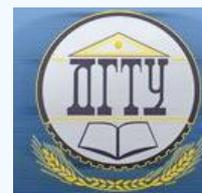


# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 681.3.681.5

<https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-4-389-397>

## Повышение эффективности работы генетического алгоритма в процессе решения задачи покрытия множеств\*

И. С. Коновалов<sup>1</sup>, В. А. Фатхи<sup>2</sup>, В. Г. Кобак<sup>3\*\*</sup>

<sup>1,2,3</sup>Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Российская Федерация

## Genetic algorithm efficiency improvement in the course of set cover problem solution\*\*\*

I. S. Konovalov<sup>1</sup>, V. A. Fatkhi<sup>2</sup>, V. G. Kobak<sup>3\*\*</sup>

<sup>1,2,3</sup>Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

*Введение.* Практические задачи (размещение пунктов обслуживания, создание микросхем, составление расписаний и пр.) зачастую требуют точного или приближенного к точному решения при большой размерности. Достижение приемлемого результата в данном случае требует решения задачи покрытия множеств — фундаментальной для комбинаторики и теории множеств. Точное решение можно получить с помощью переборных методов, однако в этом случае при повышении размерности задачи во много раз возрастает время работы точного алгоритма. По этой причине следует увеличивать точность приближенных методов: они дают решение, лишь приближенное к точному, однако затрачивают на поиск ответа намного меньше времени при большой размерности.

*Материалы и методы.* Описывается один из способов решения задачи покрытия — генетический алгоритм. Авторы используют модификацию модели Голдберга и пытаются повысить ее эффективность с помощью различных видов оператора мутации и скрещивания. Речь идет о генной мутации, двухточечной мутации, мутации добавления и удаления, мутации вставки и удаления, сальтации, мутациях на основе инверсии. Отмечены следующие виды оператора скрещивания: одноточечный, двухточечный, трехточечный и их версии с ограничениями, равномерный, триадный. Исследуется влияние условия останова и значений вероятностей генетических операторов на точность получаемых решений. Показано, каким образом увеличение числа особей в поколении влияет на эффективность решения.

*Результаты исследования.* Итоги экспериментов позволяют сделать три вывода.

- 1) Рекомендуется использовать сочетание генной мутации и одноточечного скрещивания.
- 2) При повышении количества особей растет точность результата и время его получения. Среднее отклонение от точного результата при размере задачи  $25 \times 25$  составило 0 %, при  $50 \times 50$  — 0%, при  $75 \times 75$  — 0,013 %, при  $100 \times 100$  — 0 %, при  $110 \times 110$  — 0 % (количество особей — 500).

*Introduction.* Practical tasks (location of service points, creation of microcircuits, scheduling, etc.) often require an exact or approximate to exact solution at a large dimension. In this case, achieving an acceptable result requires solving a set cover problem, fundamental for combinatorics and the set theory. An exact solution can be obtained using exhaustive methods; but in this case, when the dimension of the problem is increased, the time taken by an exact algorithm rises exponentially. For this reason, the precision of approximate methods should be increased: they give a solution that is only approximate to the exact one, but they take much less time to search for an answer at a large dimension.

*Materials and Methods.* One of the ways to solve the covering problem is described, it is a genetic algorithm. The authors use a modification of the Goldberg model and try to increase its efficiency through various types of mutation and crossover operators. We are talking about gene mutations, two-point mutations, addition and deletion mutations, insertion and deletion mutations, saltation, mutations based on inversion. The following types of crossover operator are noted: single-point, two-point, three-point and their versions with restrictions, uniform, triad. The effect of the stopping condition and the probability values of genetic operators on the accuracy of the solutions is investigated. It is shown how an increase in the number of individuals in a generation affects the efficiency of a solution.

*Research Results.* The experiment results allow us to draw three conclusions.

- 1) It is recommended to use a combination of gene mutation and single-point crossing.
- 2) With an increase in the number of individuals, the accuracy of the result and the time to obtain it increases. The average deviation from the exact result at a task size of  $25 \times 25$  was 0%, at  $50 \times 50$  — 0%, at  $75 \times 75$  — 0.013%, at  $100 \times 100$  — 0%, at  $110 \times 110$  — 0% (the number of individuals was 500).

\* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

\*\* E-mail: xigorx92@mail.ru, fatkhi@mail.ru, valera33305@mail.ru

\*\*\* The research is done within the frame of the independent R&D.



3) Целесообразно использовать вероятности оператора мутации и скрещивания 100 % и 100 % соответственно.

*Обсуждение и заключения.* Даны рекомендации, позволяющие повысить эффективность решения задачи покрытия. С этой целью указано предпочтительное сочетание параметров генетического алгоритма, типов операторов скрещивания и мутации

3) It is advisable to use the probabilities of the mutation and crossover operator 100% and 100%, respectively.

*Discussion and Conclusions.* Recommendations are given to improve the efficiency of covering problem solution. To this end, a preferred combination of the genetic algorithm parameters, of types of crossover and mutation operators is indicated.

**Ключевые слова:** генетический алгоритм, задача покрытия множеств, модель Голдберга, условие останова, скрещивание, мутация.

**Keywords:** genetic algorithm, set cover problem, Goldberg model, stopping condition, crossing, mutation.

**Образец для цитирования:** Коновалов, И. С. Повышение эффективности работы генетического алгоритма в процессе решения задачи покрытия множеств / И. С. Коновалов, В. А. Фатхи, В. Г. Кобак // Вестник Донского гос. техн. унта. — 2019. — Т. 19, № 4. — С. 389–397. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-4-389-397>

**For citation:** I.S. Kononov, et al. Genetic algorithm efficiency improvement in the course of set cover problem solution. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 4, pp. 389–397. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-4-389-397>

**Введение.** Многие практические задачи требуют точного или приближенного к точному решения при большой размерности. Среди таких задач: размещение пунктов обслуживания, создание микросхем, составление расписаний. Достижение приемлемого результата в данном случае требует решения задачи покрытия множеств — фундаментальной для комбинаторики и теории множеств. Точное решение можно получить с помощью переборных методов (например, метода ветвей и границ). Естественно, при повышении размерности задачи во много раз возрастает время работы точного алгоритма. По этой причине следует увеличивать точность приближенных методов: они дают решение, лишь приближенное к точному, однако затрачивают на поиск ответа намного меньше времени при большой размерности.

Наглядным примером может служить также следующая практическая задача. Допустим, необходимо собрать команду специалистов для корабля. Члены экипажа должны обладать в совокупности всеми требуемыми навыками, но количество сотрудников должно быть минимальным. Это невзвешенная задача покрытия, то есть «весы» членов группы одинаковы и поэтому не важны. Если же каждому члену команды поставить в соответствие какую-то величину — вес (например, опыт работы), то задача станет взвешенной. Актуальной практической проблемой является решение данной задачи за более короткое время, которое позволяет получить результат, как можно более приближенный к точному.

#### Материалы и методы

**Постановка задачи.** Дано множество  $U$  из  $n$  элементов и совокупность подмножеств  $U$ ,  $S = \{S_1, \dots, S_k\}$ . Каждому подмножеству  $S_i$  сопоставлена некоторая неотрицательная стоимость  $c$ :  $S \rightarrow Q^+$ .  $S' \subseteq S$  является покрытием, если любой элемент из  $U$  принадлежит хотя бы одному элементу из  $S'$  [1, 2].

Задача может быть представлена в двух вариантах: взвешенном и невзвешенном. Взвешенная задача о покрытии предполагает поиск совокупности подмножеств, которая покрывает все множество  $U$  и имеет минимальный вес. В невзвешенном варианте итоговая совокупность должна иметь минимально возможное количество подмножеств.

**Методы решения задачи. Генетический алгоритм.** Задачи покрытия решаются с помощью эвристических методов, приближенных алгоритмов с априорной оценкой, точных алгоритмов [3, 4].

