

МЕХАНИКА MECHANICS



УДК 539.3

Оригинальное теоретическое исследование

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-4-2218>

Итерационная модель упругого деформирования конгломерата частиц с учетом сжимаемости среды в процессе прессования

И.К. Андрианов , С.Н. Иванов , Е.К. Чепурнова

Комсомольский-на-Амуре государственный университет, г. Комсомольск-на-Амуре,
Российская Федерация

ivan_andrianov_90@mail.ru



EDN: XHHEDX

Аннотация

Введение. Процессы брикетирования и прессования древесных и других порошкообразных материалов становятся ключевыми в круговой экономике и утилизации отходов деревообработки. Точный расчет давления прессования необходим для выбора оборудования и оптимизации режимов, что делает задачу моделирования деформирования конгломератов практически и экономически значимой. В литературе рассматриваются механика порошковых сред, пористых материалов и моделирование упругопластических деформаций гранулярных конгломератов; однако большинство моделей предполагает фиксированные механические характеристики или аппроксимации, не учитывающие зависимость прочности и упругих свойств от изменяющейся плотности при сжатии. Это оставляет пробел в теоретических и прикладных подходах к адекватному расчету давления для материалов с переменной плотностью. Поэтому целью данной работы является разработка подхода для расчета давления прессования конгломерата частиц как функцию степени упругого сжатия с учетом изменения механических характеристик среды.

Материалы и методы. При математическом описании исследуемой задачи использовались положения теории упругости. На основании принципа суперпозиции процесс деформирования среды разбивался на несколько этапов, в каждом из которых среда получала малое приращение по высоте, а механические характеристики оставались постоянными. Предложенный метод определения давления прессования опирался на решение серии обратных упругих задач, в которых задавалось перемещение верхней границы конгломерата прямоугольных частиц и искалось нормальное напряжение, вызвавшее это приращение. Для учёта изменения плотности среды в процессе деформирования применялся метод последовательных нагрузений — в пределах каждого из них плотность принималась постоянной и определялась в зависимости от величины суммарной деформации сжатия. В качестве меры деформации использовалась деформация Генки, обладающая свойством аддитивности.

Результаты исследования. В рамках исследования построена итерационная модель расчёта давления прессования конгломерата частиц при изменении механических характеристик в зависимости от степени упругого сжатия. Проведены серии тестовых расчётов на примере конгломерата древесных частиц, у которых модуль Юнга описывается степенной функцией плотности. На каждом этапе деформирования упругие константы материала принимались постоянными в зависимости от плотности среды. С использованием уравнения равновесия и принципа суперпозиции по результатам решения задач упругого деформирования было вычислено давление прессования на каждом этапе нагрузки, а также построена зависимость давления прессования от величины деформации сжатия и степени уплотнения.

Обсуждение. Полученные результаты деформирования среды с учётом изменения механических характеристик в зависимости от степени сжатия показали явно выраженную нелинейность кривой зависимости давления прессования от деформации сжатия — при возрастании давления увеличиваются как степень уплотнения среды, так и деформация сжатия. Сравнительный анализ расчётов на примере конгломерата древесных частиц при условии постоянной плотности среды и с учётом изменения плотности в процессе деформирования выявил значительную погрешность оценки давления прессования при усреднении плотности либо при использовании постоянных значений плотности, соответствующих начальному (недеформированному) или конечному состоянию.

Заключение. Построенная итерационная модель позволяет рассчитать давление прессования конгломерата частиц с учётом изменения механических характеристик при упругом сжатии. Предложенный подход учитывает нелинейность зависимости давления прессования от степени уплотнения среды и может быть применён в процессах брикетирования отходов деревообработки.

Ключевые слова: прессование, сжимаемость, плотность, конгломерат частиц, последовательное нагружение, напряженно-деформированное состояние

Благодарности. Авторы выражают благодарность редакционной коллегии журнала и рецензенту за профессиональный анализ статьи и рекомендации для ее корректировки.

Финансирование. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-29-00089 <https://rscf.ru/project/24-29-00089/>

Для цитирования. Андианов И.К., Иванов С.Н., Чепурнова Е.К. Итерационная модель упругого деформирования конгломерата частиц с учетом сжимаемости среды в процессе прессования. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2025;25(4):290–299. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-4-2218>

Original Theoretical Research

Iterative Model of Elastic Deformation of a Particle Conglomerate Taking into Account the Compressibility of the Medium during Pressing

Ivan K. Andrianov  , Sergey N. Ivanov , Elena K. Chepurnova 

Komsomolsk-na-Amure State University, Komsomolsk-on-Amur, Russian Federation

 ivan_andrianov_90@mail.ru

Abstract

Introduction. Briquetting and pressing of wood and other powdered materials are becoming key processes in the circular economy and recycling of wood processing waste. Accurate calculation of compaction pressure is essential for equipment selection and optimization, making the task of modeling the deformation of conglomerates both practical and economically significant. The literature addresses the mechanics of powder media, porous materials, and the modeling of elastic-plastic deformations of granular conglomerates. However, most models assume fixed mechanical characteristics or approximations that do not account for the dependence of strength and elastic properties on changing density under compression. This leaves a gap in theoretical and applied approaches to adequately calculating pressure for materials with variable density. Therefore, the objective of this work is to develop an approach for calculating the compaction pressure of a particle conglomerate as a function of the degree of elastic compression, taking into account changes in the mechanical characteristics of the medium.

