

УДК 51:621.891

К.С. АХВЕРДИЕВ, Е.О. ЛАГУНОВА, М.А. МУКУТАДЗЕ

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ РАДИАЛЬНОГО ПОДШИПНИКА ПРИ НАЛИЧИИ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ С УЧЕТОМ ЗАВИСИМОСТИ ВЯЗКОСТИ И ЭЛЕКТРОПРОВОДИМОСТИ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Рассмотрено движение электропроводящей смазки в зазоре радиального подшипника при наличии электромагнитного поля с учетом зависимости вязкости и электропроводимости от температуры. Дана оценка влияния параметров, характеризующих магнитную индукцию и напряженность электрического поля, на основные рабочие характеристики подшипника.

Ключевые слова: радиальный подшипник, электромагнитное поле, несущая способность.

Введение. Задача современной инженерной практики приводит к повышению требований, предъявляемых к условиям эксплуатации и эффективности использования различных узлов современного промышленного и транспортного оборудования, в том числе подшипников скольжения. Одним из важных конструктивных элементов подшипников жидкостного трения является смазочная среда. В последнее время в качестве смазочной среды используются жидкости, обладающие электропроводящими свойствами. Поэтому определение рациональных значений безразмерных критериев, присущих электропроводящим смазкам, обеспечивающих повышенную несущую способность при низком трении, является, на наш взгляд, весьма актуальным.

Постановка задачи. Рассмотрим движение электропроводящей смазки в зазоре радиального подшипника при наличии электромагнитного поля с учетом зависимости вязкости и электропроводимости от температуры (рис.1). Предполагается, что подшипник неподвижен, шип вращается с постоянной угловой скоростью ω .

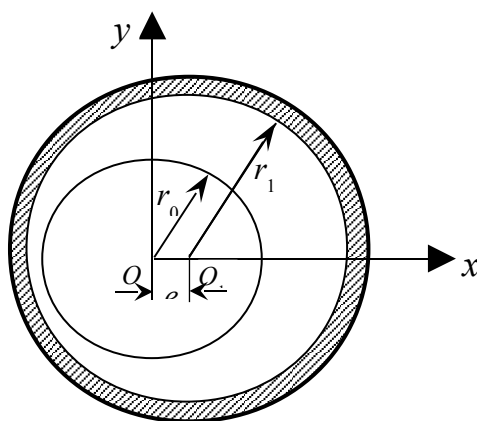


Рис.1. Схематическое изображение движения в зазоре радиального подшипника

Будем исходить из уравнений «тонкого слоя» для вязкой несжимаемой жидкости при наличии электромагнитного поля. Эти уравнения при пренебрежении эффектом Холла и в случае малых значений магнитного числа Рейнольдса в рассматриваемом случае имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial r} &= 0, \quad \mu \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} - \sigma B (E - v B); \\ \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} &= 0; \quad \mu = \mu_0 e^{-\alpha(T-T_0)}; \quad \sigma = \sigma_0 e^{-\alpha(T-T_0)}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь v, v - компоненты вектора скорости; p - гидродинамическое давление в смазочном слое; $\vec{E} = \{0, 0, E\}$ - вектор напряженности электрического поля; $\vec{B} = \{B, 0, 0\}$ - магнитная индукция; μ - динамический коэффициент вязкости; σ - электропроводимость; T - температура; r, θ - полярные координаты; μ_0 - характерная вязкость; σ_0 - характерная электропроводимость смазки; α - экспериментальная постоянная, входящая в зависимость вязкости и электропроводимости от температуры.

Предполагается, что величины E, B и скорость течения жидкости таковы, что можно пренебречь влиянием потока жидкости на приложенные электрическое и магнитное поля (это предположение подразумевает малость магнитного числа Рейнольдса). При этом функции $E(r, \theta)$ и $B(r, \theta)$ считаем заданными, удовлетворяющие уравнениям Максвелла [1]

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad \operatorname{rot} \vec{E} = 0. \quad (2)$$

Уравнения (2) удовлетворяются при

$$E = \text{const}, \quad B = \frac{\tilde{\phi}(\theta)}{r}, \quad (3)$$

здесь $\tilde{\phi}(\theta)$ - заданная функция.