Точные алгоритмы (самый известный из них — метод ветвей и границ) дают точное решение, но в задачах большой размерности бесполезны, т. к. затрачивают слишком много времени. Если точностью решения можно до известной степени пренебречь, рекомендуется использовать приближенные алгоритмы [5], которые решают задачу за приемлемое время. Речь идет об алгоритмах с априорной оценкой (например, жадный алгоритм [6]) и вероятностных эвристиках (метод муравьиных колоний [7, 8], нейронные сети, эволюционные вычисления).

В данной статье рассматриваются генетические алгоритмы (ГА) и способы повышения их эффективности. В 1975 году Джон Холланд предложил ГА вероятностного характера, основанные на правилах естественного отбора и наследования. Свойства ГА исследуются в [10, 11]. Подробное описание применимости генетического алгоритма для решения задачи покрытия приводится в [1]. Способы применения ГА для данной задачи описаны в [12, 13].

Авторы представленного исследования применяют модель Голдберга [14], которая модифицирована следующим образом: использованы различные виды оператора мутации и скрещивания, обеспечена защита от появления «неправильных» покрытий в процессе изменения особей.

Опишем основные параметры данного алгоритма. В отношении особи используется бинарное кодирование («0», «1»). Оценочную функцию можно выразить следующей формулой:

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j \rightarrow \min,$$

где  $x^k$  —  $n$ -мерный вектор, у которого  $j$ -й элемент  $x_j^k$  равен 1, если подмножество  $S_j$  является составной частью покрытия, и равен 0 в ином случае;  $c_j$  — стоимость подмножества  $S_j$ .

Условие останова алгоритма — количество поколений неизменности решения.

В модели Голдберга применен турнирный отбор особей. Авторы используют равновероятный случайный — выбор двух особей поколения для применения к ним оператора скрещивания и (или) мутации.

В [15] описана модификация данного алгоритма с помощью стратегии формирования элитных особей.

**Обзор видов оператора скрещивания.** При скрещивании двух особей потомки приобретают часть генов от каждого из родителей, и тем самым расширяется пространство поиска. В классическом варианте ГА используется одноточечный кроссовер. Ученые, занимающиеся генетическими алгоритмами, предлагают свои разновидности данного оператора [16, 17]. Как говорилось ранее, авторы предложили бинарное кодирование особи, а не вещественное, поэтому из всех разновидностей можно использовать только некоторый круг. Скрещивание особей с вещественными генами описывается в [16]. Приведем обзор разновидностей кроссовера, подходящих для использования в данном ГА.

*Одноточечный кроссовер* (рис. 1). Выбираются две особи для скрещивания.



Рис. 1. Одноточечный кроссовер

Случайным образом разыгрывается точка скрещивания. В потомок 1 копируется часть генов родителя 1 до точки скрещивания, а часть генов родителя 2 — после точки скрещивания. Потомок 2 создается аналогичным образом, но наоборот.

*Двухточечный кроссовер* (рис. 2). Выбираются две особи для скрещивания.



Рис. 2. Двухточечный кроссовер

Случайным образом разыгрываются две разные точки скрещивания. В потомок 1 копируется часть генов родителя 1 до точки скрещивания 1, часть генов родителя 2 между точками скрещивания и часть генов родителя 1 после точки скрещивания 2. Потомок 2 создается аналогичным образом, но наоборот.

Аналогично работает многоточечный кроссовер и его частный случай — трехточечный. Описанные операторы можно модифицировать, а именно: дополнительно проверить, чтобы точки скрещивания выбирались

только в тех местах, где гены особей родителей имеют разное значение. Таким образом появились ограниченные одноточечный, двухточечный и трехточечный кроссоверы.

*Равномерный кроссовер* [16] (рис. 3). Случайно генерируется маска — двоичная особь. При этом часть генов потомка переходит от одного родителя, часть — от другого.



Рис. 3. Равномерный кроссовер

Далее маска анализируется. Если в ней «1», то соответствующий ген родителя 1 переходит в соответствующее место потомка 1. Если иначе, то потомок 1 принимает ген родителя 2.

Потомок 2 генерируется обратным путем. Ген заимствуется от родителя 1, если на том же месте в маске располагается «0». Если иначе, то потомок 1 принимает ген родителя 2.

