

# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

## MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 658.516.3:621

10.23947/1992-5980-2017-17-4-22-33

### Влияние биений шпиндельной группы на притягивающие множества деформационных смещений инструмента при точении\*

В. Л. Заковоротный<sup>1</sup>, В. Е. Гвинджилия<sup>2\*\*</sup>

<sup>1,2</sup> Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

### Effect of spindle group wavering on attracting sets of deformation tool displacements under turning\*\*\*

V. L. Zakovorotny<sup>1</sup>, V. E. Gvindzhiliya<sup>2\*\*</sup>

<sup>1,2</sup> Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

*Введение.* Проблемы динамики процесса резания, рассматриваемые в единстве устойчивости равновесия в подвижной системе координат, определяемой траекториями исполнительных элементов станка, а также свойств притягивающих множеств, формируемых в окрестности точки равновесия, являлись предметом многочисленных исследований. В отличие от этих работ, в данной статье обсуждается проблема формирования притягивающих множеств, формируемых в динамической системе резания, в которой траектории движения исполнительных элементов станка являются возмущенными периодическими колебательными смещениями шпиндельной группы. Эти возмущения во многом определяются биениями шпиндельной группы. Они вызывают периодические колебательные смещения инструмента относительно обрабатываемой детали и в совокупности с динамическими свойствами системы приводят к различным динамическим эффектам. Во-первых, за счет параметрического самовозбуждения возможна потеря устойчивости установившихся стационарных траекторий периодических деформационных смещений. Во-вторых, в зависимости от частоты и амплитуды пространственных биений шпиндельной группы, возможны формирование притягивающих множеств типа предельных циклов и инвариантных торов и их вырождение. Наконец, при вариациях частоты имеют место бифуркации удвоения периода колебаний и, как следствие, образование хаотических аттракторов. Причем их формирование является чрезвычайно чувствительным, как к параметрам взаимодействующих через процесс резания подсистем со стороны инструмента и обрабатываемой детали, так к параметрам динамической связи формируемой процессом резания.

*Материалы и методы.* Свойства притягивающих множеств и законы их формирования изучаются на основе цифрового моделирования. Для этого приводится математическая модель возмущенной системы, а также результаты изучения формирования притягивающих множеств в динамической системе резания на примере процесса точения.

*Результаты исследования.* Приводятся примеры влияния биений на притягивающие множества системы, в том числе рассматриваются бифуркации системы в зависимости от параметров возмущений.

*Introduction.* In a large body of research, problems of the cutting process dynamics are considered in the uniformity of the static stability in the moving coordinate system defined by the trajectories of the machine executive elements, and also of the attracting sets properties generated in the vicinity of the balance point. In contrast to these investigations, the given paper discusses the problem of forming attracting sets that are generated in the dynamic cutting system in which the movement trajectories of the machine executive elements are perturbed periodic vibration displacements of the spindle group. These perturbations are largely determined by the spindle group wavering. The latter causes periodic oscillation displacements of the tool relating to the work-in-process, and, combined with the dynamic system properties, leads to different dynamic effects. First, due to the parametric self-excitation, the instability of the steady-state stationary trajectories of the periodic deformation displacements may occur. Secondly, depending on the frequency and amplitude of the spindle group spatial beats, the formation of attracting sets of the limit cycle type and invariant tori, as well as their degeneration may happen. Finally, with the variations of frequency, the oscillation flip bifurcations, and, consequently, the formation of chaotic attractors occur. Moreover, their generation is extremely sensitive both to the parameters interacted through the cutting process of subsystems on the side of the tool and the work-in-process, and to the parameters of the dynamic link generated by the cutting process.

*Materials and Methods.* The properties of the attracting sets and the laws of their formation are studied on the digital simulation basis. For this, a mathematical model of the perturbed system is given, as well as the results of studying the formation of attracting sets in a dynamic cutting system using the example of the turning process.

*Research Results.* The examples of beats effect on the system attracting sets are provided including the system bifurcations depending on the parameters perturbations.

\* Работа выполнена в рамках Госзадания 9.77-22.2017/БЧ: «Разработка теории синергетического управления процессом резания с учетом влияния термодинамики».

\*\* E-mail: vzakovorotny@dstu.edu.ru, sinedden@yandex.ru

\*\*\* The research is done within the frame of Government task no. 9.77-22.2017/БЧ: «Development of theory of synergetic control of the cutting process due to thermodynamics effect».

**Ключевые слова:** динамика процесса точения, биения, флуктуации параметров, притягивающие множества, бифуркации.

**Keywords:** turning process dynamics, beats, parameter fluctuations, attracting sets, bifurcations.

**Образец для цитирования:** Заковоротный, В. Л. Влияние биений шпиндельной группы на притягивающие множества деформационных смещений инструмента при точении / В. Л. Заковоротный, В. Е. Гвинджилия // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2017. — Т.17, № 4. — С. 22–33.

**For citation:** V.L. Zakovorotny, V.E. Gvindzhiliya. Effect of spindle group wavering on attracting sets of deformation tool displacements under turning. Vestnik of DSTU, 2017, vol. 17, no.4, pp.22–33.

**Постановка проблемы.** Синергетический подход к анализу и синтезу управляемого процесса обработки на станках полагает рассмотрение двух взаимодействующих через зону резания подсистем со стороны инструмента и обрабатываемой детали [1–5]. В отличие от традиционных методов, управление в этом случае формируется на основе согласования внешнего управления (программы ЧПУ) с динамическими свойствами процесса обработки [2–5]. Необходимо учитывать не только устойчивость траекторий [6–8, 12, 13, 15], но и формируемые притягивающие множества (предельные циклы, инвариантные торы, хаотические аттракторы и пр. [9–11, 14]). При построении математической модели динамической связи между подсистемами раскрывается зависимость сил резания от траекторий исполнительных элементов станка и упругих деформаций вершины инструмента относительно детали несущей системы станка [6–17]. В этом случае учитываются экспериментально наблюдаемые эффекты зависимости сил резания от скорости, их запаздывание по отношению к изменениям смещения инструмента относительно детали, наличие следа на детали от траектории на предыдущем обороте и пр. [16, 17]. Ранее авторами были рассмотрены проблемы влияния флуктуаций движения исполнительных элементов станка на траектории формообразующих движений вершины инструмента относительно детали [18–20] и на их устойчивость [21]. Настоящая статья является развитием основных положений ранее опубликованных работ [18–21]. Анализируются закономерности изменения свойств притягивающих множеств в динамической системе резания, которые вызваны флуктуациями параметров динамической связи, обусловленные биениями шпиндельной группы. Например, если без биений шпинделя в системе формируется притягивающее множество типа предельного цикла, то периодические смещения инструмента относительно детали, вызванные биениями шпиндельной группы, приводят к взаимодействию изменения параметров системы с предельным циклом. При этом в зависимости от траектории деформационных смещений, вызванных биениями, могут наблюдаться различные бифуркации притягивающих множеств (предельных циклов, двумерных торов, хаотических аттракторов). Необходимо учитывать, что именно тип и параметры притягивающих множеств непосредственно влияют на топологию формируемой резанием поверхности и ограничивают возможности синергетического управления процессами обработки на металло-режущих станках.