В полярной системе координат с полюсом в центре шипа уравнения контура шипа и подшипника приближенно можно записать в виде

$$r = r_0, \quad r = r_1 + e \cos \theta, \quad (4)$$

где r_0 - радиус шипа; r_1 - радиус подшипника; e - эксцентриситет.

С учетом (2) уравнения движения (1) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial r} &= 0; \quad \mu \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} = \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial \theta} - \frac{\sigma B}{r} E - v \frac{B}{r}; \\ \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Система уравнений (5) решается при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned} v &= 0, \quad v = 0 \quad \text{при } r = r_1 + e \cos \theta; \\ v &= 0, \quad v = \omega r_0 \quad \text{при } r = r_0; \\ p(0) &= p(2\pi). \end{aligned} \quad (6)$$

Перейдем к безразмерным переменным по формулам:

$$v\ddot{y} = \omega \delta u, \quad v\ddot{y} = \omega r_0 v, \quad r\ddot{y} = r_0 + \delta r, \quad \delta = r_1 - r_0, \quad p(0) = p(2\pi)$$

$$p^* = \frac{\mu \omega r_0^2}{\delta^2}, \quad \tilde{\phi} = \phi^* \phi$$

$$\mu \ddot{y} = \mu_0 \mu, \quad \sigma \ddot{y} = \sigma_0 \sigma, \quad T\ddot{y} = T_0 T. \quad (7)$$

Подставляя (7) в (5) и (6), будем иметь с точностью до членов

$$O\left(\frac{\delta A}{r_0}\right), \quad O\left(\frac{\delta N}{r_0}\right):$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} = \frac{dp}{d\theta} - A\phi + Nv\phi^2; \quad \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial \theta} = 0. \quad (8)$$

где $A = \frac{\sigma_0 \delta^2 E \ddot{\phi}^*}{r_0^2 \mu_0 \omega}$, $N = \frac{\sigma_0 \delta^2 \phi^{*2}}{r_0^2 \mu_0}$ - число Гартмана.

$$u = 0, \quad v = 0 \quad \text{при } 1 + \eta \cos \theta = h(\theta);$$

$$u = 0, \quad v = 1 \quad \text{при } r = 0; \quad \eta = \frac{e}{\delta}. \quad (9)$$

Полагая, что $A < 1$, $N < 1$, точное автомодельное решение задачи (8)-(9) будем искать в виде [2]:

$$u = -\frac{\partial \psi}{\partial \theta} + U(r, \theta); \quad v = \frac{\partial \psi}{\partial r} + V(r, \theta); \quad \tilde{u}\ddot{y} + \zeta \tilde{v}\ddot{y} = 0;$$

$$\phi = \frac{\phi_0}{1 + \eta \cos \theta}; \quad \frac{1}{\mu} \frac{dp}{d\theta} = \frac{\tilde{C}_1}{h^2} + \frac{\tilde{C}_2}{h^3}; \quad \psi = \tilde{\psi}(\zeta);$$

$$U = \tilde{u}(\zeta) \eta \sin \theta; \quad V = \tilde{v}(\zeta); \quad \zeta = \frac{r}{1 + \eta \cos \theta}. \quad (10)$$

Подставляя (10) в (8) и (9) с точностью до членов $O(\eta A \phi_0)$, приходим к следующей обыкновенной системе дифференциальных уравнений и граничных условий к ним:

$$\tilde{\psi}\ddot{y} = \tilde{C}_2 + N\phi_0^2 \tilde{\psi}\ddot{y}; \quad \tilde{v}\ddot{y} = \tilde{C}_1 + N\phi_0^2 \tilde{v} - A\phi_0; \quad (11)$$

$$\tilde{\psi}\ddot{y}(0) = 0; \quad \tilde{\psi}\ddot{y}(1) = 0; \quad \tilde{u}(0) = 0; \quad \tilde{u}(1) = 0;$$

$$\tilde{v}(0) = -1; \quad \tilde{v}(1) = 0; \quad \int_0^1 \tilde{v} d\zeta = 0. \quad (12)$$

