

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 539.375

Б.И. СМЕТАНИН, Б.В. СОБОЛЬ, С.С. ВОЛКОВ

ОБ ОДНОМ ЭФФЕКТИВНОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ СО СМЕШАННЫМИ ГРАНИЧНЫМИ УСЛОВИЯМИ

Рассматривается двумерное сингулярное интегральное уравнение в достаточно произвольной симметричной области, к которому сводятся некоторые задачи механики со смешанными граничными условиями. К таковым, в частности, относятся задачи о плоском ударе пластинки о поверхность несжимаемой жидкости, а также задача о плоской трещине нормального разрыва в неограниченной упругой среде. Специальным представлением ядра интегрального уравнения удается существенно ослабить его сингулярность, что, в свою очередь, позволяет реализовать устойчивый вычислительный процесс по методу коллокаций.

Ключевые слова: сингулярное интегральное уравнение, трещина, метод коллокаций, полином Чебышева II рода.

Постановка задачи. Рассмотрим интегральное уравнение следующего вида:

$$\iint_{\Omega} \frac{q(\xi, \eta) R(x, y, \xi, \eta)}{(\xi - x)(\eta - y)} d\xi d\eta = 2\pi xy; \quad (x, y) \in \Omega; \quad (1)$$

$$R = \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2}.$$

Здесь Ω - некоторая замкнутая область, имеющая две оси симметрии Ox и Oy ; $q(\xi, \eta)$ - неизвестная функция, удовлетворяющая условию

$$q(x, y)_L = 0. \quad (2)$$

В задаче о плоской трещине нормального разрыва уравнение (1) вытекает как следствие непосредственного интегрирования известного интегродифференциального уравнения [1] с учетом симметрии задачи.

В этом случае $q(x, y)$ - приведенная к безразмерной нагрузке $\frac{p}{\theta}$ амплитуда раскрытия трещины. Здесь $p = \text{const}$ - интенсивность нормальной нагрузки, приложенной к берегам трещины; $\theta = E[2(1 - \nu^2)]^{-1}$, E - модуль Юнга, ν - коэффициент Пуассона.

Интегральное уравнение [1], в частности, также можно трактовать как модель задачи об ударе абсолютно жесткой плоской пластины формы в плане Ω о поверхность несжимаемой жидкости. В этом случае определению подлежит функция импульсивного давления под пластиной.

Если кривизна контура L области Ω , рассматриваемая как функция дуги S , принадлежит $H_1^\alpha(L)$, $\alpha > 0$, то решение уравнения (1) имеет вид

$$q(x, y) = \sqrt{l(x, y)} \omega(x, y), \quad (3)$$

где $l(x, y) = 0$ - уравнение границы области Ω .

В частности, в задаче о трещине размерная функция раскрытия связана с ней $\gamma(x, y) = \frac{pa}{\theta} q(x, y)$, где a – постоянная, имеющая размерность длины.

В работах [2,3] предложена схема итерационного процесса построения последовательных приближений функции $\omega(x, y)$. Слабым звеном этой схемы пока остается неустойчивая сходимость вычислительного процесса на осях симметрии.

Метод решения. Учтем искомое решение (3) в (1) и представим его в виде

$$\omega(x, y) \int_{\Omega} \frac{\sqrt{l(\xi, \eta)} R}{(\xi - x)(\eta - y)} d\xi d\eta + \int_{\Omega} \frac{\sqrt{l(\xi, \eta)} (\omega(\xi, \eta) - \omega(x, y)) R}{(\xi - x)(\eta - y)} d\xi d\eta = 2\pi xy \quad (4)$$

Воспользуемся следующим представлением интегралов вида (1) в виде суммы двух интегралов:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \frac{\sqrt{l(\xi, \eta)} \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2}}{(\xi - x)(\eta - y)} d\xi d\eta &= \int_{\Omega} \frac{\sqrt{l(\xi, \eta)} (\xi - x)}{(\eta - y) \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2}} d\xi d\eta + \\ &+ \int_{\Omega} \frac{\sqrt{l(\xi, \eta)} (\eta - y)}{(\xi - x) \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2}} d\xi d\eta. \end{aligned} \quad (5)$$

При таком представлении удастся достичь под знаком интеграла снижение вдвое порядка особенности, а именно, разделение особенностей по ξ и по η ; у каждого слагаемого остается только одна своя особенность.