**Математическая модель.** Флуктуации параметров, рассматриваемые в статье, обусловлены биениями шпиндельной группы станка, зависящие от биений шпинделя, геометрических погрешностей изготовления и установки зажимного приспособления, несовпадения оси вращения шпинделя и оси задней бабки и др. (рис. 1). Они являются периодическими функциями времени  $\Delta X_i(t) = \Delta X_i(t - kT_0)$ ,  $k = 1, 2, 3, \dots, i = 1, 2, 3$ . Смещениям  $\Delta X_i(t)$  соответствуют скорости  $\Delta V_i(t) = d\Delta X_i(t) / dt$ . Притягивающие множества, формируемые при резании в возмущенной системе, образуются на основе взаимодействия флуктуаций динамической системы со свойствами невозмущенной системы. Для раскрытия закономерностей влияния  $\Delta X_i(t)$ ,  $\Delta V_i(t)$  на притягивающие множества ограничимся случаем обработки абсолютно жесткой детали. Тогда упругая система определяется только подсистемой инструмента, в которой деформации отсчитываются от баз станка, привязанных к его несущей системе (рис. 1). Для описания наиболее важных свойств подсистемы инструмента она схематизируется в виде элемента с обобщенной массой, подвешенного в пространстве на упруго-диссипативных подвесках [9–11]. Биения заготовки приводятся к вариациям точки контакта вершины инструмента без учета упругих деформаций детали.

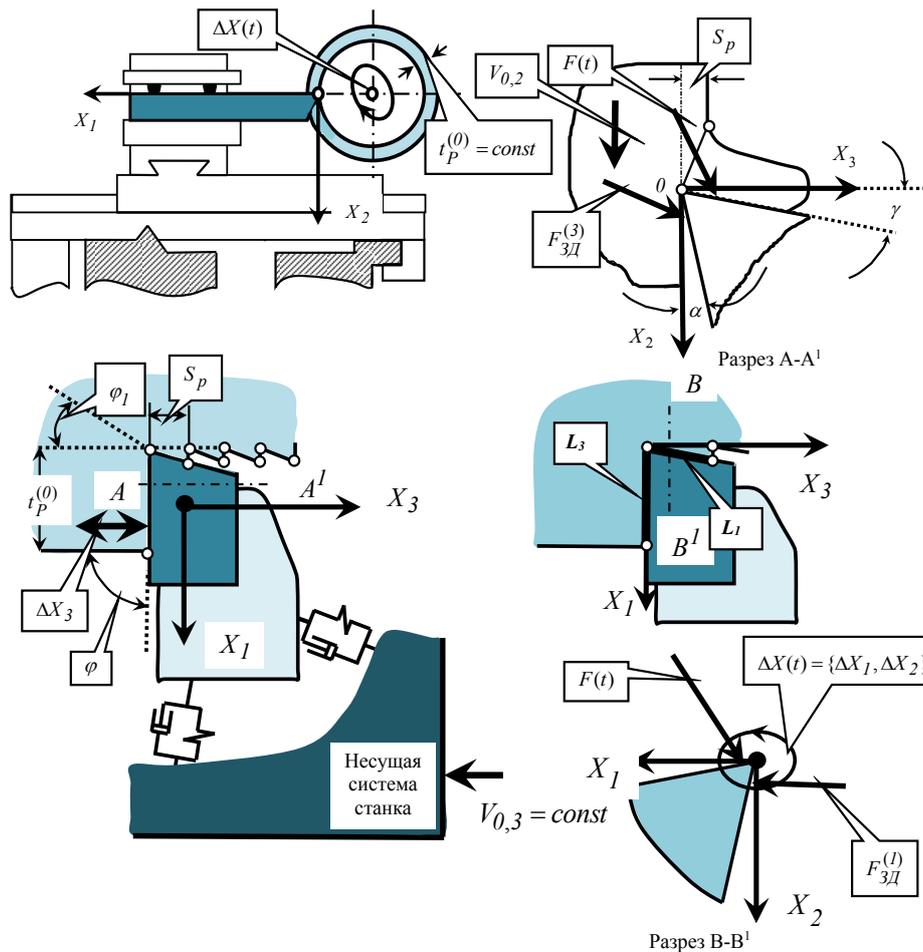


Рис. 1. Ориентация осей деформационных смещений, возмущений и сил, действующих на режущий инструмент  
 Fig. 1. Orientation of deformation displacements axes, perturbations and forces acting on the cutting tool

Динамику такой системы можно описать уравнением, обоснование которого дано в работах [23–25]:

$$m \frac{d^2 X}{dt^2} + h \frac{dX}{dt} + cX = F \tag{1}$$

где  $X = \{X_1, X_2, X_3\}^T$  — вектор упругих деформационных смещений вершины инструмента в [мм];  $m = [m_{s,k}]$ ,  $m_{s,k} = m$ , при  $s = k$ ,  $m_{s,k} = 0$ , при  $s \neq k$ ,  $s, k = 1, 2, 3$  в кгс<sup>2</sup>/мм,  $h = [h_{s,k}]$ ,  $s, k = 1, 2, 3$  в кгс/мм,  $c = [c_{s,k}]$ ,  $s, k = 1, 2, 3$  в кг/мм — симметричные и положительно определенные матрицы инерционных, скоростных и упругих коэффициентов подсистемы инструмента;  $F = \{[F_1 + F_{3Д,0}^{(1)}], F_2, [F_3 + F_{3Д,0}^{(1)}]\}^T$  — силы резания в координатах состояния и внешних воздействиях. Здесь силы  $F_{3Д,0}^{(1)}$ ,  $F_{3Д,0}^{(3)}$ , действующие на задние грани, зависят от скоростей их сближения с обработанной частью детали и длины контакта ( $L_1$  и  $L_3$  на рис. 1) рассматриваемой грани с поверхностью заготовки. То есть они представимы в виде

$$\begin{cases} F_{3Д,0}^{(1)} = \rho_1 \left\{ \int_{t-T}^t [V_{0,3} - dX_3 / dt] dt - \Delta X_3(t) \right\} \exp(\Delta V_1(t) - \alpha_1 dX_1 / dt); \\ F_{3Д,0}^{(3)} = \rho_3 [t_p^{(0)} + \Delta X_1(t) - X_1(t)] \exp[V_{0,3} - \alpha_3 dX_3 / dt + \Delta V_3(t)], \end{cases} \tag{2}$$

где  $\rho_1, \rho_3$  — удельные значения сил, приведенные к длине контакта задних граней инструмента с поверхностью обработанной части детали в [кг/мм];  $\alpha_1, \alpha_3$  — коэффициенты крутизны нарастания сил по мере сближения поверхностей инструмента и детали.

$$\left\{ \begin{aligned} T_1 dF_1 / dt + F_1 &= \rho_0 \chi_1 \{1 + \mu \exp[-\alpha(V_{0,2} + \Delta V_2(t) - dX_2 / dt)]\} [t_p^{(0)} + \\ &+ \Delta X_1(t) - X_1(t)] \int_{t-T}^t \{V_{0,3} - dX_3 / dt + \Delta V_3(t)\} dt; \\ T_2 dF_2 / dt + F_2 &= \rho_0 \chi_2 \{1 + \mu \exp[-\alpha(V_{0,2} + \Delta V_2(t) - dX_2 / dt)]\} [t_p^{(0)} + \\ &+ \Delta X_1(t) - X_1(t)] \int_{t-T}^t \{V_{0,3} - dX_3 / dt\} dt; \\ T_3 dF_3 / dt + F_3 &= \rho_0 \chi_3 \{1 + \mu \exp[-\alpha(V_{0,2} + \Delta V_2(t) - dX_2 / dt)]\} [t_p^{(0)} + \\ &+ \Delta X_1(t) - X_1(t)] \int_{t-T}^t \{V_{0,3} - dX_3 / dt\} dt, \end{aligned} \right. \quad (3)$$

Здесь  $F_i$  при  $i = 1, 2, 3$  — силы, действующие на переднюю грань инструмента, с учетом запаздывания, определяемого постоянными времени  $T_i, i = 1, 2, 3$ ;  $\rho_0$  — давление стружки на переднюю поверхность инструмента в области малых скоростей резания;  $\mu$  — коэффициент, определяющий соотношение сил резания в областях малых и больших скоростей;  $\alpha$  — коэффициент, определяющий убывание сил по мере увеличения скорости резания;  $V_{0,2}, V_{0,3}$  — определяемые технологическими режимами значения скоростей резания и продольной подачи;  $T$  — время оборота детали. Так как  $T_1 \neq T_2 \neq T_3$ , то в переходных процессах учитывается изменение ориентации сил в пространстве. В установившемся состоянии без возмущений ориентация сил неизменна и определяется коэффициентами  $\{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T$ .