Похожая идея используется в работе *триадного кроссовера* [16]. Отличие в том, что в качестве маски используется особь из поколения, выбранная случайным образом. Затем 10 % генов маски подвергаются мутации. Далее: если ген родителя 1 совпадает с геном маски, то этот ген переходит потомку 1, иначе ген переходит от родителя 2. У потомка 2 на тех местах, где потомок 1 принял гены родителя 1, находятся гены родителя 2, и наоборот.

**Обзор видов оператора бинарной мутации.** Какова роль мутации в эволюционном процессе? Если использовать только оператор скрещивания, в итоге будет прекращено появление новых особей. Чтобы качественно изменить особь, нужно применить оператор мутации, который помогает увеличивать генетическое разнообразие.

В классическом ГА используется *одноточечный* оператор мутации (рис. 4): в особи случайным образом выбирается точка мутации — ген, который далее меняется своим значением с соседним геном.



Рис. 4. Одноточечный оператор мутации

Кроме этой мутации рассмотрено еще несколько видов.

*Двухточечный* оператор мутации (рис. 5) — модификация одноточечного: случайно выбираются два гена, и они обмениваются своими значениями.



Рис. 5. Двухточечный оператор мутации

*Генная мутация* (рис. 6) основана на том, что инвертируется значение одного случайно выбранного гена.



Рис. 6. Генная мутация

Мутация добавления и удаления [16] (рис. 7) получается в результате совмещения двух операций: добавления случайного гена в конец хромосомы и удаления случайного гена из полученной хромосомы.



Рис. 7. Мутация добавления и удаления

Мутация вставки и удаления [16] похожа на мутацию добавления и удаления: случайный ген добавляется в случайную позицию хромосомы и случайный ген удаляется из полученной хромосомы.

Мутация на основе плотности мутации [16]. Каждый ген особи мутирует с определенной вероятностью. Вероятность мутирования гена обычно выбирается так, чтобы изменению подверглись от 1 % до 10 % генов.

Сальтация [17] (рис. 8) — мутация на основе инверсии  $k$  генов особи.



Рис. 8. Сальтация

Инверсия [17] (рис. 9) — мутация генов между двумя точками разрыва, выбранными случайным образом.



Рис. 9. Инверсия

Транслокация [17] (рис. 10) — мутация генов, которые попали в два случайно выбранных участка особи.



Рис. 10. Транслокация

Дополнение [17] — мутация, при которой особь потомка формируется путем инвертирования каждого гена особи родителя.

#### Результаты исследования

Анализ производительности генетического алгоритма с использованием различных сочетаний «мутация + скрещивание». Какие комбинации видов бинарной мутации и скрещивания более выгодно использовать для увеличения эффективности ГА? Авторы спроектировали программное средство с использовани-

ем языка C Sharp для сравнения генетических алгоритмов по оптимальности решений и затрат времени. Для экспериментов использовался персональный компьютер с операционной системой Microsoft Windows 10 Pro ×64, процессором Intel(R) Core(TM) i5-2500K CPU 3.30GHz, оперативной памятью 6 Гб.

Выполнено по 100 опытов с матрицами размером  $n \times m$ , где  $n$  — число подмножеств множества  $U$ ,  $m$  — число элементов множества  $U$ . Матрицы формируются случайным образом. При этом соблюдаются перечисленные ниже условия.

- Коэффициент заполненности матрицы подмножеств единицами  $p = 0,5$ .
- Случайным образом генерируются веса подмножеств из интервала от 1 до 200.
- Число подмножеств = 100, мощность множества  $U = 100$ .

Для ГА использованы перечисленные ниже параметры.

- Количество поколений = 50.
- Вероятность кроссовера = 1.
- Вероятность мутации = 1.
- Условие останова = 100 поколений.
- Оператор кроссовера:

- Скр1 — одноточечный;
- Скр2 — ограниченный одноточечный;
- Скр3 — двухточечный;
- Скр4 — ограниченный двухточечный;
- Скр5 — трехточечный;
- Скр6 — ограниченный трехточечный;
- Скр7 — равномерный;
- Скр8 — триадный.