Решение задачи (11)-(12) находится непосредственным интегрированием:

$$\tilde{\psi}\ddot{y} = -\frac{\tilde{C}_2}{N\phi_0^2} + \frac{\tilde{C}_2 e^{\sqrt{N}\phi_0 \zeta}}{N\phi_0^2 (e^{\sqrt{N}\phi_0} + 1)} + \frac{\tilde{C}_2 e^{\sqrt{N}\phi_0} e^{-\sqrt{N}\phi_0 \zeta}}{N\phi_0^2 (e^{\sqrt{N}\phi_0} + 1)};$$

$$\tilde{v} = \frac{A\phi_0 - \tilde{C}_1}{N\phi_0^2} + \tilde{C}_3 e^{\sqrt{N}\phi_0 \zeta} + \tilde{C}_4 e^{-\sqrt{N}\phi_0 \zeta}$$

$$\text{где } \tilde{C}_3 = \frac{A\phi_0 - \tilde{C}_1 + \tilde{C}_1 e^{\sqrt{N}\phi_0} - A\phi_0 e^{\sqrt{N}\phi_0} + N\phi_0^2}{N\phi_0^2 (e^{N\phi_0^2} - 1)};$$

$$\tilde{C}_4 = - \frac{e^{\sqrt{N}\phi_0} (\tilde{C}_1 - A\phi_0 - \tilde{C}_1 e^{\sqrt{N}\phi_0} + A\phi_0 e^{\sqrt{N}\phi_0} + N\phi_0^2 e^{\sqrt{N}\phi_0})}{N\phi_0^2 (e^{N\phi_0^2} - 1)}.$$

Так как $\int_0^1 \tilde{v} d\zeta = 0$, то

$$\tilde{C}_1 = \frac{\phi_0 (2N\phi_0^2 e^{\sqrt{N}\phi_0} - 2ANe^{2\sqrt{N}\phi_0} + AN^{3/2} e^{2\sqrt{N}\phi_0} \phi_0 - AN^{3/2} \phi_0 + 4ANe^{\sqrt{N}\phi_0} - N\phi_0^2 - N^2 \phi_0 e^{2\sqrt{N}\phi_0})}{N^{3/2} \phi_0 e^{2\sqrt{N}\phi_0} - 2Ne^{2\sqrt{N}\phi_0} - N^{3/2} \phi_0 + 4Ne^{\sqrt{N}\phi_0} - 2N}. \quad (13)$$

Для нахождения безразмерного гидродинамического давления приходим к следующему уравнению

$$\frac{1}{\mu} \frac{dp}{d\theta} = \frac{\tilde{C}_1}{h^2} + \frac{\tilde{C}_2}{h^3}. \quad (14)$$

Для интегрирования уравнения (14) вначале необходимо найти μ как функцию от θ . Воспользуемся выражением скорости диссипации энергии

$$\frac{dH\check{\gamma}}{d\theta} = 2\mu \check{\gamma} \frac{\partial}{\partial r} \frac{\check{\gamma}}{\check{\gamma}} \frac{d}{d\theta} = 2\mu \mu_0 \frac{\omega^2 r_0^2 h}{\delta} \frac{1}{\check{\gamma}} \frac{\check{\gamma}}{h^2} + \frac{\check{\gamma}}{h} \frac{d}{d\theta} \check{\gamma}. \quad (15)$$

Тогда повышенная температура будет определяться выражением

$$dT\check{\gamma} = \frac{dH\check{\gamma}}{c_p Q}, \quad (16)$$

где Q – расход; c_p – теплоемкость при постоянном давлении.

$$Q = \omega r_0 \delta \int_0^1 \check{\gamma}(\zeta) d\zeta. \quad (17)$$

Дифференцируя обе части предпоследнего уравнения системы (1) и комбинируя (16)-(17) для определения $\mu(\theta)$, приходим к следующему уравнению:

$$\frac{d\mu}{d\theta} = -K\mu^2 \frac{\Delta_1}{h^3} + \frac{\Delta_2}{h^2} + \frac{\Delta_3}{h}, \quad (18)$$