Модель (1), (2), (3), как и ранее [13], учитывает: уменьшение по экспоненциальному закону сил при увеличении скорости, запаздывание вариаций сил по отношению к деформационным смещениям, закономерности формирования новой площади срезаемого слоя.

Эта модель отличается тем, что учитывает изменение ориентации сил в нестационарном режиме, формирование дополнительных сил за счет сближения задних граней инструмента с обрабатываемой деталью  $F_{3d,0}^{(1)}, F_{3d,0}^{(3)}$ . Эти силы зависят не только от свойств сближения задних граней с поверхностями заготовки, но и от изменяющейся в динамике длины контакта инструмента с заготовкой. Это существенное обобщение и уточнение известных положений о неоднозначности изменения сил, действующих на инструмент, при его сближении с заготовкой и отталкивании [22]. Эти свойства характеризуют нелинейную диссипацию процесса резания. В ней приняты также во внимание возмущения  $\Delta X_i(t), \Delta V_i(t)$ , как заданные периодические функции  $\Delta X(t) = \Delta X(t - kT_0), \Delta V(t) = \Delta V(t - kT_0)$ .

**Бифуркации притягивающих множеств.** Изучение бифуркаций притягивающих множеств выполнено на основе цифрового моделирования системы (1–3) в зависимости от параметров биений. Биения представляются в виде  $\Delta X(t) = \Delta X_0 \{\sin \Omega t, \sin(\Omega t + \pi / 2)\}^T$ , то есть рассматриваются в плоскости, нормальной к оси вращения детали. Траектории биений представляют окружности. Преобразование притягивающих множеств выполнено по следующей схеме. Рассматривался процесс врезания инструмента и образования стационарных состояний без биений шпинделя. Затем изучались переходные процессы и установление нового стационарного состояния при введении в систему биений. Диаграмма бифуркаций притягивающих множеств выполнена по сетке, при этом было вычислено более 10 000 сочетаний исходных состояний системы, параметров биений и динамической связи, формируемой процессом резания. Проанализирована система, параметры которой приведены в табл. 1, а модели сил в координатах состояния в табл. 2. Обобщенная масса —  $m = 0,035 \text{ кг} / \text{с}^2$ . Для удобства принято  $T_1 = T_3 = 0,5T_2 = T_p$ . Для этого случая ранее проанализированы механизмы потери устойчивости траекторий [21]. Примеры вычислены для режимов: продольная подача  $S_p = (0,05 - 0,3) \text{ мм}$ , глубина  $t_p = (0,5 - 2,5) \text{ мм}$ , скорость  $V_{2,0} = (500 - 2000) \text{ мм} / \text{с}$ . Связь параметров модели с технологическими режимами изложена в более ранних публикациях [2, 12–14, 16, 17]. Если свойства системы без биений заданы, то их преобразования, вызванные биениями, зависят от амплитуды  $\Delta X_0$  и частоты  $\Omega$ . Здесь наибольший интерес представляет ситуация, когда без биений в системе формируется орбитально асимптотически устойчивый предельный цикл, то есть автоколебания.

Таблица 1  
Table 1

Параметры динамической системы  
Dynamic system parameters

|                         |                         |                         |                                   |                                   |                                   |
|-------------------------|-------------------------|-------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| $h_{1,1},$<br>кг·с / мм | $h_{2,2},$<br>кг·с / мм | $h_{3,3},$<br>кг·с / мм | $h_{1,2} = h_{2,1},$<br>кг·с / мм | $h_{1,3} = h_{3,1},$<br>кг·с / мм | $h_{2,3} = h_{3,2},$<br>кг·с / мм |
| 0,25                    | 0,15                    | 0,15                    | 0,1                               | 0,08                              | 0,08                              |
| $c_{1,1},$<br>кг / мм   | $c_{2,2},$<br>кг / мм   | $c_{3,3},$<br>кг / мм   | $c_{1,2} = c_{2,1},$<br>кг / мм   | $c_{1,3} = c_{3,1},$<br>кг / мм   | $c_{2,3} = c_{3,2},$<br>кг / мм   |
| 1000                    | 800                     | 800                     | 200                               | 100                               | 100                               |

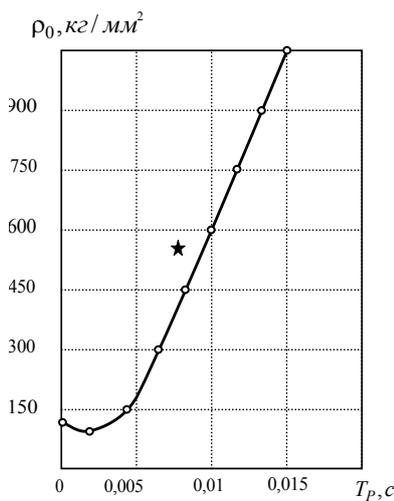
Таблица 2  
Table 2

Параметры модели сил в координатах состояния  
Parameters of force model in state coordinates

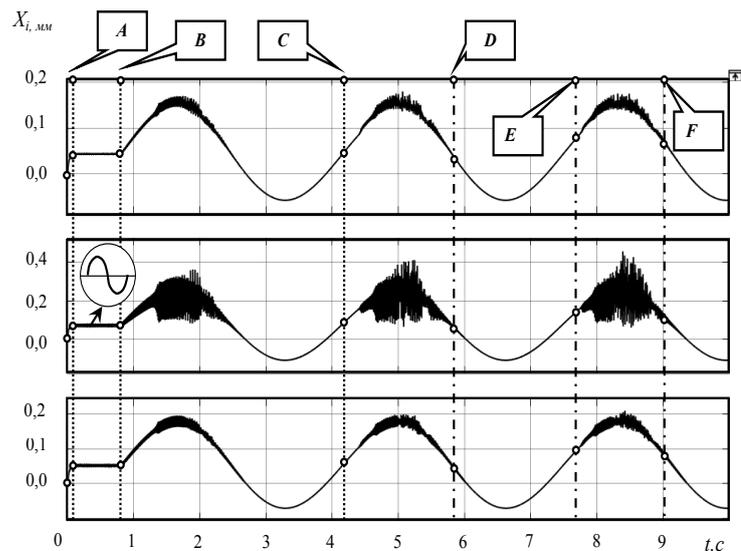
|                                   |                                |                                  |                                  |               |                                 |                                 |
|-----------------------------------|--------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|---------------|---------------------------------|---------------------------------|
| $\rho_0, \text{кг} / \text{мм}^2$ | $\alpha, \text{с} / \text{мм}$ | $\alpha_1, \text{с} / \text{мм}$ | $\alpha_2, \text{с} / \text{мм}$ | $T, \text{с}$ | $\rho_1, \text{кг} / \text{мм}$ | $\rho_3, \text{кг} / \text{мм}$ |
| (50–900)                          | (0,01–0,1)                     | (0,2–0,5)                        | (0,2–0,5)                        | (0,01–0,1)    | 0,2                             | 0,2                             |

Частотный диапазон биений можно разделить на три поддиапазона. Низкочастотный диапазон (в пределах 0,1–10,0 Гц), в котором вдоль периодической траектории параметры системы можно считать медленно изменяющимися, а систему анализировать как замороженную. Среднечастотный — в пределах 10,0–400,0 Гц, в котором происходит сложное взаимодействие автоколебаний с колебаниями, обусловленными параметрическими возбуждениями. Высокочастотный — выше 400,0 Гц, в котором частоты биения находятся за пределами полосы пропускания колебательных контуров. Однако и в этом случае биения влияют на динамическое качество за счет эффектов вибрационного сглаживания нелинейных связей, формируемых резанием.