Materials and Methods. In the mathematical description of the research problem, the provisions of the theory of elasticity were used. Based on the principle of superposition, the process of medium deformation was divided into a number of stages, within which the particle conglomerate received a small increment in height, and the mechanical characteristics assumed a constant value. The proposed approach for determining the compaction pressure was based on the solution to a series of inverse elastic problems in which the displacement of the upper boundary of a conglomerate of rectangular particles was specified, and the normal stress that caused this increment was sought. To account for changes in the density of the medium during deformation, the method of sequential loads was used, within each of them, the density was taken to be constant and was determined depending on the magnitude of the total compressive deformation. The Hencky strain, which has the property of additivity, was used as a measure of deformation.

Results. As part of the study, an iterative model was constructed for calculating the compaction pressure of a particle conglomerate when the mechanical characteristics change depending on the degree of elastic compression. Series of test calculations were conducted using a conglomerate of wood particles, whose Young's modulus is described by a power-law density function. At each stage of deformation, the elastic constants of the material were assumed to be constant, depending on the density of the medium. Using the equilibrium equation and the superposition principle, based on the results of solving elastic deformation problems, the compaction pressure was calculated at each loading stage, and the dependence of the compaction pressure on the magnitude of the compressive deformation and the degree of compaction was constructed.

Discussion. The obtained results of deformation of the medium taking into account the change in mechanical characteristics depending on the degree of compression showed a clearly expressed nonlinearity of the curve of dependence of the compaction pressure on the compression deformation — with an increase in pressure, both the degree of compaction of the medium and the compression deformation increase. A comparative analysis of calculations using the example of a conglomerate of wood particles under the condition of a constant density of the medium and taking into account the change in density during the deformation process revealed a significant error in estimating the compaction pressure when averaging the density or when using constant density values corresponding to the initial (undeformed) or final state.

Conclusion. The constructed iterative model allows for calculating the compaction pressure of a particle conglomerate, taking into account changes in mechanical properties under elastic compression. The proposed approach accounts for the nonlinearity of the compaction pressure dependence on the degree of compaction of the medium and can be applied to briquetting processes for wood waste.

Keywords: pressing, compressibility, density, particle conglomerate, sequential loading, stress-strain state

Acknowledgements. The authors would like to thank the Editorial board of the Journal and the reviewer for their professional analysis of the article and recommendations for its correction.

Funding Information. The research is done with the financial support from the Russian Science Foundation (grant no. 24-29-00089), <https://rscf.ru/project/24-29-00089/>

For Citation. Andrianov IK, Ivanov SN, Chepurnova EK. Iterative Model of Elastic Deformation of a Particle Conglomerate Taking into Account the Compressibility of the Medium during Pressing. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2025;25(4):290–299. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-4-2218>

Введение. В различных производственных областях встречаются материалы с механическими характеристиками, зависящими от плотности. В частности, это гранулированные среды, конгломераты древесных частиц, композиционные материалы и др. Поведение таких материалов может существенно отличаться от классического, когда свойства остаются постоянными и не зависят от плотности. Часть вопросов оценки прочности и жёсткости для гранулированных сред рассмотрена в работе [1], для песчаных форм — в работе [2].

В настоящее время широко применяются процессы брикетирования конгломерата древесных частиц при вторичной переработке отходов деревообрабатывающей промышленности [3], поэтому важно описать поведение частиц в процессе прессования. Вопросы оценки давления прессования обсуждались в работе [4]; механический и термический анализ характеристик прессованных блоков с древесными включениями — в труде [5]; оценка прочности древесного конгломерата — в работе [6]. Древесные опилки находят широкое применение при производстве строительных материалов, переработке в топливо и брикетировании. На процесс прессования влияют различные факторы [7]: так, влажность хранения отражена в работе [8], влияние температуры — в труде [9]. Кроме того, древесные частицы используются в составе композиционных материалов, в частности при производстве биокомпозитов [10], полимерных материалов [11] и многослойных композитов [12].

Одной из ключевых задач моделирования деформирования частиц является выбор пресс-оборудования. Исследование [13] посвящено подбору прессовочных машин для получения твердого биотоплива путём гранулирования, брикетирования и механической обработки биомассы. При применении процедуры прессования конгломерата важным представляется моделирование напряжённо-деформированного состояния в процессе сжатия с учётом уплотнения среды. Изменение плотности влечёт за собой изменение механических характеристик среды, что влияет на точность расчёта требуемого деформирующего усилия и на выбор оборудования. Разработка более точных методик расчёта давления прессования с учётом сжимаемости среды важна для создания новых эффективных технологий и совершенствования существующих. Некоторые аспекты математического описания упруго-пластической задачи при сжатии для случая постоянных механических характеристик рассмотрены в работе [14].

Анализ современного состояния вопроса показывает, что далеко не все программные пакеты способны учитывать изменение плотности и механических характеристик в процессе деформирования. Большинство систем САЕ-анализа выполняют инженерные расчёты при заданных постоянных значениях физических и механических свойств. Поэтому актуальна разработка эффективных моделей и методик для оценки напряжённо-деформированного состояния сред при прессовании с учётом сжимаемости и изменения характеристик.

Цель исследования — разработать подход для расчёта давления прессования, необходимого для сжатия конгломерата частиц до заданной геометрии, с учётом влияния степени уплотнения на механические характеристики среды. В соответствии с этой целью поставлены следующие задачи:

- провести математическую постановку задачи упругого сжатия конгломерата частиц с учётом сжимаемости среды;
- построить итерационную модель расчёта напряжённо-деформированного состояния среды на основании решения серий обратных задач путём последовательных нагрузений;
- провести тестовые расчёты напряжённо-деформированного состояния конгломерата частиц и построить зависимость давления прессования от деформации сжатия среды;
- оценить погрешность расчёта давления прессования при неучёте изменения плотности среды в процессе деформирования.