— Оператор мутации:

- Мут1 — генная;
- Мут2 — одноточечная;
- Мут3 — двухточечная;
- Мут4 — мутация добавления и удаления;
- Мут5 — мутация вставки и удаления;
- Мут6 — сальтация;
- Мут7 — дополнение;
- Мут8 — инверсия;
- Мут9 — транслокация.

В табл. 1 показаны средние значения результатов сравнения алгоритмов по весам покрытий, а в табл. 2 — по времени работы. Также в табл. 1 и 2 вошли результаты работы генетического алгоритма с 50 особями, предложенного Нгуен Минь Хангом в [13].

Таблица 1

Сравнение эффективности видов оператора скрещивания и мутации по весам покрытий

Алгоритм 100×100 50 особей	Мут1	Мут2	Мут3	Мут4	Мут5	Мут6	Мут7	Мут8	Мут9	ГА Нгуен Минь Ханга
Скр1	41,78	60,35	45,02	60,12	55,07	67,46	67,46	67,46	67,46	46,23
Скр2	42,29	58,23	44,87	59,37	51,83	67,46	67,46	67,46	67,46	
Скр3	42,53	58,75	45,38	61,35	55,93	67,41	67,46	67,72	67,46	
Скр4	42,91	63,63	45,75	63,38	57,64	67,46	67,46	67,46	67,46	
Скр5	42,41	60,58	45,18	63,11	54,92	67,46	68,52	67,46	67,46	
Скр6	42,71	65,96	46,37	65,38	58,2	67,46	67,46	67,46	67,32	
Скр7	41,74	50,61	45,52	53,75	48,31	67,46	67,46	67,29	67,46	
Скр8	43,39	57,84	45,3	60,37	54,07	67,46	67,46	67,46	67,46	

Таблица 2

Сравнение эффективности видов оператора скрещивания и мутации по временным затратам (мс)

Алгоритм 100×100 50 особей	Мут1	Мут2	Мут3	Мут4	Мут5	Мут6	Мут7	Мут8	Мут9	ГА Нгуен Минь Ханга
Скр1	2418	1363	2028	1996	1777	1569	2251	1746	1853	1900
Скр2	2365	1399	1974	2175	1817	1571	2257	1756	1855	
Скр3	2485	1417	2111	2008	1824	1627	2325	1841	1935	
Скр4	2568	1416	2126	2145	1884	1626	2304	1809	1909	
Скр5	2537	1406	2131	1862	1825	1631	2338	1834	1927	
Скр6	2509	1422	2139	1902	1822	1636	2315	1820	1903	
Скр7	2679	1569	1970	2220	2124	1697	2410	1905	2008	
Скр8	2484	1443	2084	1950	1910	1654	2353	1866	1942	

Исходя из данных результатов, для повышения эффективности работы ГА рекомендуется использовать комбинации «равномерное скрещивание + генная мутация» и «одноточечное скрещивание + генная мутация».

**Влияние вероятности мутации и кроссовера на эффективность генетического алгоритма.** Для исследования указанной проблемы применено описанное выше программное средство. Рассмотрена комбинация «генная мутация + равномерное скрещивание» как самая эффективная (наравне с «генная мутация + одноточечное скрещивание»). Размерность задачи 100×100, 50 особей. Результаты приведены в табл. 3 и 4.

Таблица 3

Сравнение эффективности вероятностей оператора скрещивания и мутации по весам покрытий

Скрещивание \ Мутация	Мутация				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1
0,2	60,31	59,45	59,37	54,65	44,35
0,4	58,2	58,09	57,51	54,71	45,01
0,6	57,98	57,58	54,67	52,67	44,75
0,8	54,03	55,18	55,07	51,11	44,68
1	52,17	50,95	50,28	48,89	44,33

Таблица 4

Сравнение эффективности вероятностей оператора скрещивания и мутации по временным затратам (мс)

Скрещивание \ Мутация	Мутация				
	0,2	0,4	0,6	0,8	1
0,2	992	1038	1121	1293	2047
0,4	1038	1101	1196	1418	2115
0,6	1111	1205	1325	1504	2273
0,8	1237	1314	1420	1656	2338
1	1338	1448	1602	1858	2594

Выявлено наилучшее сочетание: вероятность мутации 100 % и вероятность скрещивания 100 %.

