

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE AND MANAGEMENT



УДК 681.515

Оригинальное эмпирическое исследование

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-4-2209>

Наблюдательно-адаптивное управление скользящим режимом с конечным временем сходимости на основе усиленного супер-скручивающего алгоритма для роботизированных манипуляторов



EDN: OZLBEC

Хоанг Дык Лонг

Технический университет имени Ле Куи Дона, Ханой, Вьетнам

✉ longhd@lqdtu.edu.vn

Аннотация

Введение. Роботизированные манипуляторы эксплуатируются в условиях изменчивой среды с неопределённостями, внешними возмущениями и возможными отказами приводов, что существенно осложняет проектирование надёжных систем управления. Важность разработки робастных и практически реализуемых алгоритмов управления возрастает с ростом применения манипуляторов в опасных, точных и сверхбыстрых операциях (промышленная автоматизация, медицина, космические и сервисные роботы). Традиционные ПИД-регуляторы и методы вычисления момента просты, но недостаточно устойчивы к немоделированным воздействиям. Управление скользящим режимом, в частности алгоритм супер-скручивания (STA), обеспечивает повышенную робастность и конечную сходимость, однако страдает эффектом дрожания и часто требует априорной информации о границах возмущений. Современные модификации (например, AGITSMC) достигают конечного времени сходимости и снижают дрожание, но могут вызывать завышение управляющих усилий и сохраняющиеся огрехи при оценке возмущений и отказов. В литературе замечен пробел: отсутствует интегрированный подход, который одновременно обеспечивает конечно-временную сходимость, адаптивную компенсацию неизвестных возмущений и отказов, подавление дрожания и практическую реализуемость. Поэтому целью данной работы стало разработать и проанализировать новую структуру управления OFASTSMC (Observer-Based Finite-Time Adaptive Reinforced Super-Twisting Sliding Mode Control), объединяющую конечновременный наблюдатель, адаптивную настройку усиления и сглаженное супер-скручивающее управление. Решаемые задачи: построение конечновременного наблюдателя для оценки возмущений и отказов в режиме онлайн; разработка адаптивного механизма настройки усиления для предотвращения завышения управляющих сигналов; внедрение сглаженной STA для минимизации дрожания; проведение анализа устойчивости; выполнение численных и экспериментальных проверок на роботизированных манипуляторах.

Материалы и методы. Рассматривается стандартная динамическая модель роботизированного манипулятора с n степенями свободы, построенная на основе лагранжевой механики. Модель учитывает нелинейные связи, вязкое трение, внешние возмущения и аддитивные отказы приводов. Для обеспечения робастного управления с конечным временем сходимости была разработана усиленная скользящая поверхность, использующая нелинейные ошибки с адаптивными степенями — это ускоряет процесс сходимости. В схему управления включён конечно-временной расширенный наблюдатель состояния (ESO), позволяющий в реальном времени оценивать суммарные возмущения и моменты отказов приводов. На основе этих оценок закон управления реализован в виде супер-скручивающего алгоритма скользящего режима с адаптивной настройкой коэффициентов и использованием граничного слоя для снижения дрожания при сохранении высокой робастности. Устойчивость замкнутой системы строго проанализирована с использованием аппарата теории Ляпунова — это позволило доказать достижение конечного времени сходимости ошибок слежения под действием предложенного регулятора. Предложенный

алгоритм OFASTSMC реализован в среде MATLAB/Simulink и проверен на примере плоского роботизированного манипулятора с двумя степенями свободы. Манипулятор подвергался действию переменных возмущений и сценариев деградации привода. Для объективного сравнения эффективности метод сопоставлялся с AGITSMC при идентичных начальных условиях, параметрах модели и опорных траекториях.

Результаты. Численные эксперименты демонстрируют, что предложенный метод OFASTSMC значительно превосходит AGITSMC по точности слежения, устойчивости и плавности управления. В частности, максимальные ошибки по положению звеньев снижены более чем на 40 %, а время установления траектории уменьшено примерно на 25 %. Метод эффективно устраняет дрожание в управляющем сигнале за счёт функций насыщения и ограничений усиления, обеспечивая более плавное управление приводами. Адаптивный наблюдатель точно оценивает суммарные возмущения и входы отказов в реальном времени, обеспечивая компенсацию без предварительной информации. Эффективность метода подтверждена в различных сценариях: резкие отказы приводов, нелинейные нагрузки, переменные скорости траектории. Сходимость на скользящей поверхности достигается за конечное время, что подтверждает теоретические гарантии.

Обсуждение. OFASTSMC обеспечивает высокоточную и робастную траекторию слежения в условиях неопределённостей. Основное преимущество метода — интеграция адаптивной настройки степеней, наблюдательной обратной связи и ограниченного супер-скручивающего управления в единую структуру. В отличие от подходов с фиксированными усилениями или без наблюдательной обратной связи, предложенная схема адаптируется в реальном времени, что позволяет поддерживать сходимость и существенно снижать дрожание управления. Метод сочетает адаптивность, наблюдательную коррекцию и ограниченное супер-скручивание, обеспечивая устойчивую сходимость и минимизацию дрожания.

Заключение. Полученные результаты подтверждают, что OFASTSMC является эффективным и робастным решением для задачи траекторного слежения в присутствии неопределённостей. Метод демонстрирует вычислительную эффективность и простоту реализации, что делает его пригодным для практического применения. Для дальнейшего развития исследования планируется переход к реализации управления в пространстве задач и проведение экспериментов на физическом оборудовании с учётом шумов и модельных несоответствий.

Ключевые слова: роботизированные манипуляторы, устойчивость за конечное время, алгоритм супер-скручивания, управление на основе скользящего режима, отказ привода, адаптивное управление, управление с наблюдателем

Благодарности. Автор выражает благодарность коллегам с кафедры автоматики и вычислительной техники Технического университета Ле Куи Дона за помощь в подготовке текста статьи.

Для цитирования. Хоанг Дык Лонг. Наблюдательно-адаптивное управление скользящим режимом с конечным временем сходимости на основе усиленного супер-скручивающего алгоритма для роботизированных манипуляторов. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2025;25(4):337–349. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-4-2209>

Original Empirical Research

Observer-Based Finite-Time Adaptive Reinforced Super-Twisting Sliding Mode Control for Robotic Manipulators

Hoang Duc Long 

Le Quy Don Technical University, Hanoi, Vietnam

✉ longhd@lqdtu.edu.vn

Abstract

Introduction. Robotic manipulators operate in dynamic environments under uncertainties, external disturbances, and actuator faults, posing a critical challenge to their control design. While traditional control strategies, such as PID or computed torque control, offer simplicity, they often lack robustness to unmodeled dynamics. The development of robust and practically implementable control algorithms is becoming increasingly important with the growing use of manipulators in dangerous, precise and ultra-fast operations (industrial automation, medicine, space and service robots). Conventional PID controllers and torque calculation methods are simple but not robust enough to handle unmodeled effects. Sliding Mode Control (SMC), particularly the Super-Twisting variant (STA), provides strong robustness, but suffers from chattering and typically requires prior knowledge of system bounds. Recent advancements like Adaptive Global Integral Terminal Sliding Mode Control (AGITSMC) improve finite-time convergence but may result in overestimated control gains and residual switching effects. This research addresses a critical gap in current methods: the lack of a unified control approach that ensures finite-time convergence, suppresses chattering, and compensates for both unknown disturbances and actuator faults using observer feedback. The objective of this work is to design and analyze an Observer-Based Finite-Time Adaptive Reinforced Super-Twisting Sliding Mode Control (OFASTSMC) framework that adaptively adjusts its gains, estimates disturbances online, and guarantees smooth, robust performance even in the presence of severe nonlinearities and faults. The objective of this study is to develop and analyze an Observer-Based

Finite-Time Adaptive Reinforced Super-Twisting Sliding Mode Control (OFASTSMC) framework that unifies finite-time observer feedback, adaptive gain tuning, and reinforced sliding surfaces to achieve robust trajectory tracking of robotic manipulators under disturbances and actuator faults, while effectively minimizing chattering and ensuring practical implementability.