Методы исследования. Построение методики расчёта процесса деформирования конгломерата частиц с учётом сжимаемости среды будем проводить при следующих допущениях:

- поскольку в исследовании рассматривается сжатие среды, принимается условие сплошности, то есть конгломерат частиц равномерно заполняет исследуемый объём;
- масса среды остаётся неизменной в течение всего процесса прессования;
- процесс сжатия среды рассматривается в пределах упругого деформирования;
- выполняется принцип суперпозиции — независимо накопленные деформации на каждом этапе нагружения;
- прессование производится в абсолютно жёсткой матрице с помощью абсолютно жёсткого пуансона без трения, слои перемещаются равномерно по высоте, сдвиг исключен;
- вязкостью среды пренебрегаем, температура прессования остаётся постоянной;
- переменными механическими характеристиками, зависящими от плотности среды, являются модуль Юнга и коэффициент Пуассона;
- плотность среды является функцией деформации сжатия.

Геометрическая модель конгломерата частиц (рис. 1) имеет форму параллелепипеда с высотой h и постоянным основанием квадратной формы площадью S . В связи с прямоугольной формой конгломерата частиц модель будем рассматривать в декартовой системе координат, где ось $0x_3$ направлена вдоль высоты параллелепипеда, а оси $0x_1$ и $0x_2$ лежат в плоскости основания параллелепипеда.

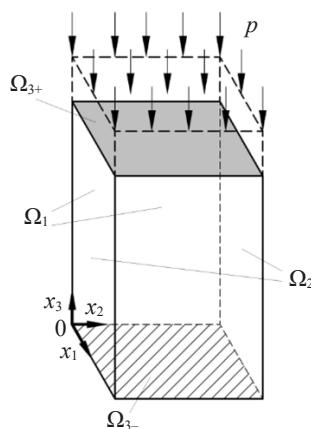


Рис. 1. Схема деформирования конгломерата частиц

Поскольку в процессе прессования давлением p осевая деформация сжатия по высоте возрастает по абсолютной величине, соответственно, изменяются плотность среды и, как следствие, ее упругие константы. Соответственно, модуль Юнга E и коэффициент Пуассона μ являются функциями плотности ρ : $E = E(\rho)$, $\mu = \mu(\rho)$. В качестве меры деформации будем использовать деформацию Генки.

Разобьем весь процесс деформирования среды на ряд этапов нагружения, в пределах каждого из которых будем задавать кинематическое условие в виде малого приращения верхней границы среды $\Delta h = \Delta h^*$ по высоте. На каждом этапе нагружения будем считать, что плотность среды остается постоянной и механические характеристики — модуль Юнга и коэффициент Пуассона не изменяются. На последующих этапах нагружения плотность среды и механические характеристики также остаются постоянными в пределах каждого этапа, но меняются в зависимости от величины суммарной деформации за все предыдущие этапы нагружения.

Будем рассматривать решение обратной задачи, принимая неизвестной величиной приращение давления на каждом этапе нагружения Δp , тогда математическая постановка задачи исследования в соответствии с принятыми допущениями, будет включать в себя следующую систему уравнений:

- статические уравнения:

$$\partial \Delta \sigma_{11} / \partial x_1 = 0, \partial \Delta \sigma_{22} / \partial x_2 = 0, \partial \Delta \sigma_{33} / \partial x_3 = 0, \quad (1)$$

- физические уравнения:

$$\Delta e_{11} = \frac{1}{E(\rho)} \Delta \sigma_{11} - \frac{\mu(\rho)}{E(\rho)} (\Delta \sigma_{22} + \Delta \sigma_{33}), \quad (2)$$

$$\Delta e_{22} = \frac{1}{E(\rho)} \Delta \sigma_{22} - \frac{\mu(\rho)}{E(\rho)} (\Delta \sigma_{33} + \Delta \sigma_{11}), \quad (3)$$

$$\Delta e_{33} = \frac{1}{E(\rho)} \Delta \sigma_{33} - \frac{\mu(\rho)}{E(\rho)} (\Delta \sigma_{11} + \Delta \sigma_{22}), \quad (4)$$

– геометрические соотношения:

$$\Delta e_{11} = \Delta e_{22} = 0, \Delta e_{33} = \ln(1 + \Delta h / h), \quad (5)$$

– граничные условия:

$$\begin{aligned} u_1|_{\Omega_1, \Omega_2} &= u_2|_{\Omega_1, \Omega_2} = 0, \\ u_1|_{\Omega_{3-}} &= u_2|_{\Omega_{3-}} = u_3|_{\Omega_{3-}} = 0, \\ u_3|_{\Omega_{3+}} &= -\Delta h, \\ \Delta \sigma_{33}|_{\Omega_{3+}} &= -\Delta p. \end{aligned} \quad (6)$$

где $\Delta \sigma_{11}$, $\Delta \sigma_{22}$, $\Delta \sigma_{33}$ — приращения напряжений; Δe_{11} , Δe_{22} , Δe_{33} — приращения упругих деформаций; $u_i, i = \overline{1, 3}$ — компоненты перемещений.

На основании дифференциальных уравнений (1) и условие (6) приходим к соотношениям: $\Delta \sigma_{11} = \text{const}$, $\Delta \sigma_{22} = \text{const}$, $\Delta \sigma_{33} = -\Delta p$.

