_{0,1} + c_{2,2,\Sigma}^{(\gamma)}m_{0,2} - \sqrt{(c_{1,1,\Sigma}^{(\gamma)}m_{0,1} - c_{2,2,\Sigma}^{(\gamma)}m_{0,2})^2 + 4(c_{1,2,\Sigma}^{(\gamma)})^2 m_{0,1}m_{0,2}}}{2m_{0,1}m_{0,2}}; \quad (25)$$

$$(\Omega_{0,2})^2 = \frac{c_{1,1,\Sigma}^{(\gamma)}m_{0,1} + c_{2,2,\Sigma}^{(\gamma)}m_{0,2} + \sqrt{(c_{1,1,\Sigma}^{(\gamma)}m_{0,1} - c_{2,2,\Sigma}^{(\gamma)}m_{0,2})^2 + 4(c_{1,2,\Sigma}^{(\gamma)})^2 m_{0,1}m_{0,2}}}{2m_{0,1}m_{0,2}}. \quad (26)$$

Первые две частоты соответствуют максимумам, частоты $\Omega_{0,1}$ и $\Omega_{0,2}$ – минимумам, т.е. резонансам. При $c_{1,2,\Sigma}^{(\gamma)} = 0$ обобщенные массы вычисляются из выражений:

$$m_{0,1} = c_{1,1,\Sigma}^{(\gamma)} (\Omega_{0,1})^{-2}; \quad m_{0,2} = c_{2,2,\Sigma}^{(\gamma)} (\Omega_{0,2})^{-2}. \quad (27)$$

Вид функций $\Delta^{(A)}(\omega)$ показан на рис.4.

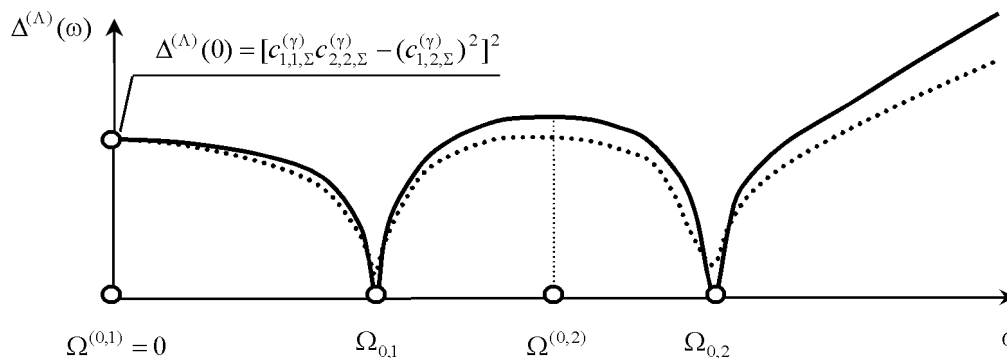


Рис.4. Качественный вид функции $\Delta^{(A)}(\omega)$

В зависимости от коэффициентов затухания расположение годографа будет смещаться, как показано точечной диаграммой. Однако в рассматриваемом классе систем смещение резонансных частот будет незначительным, так как добротность рассматриваемых систем достаточно высокая.

Для вычисления обобщенных масс и геометрической интерпретации решения удобно сделать следующие преобразования. Сложим правые и левые части выражений (25) и (26). В результате получим:

$$(\Omega_{0,1})^2 + (\Omega_{0,2})^2 = (c_{1,1,\Sigma}^{(\gamma)} m_{0,1} + c_{2,2,\Sigma}^{(\gamma)} m_{0,2})(m_{0,1} m_{0,2})^{-1}. \quad (28)$$

Перемножим между собой левые и правые части.

$$(\Omega_{0,2})^2 (\Omega_{0,1})^2 = [c_{1,1,\Sigma}^{(\gamma)} c_{2,2,\Sigma}^{(\gamma)} - (c_{1,2,\Sigma}^{(\gamma)})^2] (m_{0,1} m_{0,2})^{-1}. \quad (29)$$