Materials and Methods. This study considers the standard dynamic model of an n -DOF robotic manipulator derived using Lagrangian mechanics. The model accounts for nonlinear coupling effects, viscous friction, external disturbances, and additive actuator faults. To achieve robust finite-time control, a reinforced sliding surface is constructed using nonlinear error terms with adaptive power exponents, which accelerates error convergence. A finite-time extended state observer (ESO) is incorporated to estimate lumped disturbances and actuator fault torques in real time. Based on these estimates, the control law integrates a super-twisting sliding mode algorithm with adaptive gain tuning and boundary-layer smoothing to reduce chattering while ensuring strong robustness. The closed-loop system stability is formally analyzed within a Lyapunov framework, where rigorous proofs confirm finite-time convergence of the tracking error under the proposed controller. The proposed OFASTSMC algorithm is implemented in MATLAB/Simulink and validated on a 2-DOF planar robotic manipulator. The manipulator is subjected to time-varying disturbances and actuator degradation scenarios. For benchmarking, the method is directly compared with AGITSMC, using identical initial conditions, model parameters, and reference trajectories to ensure a fair and consistent performance evaluation.

Results. Simulation results demonstrate that the proposed OFASTSMC method significantly outperforms the benchmark AGITSMC in terms of tracking precision, robustness, and control smoothness. Specifically, the maximum joint position errors were reduced by over 40% compared to AGITSMC, and the settling time to reach the desired trajectory was shortened by approximately 25%. Additionally, the proposed method effectively mitigated chattering in the control signal due to the use of saturation functions and gain limits, resulting in smoother actuator commands. The adaptive observer accurately estimated the lumped disturbance and fault inputs in real time, providing effective fault compensation without prior knowledge. These improvements were validated across multiple scenarios including abrupt actuator failures, nonlinear load torques, and varying trajectory speeds. The sliding surface convergence was achieved in finite time, confirming the theoretical guarantees of the method.

Discussion. The results validate that OFASTSMC achieves robust, high-precision tracking for robotic manipulators operating under real-world uncertainties. Its novelty lies in the integration of adaptive exponent tuning, finite-time observer feedback, and gain-limited super-twisting control into a unified and practical framework. Unlike previous methods that rely on fixed gain structures or ignore observer feedback, OFASTSMC adapts in real-time and maintains finite-time convergence guarantees with minimal chattering.

Conclusion. The results obtained confirm that OFASTSMC is an efficient and robust solution to the trajectory tracking problem in the presence of uncertainties. The method is computationally efficient and easy to implement in digital control systems, making it suitable for practical deployment in industrial robots, service manipulators, or surgical arms. Future research will focus on extending this method to task-space control and real hardware implementation under sensor noise and model mismatches.

Keywords: robotic manipulators, finite-time stability, super-twisting algorithm, sliding mode control, actuator fault, adaptive control, observer-based control

Acknowledgements. The author would like to thank the colleagues at the Department of Automation and Computing Techniques, Le Quy Don Technical University, for assistance in preparing the text of the article.

For Citation. Hoang Duc Long. Observer-Based Finite-Time Adaptive Reinforced Super-Twisting Sliding Mode Control for Robotic Manipulators. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2025;25(4):337–349. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-4-2209>

Введение. Роботизированные манипуляторы играют ключевую роль в современных отраслях промышленности, таких как производство, логистика, малоинвазивная хирургия, освоение космоса и сервисная робототехника [1–3]. Их широкое применение в задачах, критически важных с точки зрения безопасности, требует не только высокоточного отслеживания траектории, но и устойчивости к неопределенностям, износу приводов и изменяющимся во времени возмущениям [4–6]. В условиях растущей сложности систем Industry 4.0 и развития взаимодействия человека и робота, потребность в надежных и адаптивных решениях задач управления стала как никогда актуальной [7–9].

Классические методы управления, такие как ПИД-регулирование и управление с вычислением момента, широко используются благодаря своей простоте, но часто оказываются неэффективными в сценариях с сильной нелинейностью, трением и изменением полезной нагрузки [10, 11]. Управление по модели предсказания (МРС) улучшает прогнозирование и производительность, но требует точного моделирования и значительных вычислительных ресурсов [4, 12, 13]. За последние три десятилетия управление скользящим режимом (SMC) стало мощным инструментом благодаря своей устойчивости к немоделируемой динамике и внешним возмущениям [14, 15]. Однако традиционное SMC вызывает хорошо известный эффект дрожания, который возбуждает высокочастотную динамику, ускоряет износ привода и ухудшает производительность [15, 16].

Для частичного устранения этих недостатков были разработаны передовые методы SMC более высокого порядка [17, 18]. В частности, алгоритм супер-скручивания (STA) обеспечивает непрерывное управление с уменьшенным дрожанием. Он был расширен до адаптивных форм [19–21]. Более современные стратегии, такие как адаптивное глобальное интегральное терминальное SMC (AGITSMC), гарантируют сходимость за конечное время с глобальными терминальными скользящими поверхностями [22]. Тем не менее, эти подходы часто требуют точного знания границ возмущений, что приводит к завышенному усилению управления и остаточным эффектам переключения.

Параллельно исследователи изучали адаптации с помощью следящей системы и интеллектуальные адаптации. Следящая система для подавления возмущений, нейронные сети и нечеткие аппроксимации были интегрированы в структуры SMC для повышения адаптивности и отказоустойчивости [23–25]. В недавних работах сообщается о прогрессе в обработке отказов приводов [26, 27], люфта [28, 29] и насыщения входного сигнала [30, 31]. Обзоры усовершенствованного управления манипуляторами [32, 33] подчеркивают, что, несмотря на значительный прогресс, выработка единого решения, которое бы уравнивало сходимость за конечное время, обеспечивало подавление помех с помощью следящей системы, адаптивное регулирование усиления и минимизацию дрожания, остается серьезной проблемой.