Учитывая, что в плоскости $0x_1x_2$ отсутствуют перемещения, согласно соотношениям (3), (5) приведем систему уравнений (2), (3) к виду:

$$\Delta \sigma_{11} = \Delta \sigma_{22} = -\frac{\mu(\rho)}{1 - \mu(\rho)} \Delta p. \quad (7)$$

Подставляя соотношения (5) и (7) в уравнение (4), выразим приращение давления в следующем виде:

$$\Delta p = -\frac{E(\rho)(1 - \mu(\rho))}{(1 + \mu(\rho))(1 - 2\mu(\rho))} \ln\left(1 + \frac{\Delta h}{h}\right).$$

Таким образом, при построении алгоритма расчета зададим дискретное изменение высоты конгломерата в зависимости от этапа нагружения:

$$h = \left\{ h^{(0)} = h_0, \dots, h^{(j)} = h_0 - j\Delta h, j = \overline{1, n}, \dots, h^{(n)} = h_{\text{end}} \right\},$$

где h_0 — начальная высота, соответствующая недеформированному состоянию конгломерата; h_{end} — конечная высота конгломерата после всех этапов нагружения; j — этап нагружения.

Поскольку изменение высоты конгломерата известно, можно определить приращение деформации по высоте в пределах каждого этапа нагружения:

$$\Delta e_{33}^{(j)} = \ln\left(\frac{h^{(j)}}{h^{(j-1)}}\right), \quad j = \overline{1, n}.$$

Полная деформация на текущем этапе нагружения будет определяться согласно принципу суперпозиции:

$$e_{33}^{(j)} = \sum_{i=1}^j \Delta e_{33}^{(i)}.$$

Следует отметить, что выбор деформации Генки в качестве меры деформации обусловлен тем, что она обладает свойством аддитивности в отличие от относительной деформации, что позволяет суммировать деформации на отдельных этапах нагружения. При этом деформация Генки позволяет проводить расчет при больших деформациях.

Учитывая, что масса конгломерата и площадь основания остаются неизменными: $m = \text{const}$, $S = \text{const}$, перейдем к условию неразрывности в виде: $\rho_0 h_0 = \rho h$, откуда плотность среды будет определяться в зависимости от величины деформации сжатия $\Delta e_{33}^{(j)}$ данного этапа нагружения согласно соотношению:

$$\rho^{(j)} = \rho^{(j-1)} / \exp \Delta e_{33}^{(j)}.$$

Зная плотность среды на текущем этапе нагружения, модуль Юнга и коэффициент Пуассона на каждом этапе нагружения определяются в соответствии со степенью уплотнения некоторой функцией:

$$E^{(j)} = E(\rho)|_{\rho=\rho^{(j)}}, \quad \mu^{(j)} = \mu(\rho)|_{\rho=\rho^{(j)}}.$$

Тогда приращение давления прессования будет определяться в виде:

$$\Delta p^{(j)} = -\frac{E(\rho^{(j)})(1 - \mu(\rho^{(j)}))}{(1 + \mu(\rho^{(j)}))(1 - 2\mu(\rho^{(j)}))} \ln\left(\frac{h^{(j)}}{h^{(j-1)}}\right).$$

Согласно принципу суперпозиции компоненты тензора напряжения на текущем этапе нагружения будут определяться в виде:

$$\sigma_{11}^{(j)} = \sum_{i=1}^j \Delta \sigma_{11}^{(i)}, \quad \sigma_{22}^{(j)} = \sum_{i=1}^j \Delta \sigma_{22}^{(i)}, \quad \sigma_{33}^{(j)} = \sum_{i=1}^j \Delta \sigma_{33}^{(i)},$$

где приращения напряжений на каждом этапе определяются зависимостями:

$$\Delta \sigma_{11}^{(j)} = \Delta \sigma_{22}^{(j)} = -\frac{E(\rho^{(j)}) \mu(\rho^{(j)})}{(1 + \mu(\rho^{(j)})) (1 - 2\mu(\rho^{(j)}))} \ln\left(\frac{h^{(j)}}{h^{(j-1)}}\right), \quad \Delta \sigma_{33}^{(j)} = \Delta p^{(j)}.$$

Таким образом, процесс прессования конгломерата частиц представляется серией этапов нагружения, в пределах каждого из которых плотность среды и упругие константы считаются неизменными. На каждом этапе решается обратная упругая задача о сжатии среды. Входными данными для неё служат плотность, модуль Юнга и коэффициент Пуассона, значения которых определяются по суммарной величине деформации сжатия, накопленной на предыдущих и текущем этапах нагружения. В результате формируется последовательность обратных задач на основе данных об изменении высоты конгломерата частиц, по которой вычисляется изменение давления прессования в зависимости от степени уплотнения среды.

Результаты исследования. На основании построенного подхода были проведены серии расчетов процесса деформирования конгломерата частиц на примере древесных опилок. Модуль Юнга (МПа) описывался функцией плотности ($\text{г}/\text{см}^3$): $E(\rho) = a\rho^b$, $a = 6\,500$, $b = 3,5$ [15]. Выбор степенной зависимости обусловлен тем, что она достаточно хорошо описывает поведения конгломерата древесных частиц согласно работе [15]. Коэффициент Пуассона $\mu = 0,32$ принимал постоянное значение, поскольку менее чувствителен к изменению плотности конгломерата, что отмечается в работе [16]. Кроме того, согласно экспериментальным исследованиям [17, 18], наибольшее изменение коэффициента Пуассона имеет место при малых значениях прессования, а при значениях давления свыше 20 МПа коэффициент Пуассона асимптотически приближается к постоянному значению. Начальная плотность конгломерата древесных частиц в недеформированном состоянии принималась: $\rho_0 = 0,2 \text{ г}/\text{см}^3$. Для проведения тестового расчета было выбрано 10 этапов нагружения. На каждом этапе верхняя граница конгломерата смещалась на величину $\Delta h = 10 \text{ мм}$, в результате чего высота конгломерата изменялась дискретно: $h = \{200, 190, \dots, 110\} \text{ мм}$. На последнем этапе нагружения при $h = 110 \text{ мм}$ максимальное давление прессования составило 112 МПа, а плотность среды — 0,4 $\text{г}/\text{см}^3$.