Полученные выражения позволяют точно вычислить значения обобщенных масс $m_{0,1}$ и $m_{0,2}$. Для наглядной геометрической интерпретации совместного решения выражения (28) и (29) удобнее переписать в виде:

$$m_{0,1} m_{0,2} = A; \quad c_{1,1,\Sigma}^{(\gamma)} m_{0,1} + c_{2,2,\Sigma}^{(\gamma)} m_{0,2} = B, \quad (30)$$

$$\text{где } A = \frac{c_{1,1,\Sigma}^{(\gamma)} c_{2,2,\Sigma}^{(\gamma)} - (c_{1,2,\Sigma}^{(\gamma)})^2}{(\Omega_{0,2})^2 (\Omega_{0,1})^2}; \quad B = \frac{[c_{1,1,\Sigma}^{(\gamma)} c_{2,2,\Sigma}^{(\gamma)} - (c_{1,2,\Sigma}^{(\gamma)})^2][(\Omega_{0,2})^2 + (\Omega_{0,1})^2]}{(\Omega_{0,2})^2 (\Omega_{0,1})^2}.$$

Две пары попарно симметричных корней системы получаются на основе определения точек пересечения гиперболы (первое уравнение) с прямой (второе уравнение) (рис.5). Оценим образующую погрешность при определении обобщенных масс, предположив, что $c_{1,2,\Sigma}^{(\gamma)} = 0$. Для этого рассмотрим характеристический полином системы после замены $p = j\omega$, т.е. для стационарных периодических движений будем считать, что обобщенные массы нам заданы. Рассмотрим годограф $\Delta_\gamma(\omega)_{\text{при } \omega \in (0, \infty)}$: $\Delta_\gamma(\omega) = (c_{1,1,\Sigma}^{(\gamma)} - m_{0,1} \omega^2)(c_{2,2,\Sigma}^{(\gamma)} - m_{0,2} \omega^2) - (c_{1,2,\Sigma}^{(\gamma)})^2$. Наблюдаемыми являются резонансные частоты системы (рис.5).