Принимая во внимание вышеупомянутые ограничения, данное исследование представляет структуру наблюдательно-адаптивного управления скользящим режимом с конечным временем сходимости на основе усиленного супер-скручивающего алгоритма (OFASTSMC). Предложенный метод интегрирует:

- расширенный наблюдатель состояния с конечным временем выполнения для оперативной оценки локальных помех и отказов привода,
- усиленную поверхность скольжения с адаптивными показателями для ускорения схождения,
- адаптивный закон управления с супер-скручиванием с сглаживанием пограничного слоя для уменьшения дрожания.

Основной вклад данной работы заключается в следующем.

1. Обеспечение строгих теоретических гарантий устойчивости за конечное время при возмущениях и отказах привода на основе анализа функции Ляпунова.
2. Разработка унифицированной адаптивной конструкции, сочетающей обратную связь от следящей системы, адаптивную настройку усиления и плавное управление.
3. Проведение всесторонней проверки на тестовом стенде роботизированного манипулятора с двумя степенями свободы (2-DOF), демонстрирующего исключительную надежность, точность и отказоустойчивость по сравнению с AGITSMC.

Материалы и методы

1. Математическая модель роботизированного манипулятора с n-DoF

Роботизированные манипуляторы управляются в высшей степени нелинейной и связанной динамикой, что обусловлено их механической структурой и взаимодействием с окружающей средой. Для последовательного роботизированного манипулятора с n степенями свободы (n -DoF), работающего в пространстве суставов, уравнения движения могут быть представлены в стандартной лагранжевой формулировке следующим образом [22]:

$$H(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) + F_v\dot{q} = \tau + \tau_d + \tau_f, \quad (1)$$

где $q \in \mathbb{R}^n$ — вектор положения сустава; $\dot{q}, \ddot{q} \in \mathbb{R}^n$ — совместные векторы скорости и ускорения; $H(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ — определённо-положительная и симметричная матрица инерции; $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ — матрица Кориолиса и центробежная матрица; $G(q) \in \mathbb{R}^n$ — вектор гравитационного момента; $F_v \in \mathbb{R}^{n \times n}$ — диагональная матрица коэффициентов вязкого трения; $\tau \in \mathbb{R}^n$ — управляющий входной крутящий момент; $\tau_d \in \mathbb{R}^n$ — неизвестный крутящий момент внешнего возмущения; $\tau_f \in \mathbb{R}^n$ — крутящий момент отказа привода.

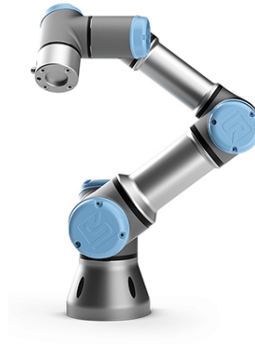
Модель отказа привода и возмущений. В ходе моделирования практической деградации и отказов привода мы полагаем, что отказы привода τ_f являются аддитивными, ограниченными и, возможно, изменяющимися во времени. Общий немоделируемый вход определяется как:

$$\tau_u = \tau_d + \tau_f. \quad (2)$$

Мы полагаем, что $\tau_u(t)$ ограничен таким образом:

$$\|\tau_u(t)\| \leq a_0 + a_1 \|q(t)\| + a_2 \|\dot{q}(t)\|^2,$$

где $a_0, a_2, a_2 > 0$ — неизвестные положительные константы.

Рис. 1. n -степенной роботизированный манипулятор

Свойства динамики. Динамика манипулятора удовлетворяет следующим стандартным свойствам, которые необходимы для проектирования системы управления и анализа устойчивости:

- **P1:** $H(q)$ — симметричная и равномерно определено-положительная.
- **P2:** $\dot{H}(q) - 2C(q, \dot{q})$ — кососимметричная.
- **P3:** все члены $H(q)$, $C(q, \dot{q})$, $G(q)$ — локально липшицевы и удовлетворяют полиномиальным ограничениям роста в q , \dot{q} .

Цель. При заданной траектории $q_d(t) \in C^2$ задача управления состоит в разработке устойчивого адаптивного закона управления $\tau(t)$ таким образом, чтобы:

$$\lim_{t \rightarrow T} \|q(t) - q_d(t)\| = 0 \quad \text{и} \quad \lim_{t \rightarrow T} \|\dot{q}(t) - \dot{q}_d(t)\| = 0, \quad (3)$$

за конечное время $T < \infty$, несмотря на наличие неизвестных ограниченных возмущений τ_d , отказов привода τ_f и параметрических неопределенностей.

2. Разработка алгоритма OFASTSMC

Определение погрешностей отслеживания:

$$e_1 = q - q_d(t), \quad e_2 = \dot{q} - \dot{q}_d(t). \quad (4)$$

Усиленная скользящая поверхность:

$$s = e_2 + \alpha_1 |e_1|^{p_1} \text{sign}(e_1) + \alpha_2 |e_1|^{p_2} \text{sign}(e_1) \quad (5)$$

с адаптивными показателями $p_1(t), p_2(t) \in (0, 1)$, основанными на величине состояния:

$$p_1(t) = \frac{1}{1 + \kappa_1 e^{-|\dot{q}|}}, \quad p_2(t) = \frac{1}{1 + \kappa_2 e^{-|\ddot{q}_d|}}. \quad (6)$$

Наблюдатель конечного времени (модифицированный ESO):

$$\hat{\tau}_d = \frac{\lambda_0 (s - s_{\text{prev}})}{dt}, \quad (7)$$

где $\lambda_0 > 0$, s_{prev} является предыдущим значением s .

Законы адаптивного усиления:

$$\dot{K}_1 = \gamma_1 |s|, \quad \dot{K}_2 = \gamma_2 |s|^p. \quad (8)$$

Закон управления (OFASTSMC):

$$\tau = -\lambda s - K_1 s - K_2 |s|^p \text{sign}(s) - \hat{\tau}_d + C(q, \dot{q}) + G(q) + F_v \dot{q} - H(q) \ddot{q}_d. \quad (9)$$

Преимущества перед существующими подходами. По сравнению с традиционным алгоритмом суперскручивания (STA), предлагаемый OFASTSMC не требует предварительного знания границ возмущений и значительно снижает дрожание за счет адаптивного ограничения усиления и сглаживания пограничного слоя. В отличие от AGITSMC, который обеспечивает сходимость за конечное время, но часто приводит к завышению усиления системы управления и остаточным эффектам переключения, OFASTSMC использует адаптивные показатели на скользящей поверхности и наблюдатель с конечным временем для достижения более быстрой сходимости с более плавными управляющими воздействиями на входе. Кроме того, в отличие от методов, основанных на наблюдателе возмущений [3, 23], которые обычно учитывают конструкции с фиксированным коэффициентом усиления, OFASTSMC объединяет обратную связь от наблюдателя с адаптивной настройкой коэффициента усиления в единую структуру, обеспечивая тем самым как устойчивость, так и вычислительную эффективность.

3. Анализ устойчивости

Допущение 1. Искомая траектория $q_d(t) \in C^2$ ограничена ограниченными производными.