По результатам проведенных расчетов построена зависимость давления прессования от изменения деформаций сжатия (рис. 2) и от изменения плотности конгломерата древесных частиц (рис. 3). С целью сравнительного анализа также были проведены серии расчетов при постоянной величине плотности и постоянном модуле Юнга для двух крайних случаев: при $\rho = \rho_0 = \text{const}$ и при $\rho = \rho_{\text{end}} = \rho|_{h=100 \text{ мм}} = \text{const}$, т.е. когда плотность среды соответствует начальному недеформированному состоянию и конечному деформированному состоянию на последнем этапе нагружения; а также для случая осреднения плотности среды: при $\rho = (\rho_0 + \rho_{\text{end}})/2 = \text{const}$. Результаты расчетов при постоянных значениях плотности и упругих констант представлены на рис. 2.

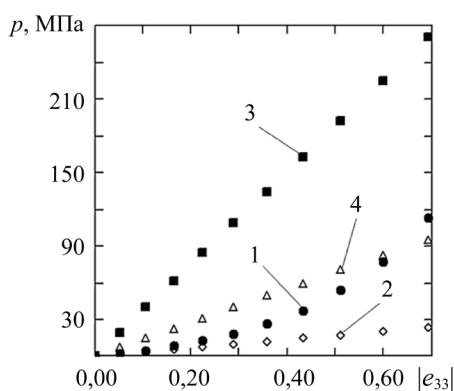


Рис. 2. Зависимость давления прессования от деформации сжатия:

- 1 — при $\rho = \rho(e)$;
- 2 — при $\rho = \rho_0$;
- 3 — при $\rho = \rho_{\text{end}}$;
- 4 — при $\rho = (\rho_0 + \rho_{\text{end}})/2$

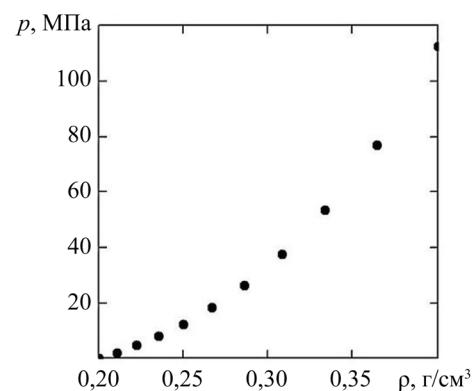


Рис. 3. Зависимость давления прессования от плотности среды

Согласно результатам решения обратной задачи упругого сжатия, для первого этапа нагружения при заданном перемещении верхней границы среды $h^{(1)} = 10$ мм, приращения деформаций, напряжений и требуемое давление составляют: $\Delta e_{33}^{(1)} = -0,051$, $\Delta \sigma_{33}^{(1)} = \Delta p^{(1)} = 2,041$ МПа. Для оценки адекватности построенной модели был проведен конечно-элементный расчет прямой задачи нагружения в программном комплексе ANSYS при заданном внешнем давлении $\Delta p^{(1)} = 2,041$ МПа. Поскольку программный комплекс требует задания постоянных характеристик среды, то конечно-элементный расчет проводился только за один первый этап нагружения [19]. Результаты расчета напряженно-деформированного состояния при упругом сжатии среды за первый этап нагружения представлены на рис. 4.