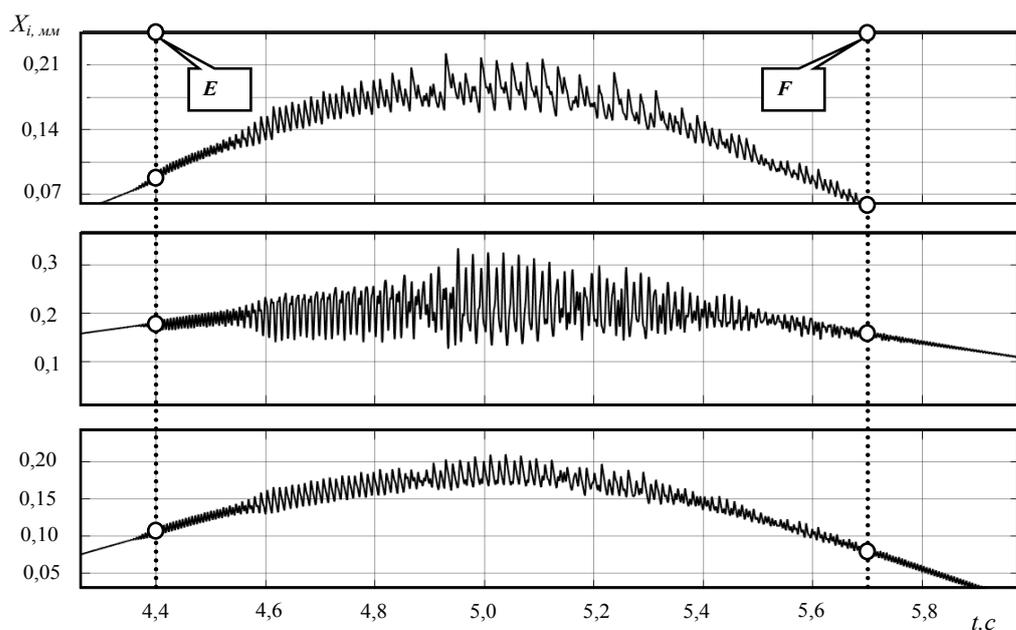
Вначале рассмотрим низкочастотный поддиапазон. На рис. 2 приведен пример динамической перестройки системы при ее возмущении гармоническими биениями шпинделя. На рис. 2а звездочкой отмечена точка, для которой приведены примеры траекторий.



a)



b)



c)

Рис. 2. Пример динамической перестройки системы при движении вдоль возмущенной траектории с частотой 0,3 Гц: *a* — область устойчивости невозмущенной системы в плоскости « $\rho_0 - T_p$ »; *b* — установление стационарного периодического режима; *c* — увеличенный фрагмент динамической реорганизации деформационных смещений на участке «E-F»

*Fig. 2. Example of system dynamic adjustment when moving along perturbed trajectory with frequency of 0.3 Hz: a – stability region of unperturbed system in “ $\rho_0 - T_p$ ” plane; b – setting of stationary periodic mode; c – increased fragment of dynamic rearrangement of deformation displacements in “E-F” section*

На траекториях выделены участки: «0-A» — переходной процесс врезания инструмента в деталь; «A-B» — стационарный режим без биений; «B-C» — переходной процесс установления стационарного периодического режима с биениями. В выделенной точке равновесие является неустойчивым, в системе формируется притягивающее множество типа предельного цикла (на иллюстрации выделено в окружности). Частота автоколебаний в этом случае без биений равна 175 Гц. При возмущении системы с частотой биений 0,3 Гц вдоль траектории изменяются параметры системы, так как меняется текущее значение припуска и скорости деформационных смещений в плоскости. Однако это медленные изменения, которые вызывают изменения уравнений в вариациях относительно рассматриваемой точки. Наблюдается эволюционная перестройка притягивающих множеств (на участке «C-D») и свойство устойчивости (на участке «D-E» траектория является асимптотически устойчивой).

По мере увеличения частоты биений в пределах от 10,0 Гц до 400,0 Гц в системе, в зависимости от частоты и амплитуды, наблюдаются следующие эффекты нелинейных взаимодействий (рис. 3). При малой амплитуде биений в установившемся состоянии наблюдается формирование двумерного инвариантного тора. При дальнейшем увеличении амплитуды имеет место преобразование тора в предельный цикл на частоте возмущений. При этом имеет место эффект смещения упругих деформационных смещений инструмента, усредненных по периоду колебаний, зависящего от амплитуды и частоты биений шпинделя (рис. 4). Он связан с тем, что нелинейные связи процесса резания не обладают свойством центральной симметрии относительно биений. Это, прежде всего, связи, формируемые контактом задних граней инструмента с обработанной частью детали. Таким образом, текущее значение диаметра обрабатываемой детали зависит не только от сил резания и параметров упругости взаимодействующих подсистем, но и от параметров установившихся периодических движений. Этот эффект особенно заметен в том случае, если частота биений близка к частоте автоколебаний системы без биений (на участке «A-B» на рис. 4). В общем случае при варьировании частоты и амплитуды биений шпинделя наблюдаются эффекты формирования двумерного инвариантного тора, его вырождения в предельный цикл и образования хаотических аттракторов, который формируется после каскада бифуркаций удвоения периода колебаний (рис. 3). Однако формирование хаотических аттракторов наблюдается не во всех частотных диапазонах.

