

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE AND MANAGEMENT



УДК 519.6:316.472.45

Оригинальное эмпирическое исследование

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-4-2208>

## Идентификация функции активности пользователей социальной сети в линейной диффузионной модели

М.А. Толстых , В.К. Толстых 

Донецкий государственный университет, г. Донецк, Донецкая Народная Республика

✉ [physicisto@yandex.ru](mailto:physicisto@yandex.ru)

EDN: CCULZU

### Аннотация

**Введение.** Повышение точности математических моделей распространения информации в социальных сетях напрямую связано с возможностью корректной идентификации их параметров. Во многих работах фундаментальную сложность этой задачи фактически обходят, подменяя прямую идентификацию искомых функций подбором параметров их эвристических аппроксимаций, что неизбежно приводит к снижению как точности, так и универсальности модели. В линейной диффузионной модели, описывающей пространственно-временную динамику распространения информации, одним из ключевых параметров выступает функция, характеризующая активность пользователей. Целью данного исследования является разработка и численная реализация алгоритма прямой параметрической идентификации функции активности пользователей на основе прямого экстремального подхода, позволяющего полностью отказаться от эвристических аппроксимаций, а также оценка его вычислительной эффективности в сопоставлении с классическим градиентным методом.

**Материалы и методы.** Для решения задачи параметрической идентификации был использован прямой экстремальный подход. В отличие от классического метода наискорейшего спуска, предложенный метод с регулируемым направлением спуска адаптирует траекторию поиска к локальным особенностям функционала качества за счет введения параметра регулирования. Численное решение прямой и сопряженной задач осуществлено по неявной конечно-разностной схеме. Верификация метода проводилась на синтетических данных.

**Результаты исследования.** Для алгоритма идентификации получено аналитическое выражение градиента целевого функционала через решение сопряженной задачи. Установлены границы идентифицируемости искомого параметра, обусловленные инерционностью диффузионного процесса и временем установления реакции сети. Проведено сравнительное исследование градиентных алгоритмов. Классический метод наискорейшего спуска продемонстрировал медленную и неравномерную сходимость, потребовав для достижения критерия остановки 13 217 итераций, тогда как метод с регулируемым направлением спуска обеспечил сходимость к тому же уровню точности за 376 итераций.

**Обсуждение.** Полученные результаты подтверждают теоретические предпосылки о необходимости учета пространственной неоднородности градиента функционала при решении бесконечномерных задач оптимизации. Классический градиентный метод демонстрирует низкую эффективность при восстановлении нестационарных параметров вследствие неоднородности градиента, в то время как метод с регулируемым направлением спуска позволяет достичь равномерной и быстрой сходимости. Это свидетельствует о том, что адаптация алгоритма к специфике бесконечномерной задачи является ключевым фактором успеха. Основной вклад исследования заключается в развитии вычислительного аппарата для прямого определения функциональных параметров, что расширяет методологический арсенал анализа систем, описываемых уравнениями в частных производных.

**Заключение.** Основными результатами работы являются разработка и верификация эффективного алгоритма прямой идентификации функции активности пользователей в линейной диффузионной модели социальной сети. Практическая значимость состоит в создании более точных и интерпретируемых инструментов для моделирования информационного потока без привлечения априорных аппроксимаций. Разработанный алгоритм продемонстрировал значительное преимущество по скорости и характеру сходимости. Тем не менее, интерпретация физического смысла идентифицируемой функции в рамках данной модели требует дальнейшего развития. Перспективным направлением является применение метода к более совершенным моделям, учитывающим пространственную неоднородность активности пользователей, а также его расширение на идентификацию вектора функций.

**Ключевые слова:** социальные сети, диффузионная модель, идентификация параметров, прямой экстремальный подход, бесконечномерная оптимизация

**Благодарности.** Авторы выражают признательность научному коллективу кафедры «Компьютерные технологии» Донецкого государственного университета за плодотворное обсуждение материалов работы.