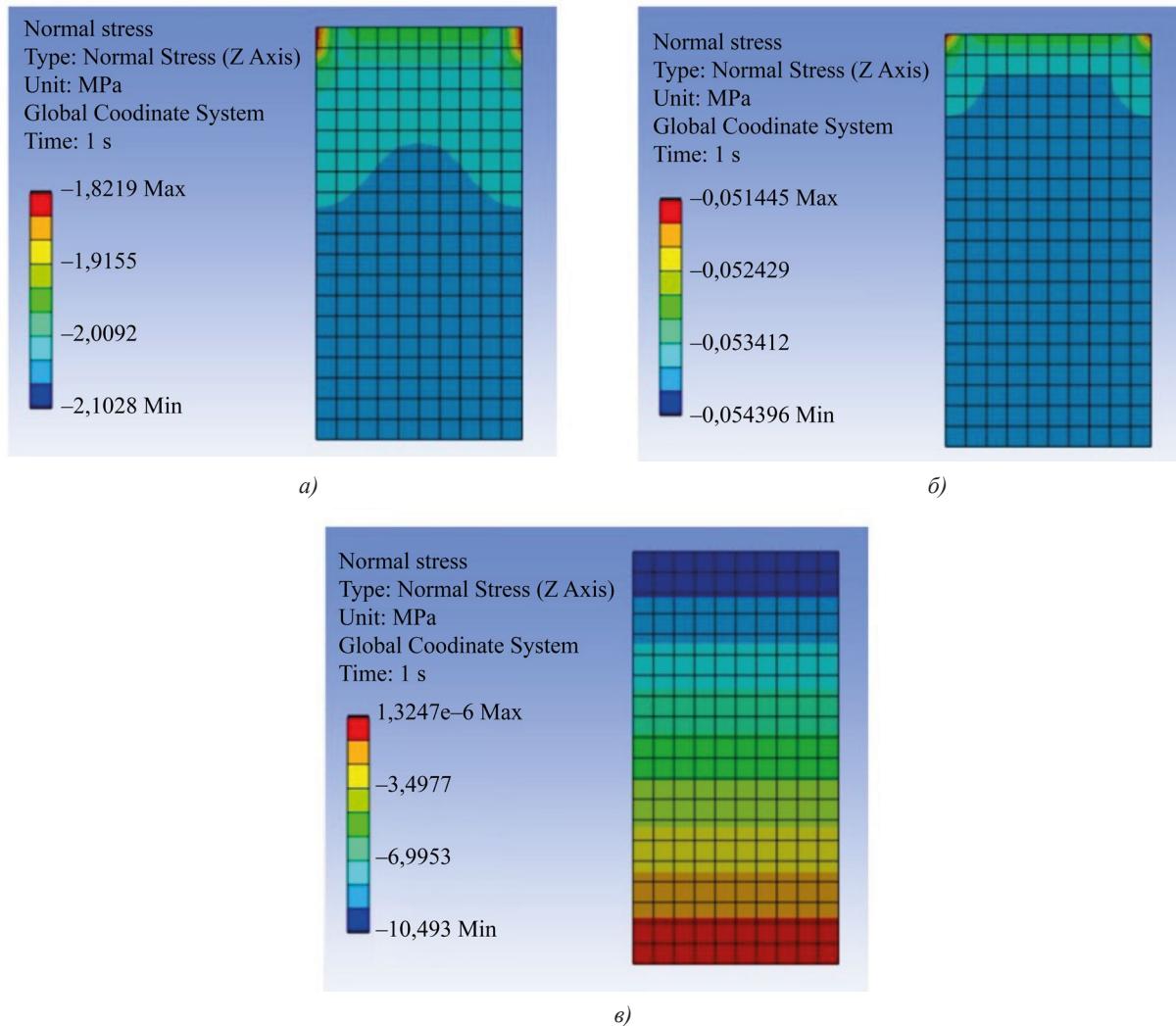


Рис. 4. Результаты конечно-элементного расчета прямой задачи за первый этап упругого сжатия:

a — распределение напряжений $\Delta \sigma_{33}^{(1)}$ МПа; *б* — распределение деформаций $\Delta e_{33}^{(1)}$;
в — распределение перемещений $u_3^{(1)}$ (мм)

Обсуждение результатов. Согласно результатам расчетов (рис. 2, 3), с увеличением величины деформации сжатия растут требуемое давление прессования и степень уплотнения конгломерата частиц. Зависимость давления прессования от степени уплотнения имеет явно выраженный нелинейный характер. Зависимость давления прессования от продольной деформации сжатия (рис. 2, кривая 1) также описывается нелинейной функцией, поведение которой вполне адекватно аппроксимируется полиномиальной функцией третьего порядка. На рис. 2 видно, что при постоянной плотности конгломерата древесных частиц кривые зависимости давления прессования от величины деформации сжатия имеют слабо выраженный нелинейный характер. Соответственно, при фиксированной плотности среды кривые изменения давления прессования можно аппроксимировать линейными функциями.

Согласно сравнительному анализу, упрощение в виде использования величины плотности как постоянной характеристики в том случае, когда плотность среды существенно изменяется в процессе деформирования, может привести к существенным погрешностям. В частности, при использовании постоянной плотности конгломерата частиц $\rho = \rho_0$, соответствующей начальному состоянию, погрешность расчета давления прессования возрастает до 80 %. При этом наибольшая погрешность достигается при максимальном давлении прессования. Для постоянного значения плотности $\rho = \rho_{end}$, соответствующего конечному состоянию среды, результаты расчета на некоторых этапах нагружения отличаются более чем в 9,4 раза, а при осредненном значении плотности $\rho = (\rho_0 + \rho_{end}) / 2$ — более чем 3,4 раза.

Согласно данным на рис. 4, результаты, полученные с помощью метода конечных элементов при решении прямой задачи первого этапа нагружения согласуются с результатами, полученными при решении обратной задачи, согласно предложенному в данном исследовании подходу. Результаты, представленные на рис. 4, наглядно демонстрируют, что нормальные напряжения и деформации по высоте практически одинаковы в каждой точке тела, что подтверждает равномерность их распределения по высоте конгломерата при действии равномерного давления на верхней границе. При этом следует отметить, что на рис. 4 *a, б* имеет место градиент напряжений и деформаций вдоль продольной оси, что скорей всего является следствием сингулярности (особенно в зонах, выделенных красным цветом) — одного из недостатков метода конечных элементов, когда имеет место некорректное распределение напряжений и деформаций в области углов, при жестких закреплениях и т.д.

Заключение. По результатам исследования разработана итерационная модель, позволяющая рассчитать давление прессования конгломерата частиц, механические характеристики которого зависят от степени уплотнения при упругом сжатии. При проведении итерационных расчётов, с увеличением числа этапов нагружения и уменьшением шага приращения верхней границы конгломерата, может быть построена дискретная зависимость давления прессования от степени сжатия среды, которую затем можно аппроксимировать гладкой кривой. Согласно серии расчётов на примере упругой задачи прессования конгломерата древесных частиц с учётом изменения модуля Юнга и плотности среды, в процессе сжатия получена нелинейная зависимость давления прессования от степени уплотнения среды и деформации сжатия. По построенным графическим зависимостям учёт сжимаемости конгломерата частиц существенно влияет на нелинейность изменения давления прессования как функции плотности среды при деформировании. По данным сравнительного анализа расчёт напряжённо-деформированного состояния сред, плотность которых существенно изменяется в процессе прессования и влияет на механические характеристики, недопустимо выполнять при постоянных значениях плотности ввиду значительных погрешностей. Это позволяет заключить, что сжимаемость среды, связанная с изменением плотности конгломерата частиц в процессе сжатия, существенно влияет на оценку давления прессования. Построенная итерационная модель позволит на практике оценить максимальное давление прессования, необходимое для обеспечения упругого сжатия конгломерата частиц до заданной геометрии с учётом зависимости механических характеристик от плотности среды. Предложенный подход может найти практическое применение при выборе оборудования для реализации процессов брикетирования древесных частиц при вторичном использовании отходов деревообработки. Дальнейшим направлением исследований представляется разработка математических моделей расчёта напряжённо-деформированного состояния и давления прессования при деформировании конгломерата частиц с использованием пресс-форм сложной геометрии.