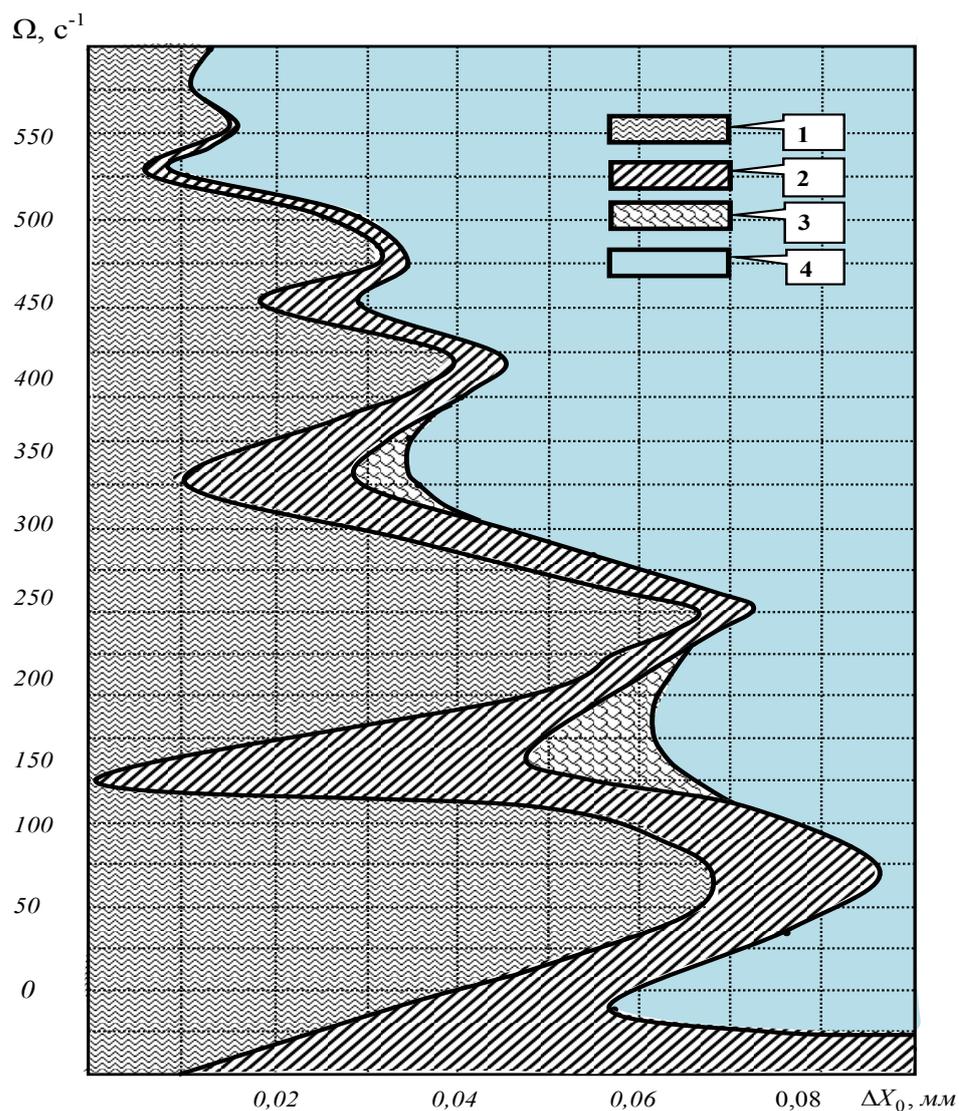


Рис. 3. Диаграмма бифуркаций притягивающих множеств:  
 1 — вынужденные одночастотные колебания (предельный цикл);  
 2 — двумерный инвариантный тор;  
 3 — установление хаотического аттрактора через каскад удвоения периода;  
 4 — система, неустойчивая в целом

*Fig. 3. Diagram of attracting sets bifurcations:  
 1 - forced single-frequency oscillations (limit cycle);  
 2 - two-dimensional invariant torus;  
 3 - setting of chaotic attractor through period-doubling cascade;  
 4 - system unstable as a whole*

Во всех случаях при фиксированной частоте существует предельное значение амплитуды биений, начиная с которой система становится неустойчивой в целом (область 5 на рис. 3). Причем, по мере увеличения частоты биений шпинделя, критические значения амплитуды периодически изменяются. Кроме этого, имеется тенденция уменьшения критической амплитуды по мере увеличения частоты.

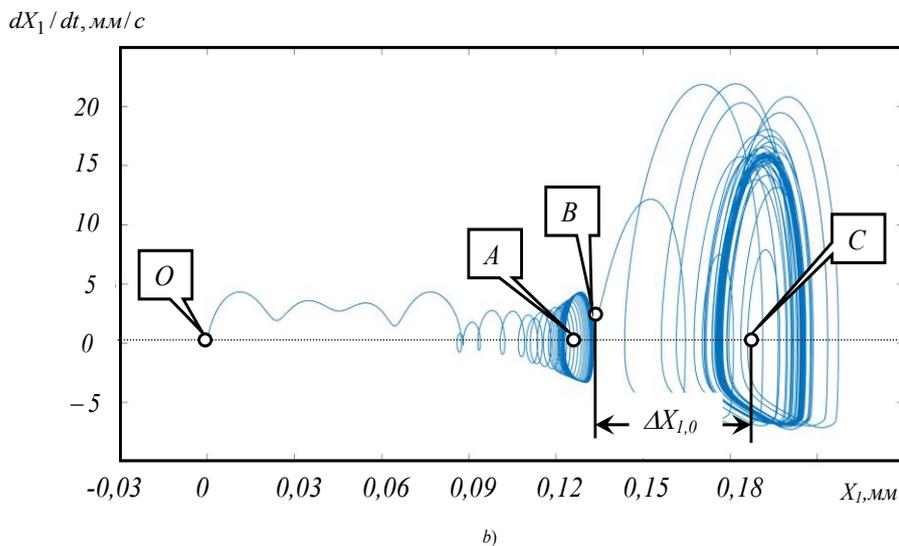
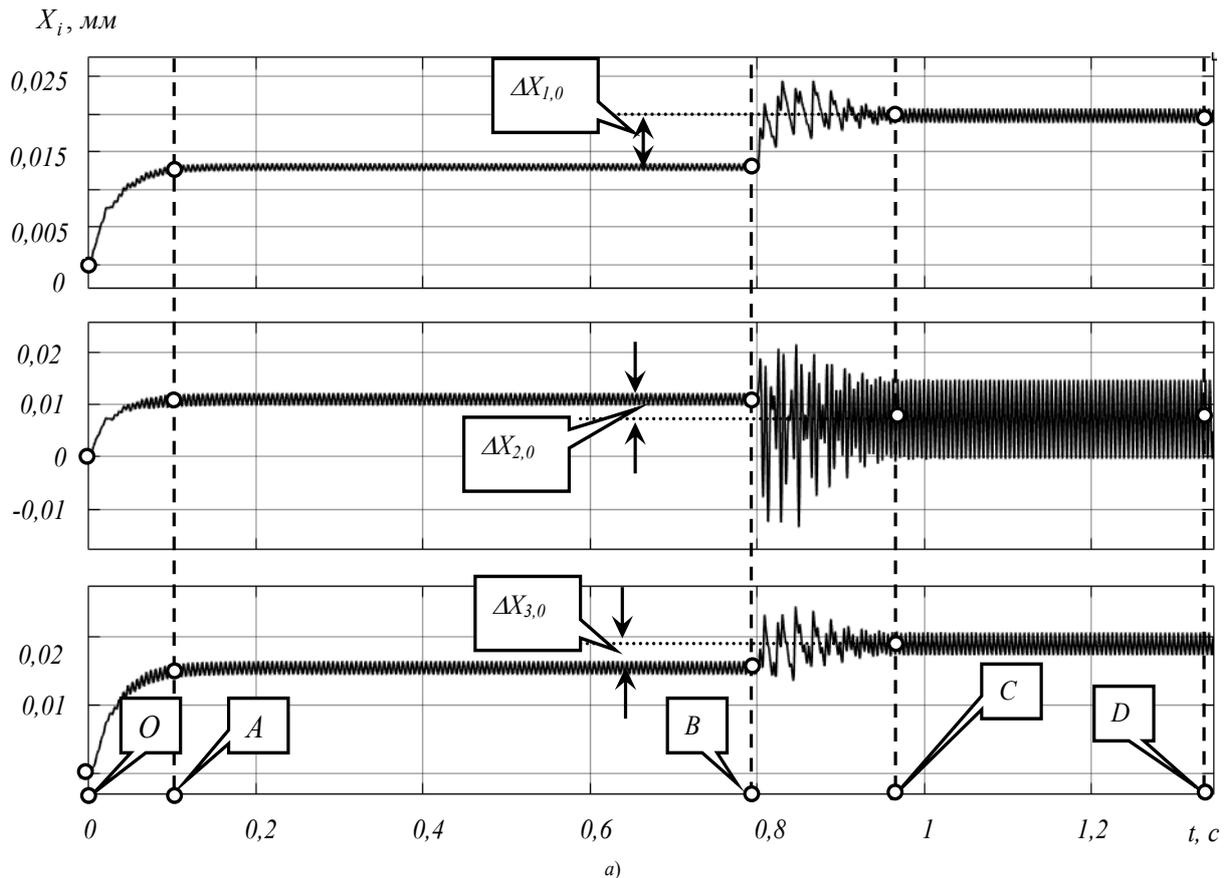