Приведем здесь также представление уравнения (1), рассматривавшегося в [4].

$$\omega(x, y) I_1 + I_2 + I_3 = 2\pi xy. \quad (6)$$

Здесь

$$\begin{aligned} I_1 &= \omega(x, y) \int_{\Omega} \frac{\sqrt{l(\xi, \eta)} R}{(\xi - x)(\eta - y)} d\xi d\eta; \\ I_2 &= \int_{\Omega} \frac{\sqrt{l(\xi, \eta)} (\omega(x, \eta) - \omega(x, y)) R}{(\xi - x)(\eta - y)} d\xi d\eta; \\ I_3 &= \int_{\Omega} \frac{\sqrt{l(\xi, \eta)} (\omega(\xi, \eta) - \omega(x, \eta)) R}{(\xi - x)(\eta - y)} d\xi d\eta. \end{aligned}$$

Выделение разностных множителей в данном случае будет в дальнейшем использовано в технических целях при вычислении интегралов на одной из осей (для улучшения сходимости).

Рассмотрим интегральное уравнение (1) в области Ω : $1 - x^2 - y^4 \geq 0$. Уравнение границы области соответственно имеет вид $l(x, y) = 1 - x^2 - y^4 = 0$. Такая граница является внешней по отношению

к границе окружности $l_0(x, y) = 1 - x^2 - y^2 = 0$, совпадая с ней в вершинах $(0, \pm 1)$; $(\pm 1, 0)$. Это обстоятельство в дальнейшем учитывается при реализации вычислительного процесса.

В качестве нулевого приближения решения можем принять [2]

$$\omega_0(x, y)I_1 = 2\pi xy. \quad (7)$$

При сделанных предположениях относительно области Ω функция $q(x, y)$ является четной по обеим переменным. С учетом этого преобразуем уравнение (1) к виду

$$\prod_{\Omega} q(\xi, \eta) H(\xi, \eta, x, y) d\xi d\eta = 2\pi xy. \quad (8)$$

Здесь

$$H(\xi, \eta, x, y) = \frac{1}{4} (R_{--} Q_{--} - R_{+-} Q_{+-} - R_{-+} Q_{-+} + R_{++} Q_{++});$$

$$R_{\pm\pm} = \sqrt{(\xi \pm x)^2 + (\eta \pm y)^2}; \quad Q_{\pm\pm} = (\xi \pm x)^{-1} (\eta \pm y)^{-1}. \quad (9)$$

Нетрудно показать, что ядро интегрального уравнения (8) является четной функцией по ξ и η и нечетной по x и y . В результате преобразований нетрудно также убедиться, что в центре области и на осях симметрии выражения I_1 в нулевом приближении решения соответственно имеют вид [2]:

$$x = y = 0: \quad \frac{I_1}{xy} = - \int_{\Omega} \frac{\sqrt{l(\xi, \eta)}}{(\xi^2 + \eta^2)^{3/2}} d\xi d\eta; \quad (10)$$

$$x = 0, 0 < y < 1:$$

$$\frac{I_1}{x} = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \frac{\sqrt{l(\xi, \eta)}}{\xi^2} \left[\frac{\eta - y}{\sqrt{(\eta - y)^2 + \xi^2}} - \frac{\eta + y}{\sqrt{(\eta + y)^2 + \xi^2}} \right] d\xi d\eta; \quad (11)$$

$$y = 0, 0 < x < 1:$$

$$\frac{I_1}{y} = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \frac{\sqrt{l(\xi, \eta)}}{\eta^2} \left[\frac{\xi - x}{\sqrt{(\xi - x)^2 + \eta^2}} - \frac{\xi + x}{\sqrt{(\xi + x)^2 + \eta^2}} \right] d\xi d\eta. \quad (12)$$