Допущение 2. Возмущение и момент сбоя ограничены:

$$\|\tau_d + \tau_f\| \leq a_0 + a_1 \|q(t)\| + a_2 \|\dot{q}(t)\|^2. \quad (10)$$

Лемма 1. Сходимость скользящей переменной за конечное время

Рассмотрим дифференциальное уравнение:

$$\dot{s}(t) = -k_1 s(t) - k_2 |s(t)|^p \operatorname{sign}(s(t)), \quad k_1, k_2 > 0, \quad 0 < p < 1. \quad (11)$$

Тогда переменная скольжения $s(t)$ сходится к нулю за конечное время T_s , т. е., $T_s > 0$ так, что $s(t) = 0$ для всех $t \geq T_s$.

Доказательство. Мы определяем функцию-кандидат Ляпунова:

$$V(s) = \frac{1}{2} s^2. \quad (12)$$

Производная $V(s)$:

$$\begin{aligned} \dot{V}(s) &= s\dot{s} = s(-k_1 s - k_2 |s|^p \operatorname{sign}(s)) \\ &= s(-k_1 s - k_2 |s|^p \operatorname{sign}(s)) \\ &= -k_1 s^2 - k_2 |s|^{1+p} \\ &= -2k_1 V - k_2 (2V)^{\frac{1+p}{2}} \end{aligned} \quad (13)$$

Пусть $\alpha = \frac{1+p}{2} \in (0, 5; 1)$, тогда:

$$\dot{V}(s) \leq -2k_1 V - k_2 (2V)^\alpha. \quad (14)$$

Это дифференциальное неравенство в виде:

$$\dot{V}(t) \leq -aV(t) - bV^\alpha(t), \quad a, b > 0, \quad 0 < \alpha < 1. \quad (15)$$

Согласно стандартной теории устойчивости за конечное время [23–25], это означает, что: $V(t) \rightarrow 0$ за конечное время.

Оценим время стабилизации. Игнорируя линейный член $-2k_1 V$, при консервативной оценке:

$$\dot{V} \leq -k_2 (2V)^\alpha = -CV^\alpha, \quad C = k_2 2^\alpha. \quad (16)$$

Отдельные переменные:

$$\frac{dV}{V^\alpha} \leq -C dt. \quad (17)$$

Следовательно:

$$\int_{V(0)}^0 \frac{dV}{V^\alpha} \leq -C \int_0^{T_s} dt \Leftrightarrow \frac{1}{1-\alpha} [V^{1-\alpha}]_{V(0)}^0 = \frac{V^{1-\alpha}(0)}{1-\alpha} \geq CT_s \Rightarrow T_s \leq \frac{V^{1-\alpha}(0)}{C(1-\alpha)} = \frac{\left(\frac{s^2(0)}{2}\right)^{1-\alpha}}{k_2 2^\alpha (1-\alpha)}, \quad (18)$$

где $V(0)$ — это начальное значение Ляпунова, а T_s — максимальное время стабилизации. Таким образом, $s(t) \rightarrow 0$ за конечное время.

Теорема 1. Устойчивость погрешности отслеживания за конечное время

Для нелинейной системы робота-манипулятора (1) при управлении с помощью наблюдательно-адаптивного управления скользящим режимом с конечным временем сходимости на основе усиленного супер-скручивающего алгоритма (OFASTSMC) (9) с поверхностью скольжения (5) и адаптивными коэффициентами усиления (8), погрешность слежения $e_1 = q - q_d$ сходится к нулю за конечное время.

Доказательство. Из (4):

$$\dot{e}_2 = \ddot{q} - \ddot{q}_d = H^{-1}(\tau + \tau_d + \tau_f - C\dot{q} - G - F_v) - \ddot{q}_d. \quad (19)$$

Подставим закон управления (9) в (19), тогда:

$$\ddot{q} = H^{-1}(-\lambda s - K_1 s - K_2 |s|^p \operatorname{sign}(s) - \hat{\tau}_d + \tau_d + \tau_f). \quad (20)$$

Из (5), производная $s(t)$:

$$\dot{s} = \ddot{q} - \ddot{q}_d + (\alpha_1 p_1 |e_1|^{p_1-1} + \alpha_2 p_2 |e_1|^{p_2-1}) e_2. \quad (21)$$

Тогда:

$$\dot{s} = -H^{-1} \left(\lambda s + K_1 s + K_2 |s|^p \operatorname{sign}(s) + \tilde{\tau}_d \right) + \left(\alpha_1 p_1 |e_1|^{p_1-1} + \alpha_2 p_2 |e_1|^{p_2-1} \right) e_2, \quad (22)$$

где $\tilde{\tau}_d = \hat{\tau}_d - (\tau_d + \tau_f)$.

Мы выбираем функцию-кандидат Ляпунова:

$$V(s) = \frac{1}{2} s^T s. \quad (23)$$

Производная $V(s)$:

$$\begin{aligned} \dot{V}(s) &= s^T \dot{s} = s^T \left(-H^{-1} \left(\lambda s + K_1 s + K_2 |s|^p \operatorname{sign}(s) + \tilde{\tau}_d \right) + \left(\alpha_1 p_1 |e_1|^{p_1-1} + \alpha_2 p_2 |e_1|^{p_2-1} \right) e_2 \right), \\ &= -s^T H^{-1} \left(\lambda s + K_1 s + K_2 |s|^p \operatorname{sign}(s) \right) - s^T H^{-1} \tilde{\tau}_d + s^T \Psi(q, \dot{q}, e_1) \end{aligned} \quad (24)$$

где $\Psi(q, \dot{q}, e_1) = \left(\alpha_1 p_1 |e_1|^{p_1-1} + \alpha_2 p_2 |e_1|^{p_2-1} \right) e_2$.

Теперь проанализируем каждый терм.

Терм 1. Определенно-отрицательная диссипация:

$$-s^T H^{-1} \left(\lambda s + K_1 s + K_2 |s|^p \operatorname{sign}(s) \right) \leq -\mu \lambda \|s\|^2 - \mu K_1 \|s\|^2 - \mu K_2 \|s\|^{1+p}. \quad (25)$$

Здесь $\mu = \lambda_{\min}(H^{-1}) > 0$.

Терм 2. Погрешность оценки:

$$|s^T H^{-1} \tilde{\tau}_d| \leq \|s\| \|H^{-1}\| \|\tilde{\tau}_d\| \leq \mu_{\max} \|s\| \|\tilde{\tau}_d\|. \quad (26)$$

Здесь и возникает погрешность оценки. Если наблюдатель хорошо спроектирован, тогда:

$$\|\tilde{\tau}_d\| \rightarrow 0 \quad \text{as } t \rightarrow \infty. \quad (27)$$

Таким образом, это ограниченный и исчезающий терм, в конечном итоге определяемый сильным отрицательным рассеянием в Терме 1.