Рис. 4. Пример переходных процессов деформационных смещений инструмента при частоте радиальных биений шпинделя равной 180 Гц: а — временные траектории; б — фазовая траектория для  $X_1$ . На иллюстрации

$(\Delta X_{1,0}, \Delta X_{2,0}, \Delta X_{3,0})$  — динамическое смещение точки равновесия подсистемы инструмента

Fig. 4. Example of transient processes of tool deformation displacements at frequency of spindle radial beating equal to 180 Hz: a - time trajectories; b - phase trajectory for  $X_1$ . On  $(\Delta X_{1,0}, \Delta X_{2,0}, \Delta X_{3,0})$  illustration — dynamic displacement of the equilibrium point of tool subsystem

Особенно наглядно эти эффекты можно проследить, если рассмотреть фазовые траектории деформационных смещений. Приведем некоторые примеры (рис. 5). Они соответствуют точкам, выделенным на рис. 3. Как видно, по мере увеличения амплитуды биений имеют место следующие преобразования притягивающих множеств. Начальному состоянию системы без биений шпинделя соответствуют автоколебания. При малых амплитудах биений шпинделя

наблюдается простое наложение автоколебаний на колебания, определяемые изменениями параметров, связанными с биениями. При дальнейшем увеличении амплитуды имеет место затягивание траектории к частоте, соответствующей частоте биений. Таким образом, инвариантный двумерный тор преобразуется в предельный цикл. Дальнейшее увеличение амплитуды вызывает каскад бифуркаций удвоения периода и формирование хаотического аттрактора. При дальнейшем увеличении амплитуды наблюдается потеря устойчивости системы в целом.

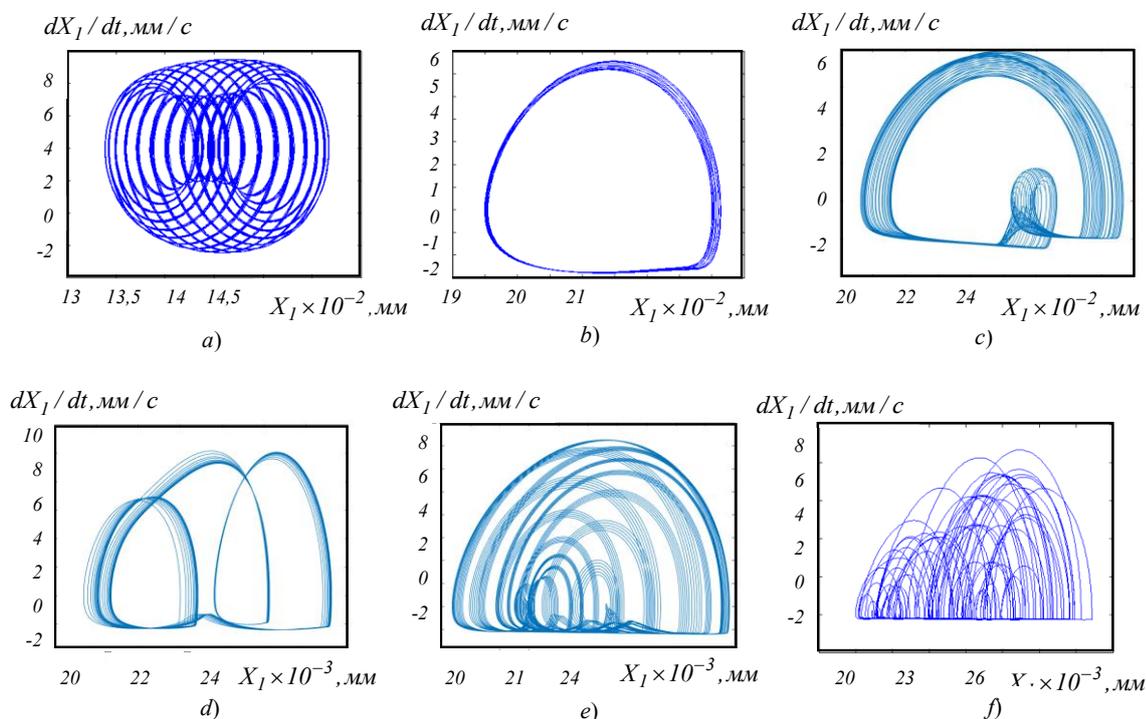


Рис. 5. Преобразование фазовых траекторий в плоскости  $(X_1 - dX_1/dt)$  для установившегося состояния по мере увеличения амплитуды биений шпинделя на частоте  $\Omega = 190 \text{ c}^{-1}$

Fig. 5. Transformation of phase trajectories in  $(X_1 - dX_1/dt)$  plane for steady state with increase of spindle wavering amplitude at  $\Omega = 190 \text{ c}^{-1}$  frequency

При увеличении частоты от 400 Гц и выше наблюдается практически полное наложение вынужденных колебаний на формируемые без биений автоколебания. При этом переходной процесс при установлении стационарного режима, соответствующего двумерному тору, становится малым, и он уменьшается по мере увеличения частоты биений шпинделя. Такое свойство наложения биений на автоколебания объясняется тем, что в рассматриваемом частотном диапазоне частоты биений лежат за пределами полосы пропускания упругой системы инструмента. Колебательные же смещения, обусловленные биениями, непосредственно прикладываются к режущему инструменту.

**Анализ результатов.** Свойства динамической системы резания принципиально зависят от динамической связи, формируемой процессом резания, характеристик взаимодействующих подсистем и вибрационных возмущений, определяемых биениями шпиндельной группы станка. Традиционные представления о преобразовании биений шпиндельной группы непосредственно в траектории формообразующих движений инструмента относительно детали и, следовательно, в характеристики геометрического качества формируемой резанием детали, далеко не всегда соответствуют действительности. Как показал анализ, установившиеся колебания деформационных смещений вершины инструмента относительно детали образуют различные притягивающие множества: предельные циклы, инвариантные торы и хаотические аттракторы. Причем, конфигурация, например, предельных циклов может быть достаточно сложной, так как вдоль траектории периодических движений изменяются свойства динамической связи. Более того, по мере увеличения частоты биений шпиндельной группы, вызывающие периодические изменения параметров системы, имеют место различные параметрические явления, в том числе параметрическое самовозбуждение системы. Кроме этого обнаружены эффекты динамического смещения точки равновесия, низкочастотной модуляции этого смещения. При определенных параметрах динамической связи и свойствах биений формируется хаотическая динамика. Как правило, она формируется после каскада бифуркаций удвоения периода колебаний. Все эти факторы, изменяя траектории формообразующих движений вершины инструмента, не только усложняют прогнозирование параметров точности и качества изготовления деталей, но и приводят к непредсказуемым эволюционным их изменениям.

**Заключение.** Периодические флуктуации параметров динамической характеристики процесса резания во многом определяются пространственными периодическими биениями шпиндельной группы с учетом точности установки заготовки. Флуктуации не только изменяют траектории формообразующих движений, но и влияют на динамическое качество процесса резания, в том числе устойчивость траекторий. Приведенный материал, созданные математические модели и методики изучения влияния возмущений на устойчивость не только дополняют знания о динамической системе резания, но и позволяют оценивать предельно достижимую точность обработки при управлении процессом резания и создании программы ЧПУ при обработке деталей на конкретном станке. Таким образом, для каждого станка существуют предельно достижимые показатели качества изготовления деталей, диктуемые текущим состоянием станка. Приведенный материал позволяет также оценивать достижимые параметры качества обработки на конкретном станке по параметрам биений шпинделя.