Перейдем к непосредственному вычислению выражений (10)-(12). Функция, стоящая под интегралом в (11), имеет особенность при $\xi = 0$. Для того чтобы избавиться от неё, проведём регуляризацию, а именно, прибавим и вычтем выражение, стоящее в этих скобках, при $\xi = 0$. В результате имеем

$$\begin{aligned} \frac{I_1}{x} = & \frac{1}{2} \int_{\Omega} \frac{\sqrt{l(\xi, \eta)}}{\xi^2} \frac{\eta - y}{\sqrt{(\eta - y)^2 + \xi^2}} - \\ & - \frac{\eta + y}{\sqrt{(\eta + y)^2 + \xi^2}} - [sign(\eta - y) - sign(\eta + y)] d\xi d\eta + \\ & + \frac{1}{2} \int_{\Omega} \frac{\sqrt{l(\xi, \eta)}}{\xi^2} [sign(\eta - y) - sign(\eta + y)] d\xi d\eta. \end{aligned} \quad (13)$$

Учитывая в (13), что

$$\iint_{\Omega} = \int_{-1}^1 d\eta \int_{-d(\eta)}^{d(\eta)} d\xi \quad \text{либо} \quad \iint_{\Omega} = \int_{-1}^1 d\xi \int_{-c(\xi)}^{c(\xi)} d\eta,$$

где для Ω $1 - x^2 - y^4 \geq 0$ $d(\eta) = \sqrt{1 - \eta^4}$, а $c(\xi) = \sqrt[4]{1 - \xi^2}$, и значения следующих интегралов:

$$\begin{aligned} & \int_{-1}^1 [sign(\eta - y) - sign(\eta + y)] d\xi d\eta = -4y \\ \text{и} \quad & \int_{-q}^q \frac{\sqrt{q^2 - \xi^2}}{\xi^2} d\xi = -\pi \quad (\text{по Адамару}), \end{aligned} \quad (14)$$

перепишем это выражение в виде

$$\begin{aligned} \frac{I_1}{x} = & \frac{1}{2} \int_{\Omega} \frac{\sqrt{l(\xi, \eta)}}{\xi^2} \frac{\eta - y}{\sqrt{(\eta - y)^2 + \xi^2}} - \\ & - \frac{\eta + y}{\sqrt{(\eta + y)^2 + \xi^2}} - [sign(\eta - y) - sign(\eta + y)] d\xi d\eta + 2\pi y. \end{aligned} \quad (15)$$

Реализация непосредственных вычислений в (13) показывает устойчивый счет при достаточно больших значениях y . Далее для малых y ($0 < y < 0.1$; $0.1 < y < 1$) преобразуем (13) к следующему виду:

$$\begin{aligned} \frac{I_1}{xy} = & -8 \int_0^1 \int_0^{c(\xi)} \frac{\eta \sqrt{l(\xi, \eta)}}{\sqrt{\xi^2 + (\eta - y)^2} \sqrt{\xi^2 + (\eta + y)^2}} \cdot \\ & \cdot \frac{1}{(\eta - y) \sqrt{\xi^2 + (\eta + y)^2} + (\eta + y) \sqrt{\xi^2 + (\eta - y)^2}} d\xi d\eta. \end{aligned} \quad (16)$$

Исследование (16) с выделением точного значения для круговой области показало устойчивый счёт при $0 \leq y \leq 0.1$.

Аналогично можно получить соотношения для оси $y=0, 0 < x < 1$, вытекающие из (12).

$$\frac{I_1}{xy} = -8 \int_0^1 \int_0^{d(\eta)} \frac{\xi \sqrt{l(\xi, \eta)}}{\sqrt{\eta^2 + (\xi - x)^2} \sqrt{\eta^2 + (\xi + x)^2}} \cdot$$

$$\frac{1}{(\xi - x)\sqrt{\eta^2 + (\xi + x)^2} + (\xi + x)\sqrt{\eta^2 + (\xi - x)^2}} d\xi d\eta. \quad (17)$$

Численная реализация соотношения (17) показала устойчивый счёт для $y=0$ и $\forall x \in \Omega$. Перейдем к рассмотрению общего случая.