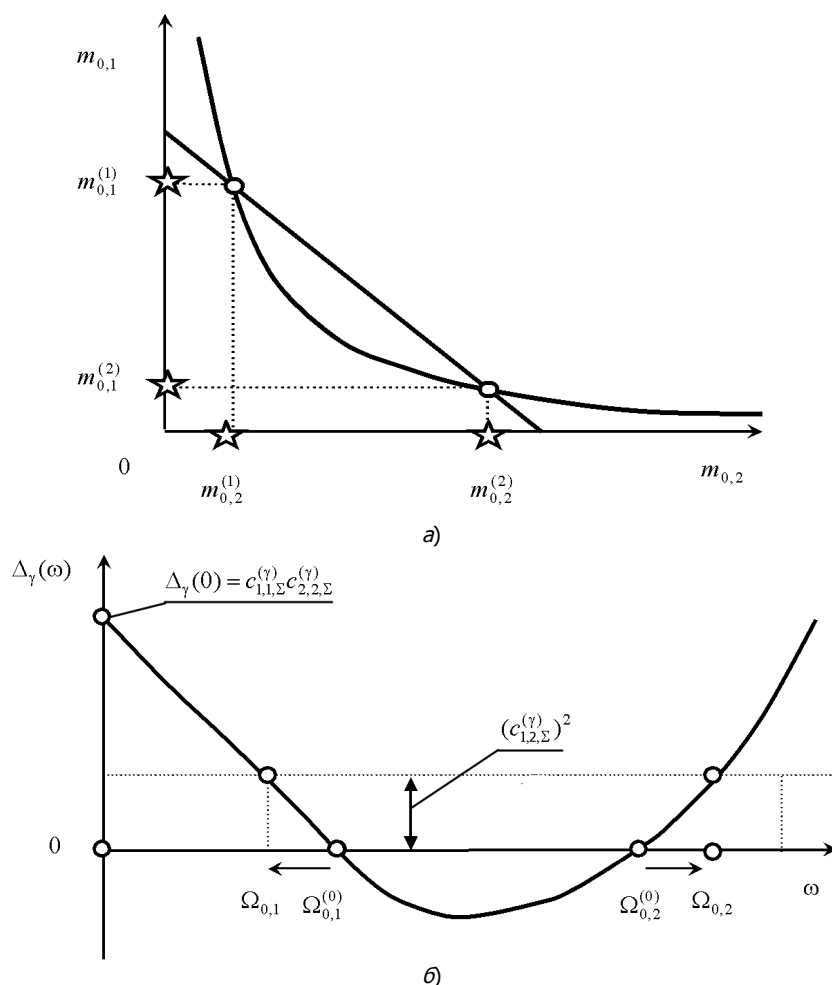


Рис.5. Геометрическая интерпретация вычисления обобщенных масс (а) и смещения резонансных частот в зависимости от $(c_{1,2,\Sigma}^{(\gamma)})^2$ (б)

Как видно, по мере увеличения $(c_{1,2,\Sigma}^{(\gamma)})^2$ нижняя резонансная частота смещается в низкочастотную область (от $\Omega_{0,1}^{(0)}$ к $\Omega_{0,1}$), а верхняя – в высокочастотную (от $\Omega_{0,2}^{(0)}$ к $\Omega_{0,2}$). Эти частоты являются близкими лишь при $(c_{1,2,\Sigma}^{(\gamma)})^2 \rightarrow 0$. Заметим, что в теории колебаний частоты $\Omega_{0,1}^{(0)}$ и $\Omega_{0,2}^{(0)}$ называются парциальными, а частоты же $\Omega_{0,1}$ и $\Omega_{0,2}$ – собственными частотами системы. Что касается смещения резонансных частот, вызванных вариациями матрицы демпфирования, то эти смещения малы.

Изложенные математические модели и методика идентификации параметров матриц инерционных коэффициентов и матриц демпфирования позволяют проанализировать свойства динамических моделей подсистем металлорежущих станков при варьировании точки равновесия системы.

Особенности динамических моделей подсистемы заготовки. Все приведенные данные и выводы относятся к подсистеме режущего инструмента. Исследования показывают, что они справедливы и для подсистемы обрабатываемой заготовки. При рассмотрении подсистемы обрабатываемой заготовки в некоторой фиксированной точке контакта заготовки с инструментом имеет место не только равенство $m_{0,1} = m_{0,2}$, но и дополнительно $h_{0,1} = h_{0,2}$ и $c_{0,1} = c_{0,2}$. В этом

случае в пространстве Y любая ортогональная система координат является главной. Однако при рассмотрении подсистемы обрабатываемой заготовки имеется дополнительная сложность, связанная с тем, что жесткость $C_{0,1} = C_{0,2}$ является функцией координаты перемещения суппорта вдоль оси вращения заготовки. Достаточно проанализировать распределение обобщенных масс и жесткостей, обусловленных силой $F_0 = 200,0$ кг, приведенное на рис.6, для различных точек контакта инструмента с заготовкой.