#### **Библиографический список**

1. Хакен, Г. Тайны природы. Учение о взаимодействии / Г. Хакен — Москва-Ижевск : Институт компьютерных исследований. — 2003. — 230 с.
2. Заковоротный, В. Л. Динамика процесса резания. Синергетический подход. / В. Л. Заковоротный, М. Б. Флек. — Ростов-на-Дону : Терра. — 2006. — 76 с.
3. Заковоротный, В. Л. Управление процессом сверления глубоких отверстий спиральными сверлами на основе синергетического подхода / В. Л. Заковоротный, В. П. Лапшин, И. А. Туркин // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия : Технические науки. — 2014. — № 3 (178). — С. 33–41.
4. Zakovorotny V.L., Lukyanov A.D. The problems of control of the evolution of the dynamic system interacting with the medium. *International Journal of Mechanical Engineering and Automation*. 2014. Т. 1. № 5. С. 271–285.
5. Заковоротный, В. Л. Синергетическая концепция при построении систем управления точностью изготовления деталей сложной геометрической формы / В. Л. Заковоротный, М. Б. Флек, Д. Т. Фам // Вестник Донского гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11, № 10 (61). — С. 1785–1797.
6. Глустый, И. Автоколебания в металлорежущих станках / И. Глустый ; пер. с чешск. — Москва : Машгиз, 1956. — 395 с.
7. Tobias, S. A. *Machine Tool Vibrations*. Blackie, London, 1965. — 350 p.
8. Кудинов, В. А. Динамика станков / В. А. Кудинов. — Москва : Машиностроение, 1967. — 359 с.
9. Zakovorotny, V.L. Bifurcations in the dynamic system of the mechanic processing in metal-cutting tools. *WSEAS Journal of Transactions on Applied and Theoretical Mechanics*. — 2015. — Vol. 10. — P. 102 – 116.
10. Заковоротный, В. Л. Влияние изгибных деформаций инструмента на самоорганизацию и бифуркации динамической системы резания металлов / В. Л. Заковоротный, Д. Т. Фам, В. С. Быкадор // Известия вузов. Прикладная нелинейная динамика. — 2014. — Т. 22, № 3. — С. 40–52.
11. Zakovorotnyi V.L., Lukyanov A.D., Gubanova A.A., Khristoforova V.V. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of cutting. *Journal of Sound and Vibration*. 2016. Т. 368. С. 174–190.
12. Заковоротный, В. Л. Использование синергетической концепции для изучения устойчивости формообразующих траекторий попутного фрезерования / В. Л. Заковоротный, А. А. Губанова, А. Д. Лукьянов // Станки и инструменты. — 2016. — № 4. — С. 32–40.
13. Заковоротный, В. Л. Условия параметрического самовозбуждения динамической системы фрезерования концевыми фрезами / В. Л. Заковоротный, А. А. Губанова, А. Д. Лукьянов // Станки и инструменты. — 2016. — № 6. — С. 10–16.
14. Заковоротный, В. Л. Притягивающие множества при фрезеровании концевыми фрезами / В. Л. Заковоротный, А. А. Губанова, А. Д. Лукьянов // Станки и инструменты. — 2016. — № 8. — С. 27–33.
15. Заковоротный, В. Л. Фам Т.Х. Параметрическое самовозбуждение динамической системы резания / В. Л. Заковоротный, Т. Х. Фам // Вестник Донского гос. техн. ун-та. — 2013. — Т. 13, № 5–6 (74). — С. 97–103.
16. Заковоротный, В. Л. Моделирование динамической связи, формируемой процессом точения, в задачах динамики процесса резания (скоростная связь) / В. Л. Заковоротный [и др.] // Вестник Донского гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11, № 2 (53). — С. 137–146.
17. Заковоротный, В. Л. Моделирование динамической связи, формируемой процессом точения, в задачах динамики процесса резания (позиционная связь) / В. Л. Заковоротный [и др.] // Вестник Донского гос. техн. ун-та. — 2011. — Т. 11, № 3 (54). — С. 301–311.
18. Заковоротный, В. Л. Влияние кинематических возмущений в направлении продольной подачи на траектории формообразующих движений / В. Л. Заковоротный, В. Е. Гвинджилия // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Технические науки. — 2016. — № 4. — С. 67–76.

19. Заковоротный, В. Л. Особенности преобразования траекторий исполнительных элементов токарного станка в траектории формообразующих движений инструмента относительно заготовки / В. Л. Заковоротный, Д. Т. Фам // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Технические науки. — 2011. — №4. — С. 69–75.

20. Заковоротный, В. Л. Влияние погрешности движения исполнительных элементов токарного станка на траектории формообразующих движений / В. Л. Заковоротный, В. Е. Гвинджилия // Вестник Донского гос. техн. ун-та. — 2017. — № 1(88). — С. 35–46.

21. Заковоротный, В. Л. Влияние флуктуаций на устойчивость формообразующих траекторий при точении / В. Л. Заковоротный, В. Е. Гвинджилия // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Технические науки. — 2017. — № 2. — С. 52–61

22. Точность механической обработки и пути ее повышения. / под ред. А. П. Соколовского. — Москва, Ленинград (Санкт-Петербург): Машгиз, 1951. — С. 453–465.

23. Zakovorotny V.L., Gubanova A.A., Luk'yanov A.D. Stability of Shaping Trajectories in Milling: Synergetic Concepts. Russian Engineering Research, 2016, Vol. 36, No. 11, pp. 956–964.

24. Zakovorotny V.L., Gubanova A.A., Luk'yanov A.D. Parametric Self-Excitation of a Dynamic End-Milling Machine. Russian Engineering Research, 2016, Vol. 36, No. 12, pp. 1033–1039.

25. Zakovorotny V.L., Gubanova A.A., Luk'yanov A.D. Attractive Sets in End Milling. Russian Engineering Research, 2017, Vol. 37, No. 2, pp. 158–163.

### References

1. Haken, H. Тайны природы. Синергетика: учение о взаимодействии. [Nature's secrets. Synergetics: interaction theory.] Moscow; Izhevsk: Institute of Computer Science, 2003, 320 p. (in Russian).

2. Zakovorotny, V.L., Flek, M.F. Dinamika protsessa rezaniya. Sinergeticheskiy podkhod. [Cutting process dynamics. Synergetic approach.] Rostov-on-Don: Terra, 2006, 880 p. (in Russian).

3. Zakovorotny, V.L., Lapshin, V.P., Turkin, I.A. Upravlenie protsessom sverleniya glubokikh otverstiy spiral'nymi sverlami na osnove sinergeticheskogo podkhoda. [Process control drilling deep holes twist drills based on the synergetic approach.] University News. North-Caucasian region. Technical Sciences Series, 2014, no. 3 (178), pp. 33–41 (in Russian).

4. Zakovorotny, V.L., Lukyanov, A.D. The problems of control of the evolution of the dynamic system interacting with the medium. International Journal of Mechanical Engineering and Automation, 2014, vol. 1, no. 5, pp. 271–285.

5. Zakovorotny, V.L., Flek, M.F., Pham Dinh Tung. Sinergeticheskaya kontseptsiya pri postroenii sistem upravleniya tochnost'yu izgotovleniya detaley slozhnoy geometricheskoy formy. [Synergetic concept in construction of accuracy control systems for manufacturing parts of complex geometric forms.] Vestnik of DSTU, 2011, vol. 11, no. 10 (61), pp. 1785–1797 (in Russian).