В I_1 помножим числитель и знаменатель на $\sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2}$ и, разбив его на два интеграла, получим следующее представление:

$$I_1 = \int_{\Omega} \frac{\sqrt{l(\xi, \eta)}(\xi - x)}{(\eta - y)\sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2}} d\xi d\eta + \\ + \int_{\Omega} \frac{\sqrt{l(\xi, \eta)}(\eta - y)\sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2}}{(\xi - x)\sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2}} d\xi d\eta. \quad (18)$$

Проведя в (18) регуляризацию при $\xi = x$ и $\eta = y$ в первом и втором слагаемом соответственно и воспользовавшись равенством (14), получим формулу для $x \neq 0$ и $y \neq 0$ следующего вида:

$$I_1 = \int_{-1-c(\xi)}^1 \int_{-1-c(\xi)}^{c(\xi)} \frac{\sqrt{c^2(\xi) - \eta^2} \sqrt{c^2(\xi) + \eta^2} (\xi - x)}{(\eta - y) \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2}} - \\ - \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\text{sign}(\xi - x) \sqrt{c^2(\xi) - \eta^2} d\eta}{\sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2}} + \\ + \int_{-1-d(\eta)}^1 \int_{-1-d(\eta)}^{d(\eta)} \frac{\sqrt{d^2(\eta) - \xi^2} (\eta - y)}{(\xi - x) \sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2}} - \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{\text{sign}(\eta - y) \sqrt{d^2(\eta) - \xi^2} d\xi}{\sqrt{(\xi - x)^2 + (\eta - y)^2}} + 2\pi xy. \quad (19)$$

Таким образом, полученные соотношения в совокупности позволяют эффективно вычислять значения I_1 для $\forall x, y \in \Omega$. Это, в свою очередь, дает возможность определить $\omega_0(x, y)$. Значения $\omega_0(x, y)$ для центра области и осей приведены ниже.

Для реализации метода коллокации представим искомую функцию в виде разложения по полиномам Чебышева II рода $U_{2m}(x)$:

$$\omega_0(x, y) = \sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N X_{mn} U_{2m}(x) U_{2n}\left(\frac{y}{c(x)}\right). \quad (20)$$

Реализуем принятое представление в (7). В результате получим систему линейных алгебраических уравнений для определения коэффициентов разложения X_{mn} :

$$\sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N X_{mn} U_{2m}(x_i) U_{2n}\left(\frac{y_j}{c(x_i)}\right) = 2\pi x_i y_j; (i, j = 0..N). \quad (21)$$

Здесь точки $x_i, \frac{y_j}{c(x_i)} \in [0, 1]$ - узлы Чебышева.

Произведем далее соответствующие вычисления I_2, I_3 в (6). Для этого в выражениях (7), (15), (16), (19) выделим разностные множители $(\omega(x, \eta) - \omega(x, y))$ и $(\omega(\xi, \eta) - \omega(x, \eta))$ и воспользуемся представ-

лением (20). В результате получаем систему линейных алгебраических уравнений для определения коэффициентов X_{mn} :

$$\sum_{m=0}^N \sum_{n=0}^N X_{mn} (I_1 + I_2 + I_3) = 2\pi x_i y_j \quad (i, j = 0, 1 \dots N). \quad (22)$$

Результаты вычислений для области $\Omega : 1 - x^2 - y^4 \geq 0$ представлены в табл.1-3. Расчеты проведены соответственно по 16, 25 и 36 узловым точкам. Столбцы $\omega(x, y)_a$, $q(x, y)_a$ соответствуют решению, полученному методом Лейдло [1]. В таблицах использо-

ваны обозначения: $t = \frac{y}{(1-x^2)^{0.25}} \Rightarrow y = t(1-x^2)^{0.25}$ (заметим соответствие значений параметров $x = 1 \Leftrightarrow t = 1$).