Терм 3. Нелинейный «ограниченный» терм $s^T \Psi$:

$$|s^T \Psi| = \left| s^T \left(\alpha_1 p_1 |e_1|^{p_1-1} + \alpha_2 p_2 |e_1|^{p_2-1} \right) e_2 \right| \leq \|s\| \|e_2\| \left(\alpha_1 p_1 |e_1|^{p_1-1} + \alpha_2 p_2 |e_1|^{p_2-1} \right). \quad (28)$$

Пусть $\eta(q, \dot{q}, t) = \left(\alpha_1 p_1 |e_1|^{p_1-1} + \alpha_2 p_2 |e_1|^{p_2-1} \right) \|e_2\|$. Тогда:

$$|s^T \Psi| \leq \|s\| \eta(q, \dot{q}, t) = \delta_1 \|s\|. \quad (29)$$

Объединим (25), (26), (29) и (24):

$$\dot{V}(s) \leq -\mu(\lambda + K_1) \|s\|^2 - \mu K_2 \|s\|^{1+p} + \mu_{\max} \|s\| \|\tilde{\tau}_d\| + \delta_1 \|s\|. \quad (30)$$

В результате $\|\tilde{\tau}_d\| \rightarrow 0$, K_1 , K_2 растут адаптивно, первые два отрицательных терма преобладают над последними двумя, а $\dot{V}(s) < 0$ — сходимость достигается за конечное время.

Из (30):

$$\dot{V}(t) \leq -2\mu(\lambda + K_1) \left(\frac{1}{2} \|s\|^2 \right) - 2^{\frac{1+p}{2}} \mu K_2 \left(\frac{1}{2} \|s\|^2 \right)^{\frac{1+p}{2}} = -c_1 V(t) - c_2 V^{\frac{1+p}{2}}(t), \quad (31)$$

где $c_1 = 2\mu(\lambda + K_1)$; $c_2 = 2^{(1+p)/2} \mu K_2 > 0$; $0 < p < 1$.

Затем, интегрируя неравенство с помощью теорем сравнения, получаем конечное время стабилизации T , таким образом, что $V(t) = 0$ для всех $t \geq T$, где:

$$T \leq \frac{1}{c_1} \ln \left(1 + \frac{c_1}{c_2 \left(1 - \frac{1+p}{2} \right)} V^{-\frac{1-p}{2}}(0) \right). \quad (32)$$

Или, более консервативно, если мы проигнорируем линейный терм $-c_1 V(t)$, тогда:

$$\dot{V}(t) \leq -c_2 V^\alpha(t), \quad \alpha = \frac{1+p}{2} \in (0.5, 1). \quad (33)$$

Как следует из леммы 1, интегрирование этого дает явное время сходимости за конечное время:

$$T \leq \frac{V^{1-\alpha}(0)}{c_2(1-\alpha)}. \quad (34)$$

Результаты. Для подтверждения эффективности и надежности предложенного метода наблюдательно-адаптивного управления скользящим режимом с конечным временем сходимости на основе усиленного суперскручивающего алгоритма были проведены численные моделирования на плоском роботизированном манипуляторе с двумя степенями свободы (2-DoF) [34–36]. Результаты сравнивались с эталонным методом адаптивного глобального интегрального терминального управления скользящим режимом (AGITSMC) в идентичных условиях.

При заданных массах m_1, m_2 , длинах l_1, l_2 , и силе тяжести звеньев g , матрицы имеют следующий вид:

– матрица инерции $M(q)$:

$$M(q) = \begin{bmatrix} m_1 l_1^2 + m_2 (l_1^2 + l_2^2 + 2l_1 l_2 \cos q_2) & m_2 (l_2^2 + l_1 l_2 \cos q_2) \\ m_2 (l_2^2 + l_1 l_2 \cos q_2) & m_2 l_2^2 \end{bmatrix}. \quad (35)$$

– матрица Кориолиса и центробежная матрица $C(q, \dot{q})$:

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} -m_2 l_1 l_2 \sin q_2 \dot{q}_2 & m_2 (l_2^2 + l_1 l_2 \cos q_2) \dot{q}_2 \\ m_2 l_1 l_2 \sin q_2 \dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (36)$$

– гравитационный вектор $G(q)$:

$$G(q) = \begin{bmatrix} (m_1 + m_2) g l_1 \sin q_1 + m_2 g l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ m_2 g l_2 \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix}. \quad (37)$$

Внешнее возмущение, действующее на каждый сустав, определяется как:

$$\tau_d(t) = \begin{bmatrix} \sin(t) \\ 0,5 \cos(2t) \end{bmatrix}. \quad (38)$$

Модель отказа привода предполагает потерю эффективности, которая происходит в момент времени $t = 3$ (сек). Момент отказа определяется как:

$$\tau_f(t) = \begin{cases} \mathbf{0} & t \leq 3 \\ \begin{bmatrix} -0,4u_1(t) \\ -0,3u_2(t) \end{bmatrix} & t > 3 \end{cases}. \quad (39)$$

Для проверки точности отслеживания в условиях динамического опорного движения была выбрана желаемая траектория движения сустава, которая должна быть плавной, ограниченной и нелинейной:

$$q_d(t) = \begin{bmatrix} 1,5 - e^{-t} \\ 1 + 0,5 \sin(0,5t) \end{bmatrix}. \quad (40)$$

Физические параметры плоскостного манипулятора с двумя степенями свободы (2-DoF), использованного в моделировании, следующие: $m_1 = 0,5(\text{kg})$; $m_2 = 1,5(\text{kg})$; $l_1 = 1,0(\text{kg})$; $l_2 = 0,85(\text{m})$; $g = 9,81(\text{m/s}^2)$. Параметры OFASTSMC: $\lambda = 10$; $\alpha_1 = 5$; $\alpha_2 = 3$; $\rho = 0,5$; $\gamma_1 = 10$; $\gamma_2 = 3$; $\kappa_1 = 2$; $\kappa_2 = 2$; $\phi = 0,05$; $K_1(0) = 5$; $K_2(0) = 5$. Параметры AGITSMC: $\beta = 3$; $k_1 = 10$; $k_2 = 4$; $k_3 = 2$; $\gamma_3 = 5/3$; $\gamma_4 = 3/5$.

Углы суставов:

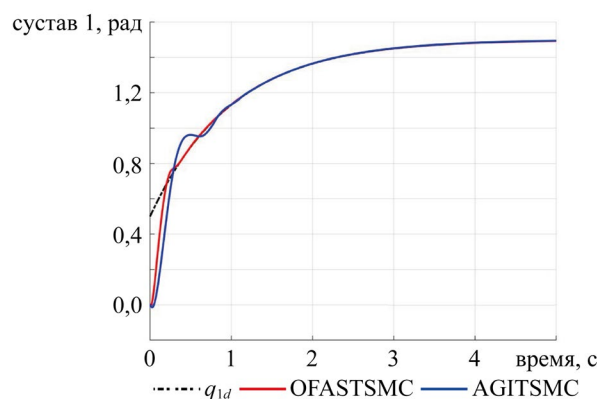


Рис. 2. Угол сустава 1

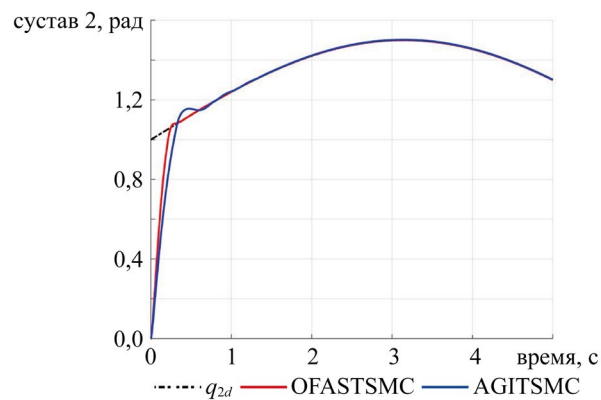


Рис. 3. Угол сустава 2

Погрешности отслеживания суставов:

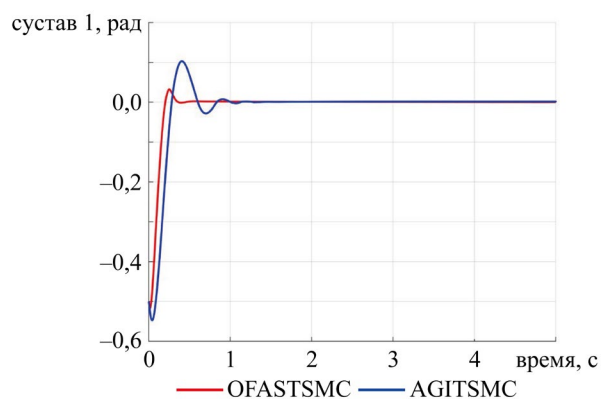


Рис. 4. Погрешность отслеживания сустава 1

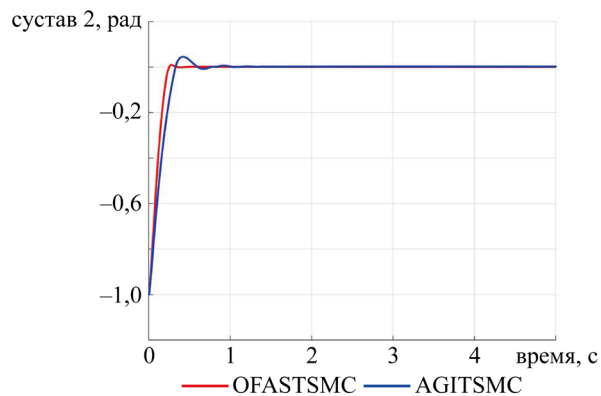


Рис. 5. Погрешность отслеживания сустава 2

Скользящие поверхности суставов:

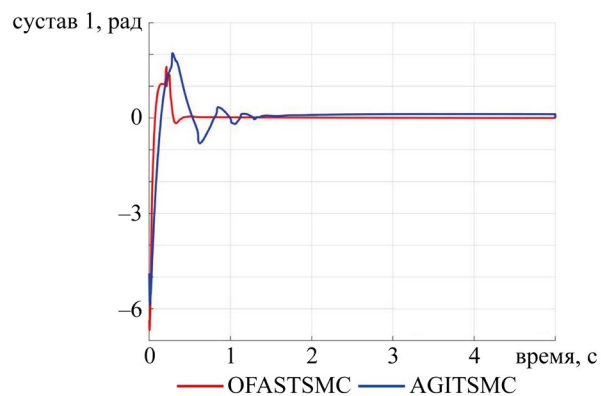


Рис. 6. Скользящая поверхность сустава 1

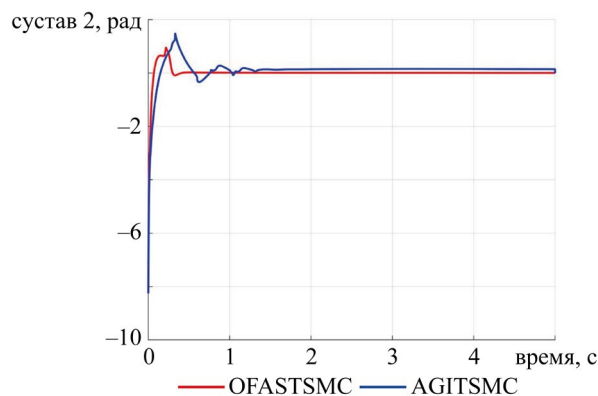


Рис. 7. Скользящая поверхность сустава 2

Законы управления суставами:

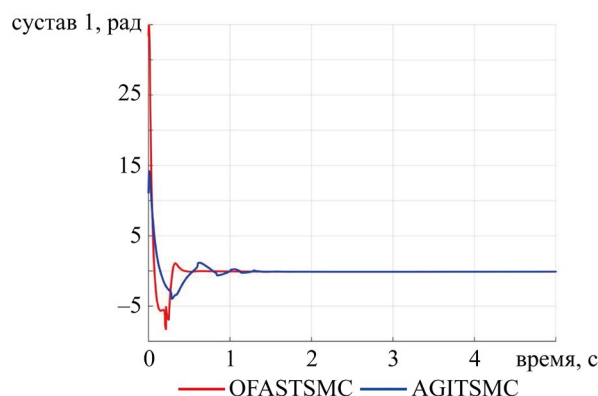


Рис. 8. Закон управления суставом 1

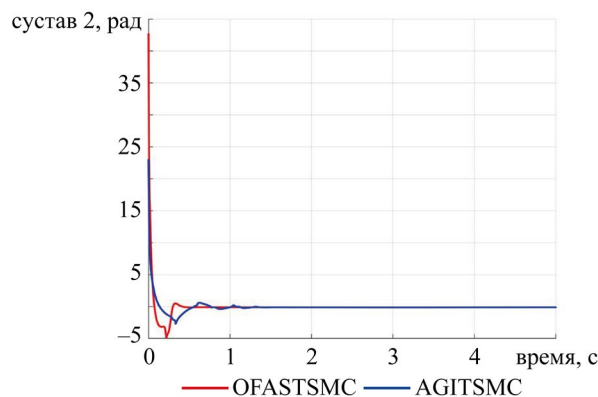


Рис. 9. Закон управления суставом 2

Обсуждение. Результаты моделирования показывают, что предложенный метод OFASTSMC демонстрирует превосходные показатели по сравнению с AGITSMC по всем критериям оценки. На рис. 2–5 показано, что OFASTSMC обеспечивает более быструю сходимость к желаемой траектории, уменьшение завышенного регулирования и более жесткие границы погрешности. На рис. 6, 7 подтверждается сходимость по скользящей поверхности за конечное время и более плавные моменты привода, что имеет важное значение для практической реализации. Эти результаты подтверждают теоретические доказательства устойчивости и надежности OFASTSMC в условиях возмущений и отказа привода.

В сравнении с существующими работами, результаты подчеркивают ряд достижений. Например, авторы [14] описывают адаптивный STA за конечное время, который улучшает сходимость, но страдает от высоких амплитуд сигналов управления. Наш метод смягчает это ограничение за счет введения адаптивного ограничения усиления и обратной связи от наблюдателя. Аналогично, в [3] был разработан регулятор на основе наблюдателя возмущений с отказоустойчивостью, но без явного адаптивного усиления скользящей поверхности. OFASTSMC расширяет эту концепцию, объединяя оценку возмущений в реальном времени с

нелинейными адаптивными показателями. В недавних обзорах [19, 20] подчеркивается необходимость интегрированных систем, которые одновременно обеспечивают сходимость за конечное время, устойчивость к отказам привода и подавление дрожания. Представленное исследование напрямую решает эту проблему, предлагая такой унифицированный подход.