6. Tlusty, I. Avtokolebaniya v metallorezhushchikh stankakh. [Self-excitation vibrations in cutting machines.] Moscow: Mashgiz, 1956, 395 p. (in Russian)

7. Tobias, S. A. Machine Tool Vibrations. Blackie, London, 1965, 350 p.

8. Kudinov, V.A. Dinamika stankov. [Machine dynamics.] Moscow: Mashinostroenie, 1967, 359 p. (in Russian).

9. Zakovorotny, V.L. Bifurcations in the dynamic system of the mechanic processing in metal-cutting tools. WSEAS Journal of Transactions on Applied and Theoretical Mechanics, 2015, vol. 10, pp. 102 – 116.

10. Zakovorotny, V.L., Pham D.-T., Bykador, V.S. Vliyanie izgibnykh deformatsiy instrumenta na samoorganizatsiyu i bifurkatsii dinamicheskoy sistemy rezaniya metallov. [Influence of a flexural deformation of a tool on self-organization and bifurcations of dynamical metal cutting system.] Izvestia VUZ. Applied Nonlinear Dynamics, 2014, vol. 22, no. 3, pp. 40–52 (in Russian).

11. Zakovorotny, V.L., Lukyanov, A.D., Gubanova, A.A., Khristoforova, V.V. Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of cutting. Journal of Sound and Vibration, 2016, vol. 368, pp. 174–190.

12. Zakovorotny, V.L., Gubanova, A.A., Lukyanov, A.D. Ispol'zovanie sinergeticheskoy kontseptsii dlya izucheniya ustoychivosti formoobrazuyushchikh traektoriy poputnogo frezerovaniya. [Use of synergetic concept for studying stability of forming trajectories of climb cutting.] STIN, 2016, no. 4, pp. 32–40 (in Russian).

13. Zakovorotny, V.L., Gubanova, A.A., Lukyanov, A.D. Usloviya parametricheskogo samovozbuzhdeniya dinamicheskoy sistemy frezerovaniya kontsevymi frezami. [Conditions for parametric self-excitation of dynamic end milling system.] STIN, 2016, no. 6, pp. 10–16 (in Russian).

14. Zakovorotny, V.L., Gubanova, A.A., Lukyanov, A.D. Prityagivayushchie mnozhestva pri frezerovanii kontsevymi frezami. [Attracting sets under end milling.] STIN, 2016, no. 8, pp. 27–33 (in Russian).

15. Zakovorotny, V.L., Pham D.T. Parametricheskoe samovozbuzhdenie dinamicheskoy sistemy rezaniya. [Parametric self-excitation of cutting dynamic system.] Vestnik of DSTU, 2013, vol. 13, no. 5/6 (74), pp. 97–103 (in Russian).

16. Zakovorotny, V.L., et al. Modelirovanie dinamicheskoy svyazi, formiruemy protsessom tocheniya, v zadachakh dinamiki protsessa rezaniya (skorostnaya svyaz'). [Dynamic coupling modeling formed by turning in cutting dynamics problems (velocity coupling).] Vestnik of DSTU, 2011, vol. 1, no. 2 (53), pp. 137–146 (in Russian).

17. Zakovorotny, V.L., et al. Modelirovanie dinamicheskoy svyazi, formiruemy protsessom tocheniya (pozitsionnaya svyaz'). [Dynamic coupling modeling formed by turning in cutting dynamics problems (positional coupling).] Vestnik of DSTU, 2011, vol. 11, no. 3 (54), pp. 301–311 (in Russian).

18. Zakovorotny, V.L., Gvindzhiliya, V.E. Vliyanie kinematicheskikh vozmushcheniy v napravlenii prodol'noy podachi na traektorii formoobrazuyushchikh dvizheniy. [The influence of kinematic perturbations towards longitudinal motion on shape-generating movement trajectories in cutting dynamic system.] University News. North-Caucasian region. Technical Sciences Series. 2016, no. 4, pp. 67–76 (in Russian).

19. Zakovorotny, V.L., Pham Dinh Tung. Osobennosti preobrazovaniya traektoriy ispolnitel'nykh elementov stanka v traektorii formoobrazuyushchikh dvizheniy instrumenta otnositel'no zagotovki. [Features of transformation of machine actuator trajectories into the trajectories of forming tool movements relative to the workpiece.] University News. North-Caucasian region. Technical Sciences Series, 2011, no. 4, pp. 69–75 (in Russian).

20. Zakovorotny, V.L., Gvindzhiliya, V.E. Vliyanie pogreshnosti dvizheniya ispolnitel'nykh elementov tokarnogo stanka na traektorii formoobrazuyushchikh dvizheniy. [Error effect of executive elements movement of the lathe tool on forming motion paths.] Vestnik of DSTU, 2017, no. 1(88), pp. 35–46 (in Russian).

21. Zakovorotny, V.L., Gvindzhiliya, V.E. Vliyanie fluktuatsiy na ustoychivost' formoobrazuyushchikh traektoriy pri tochenii. [The influence of fluctuation on the shape-generating trajectories stability with a turning.] University News. North-Caucasian region. Technical Sciences Series. 2017, no. 2, pp. 52–61 (in Russian).

22. Sokolovskiy, A.P., ed. Tochnost' mekhanicheskoy obrabotki i puti ee povysheniya. [Machining accuracy and ways of its improvement.] Moscow, Leningrad (St. Petersburg): Mashgiz, 1951, pp. 453–465 (in Russian).

23. Zakovorotny, V.L., Gubanova, A.A., Lukyanov, A.D. Stability of Shaping Trajectories in Milling: Synergetic Concepts. Russian Engineering Research, 2016, vol. 36, no. 11, pp. 956–964.

24. Zakovorotny, V.L., Gubanova, A.A., Lukyanov, A.D. Parametric Self-Excitation of a Dynamic End-Milling Machine. Russian Engineering Research, 2016, vol. 36, no. 12, pp. 1033–1039.

25. Zakovorotny, V.L., Gubanova, A.A., Lukyanov, A.D. Attractive Sets in End Milling. Russian Engineering Research, 2017, vol. 37, no. 2, pp. 158–163.

Поступила в редакцию 16.07.2017

Сдана в редакцию 16.07.2017

Запланирована в номер 05.10.2017

Received 16.07.2017

Submitted 16.07.2017

Scheduled in the issue 05.10.2017

#### Об авторах:

##### **Заковоротный Вилор Лаврентьевич,**

профессор кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор,  
ORCID: <http://orcid.org/0000-000-2187-9897>  
[vzakovorotny@dstu.edu.ru](mailto:vzakovorotny@dstu.edu.ru)

##### **Гвинджилия Валерия Енвериевна**

магистрант кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),  
ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-1066-4604>  
[sinedden@yandex.ru](mailto:sinedden@yandex.ru)

#### Authors:

##### **Zakovorotny, Vilor L.,**

professor of the Production Automation Department, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin Square, 1), Dr.Sci. (Eng.), professor,  
ORCID: <http://orcid.org/0000-000-2187-9897>  
[vzakovorotny@dstu.edu.ru](mailto:vzakovorotny@dstu.edu.ru)

##### **Gvindzhilya, Valeria E.**

Master of Sci. of the Production Automation Department, Don State Technical University (RF, 344000, Rostov-on-Don, Gagarin Square, 1),  
ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-1066-4604>  
[sinedden@yandex.ru](mailto:sinedden@yandex.ru)