Список литературы / References

1. Nazarenko VA, Pushkarev OI, Goncharova AV. Monitoring the Quality of Grinding Materials on the Basis of Their Granular Strength. *Russian Engineering Research*. 2009;29(10):1056–1058. <https://doi.org/10.3103/S1068798X09100219>
2. Мамбеталиев Т.С. Одномерная модель процесса импульсного уплотнения песчаных форм. *Известия ВУЗов Кыргызстана*. 2015;(7):20–23.
3. Mambetaliev TS. One-Dimensional Model of the Process of Pulsed Compaction of Sand Forms. *Izvestiya VUZov Kyrgyzstana*. 2015;(7):20–23. (In Russ.)
4. Михеевская М.А., Бурмистрова Д.Д., Стородубцева Т.Н., Швецова В.В., Рябухин П.Б., Григорьев Г.В. и др. Теоретическое исследование брикетирования древесных отходов с учетом нелинейного упрочнения сырья. *Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии*. 2022;(240):175–185. <https://doi.org/10.21266/2079-4304.2022.240.175-185>
5. Mikheevskaya MA, Burmistrova DD, Storodubtseva TN. Theoretical Study of Wood Waste Briquetting Taking into Account Nonlinear Strengthening of the Raw Materials. *Proceedings of the St. Petersburg Forestry Academy*. 2022;(240):175–185. <https://doi.org/10.21266/2079-4304.2022.240.175-185>
6. Чибиров О.В., Куницкая О.А., Григорьев М.Ф. Расчет потребного давления прессования опилок при формировании брикета. *Ремонт. Восстановление. Модернизация*. 2019;(2):22–25. <https://doi.org/10.31044/1684-2561-2019-0-2-22-25>

- Chibirev OV, Kunitskaya OA, Grigoriev MF. Calculation of Needed Pressure for Sawdust Pressing during Briquetting. *Repair, Reconditioning, Modernization*. 2019;(2):22–25. <https://doi.org/10.31044/1684-2561-2019-0-2-22-25>
5. Bouzouidja R, Tingting Vogt Wu, Sbartai M. Mechanical and Thermal Analysis of Performance of Compressed Earth Blocks with Sawdust Material Stabilized with Cement. In book: Amziane S, Merta I, Page J (eds). *Bio-Based Building Materials*. Cham: Springer; 2023. P. 324–332. https://doi.org/10.1007/978-3-031-33465-8_26
6. Руденко Б.Д., Кулак В.В. Описание прочности цементно-древесного конгломерата из кавитированных древесных частиц. *Тенденции развития науки и образования*. 2019;57(1):30–33. <https://doi.org/10.18411/j-12-2019-08>
- Rudenko BD, Kulak VV. Description of the Strength of a Cement-Wood Conglomerate Made of Cavitated Wood Particles. *Trends in the Development of Science and Education*. 2019;57(1):30–33. (In Russ.) <https://doi.org/10.18411/j-12-2019-08>
7. Bereziuk O, Petrov O, Vishtak I. The Impact of the Parameters of the Briquetting Process Using a Hydraulic Press on the Density Briquettes of Plant Waste. In book: Campilho RD, Ivanov V, Pinto GF, Baptista A, Silva FJG (eds). *Advances in Design, Simulation and Manufacturing VIII. Lecture Notes in Mechanical Engineering*. Cham: Springer; 2025. P. 83–97. https://doi.org/10.1007/978-3-031-95218-0_8
8. Shengnan Zhao, Lujia Han, Bing Gao, Pengfei Wu and Xian Liu. Effects of Wet Storage on Compression Molding of Sawdust and Mechanism Analysis. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2019;227(2):022024. <https://doi.org/10.1088/1755-1315/227/2/022024>
9. Halimatuddahiana Nasution, Hamidah Harahap, Retno Riani, AI Pelawi. Effect of Pressing Temperature on the Mechanical Properties of Waste Styrofoam Filled Sawdust Composite. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2018;309(1):012034. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/309/1/012034>
10. Rahmani H, Algirdas A, Shestavetska A, Vaiciukyniene D. Preparation and Mechanical Characterization of Pressed Carbonized Wood Sawdust Bio-Composite. *Scientific Reports*. 2025;15:14981. <https://doi.org/10.1038/s41598-025-98658-w>
11. Camilo Oliveros-Gaviria, Edwin Cumbalaza, Jose Herminsu Mina-Hernandez, Mayra Eliana Valencia-Zapata, Juan Nicolas Suarez-Bonilla, Nicolas Martinez-Mera. Wood Plastic Composite Based on Recycled High-Density Polyethylene and Wood Waste (Sawdust). *Polymers*. 2024;16(22):3136. <https://doi.org/10.3390/polym16223136>
12. Adole AM, Anum I, Jamaludin MY, Suhaimi AR. Mechanical Characterization of Green Sandwich Composites from Kenaf Fiber Skins and Sawdust Core. *Discover Civil Engineering*. 2025;2:76. <https://doi.org/10.1007/s44290-025-00241-9>
13. Križan P. Construction and Types of Pressing Machines. In book: *Biomass Compaction*. Cham: Springer; 2022. P. 5–19. https://doi.org/10.1007/978-3-030-89956-1_2
14. Manakhov PV, Fedoseev OB. Elastoplastic Compression of a Rectangular Body: An Alternative Approach. *Russian Engineering Research*. 2009;29(1):20–23. <https://doi.org/10.3103/S1068798X09010067>
15. Власов Ю.Н. Теоретическое исследование влияния времени и скорости прессования на плотность брикетов из древесных опилок. *Известия Санкт-Петербургской лесотехнической академии*. 2019;(227):188–198. <https://doi.org/10.21266/2079-4304.2019.227.188-198>
- Vlasov YuN. Theoretical Study of the Effect of Pressing Time and Moulding Speed on Density of Sawdust Briquettes. *Proceedings of the St. Petersburg Forestry Academy*. 2019;(227):188–198. <https://doi.org/10.21266/2079-4304.2019.227.188-198>
16. Чибиров О.В., Власов Ю.Н., Кучер С.В., Куницкая О.А. Оценка упругих свойств конгломерата древесных частиц. *Системы. Методы. Технологии*. 2017;(1(33)):140–146. <https://doi.org/10.18324/2077-5415-2017-1-140-146>
- Chibirev OV, Vlasov YuN, Kucher SV, Kunitskaya OA. Evaluation of Elastic Properties of Wood Particles Conglomerate. *Systems. Methods. Technologies*. 2017;(1(33)):140–146. <https://doi.org/10.18324/2077-5415-2017-1-140-146>
17. Мюллер О.Д., Мелехов В.И., Любов В.К., Малыгин В.И. Влияние давления прессования на коэффициент бокового давления древесных гранул. *Известия высших учебных заведений. Лесной журнал*. 2013;(3):97–102. URL: https://lesnoizhurnal.ru/issuesarchive/?ELEMENT_ID=56317&ysclid=mh4hl9lx33532851616 (дата обращения: 10.09.2025).
- Myuller OD, V.I. Melekhov VI, Lyubov VK, Malygin VI. The Effect of Compacting Pressure on the Side Pressure Coefficient of Wood Pellets. *Russian Forestry Journal*. 2013;(3):97–102. URL: https://lesnoizhurnal.ru/issuesarchive/?ELEMENT_ID=56317&ysclid=mh4hl9lx33532851616 (accessed: 10.09.2025).
18. Feoktistov SI, Andrianov IK. Construction of Forming Limit Diagram for Sheet Blanks from Aviation Aluminum Alloys. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2023;23(1):7–16. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-1-7-16>
19. Shlyakhin DA, Savinova EV. Coupled Axisymmetric Thermoelectroelasticity Problem for a Round Rigidly Fixed Plate. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2024;24(1):23–35. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-1-23-35>