Таблица 1

Осевые значения искомых функций на осях $x=0$

x	t	N	$\omega(x, y)$	$q(x, y)$ a	$\omega_0(x, y)$ INT1	$q_0(x, y)$ INT1	$\omega_k(x, y)$	$q_k(x, y)$
0	0	16	0.67039	0.67039	0.74934	0.74934	0.66904	0.66904
		25	0.67164	0.67164	0.74934	0.74934	0.66818	0.66818
		36	0.67138	0.67138	0.74951	0.74951	0.66945	0.66945
0	0.25	16	0.65397	0.65269	0.73163	0.73020	0.65043	0.64916
		25	0.65571	0.65443	0.73182	0.73039	0.64963	0.64836
		36	0.65553	0.65424	0.73190	0.73047	0.65091	0.64964
0	0.50	16	0.61427	0.59476	0.68560	0.66383	0.60351	0.58435
		25	0.61538	0.59584	0.68636	0.66456	0.60311	0.58396
		36	0.61568	0.59613	0.68635	0.66456	0.60406	0.58488
0	0.75	16	0.56283	0.46535	0.62767	0.51896	0.54710	0.45234
		25	0.56450	0.46673	0.62787	0.51912	0.54533	0.45088
		36	0.56401	0.46632	0.62795	0.51919	0.54627	0.45165
0	1	16	0.46180	0	0.56909	0	0.48597	0
		25	0.49863	0	0.57009	0	0.49562	0
		36	0.46141	0	0.57046	0	0.49640	0
0.25	0	16	0.67493	0.65350	0.75011	0.72629	0.67113	0.64982
		25	0.67318	0.65181	0.75004	0.72624	0.67007	0.64879
		36	0.67354	0.65215	0.74997	0.72615	0.67154	0.65021
0.5	0	16	0.69040	0.59790	0.75266	0.65180	0.67827	0.58740
		25	0.69079	0.59817	0.75254	0.65172	0.67708	0.58636
		36	0.69048	0.59797	0.75257	0.65174	0.67927	0.58826
0.75	0	16	0.72514	0.47963	0.75756	0.50108	0.69223	0.45786
		25	0.72679	0.48073	0.75757	0.50108	0.69024	0.45655
		36	0.72660	0.48060	0.75752	0.50105	0.69347	0.45869
1	0	16	0.80227	0	0.76530	0	0.71312	0
		25	0.81346	0	0.76526	0	0.71716	0
		36	0.81400	0	0.76512	0	0.71875	0

Таблица 2

Осевые значения искомых функций на осях $y=0$

x	t	N	$\omega(x, y)$	$q(x, y)$	$\omega_0(x, y)$ INT1	$q_0(x, y)$ INT1	$\omega_k(x, y)$	$q_k(x, y)$
---	---	---	----------------	-----------	--------------------------	---------------------	------------------	-------------

				a				
0.25	0.25	16	0.65908	0.63691	0.73307	0.70841	0.65295	0.63098
		25	0.65765	0.63552	0.73310	0.70843	0.65198	0.63004
		36	0.65805	0.63591	0.73333	0.70865	0.65331	0.63133
0.25	0.5	16	0.61775	0.57914	0.68831	0.64529	0.60622	0.56833
		25	0.61685	0.57829	0.68854	0.64550	0.60538	0.56754
		36	0.61724	0.57866	0.68794	0.64494	0.60657	0.56866
0.25	0.75	16	0.56439	0.45182	0.63092	0.50507	0.54839	0.43901
		25	0.56415	0.45162	0.63046	0.50471	0.54731	0.43815
		36	0.56449	0.45189	0.63008	0.50441	0.54879	0.43933
0.25	1	16	0.50422	0	0.57271	0	0.48829	0
		25	0.51824	0	0.57190	0	0.48841	0
		36	0.49520	0	0.57149	0	0.48082	0
0.5	0.25	16	0.67407	0.58262	0.73731	0.63728	0.66086	0.57120
		25	0.67310	0.58178	0.73734	0.63731	0.65932	0.56987
		36	0.67345	0.58209	0.73616	0.63629	0.66158	0.57182
0.5	0.5	16	0.62841	0.52694	0.69603	0.58364	0.61552	0.51613
		25	0.62772	0.52636	0.69636	0.58391	0.61426	0.51507
		36	0.62764	0.52629	0.69570	0.58336	0.61863	0.51873
0.5	0.75	16	0.57034	0.40837	0.64077	0.45881	0.55744	0.39914
		25	0.57044	0.40845	0.64152	0.45934	0.55856	0.39994
		36	0.57028	0.40834	0.64144	0.45929	0.55784	0.39942
0.5	1	16	0.55096	0	0.58372	0	0.49352	0
		25	0.50933	0	0.58439	0	0.48531	0
		36	0.56303	0	0.58395	0	0.49224	0