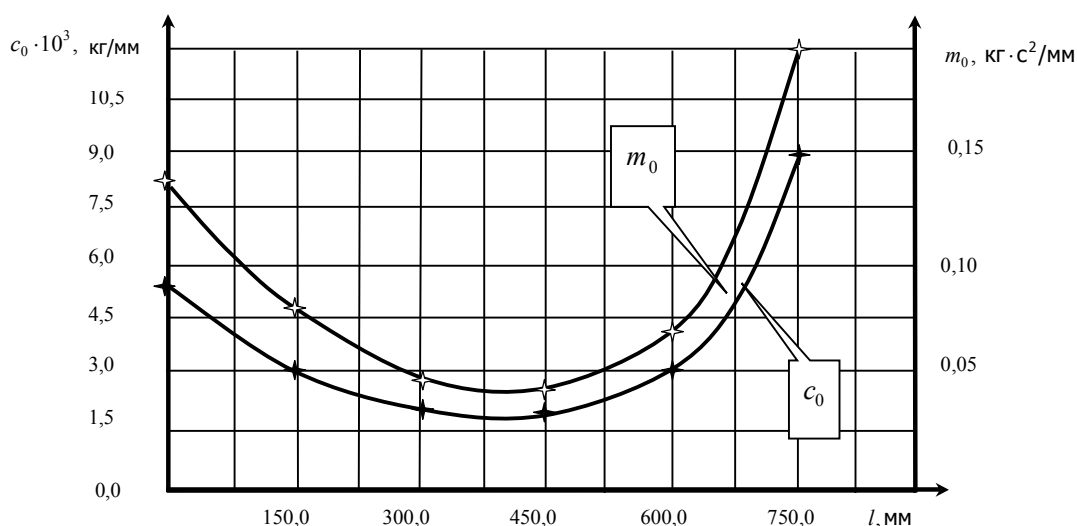


Рис.6. Изменения приведенных коэффициентов жесткости и массы в зависимости от координаты l вдоль оси вращения заготовки

Анализ идентифицированных параметров инерционных коэффициентов и коэффициентов диссипации. Проанализируем основные закономерности изменения матриц m, h в зависимости от смещения точки равновесия. Вначале проанализируем матрицы m на примере подсистемы режущего инструмента токарно-револьверного станка 1К62. На рис.7 приведены изменения инерционных коэффициентов в зависимости от модуля смещения точки равновесия $\gamma_0 = \sqrt{(\gamma_1)^2 + (\gamma_2)^2}$. Там же даны значения дисперсии, рассматриваемой в относительных единицах к математическому ожиданию. Необходимо обратить внимание на два обстоятельства. Во-первых, значения обобщенных масс по направлениям λ_1 и γ_2 практически равны между собой. Причем их изменения по мере смещения точки равновесия системы заметны лишь в окрестности нулевого смещения, т.е. при отсутствии постоянной составляющей внешней силы. При этом собственные частоты колебаний в вариациях относительно точки равновесия заметно меняются. Во-вторых, дисперсия при оценивании обобщенных масс уменьшается по мере смещения точки равновесия от нулевого значения, т.е. по мере увеличения внешней силы, действующей на вершину режущего инструмента. Практическое равенство обобщенных масс свидетельствует о том, что матрицу масс в пространстве X можно считать диагональной. Это вытекает непосредственно из анализа уравнения (4).