Об авторах:

Иван Константинович Андрианов, кандидат технических наук, доцент кафедры «Авиастроение и компьютерное проектирование» Комсомольского-на-Амуре государственного университета, (681013, Российской Федерации, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27), [SPIN-код](#), [ORCID](#), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), ivan_andrianov_90@mail.ru

Сергей Николаевич Иванов, доктор технических наук, доцент, профессор кафедры «Электромеханика» Комсомольского-на-Амуре государственного университета (681013, Российская Федерация, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27), [SPIN-код](#), [ORCID](#), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), snivanov57@mail.ru

Елена Константиновна Чепурнова, лаборант-исследователь, кафедра «Авиастроение и компьютерное проектирование» Комсомольского-на-Амуре государственного университета (681013, Российская Федерация, г. Комсомольск-на-Амуре, пр. Ленина, 27), [SPIN-код](#), [ORCID](#), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), el.cheb@bk.ru

Заявленный вклад авторов:

И.К. Анрианов: проведение исследования, разработка программного обеспечения.

С.Н. Иванов: разработка концепции, написание рукописи – рецензирование и редактирование.

Е.К. Чепурнова: проведение исследования.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Ivan K. Andrianov, Cand.Sci. (Eng.), Associate Professor of the Department of Aircraft Engineering and Computer-Aided Design, Komsomolsk-na-Amure State University (27, Lenin Prospect, Komsomolsk-on-Amur, 681013, Russian Federation), [SPIN-code](#), [ORCID](#), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), ivan_andrianov_90@mail.ru

Sergey N. Ivanov, Dr.Sci. (Eng.), Associate Professor, Professor of the Electrical Engineering Department, Komsomolsk-na-Amure State University (27, Lenin Prospect, Komsomolsk-on-Amur, 681013, Russian Federation), [SPIN-code](#), [ORCID](#), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), snivanov57@mail.ru

Elena K. Chepurnova, research laboratory assistant of the Department of Aircraft Engineering and Computer-Aided Design, Komsomolsk-na-Amure State University (27, Lenin Prospect, Komsomolsk-on-Amur, 681013, Russian Federation), [SPIN-code](#), [ORCID](#), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), el.cheb@bk.ru

Claimed Contributorship:

IK Andrianov: investigation, software.

SN Ivanov: conceptualization, writing – review & editing.

EK Chepurnova: investigation.

Conflict of Interest Statement: the authors declare no conflict of interest.

All authors have read and approved the final version of manuscript.

Поступила в редакцию / Received 02.09.2025

Поступила после рецензирования / Reviewed 26.09.2025

Принята к публикации / Accepted 06.10.2025