Таблица 3

Осевые значения искомых функций вне координатных осей

x	t	N	$\omega(x, y)$	$q(x, y)$ a	$\omega_0(x, y)$ INT1	$q_0(x, y)$ INT1	$\omega_k(x, y)$	$q_k(x, y)$
0.75	0.25	16	0.70155	0.46312	0.74533	0.49202	0.67654	0.44661
		25	0.70337	0.46432	0.74546	0.49211	0.67392	0.44488
		36	0.70298	0.46407	0.74553	0.49216	0.67887	0.44815
0.75	0.5	16	0.64565	0.41350	0.71175	0.45583	0.63671	0.40777
		25	0.64623	0.41386	0.71182	0.45587	0.63108	0.40416
		36	0.64552	0.41341	0.71213	0.45607	0.63513	0.40676
0.75	0.75	16	0.58212	0.31835	0.66487	0.36360	0.58651	0.32074
		25	0.58407	0.31941	0.66473	0.36352	0.57428	0.31406
		36	0.58470	0.31976	0.66551	0.36395	0.58966	0.32247
0.75	1	16	0.48561	0	0.61375	0	0.52252	0
		25	0.47340	0	0.61377	0	0.61689	0
		36	0.47299	0	0.61496	0	0.47355	0
1	1	16	0.53108	0	0.71964	0	0.69736	0
		25	0.55493	0	0.72921	0	-2.6032	0
		36	0.64114	0	0.73624	0	5.336	0

Аналогичным образом все полученные результаты можно распространить на область более общего вида $\Omega^1: 1 - (x/a)^2 - (y/b)^4 \geq 0$. При этом в процессе вычислений выделяется соответствующая эллиптическая область $\Omega_{el}^1: 1 - (x/a)^2 - (y/b)^4 \geq 0$.

Оценку интегральной характеристики проводили по формуле $P = \int_{\Omega} \sqrt{l(x, y)} \omega(x, y) dx dy$ (табл.4). В работе [5] приведена оценка интегральной характеристики для нашей области ($\Omega: 1 - x^2 - y^4 \geq 0$) $P < P_{uu}$, где $P_{uu} \approx 1.565$.

Таблица 4

Оценка интегральной характеристики

N	P_k	P_{uu}
16	1.54743	1.565
25	1.54324	1.565
36	1.55037	1.565

На рисунке представлен график искомой функции $q(x, y)$ для области $\Omega: 1 - x^2 - y^4 \geq 0$.

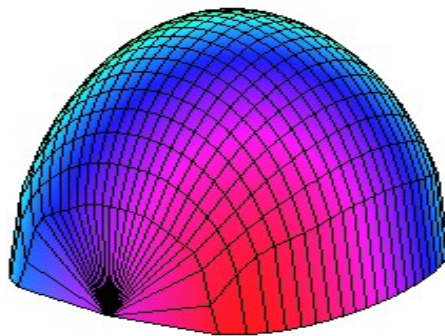


График функции $q(x, y)$

Анализ численных результатов.