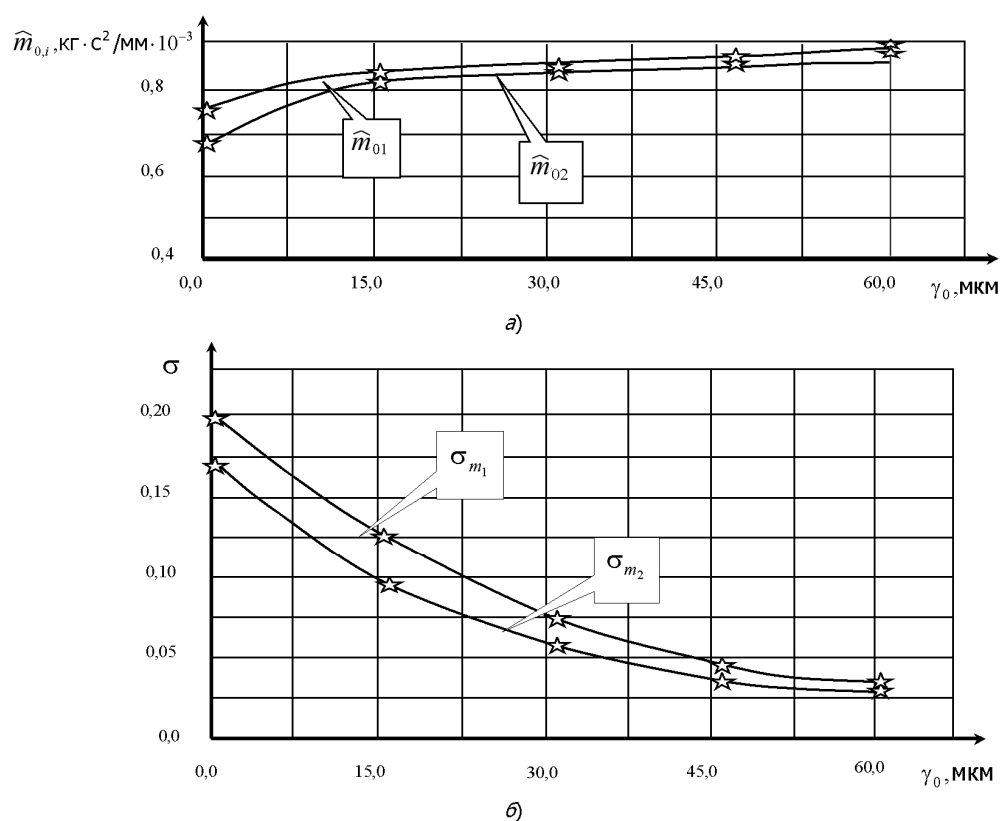


Рис.7. Изменение обобщенных масс $m_{0,1}$ и $m_{0,2}$ (а) и дисперсии при оценивании обобщенных масс (б) при смещении точки равновесия системы

Демпфирование является избирательным по направлениям колебательных смещений. Увеличение жесткости приводит к уменьшению демпфирования. Именно поэтому демпфирование, как и упругость, можно моделировать на основе рассмотрения эллипса демпфирования, т.е. аналогично рассмотрению жесткости деформационных смещений. На рис.8 приведены характеристики изменения коэффициентов демпфирования $h_{0,1}$ и $h_{0,2}$ по направлениям γ_1 и γ_2 в зависимости от $\gamma_0 = \sqrt{(\gamma_1)^2 + (\gamma_2)^2}$.

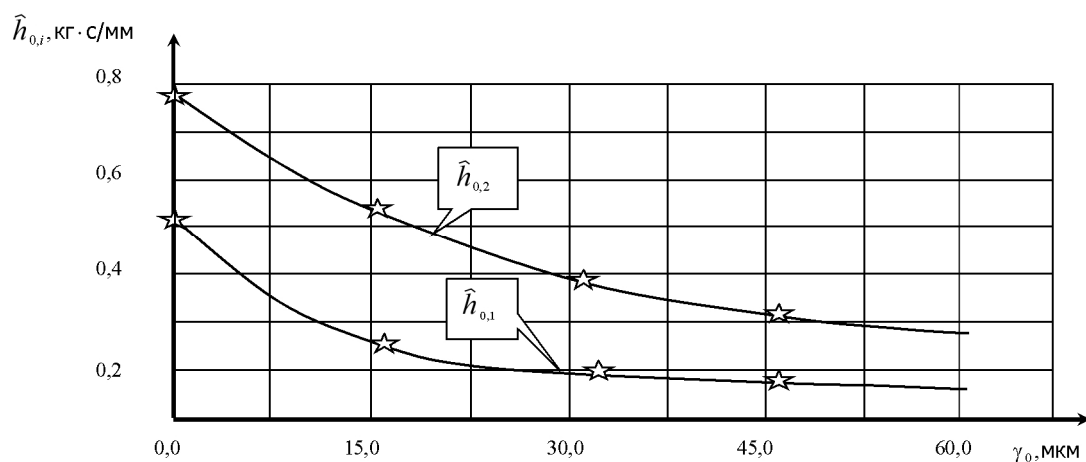


Рис.8. Изменение обобщенных коэффициентов демпфирования $h_{0,1}$ и $h_{0,2}$ смещения модуля точки равновесия системы

Заключение. Обобщая приведенный материал, можно заключить, что для подсистемы режущего инструмента в плоскости, нормальной к идеальной оси вращения заготовки в рассматриваемом частотном диапазоне, справедлива схематизация динамической системы без связи, формируемой процессом резания (см. рис.1). Важно подчеркнуть, что матрицы h и c связаны между собой линейным преобразованием, определяемым матрицами угловых коэффициентов. В этом случае имеется возможность одновременного приведения к каноническому виду трех квадратичных форм: кинетической, потенциальной энергии и диссипативной функции Релея, т.е. существуют единые нормальные координаты, в нашем случае, – это координаты пространства Λ . Указанное свойство, справедливое для рассматриваемых подсистем лишь при моделировании первых форм колебаний, основано на неизменности ориентации эллипсов жесткости и демпфирования.