где $\Delta_1 = \int_0^1 \check{\gamma}^2 d\zeta$; $\Delta_2 = \int_0^1 2\check{\gamma} \check{\gamma}' d\zeta$; $\Delta_3 = \int_0^1 \check{\gamma}'^2 d\zeta$; K – тепловой параметр,

$$K = \frac{2\alpha \mu_0 \omega r_0}{\delta^2 c_p \int_0^1 \tilde{\psi}(\zeta) d\zeta} \quad (19)$$

Интегрируя уравнение (18) от 0 до θ , будем иметь

$$\mu = \frac{1}{K(1 + \Delta_1 S_3(\theta, \eta) + \Delta_2 S_2(\theta, \eta) + \Delta_3 S_1(\theta, \eta))} \quad (20)$$

где $S_k(\theta, \eta) = \int_0^\theta \frac{d\theta}{h^k(\theta)}$.

После необходимых вычислений получим:

$$\begin{aligned} S_1(\theta, \eta) &= \frac{2}{(1 - \eta^2)^{1/2}} \operatorname{arctg}_3 \sqrt{\frac{1 - \eta}{1 + \eta}} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \frac{\eta}{2}; \\ S_2(\theta, \eta) &= \frac{2}{(1 - \eta^2)^{3/2}} \operatorname{arctg}_3 \sqrt{\frac{1 - \eta}{1 + \eta}} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \frac{\eta}{2} - \frac{\eta}{1 - \eta^2} \frac{\sin \theta}{1 + \eta \cos \theta}; \\ S_3(\theta, \eta) &= \frac{2 + \eta^2}{(1 - \eta^2)^{5/2}} \operatorname{arctg}_3 \sqrt{\frac{1 - \eta}{1 + \eta}} \operatorname{tg} \frac{\theta}{2} \frac{\eta}{2} - \\ &- \frac{3}{2} \frac{\eta}{(1 - \eta^2)^2} \frac{\sin \theta}{1 + \eta \cos \theta} + \frac{1}{2(1 - \eta^2)} \frac{\sin \theta}{(1 + \eta \cos \theta)^2}. \end{aligned} \quad (21)$$

В качестве вязкости μ возьмем среднее арифметическое $\theta = 0$ и $\theta = \pi$ (в нагруженной области):

$$\mu \approx \frac{\mu(0) + \mu(\pi)}{2}. \quad (22)$$

Интегрируя уравнение (14) от 0 до θ с учетом (22), будем иметь

$$p = \mu \tilde{C}_1 S_2(\theta, \eta) + \mu \tilde{C}_2 S_3(\theta, \eta).$$

Замечая, что при $\theta = 2\pi$ арктангенсу соответствует значение π , получим необходимые для дальнейшего значения этих функций при $\theta = 2\pi$:

$$S_2(2\pi, \eta) = \frac{2\pi}{(1 - \eta^2)^{3/2}}; \quad S_3(2\pi, \eta) = \frac{\pi(2 + \eta^2)}{(1 - \eta^2)^{5/2}}; \quad S_1(2\pi, \eta) = \frac{2\pi}{(1 - \eta^2)^{1/2}}.$$

Из условий (6) найдем $\tilde{C}_2$:

$$\tilde{C}_2 = \frac{2\mu(\theta) \tilde{C}_1(\eta^2 - 1)}{(2 + \eta^2)}; \quad \tilde{C}_1 \text{ находим по формуле (13).}$$

Перейдем к аналитическим выражениям для определения основных рабочих характеристик подшипника: несущей способности, силы трения и расхода.