1. Данные табл.1-3 свидетельствуют об устойчивой сходимости вычислительного процесса как на координатных осях, так и в других точках рассматриваемой области.

2. Данные табл.4 подтверждают достоверность полученных результатов ввиду выполнения необходимой оценки для известной интегральной характеристики.

3. Полученное решение для задачи об ударе является весьма приемлемым, но для задачи о трещине оно требует более высокой точности, так как в этом случае ключевым моментом является определение искомой функции на контуре с целью последующего определения коэффициента интенсивности нормальных напряжений.

Библиографический список

1. Александров В.М. Тонкие концентраторы напряжений в упругих телах. / В.М. Александров, Б.И. Сметанин, Б.В. Соболев. – М.: Физматлит, 1993. – 224 с.
2. Сметанин Б.И. Равновесие упругого слоя, ослабленного плоскими трещинами / Б.И. Сметанин, Б.В. Соболев // ПММ. – 1984. – Т.48. – Вып.6. – С. 1030-1038.
3. Сметанин Б.И. О продольных колебаниях берегов полосовой трещины в упругом слое / Б.И. Сметанин, Б.В. Соболев // ПММ. – 1984. – Т.48. – Вып. 4. – С. 668-674.
4. Рашидова Е.В. Равновесная плоская симметричная трещина в неограниченной упругой среде / Е.В. Рашидова, Б.И. Сметанин, Б.В. Соболев // Современные проблемы механики сплошной среды. Труды XI международной конференции. Т.II. – Ростов н/Д: ЦВВР, 2008. – С. 166-169.
5. Гольдштейн Р.В. Изопериметрические неравенства и оценки некоторых интегральных характеристик решения пространственной задачи теории упругости для тела с плоскими трещинами нормального разрыва / Р.В. Гольдштейн, Е.И. Шифрин // Изв. АН СССР. МТТ. – 1980. – №2. – С.68-79.

Материал поступил в редакцию 04.09.09.

B.I. SMETANIN, B.V. SOBOLEV, S.S. VOLKOV

AN EFFECTIVE METHOD OF SOLVING OF SINGULAR INTEGRAL EQUATIONS IN MECHANICAL PROBLEMS WITH MIXED BOUNDARY CONDITIONS

A two-dimensional singular integral equation in a rather arbitrary symmetrical area is considered, to which some problems of mechanics with mixed boundary conditions are reduced. Particularly, these include, the problem of the plate's plane struck on the flat surface of an incompressible fluid, as well as the problem of a plane crack of normal rupture in an unbounded elastic medium. Special presentation of the kernel of integral equation is able to significantly weaken its singularity, which in turn helped to realize a sustainable computing process by collocation method.

СМЕТАНИН Борис Иванович (р.1937), доцент кафедры «Теоретическая гидроаэромеханика» ЮФУ, доктор технических наук (2008). Окончил механико-математический факультет РГУ (1965).

Основные научные интересы: задачи механики деформируемого твердого тела со смешанными граничными условиями; асимптотические методы исследования сингулярных интегральных уравнений; задачи механики разрушения.

Автор более 70 научных публикаций.

СОБОЛЬ Борис Владимирович (р.1955), заведующий кафедрой «Информатика» ДГТУ, доктор технических наук (1994), профессор (1998), член-корреспондент Академии инженерных наук Российской Федерации. Лауреат премии Правительства РФ 2009 года. Окончил механико-математический факультет Ростовского государственного университета (1977).

Основные научные интересы: задачи механики деформируемого твердого тела со смешанными граничными условиями; асимптотические методы исследования сингулярных интегральных уравнений; задачи механики разрушения.

Автор более 70 научных публикаций.

ВОЛКОВ Сергей Сергеевич (р.1987) студент факультета математики, механики и компьютерных наук Южного федерального университета.

Основные научные интересы: задачи механики деформируемого твердого тела со смешанными граничными условиями; асимптотические методы исследования сингулярных интегральных уравнений; задачи механики разрушения.

smet@math.rsu.ru

b.sobol@mail.ru