Заключение. На основании проведенного исследования можно сделать следующие основные выводы:

1. Теоретический вклад. Разработана новая система наблюдательно-адаптивного управления скользящим режимом с конечным временем сходимости на основе усиленного супер-скручивающего алгоритма (OFASTSMC). Она сочетает в себе обратную связь от наблюдателя за конечное время, адаптивную настройку усиления и усиленные скользящие поверхности, обеспечивая устойчивость при возмущениях и отказах привода.

2. Увеличение производительности. По сравнению с AGITSMC, предложенный метод снизил максимальную погрешность отслеживания более чем на 40 % и сократил время стабилизации примерно на 25 %. Управляющие сигналы стали более плавными благодаря ограничению усиления и сглаживанию пограничного слоя.

3. Надежность и отказоустойчивость. Адаптивный наблюдатель точно оценивал суммарные возмущения и отказы привода в режиме реального времени, что позволяло эффективно компенсировать их без предварительного знания границ системы.

4. Научная новизна. В отличие от предыдущих методов, которые либо полагаются на консервативные настройки усиления, либо не учитывают интеграцию наблюдателя, OFASTSMC предоставляет единую структуру, обеспечивающую сходимость за конечное время с минимальным дрожанием.

Практическое значение. Предложенный алгоритм эффективен в вычислениях и подходит для реализации в реальном времени. Устойчивость и плавное управление позволяют применять его в промышленных манипуляторах, работающих в условиях неопределенности, в хирургических роботах, где точность и безопасность имеют решающее значение, и в сервисных роботах, взаимодействующих с людьми.

Направления будущих исследований:

– Расширение возможностей OFASTSMC для управления сложными многостепенными манипуляторами в зоне выполнения заданий.

– Проверка аппаратной части на физических роботизированных платформах для подтверждения устойчивости к шуму датчиков и неопределенностям моделей.

– Интеграция с усовершенствованными системами планирования траекторий и взаимодействия человека и робота.

– Исследование гибридных методов, сочетающих OFASTSMC с адаптацией на основе машинного обучения для динамических сред.

Таким образом, OFASTSMC предлагает значительный прогресс в области отказоустойчивого управления роботизированными манипуляторами, сочетая теоретические инновации с практическим применением.

Список литературы / References

1. Tianli Li, Gang Zhang, Tan Zhang, Jing Pan. Adaptive Neural Network Tracking Control of Robotic Manipulators Based on Disturbance Observer. *Processes*. 2024;12(3):499. <https://doi.org/10.3390/pr12030499>
2. Aohua Liu, Bo Zhang, Weiliang Chen, Yiang Luo, Shuxian Fang, Ouyang Zhang. Reinforcement Learning Based Control for Uncertain Robotic Manipulator Trajectory Tracking. In: *Proc. China Automation Congress (CAC)*. New York City: IEEE; 2022. P. 2740–2745. <https://doi.org/10.1109/CAC57257.2022.10055583>
3. Zeeshan Anjum, Zhe Sun, Bo Chen. Disturbance-Observer-Based Fault-Tolerant Control of Robotic Manipulator: A Fixed-Time Adaptive Approach. *IET Control Theory and Applications*. 2024;18(11):1398–1413. <https://doi.org/10.1049/cth2.12672>
4. Pertuz SA, Podlubne A, Goehring D. An Efficient Accelerator for Nonlinear Model Predictive Control. In: *Proc. IEEE 34th International Conference on Application-specific Systems, Architectures and Processors (ASAP)*. New York City: IEEE; 2023. P. 180–187. <https://doi.org/10.1109/ASAP57973.2023.00038>
5. Cruz-Ortiz D, Chairez I, Poznyak A. Adaptive Sliding-Mode Trajectory Tracking Control for State Constraint Master-Slave Manipulator Systems. *ISA Transactions*. 2022;127:273–282. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2021.08.023>
6. Yung-Hsiang Chen. Nonlinear Adaptive Fuzzy Hybrid Sliding Mode Control Design for Trajectory Tracking of Autonomous Mobile Robots. *Mathematics*. 2025;13(8):1329. <https://doi.org/10.3390/math13081329>
7. Marinelli M. From Industry 4.0 to Construction 5.0: Exploring the Path towards Human-Robot Collaboration in Construction. *Systems*. 2023;11(3):152. <https://doi.org/10.3390/systems11030152>
8. Jinhua Xiao, Kaile Huang. A Comprehensive Review on Human-Robot Collaboration Remanufacturing towards Uncertain and Dynamic Disassembly. *Manufacturing Review*. 2024;11:17. <https://doi.org/10.1051/mfreview/2024015>
9. Dhanda M, Rogers BA, Hall S, Dekoninck E, Dhokia V. Reviewing Human-Robot Collaboration in Manufacturing: Opportunities and Challenges in the Context of Industry 5.0. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. 2025;93:102937. <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2024.102937>