Проекции главного вектора воздействия смазок на шип определяются формулами:

$$F_x = r_0 \int_0^{2\pi} p \check{\gamma} \sin \theta d\theta ; \quad F_y = -r_0 \int_0^{2\pi} p \check{\gamma} \cos \theta d\theta . \quad (23)$$

Заметим, что в силу периодичности давления $p \check{\gamma}$ и четности $\cos \theta$ второй интеграл соответственно равен нулю. Первый интеграл проще вычислить по частям. Найдем

$$F_x = -r_0 \int_0^{2\pi} p \check{\gamma} d(\cos \theta) = -r_0 p \check{\gamma} \cos \theta \Big|_0^{2\pi} + r_0 \int_0^{2\pi} \frac{dp \check{\gamma}}{d\theta} \cos \theta d\theta = r_0 \int_0^{2\pi} \frac{dp \check{\gamma}}{d\theta} \cos \theta d\theta =$$

$$= r_0 p^* \mu \check{\gamma} \int_0^{2\pi} \frac{\tilde{C}_1 \cos \theta}{h^2} d\theta + \int_0^{2\pi} \frac{\tilde{C}_2 \cos \theta}{h^3} d\theta \Big|_{\frac{b}{bl}}^{\frac{a}{bl}} .$$

$$\text{Так как } \int_0^{2\pi} \frac{\tilde{C}_1 \cos \theta}{(1 + \eta \cos \theta)^2} d\theta = -\frac{2\pi \eta \tilde{C}_1}{(1 - \eta^2)^{3/2}} , \quad \int_0^{2\pi} \frac{\tilde{C}_2 \cos \theta}{(1 + \eta \cos \theta)^3} d\theta = -\frac{3\pi \eta \tilde{C}_2}{(1 - \eta^2)^{5/2}} ,$$

$$\text{то} \quad F_x = r_0 p^* \mu \check{\gamma} \int_0^{2\pi} \frac{\tilde{C}_1 \cos \theta}{(1 - \eta^2)^{3/2}} - \frac{3\pi \eta \tilde{C}_2}{(1 - \eta^2)^{5/2}} \Big|_{\frac{b}{bl}}^{\frac{a}{bl}} . \quad (24)$$

Сила трения и расход соответственно определяются по формулам:

$$F_{mp} = \mu \int_0^{2\pi} \frac{\partial v_\theta}{\partial r} \Big|_{\zeta=0} d\theta = \frac{\mu \omega r_0}{\delta} \int_0^{2\pi} \tilde{v} \check{\gamma} d\theta ; \quad (25)$$

$$Q = hu^* \int_0^1 \psi \check{\gamma}(\zeta) d\zeta . \quad (26)$$

Результаты численного анализа полученных аналитических выражений для основных рабочих характеристик (24)-(26), приведенные на рис.2 и 3, показывают:

1) безразмерная сила трения подшипника не имеет явно выраженного максимума и минимума. При значениях параметра, характеризующего магнитную индукцию $N0 (0,0.4)$, имеет место резкое увеличение силы трения, а при $N > 0.4$ сила трения стабилизируется. Напряженность электрического поля A не оказывает существенного влияния на значение силы трения;

2) при $N0 (0,0.2)$ имеет место резкое уменьшение расхода смазки, при $N > 0.2$ расход стабилизируется; электрическая напряженность A практически не влияет на расход.

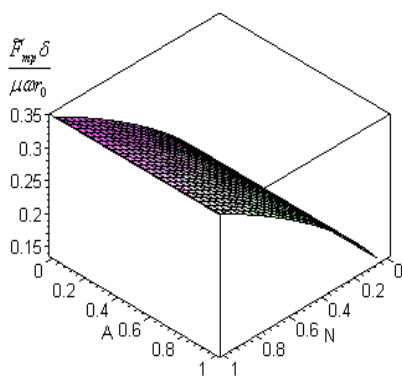


Рис.2. Зависимость безразмерной силы трения $\frac{\bar{F}_{тр} \delta}{\mu \omega r_0}$ от параметра A , характеризующего напряженность электрического поля, и N , характеризующего магнитную индукцию

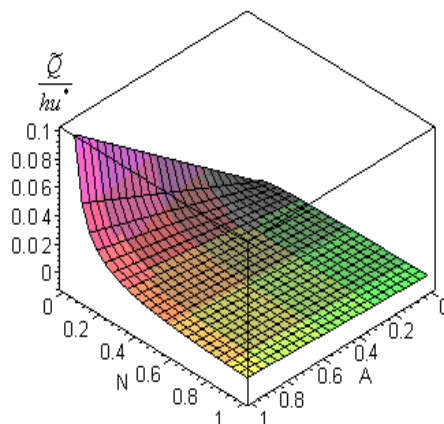


Рис.3. Зависимость расхода $\frac{\bar{Q}}{hu^*}$ от параметра A , характеризующего напряженность электрического поля, и N , характеризующего магнитную индукцию