**Влияние размерности поколения на эффективность ГА.** В табл. 5 и 6 приведены результаты с 50, 100, 200, 500, 1000 особями и размерностью задачи 100×100 (ГА1 — одноточечное скрещивание + генная мутация, ГА2 — равномерное скрещивание + генная мутация, ГА3 — ГА Нгуен Минь Хангом).

Таблица 5

Влияние размерности поколения на веса покрытий, получаемые генетическим алгоритмом

Особи	ГА1	ГА2	ГА3
50	43,76	43,68	49,53
100	42,88	42,8	47,12
200	42,7	42,61	46,87
500	42,67	42,61	47,64
1000	42,61	42,61	50,35

Таблица 6

Влияние размерности поколения на временные затраты, необходимые для реализации генетического алгоритма (мс)

Особь	ГА1	ГА2	ГА3
50	2229	2377	1842
100	4175	4791	2219
200	8185	8722	2611
500	19109	20992	8440
1000	37588	41855	14581

Естественно, с увеличением размера поколения увеличивается время работы ГА, и при этом повышается точность решения задачи.

**Влияние условия останова на эффективность решения задачи.** В рамках представленной работы в качестве условия останова используется число поколений неизменности лучшего решения. В табл. 7 и 8 показаны результаты сравнительного анализа ГА из прошлого эксперимента с условием останова 100, 200, 300, 500.

Таблица 7

Влияние условия останова на веса покрытий, получаемые генетическим алгоритмом

Условие останова	ГА1	ГА2	ГА3
100	49,96	50,28	56,74
200	49,23	48,79	56,29
300	50,14	48,5	57,2
500	49,82	49,66	57,17

Таблица 8

Влияние условия останова на временные затраты, необходимые для реализации генетического алгоритма (мс)

Условие останова	ГА1	ГА2	ГА3
100	2264	2517	1834
200	3840	4251	3479
300	4994	5955	5001
500	7892	8429	8370

С увеличением условия останова увеличивается время работы алгоритма. Это целесообразно при условии останова 200–250 особей.

**Обсуждение и заключение.** Авторы данной работы предприняли попытку повысить эффективность ГА применительно к задаче покрытия множеств. С этой целью использованы различные виды оператора мутации, скрещивания и параметризации ГА. Исследовано влияние вероятностей генетических операторов на эффективность решения задачи, выбор условия останова и количества особей. Выявлены границы целесообразного использования ГА и метода ветвей и границ. По итогам проведенного исследования можно сделать ряд выводов.

- 1) Рекомендуется использовать сочетание генной мутации и одноточечного скрещивания.
- 2) Если повышается число особей, то растет точность результата и время его получения. Среднее отклонение от точного результата при размерности задачи  $25 \times 25$  составило 0 %,  $50 \times 50$  — 0 %,  $75 \times 75$  — 0,013 %,  $100 \times 100$  — 0 %,  $110 \times 110$  — 0 % при 500 особях.
- 3) Эффективно использование вероятности оператора мутации и скрещивания 100 % и 100 % соответственно.

#### Библиографический список

1. Коновалов, И. С. Применение генетического алгоритма для решения задачи покрытия множеств / И. С. Коновалов, В. А. Фатхи, В. Г. Кобак // Вестник Донского гос. техн. ун-та. — 2016. — № 3. — С. 125–132.
2. Коновалов, И. С. Сравнительный анализ работы жадного алгоритма Хватала и модифицированной модели Голдберга при решении взвешенной задачи нахождения минимального покрытия множеств / И. С. Коновалов, В. А. Фатхи, В. Г. Кобак // Тр. СКФ МТУСИ. Часть I. — Ростов-на-Дону : СКФ МТУСИ, 2015. — С. 366–371
3. Еремеев, А. В. Задача о покрытии множества: сложность, алгоритмы, экспериментальные исследования / А. В. Еремеев, Л. А. Заозерская, А. А. Колоколов // Дискретный анализ и исследование операций. — 2000. — Т. 7, № 2. — С. 22–46.