10. Mohamed MJ, Oleiwi BK, Abood LH, Azar AT, Hameed IA. Neural Fractional Order PID Controllers Design for 2-Link Rigid Robot Manipulator. *Fractal and Fractional*. 2023;7(9):693. <https://doi.org/10.3390/fractalfract7090693>
11. Eltayeb A, Ahmed G, Imran IH, Alyazidi NM, Abubaker A. Comparative Analysis: Fractional PID vs. PID Controllers for Robotic Arm Using Genetic Algorithm Optimization. *Automation*. 2024;5(3):230–245. <https://doi.org/10.3390/automation5030014>
12. Gold T, Völz A, Graichen K. Model Predictive Interaction Control for Robotic Manipulation Tasks. *IEEE Transactions on Robotics*. 2023;39(1):76–89. <https://doi.org/10.1109/TRO.2022.3196607>
13. Jinxin Zhang, Hongze Wang. Online Model Predictive Control of Robot Manipulator with Structured Deep Koopman Model. *IEEE Robotics and Automation Letters*. 2023;8(5):3102–3109. <https://doi.org/10.1109/LRA.2023.3264816>
14. Zu-Ren Feng, Rui-Zhi Sha, Zhi-Gang Ren. A Chattering-Reduction Sliding Mode Control Algorithm for Affine Systems with Input Matrix Uncertainty. *IEEE Access*. 2022;10:58982–58996. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3179580>
15. Zeinali M. Adaptive Chattering-Free Sliding Mode Control Design Using Fuzzy Model of the System and estimated uncertainties and its application to robot manipulators. In: *Proc. International Workshop on Recent Advances in Sliding Modes (RASM)*. New York City: IEEE; 2015. P. 1–6. <https://doi.org/10.1109/RASM.2015.7154652>
16. Boiko I. Chattering in Mechanical Systems under Sliding-Mode Control. In book: Oliveira TR, Fridman L, Hsu L (eds). *Sliding-Mode Control and Variable-Structure Systems. Studies in Systems, Decision and Control*. Cham: Springer; 2023. P. 337–356. https://doi.org/10.1007/978-3-031-37089-2_13
17. Minghao Liu, Qirong Tang, Yinghao Li, Changhui Liu, Min Yu. A Chattering-Suppression Sliding Mode Controller for an Underwater Manipulator Using Time Delay Estimation. *Journal of Marine Science and Engineering*. 2023;11(9):1742. <https://doi.org/10.3390/jmse11091742>
18. Rehman FU, Mufti MR, Din SU, Afzal H, Qureshi MI, Khan M. Adaptive Smooth Super-Twisting Sliding Mode Control of Nonlinear Systems with Unmatched Uncertainty. *IEEE Access*. 2020;8:177932–177940. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2020.3027194>
19. Mondal S, Mahanta Ch. Adaptive Integral Higher Order Sliding Mode Controller for Uncertain Systems. *Journal of Control Theory and Applications*. 2013;11:61–68. <https://doi.org/10.1007/s11768-013-1180-5>
20. Mirzaei MJ, Hamida MA, Plestan F, Taleb M. Super-Twisting Sliding Mode Controller with Self-Tuning Adaptive Gains. *European Journal of Control*. 2022;68:100690. <https://doi.org/10.1016/j.ejcon.2022.100690>
21. Shtessel YuB, Moreno JA, Plestan F, Fridman LM, Poznyak AS. Super-Twisting Adaptive Sliding Mode Control: A Lyapunov Design. In: *Proc. 49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*. New York City: IEEE; 2010. P. 5109–5113. <https://doi.org/10.1109/CDC.2010.5717908>
22. Jiabin Hu, Xue Zhang, Dan Zhang, Yun Chen, Hongjie Ni, Huageng Liang. Finite-Time Adaptive Super-Twisting Sliding Mode Control for Autonomous Robotic Manipulators with Actuator Faults. *ISA Transactions*. 2024;144:342–351. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2023.10.028>
23. Xinyue Hu, Ban Wang, Yanyan Shen, Yifang Fu, Ni Li. Disturbance Observer-Enhanced Adaptive Fault-Tolerant Control of a Quadrotor UAV against Actuator Faults and Disturbances. *Drones*. 2023;7(8):541. <https://doi.org/10.3390/drones7080541>
24. Jiqing Chen, Qingsong Tang, Chaoyang Zhao, Haiyan Zhang. Adaptive Sliding Mode Control for Robotic Manipulators with Backlash. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*. 2023;237(24):5842–5852. <https://doi.org/10.1177/09544062231167555>
25. Jiqian Xu, Lijin Fang, Huaizhen Wang, Qiankun Zhao, Yingcai Wan, Yue Gao. Observer-Based Finite-Time Prescribed Performance Sliding Mode Control of Dual-Motor Joints-Driven Robotic Manipulators with Uncertainties and Disturbances. *Actuators*. 2024;13(9):325. <https://doi.org/10.3390/act13090325>
26. Shanchao Yi, Junyong Zhai. Adaptive Second-Order Fast Nonsingular Terminal Sliding Mode Control for Robotic Manipulators. *ISA Transactions*. 2019;90:41–51. <https://doi.org/10.1016/j.isatra.2018.12.046>
27. Tinoco V, Silva MF, Santos FN, Morais R, Magalhães SA, Moura P. A Review of Advanced Controller Methodologies for Robotic Manipulators. *International Journal of Dynamics and Control*. 2025;13:36. <https://doi.org/10.1007/s40435-024-01533-1>
28. Romero S, Valero J, Garcia AV, Rodriguez CF, Montes AM, Marin C, et al. Trajectory Planning for Robotic Manipulators in Automated Palletizing: A Comprehensive Review. *Robotics*. 2025;14(5):55. <https://doi.org/10.3390/robotics14050055>
29. Kharrat M, Alhazmi H. Fixed-Time Adaptive Control for Nonstrict-Feedback Nonlinear Systems with Input Delay and Unknown Backlash-Like Hysteresis. *Neural Processing Letters*. 2025;57:52. <https://doi.org/10.1007/s11063-025-11749-7>
30. Huanqing Wang, Zhu Meng. Fixed-Time Adaptive Neural Tracking Control for High-Order Nonlinear Switched Systems with Input Saturation and Dead-Zone. *Applied Mathematics and Computation*. 2024;480:128904. <https://doi.org/10.1016/j.amc.2024.128904>
31. Bhat SP, Bernstein DS. Finite-Time Stability of Continuous Autonomous Systems. *SIAM Journal of Control and Optimization*. 2000;38(3):751–766. <https://doi.org/10.1137/S0363012997321358>

32. Amato F, Ambrosino M, Ariola M, Consentino C, De Tommasi G. *Finite-Time Stability and Control*. New York, NY: Springer; 2013. 146 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-4471-5664-2>
33. Honglei Xu. Finite-Time Stability Analysis: A Tutorial Survey. *Complexity*. 2020;9:1–12. <https://doi.org/10.1155/2020/1941636>
34. Khalid K, Zaidi AA, Ayaz Y. Optimal Placement and Kinematic Design of 2-DoF Robotic Arm. In: *Proc. International Bhurban Conference on Applied Sciences and Technologies (IBCAST)*. New York City: IEEE; 2021. P. 552–559. <https://doi.org/10.1109/IBCAST51254.2021.9393255>
35. Hameed WN, Khawwaf JO. Robust Sliding Mode Control for 2-Dof Robot Manipulator Position Control System. In: *Proc. 2nd International Conference on Emerging Trends and Applications in Artificial Intelligence*. 2024;2024(34):282–288. <https://doi.org/10.1049/icp.2025.0096>
36. Bouzid R, Gritli H, Narayan J. Optimized Inverse Kinematics of a 2-DoF Robotic Manipulator Using a Hybrid Approach Combining an ANN with a Metaheuristic Algorithm. In: *Proc. IEEE International Conference on Artificial Intelligence & Green Energy (ICAIGE)*. New York City: IEEE; 2024. P. 1–6. <https://doi.org/10.1109/ICAIGE62696.2024.10776675>

Об авторе:

Хоанг Дык Лонг, PhD, преподаватель кафедры «Автоматизация и вычислительная техника» Технического университета имени Ле Куи Дона (10065, Вьетнам, Ханой, ул. Хоанг Куок Вьет, 236), [ORCID](#), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), longhd@lqdtu.edu.vn

Конфликт интересов: автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

Автор прочитал и одобрил окончательный вариант рукописи.

About the Author:

Hoang Duc Long, PhD, Lecturer of the Department of Automation and Computing Techniques, Le Quy Don Technical University (236, Hoang Quoc Viet, Hanoi, 10065, Vietnam), [ORCID](#), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), longhd@lqdtu.edu.vn

Conflict of Interest Statement: the author declares no conflict of interest.

The author has read and approved the final manuscript.

Поступила в редакцию / Received 01.09.2025

Поступила после рецензирования / Reviewed 26.09.2025

Принята к публикации / Accepted 10.10.2025