Основные результаты исследований получены при финансовой поддержке РФФИ по проекту 07-09-90000.

Библиографический список

1. Кудинов В.А. Динамика станков / В.А. Кудинов. – М.: Машиностроение, 1967. – 359 с.
2. Заковоротный В.Л. Динамика процесса резания. Синергетический подход / В.Л. Заковоротный, М.Б. Флек. – Ростов н/Д: Терра, 2006. – 876 с.
3. Заковоротный В.Л. Моделирование деформационных смещений инструмента относительно заготовки при точении / В.Л. Заковоротный, Тунг Фам Динь, Нгуен Суан Тьем // Вестн. Донск. гос. техн. ун-та. – 2010. – Т.10. – №7. – С.1005-1015.

Материал поступил в редакцию 15.11.10.

References

1. Kudinov V.A. Dinamika stankov / V.A. Kudinov. – M.: Mashinostroenie, 1967. – 359 s. – In Russian.
2. Zakovorotnyi V.L. Dinamika processa rezaniya. Sinergeticheskii podhod / V.L. Zakovorotnyi, M.B. Flek. – Rostov n/D: Terra, 2006. – 876 s. – In Russian.
3. Zakovorotnyi V.L. Modelirovanie deformatsionnyh smeschenii instrumenta otnositel'no zagotovki pri tochenii / V.L. Zakovorotnyi, Fam Din' Tung, Nguen Suan T'em // Vestn. Donsk. gos. tehn. un-ta. – 2010. – T.10. – №7. – S.1005-1015. – In Russian.

V.L. ZAKOVOROTNIY, PHAM DINH TUNG, NGUYEN XUAN CHIEM

MODELING AND IDENTIFICATION OF INERTIAL AND DISSIPATIVE PROPERTIES OF SUBSYSTEMS OF CUTTING TOOL AND WORKPIECE IN TURNING

The question of mathematical simulation and identification of the dynamic subsystems parameters of the tool and workpiece when investigating the cutting process is considered.

Keywords: *mathematical simulation, cutting process, dynamic subsystems.*

ЗАКОВОРОТНЫЙ Вилор Лаврентьевич (р. 1940), заведующий кафедрой «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета, доктор технических наук (1981), профессор (1984), заслуженный деятель науки РФ (2003). Окончил Ростовский-на-Дону институт сельскохозяйственного машиностроения (1962).

Область научных интересов: управление и динамический мониторинг сложных нелинейных многосвязных систем.

Автор более 300 публикаций, в том числе 7 монографий.

vzakovozotny@dstu.edu

ФАМ Динь Тунг (р.1980), докторант кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета, кандидат технических наук (2008). Окончил Донской государственный технический университет (2005).

Область научных интересов: динамика механических систем, взаимодействующих с трибологическими и технологическими средами, управление эволюционными системами.

Автор 25 публикаций.

phamdinh tung@mail.ru

НГУЕН Суан Тьем (р. 1983), аспирант кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета. Окончил Воронежскую государственную технологическую академию (2009).

Область научных интересов: динамика процесса резания, теория автоматического управления.

Автор 3 публикаций.

cyclone_rus0309@yahoo.com

Vilor L. ZAKOVOROTNIY (1940), Head of the Production Automation Department, Don State Technical University. PhD in Science (1981), Professor (1984), Honoured Master of Sciences of RF (2003). He graduated from Rostov-on-Don Institute of Agricultural Engineering (1962).

Research interests: management and dynamic monitoring of the complex nonlinear multivariable systems.

Author of over 300 publications, including 7 monographs.

Dinh Tung PHAM (1980), Postdoctoral student of the Production Automation Department, Don State Technical University. Candidate of Science in Engineering (2008). He graduated from Don State Technical University (2005).

Research interests: kinetics of material systems interacting with tribological and technological mediums, evolutionary systems control.

Author of 25 publications.

Xuan Chiem NGUYEN (1983), Postgraduate student of the Production Automation Department, Don State Technical University. He graduated from Voronezh State Technological Academy (2009).

Research interests: cutting dynamics, automatic control theory.

Author of 3 publications.