Таким образом, полученные результаты позволяют:

- 1) определить расход смазки, обеспечивающей жидкостный режим трения;
- 2) оценить влияние безразмерных критериев A и N , присущих электропроводящей смазке, на основные рабочие характеристики радиального подшипника;
- 3) найти область изменения значений магнитной индукции, где имеет место резкое увеличение силы трения и ее стабилизация; а также уменьшение расхода смазки.

Выводы. В связи с тем, что наличие электромагнитного поля способствует стабилизации движения шипа, полученные результаты дают предпосылку решения основной задачи, связанной с устойчивостью движения шипа в подшипнике, работающего на электропроводящей смазке.

Библиографический список

1. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа; изд. 4-е. / Л.Г. Лойцянский. // Главная редакция физико-математической литературы издательства. – М.: Наука 1973. – С. 467-484.
2. Ахвердиев К.С. Расчет упорных подшипников с эффективной работой на смазке с расплавом в турбулентном режиме / К.С. Ахвердиев, Л.И. Котельницкая, Н.Н. Демидова // Вестник РГУПС. – №2. – 2002. – С.5-10.
2. Болотов А.Н. Трение в подшипниках с тиксотропной магнитной жидкостью / А.Н. Болотов, Г.С. Елисеева, Ю.О Михалев // Трение и износ. – 1988 (9). – №1. – С. 90-96.
3. Проскурин А.В. Устойчивость течения электропроводящей жидкости в канале кольцевого сечения / А.В. Проскурин, А.М. Сагалаков // Устойчивость и турбулентность течений гомогенных и гетерогенных жидкостей:

тез. докл. – Новосибирск: Институт теоретической и прикладной механики СО РАН. – 2004. – С. 118-119.

4. Проскурин А.В. Устойчивость течения слабоэлектропроводящей жидкости в канале кольцевого сечения при наличии спирального магнитного поля / А.В. Проскурин, А.М. Сагалаков // Вестник Томского государственного университета. Бюллетень оперативной научной информации. – 2005. – №44, апрель. – С. 42-46.

Материал поступил в редакцию 3.02.09.

K.S. AKHVERDIEV, E.O. LAGUNOVA, M.A. MUKUTADZE

HYDRODYNAMIC CALCULATION OF RADIAL BEARING IN ELECTROMAGNETIC FIELD CONSIDERING ITS DEPENDENCE ON VISCOSITY AND ELECTROCONDUCTIVITY ON TEMPERATURE

We considered movement of electroconducting greasing in a backlash of the radial bearing in the presence of electromagnetic field with the account of its dependence of viscosity and electroconductivity on temperature. We estimated influence of the parametres characterising magnetic induction and intensity of electric field on the basic performance data.

АХВЕРДИЕВ Камил Самедович (р. 1938), заведующий кафедрой «Высшая математика - 2» Ростовского государственного университета путей сообщения (1975), доктор технических наук. Окончил Азейбарджанский государственный университет (1959).

Научные интересы – трение и износ в машинах.

Опубликовал более 300 научных трудов, в том числе 8 монографий и 20 патентов.

ЛАГУНОВА Елена Олеговна, ассистент кафедры «Высшая математика - 2» Ростовского государственного университета путей сообщения. Окончила Ростовский государственный университет (ЮФУ) (1999).

Научные интересы – упорные и радиальные подшипники, работающие на электропроводящей смазке.

Опубликовала 12 научных статей.

МУКУТАДЗЕ Мурман Александрович (р. 1963), доцент кафедры «Высшая математика - 2» Ростовского государственного университета путей сообщения (1995), кандидат технических наук (1993). Окончил Ростовский государственный университет путей сообщений (1986).

Научные интересы – трение и износ в машинах.

Опубликовал более 30 научных статей.

vm_2@kaf.rgups.ru