4. Есипов, Б. А. Исследование алгоритмов решения обобщенной задачи о минимальном покрытии / Б. А. Есипов, В. В. Муравьев // Изв. Самар. науч. центра РАН. — 2014. — № 4 (2). — С. 308–312.
5. Кононов, А. В. Приближенные алгоритмы для NP-трудных задач / А. В. Кононов, П. А. Коконова ; Новосиб. гос. ун-т. — Новосибирск : РИЦ НГУ, 2014. — 117 с.
6. Chvatal, V. A greedy heuristic for the set-covering problem / V. Chvatal // Mathematics of Operations Research. — 1979. — Vol. 4, № 3. — P. 233–235.
7. Лебедев, О. Б. Покрытие методом муравьиной колонии / О. Б. Лебедев // КИИ-2010. Двенадцатая национальная конференция по искусственному интеллекту с международным участием : тр. Т. 2. — Москва : Физматлит, 2010. — С. 423–431.
8. Лебедев, Б. К. Покрытие на основе метода роя частиц / Б. К. Лебедев, В. Б. Лебедев // Нейроинформатика-2011 : сб. науч. тр. XIII Всерос. науч.-техн. конф. Ч. 2. — Москва : Физматлит, 2011. — С. 93–103.
9. Holland, J. H. Adaptation in Natural and Artificial Systems / J. H. Holland. — Ann Arbor : University of Michigan Press, 1975. — P. 245.
10. Становов, В. В. Исследование эффективности различных методов самонастройки генетического алгоритма / В. В. Становов, Е. С. Семенкин // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. — 2012. — № 8. — С. 319–320.
11. Коромылова, А. А. Исследование свойства масштабируемости генетического алгоритма / А. А. Коромылова, Е. С. Семенкин // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. — 2012. — № 8. — С. 305–306.
12. Еремеев, А. В. Генетический алгоритм для задачи о покрытии / А. В. Еремеев // Дискретный анализ и исследование операций. — 2000. — Т. 7, № 1. — С. 47–60.
13. Нгуен Минь Ханг. Применение генетического алгоритма для задачи нахождения покрытия множества / Нгуен Минь Ханг // Динамика неоднородных систем. — Москва : ЛКИ, 2008. — Т. 33, вып. 12. — С. 206–219.
14. Goldberg D. E. Genetic algorithms in search, optimization and machine learning / D. E. Goldberg. — Reading : Addison-Wesley, 1989. — P. 432.
15. Коновалов, И. С. Стратегия элитизма модифицированной модели Голдберга генетического алгоритма при решении задачи покрытия множеств / И. С. Коновалов, В. А. Фатхи, В. Г. Кобак // Вестник компьютерных и информационных технологий. — 2016. — № 4. — С. 50–56.
16. Панченко, Т. В. Генетические алгоритмы / Т. В. Панченко // Астрахань : Астраханский университет, 2007. — 88 с.
17. Батищев, Д. И. Генетические алгоритмы решения экстремальных задач / Д. И. Батищев. — Воронеж : ВГТУ, 1995. — 69 с.

Сдана в редакцию 20.09.2019

Принята к публикации 20.11.2019

#### **Об авторах:**

##### **Коновалов Игорь Сергеевич,**

аспирант Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),

ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-6296-3660>

[xigorx92@mail.ru](mailto:xigorx92@mail.ru)

##### **Фатхи Владимир Ахатович,**

заведующий кафедрой «Вычислительные системы и информационная безопасность» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор,

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-0373-7126>

[fatkhi@mail.ru](mailto:fatkhi@mail.ru)

##### **Кобак Валерий Григорьевич,**

доцент кафедры «Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор,

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-1001-0574>

[valera33305@mail.ru](mailto:valera33305@mail.ru)