**Финансирование.** Работа выполнена при финансовой поддержке Азово-Черноморского математического центра на проведение фундаментальных научных исследований (Соглашение от 27.02.2025 № 075-02-2025-1608).

**Для цитирования.** Толстых М.А., Толстых В.К. Идентификация функции активности пользователей социальной сети в линейной диффузионной модели. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2025;25(4):363–370. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-4-2208>

*Original Empirical Research*

## Identification of the Activity Function of Social Network Users in a Linear Diffusion Model

Margarita A. Tolstykh<sup>ID</sup> ✉, Victor K. Tolstykh<sup>ID</sup>  
Donetsk State University, Donetsk, Donetsk People's Republic  
✉ [physicisto@yandex.ru](mailto:physicisto@yandex.ru)

### Abstract

**Introduction.** Improving the accuracy of mathematical models for disseminating information in social networks is directly related to the ability to correctly identify their parameters. In numerous papers, the fundamental complexity of this problem is actually bypassed by substituting the direct identification of the desired functions for the selection of parameters for their heuristic approximations, which inevitably leads to a decrease in both the accuracy and universality of the model. In the linear diffusion model describing the spatiotemporal dynamics of information, one of the key parameters is the function characterizing user activity. The objective of this study includes the development and numerical implementation of an algorithm for direct parametric identification of user activity functions based on a direct extreme approach, which makes it possible to completely abandon heuristic approximations, and the evaluation of its computational efficiency in comparison to the classical gradient method.

**Materials and Methods.** A direct extreme approach was used to solve the parametric identification problem. Unlike the classical steepest descent technique, the proposed method with adjustable descent direction adapted the search trajectory to local features of the quality functional through introducing a control parameter. The numerical solution to the direct and adjoint problems was implemented using an implicit finite-difference scheme. The method was verified using synthetic data.

**Results.** For the identification algorithm, an analytical expression of the gradient of the target functional was obtained through the solution to the adjoint problem. The identifiability limits of the desired parameter conditioned by the inertia of the diffusion process and the network response time were determined. A comparative study of gradient algorithms was conducted. The classical steepest descent approach demonstrated slow and uneven convergence, requiring 13,217 iterations to reach the stopping criterion, whereas the method with adjustable descent direction provided convergence to the same level of accuracy in 376 iterations.

**Discussion.** The obtained results confirm the theoretical assumptions about the need to take into account the spatial heterogeneity of the functional gradient when solving infinite-dimensional optimization problems. The classical gradient technique exhibits low efficiency in reconstructing nonstationary parameters due to gradient nonuniformity, while the method with adjustable descent direction reaches uniform and rapid convergence. This demonstrates that adapting the algorithm to the specifics of an infinite-dimensional problem is a key success factor. The main contribution of the research is the development of a computing apparatus for the direct determination of functional parameters, which expands the methodological arsenal for analyzing systems described by partial differential equations.

**Conclusion.** The key findings of this research are the development and verification of an efficient algorithm for direct identifying user activity functions in a linear diffusion model of a social network. The practical significance consists in the creation of more accurate and interpretable tools for modeling information flows without resorting to a priori approximations. The developed algorithm has demonstrated significant advantages in speed and convergence. However, the interpretation of the physical meaning of the identified function within this model requires further development. A promising direction is the application of the method to more sophisticated models that take into account the spatial heterogeneity of user activity, as well as its extension to the identification of the function vector.

**Keywords:** social networks, diffusion model, parameter identification, direct extreme approach, infinite-dimensional optimization

**Acknowledgements.** The authors would like to thank the research team of the Department of Computer Technologies, Donetsk State University, for fruitful discussions of the research materials.

**Funding Information.** The work is done with the financial support from the Azov-Black Sea Mathematics Center for conducting fundamental scientific research (Agreement No. 075-02-2025-1608 dated February 27, 2025).

**For Citation.** Tolstykh MA, Tolstykh VK. Identification of the Activity Function of Social Network Users in a Linear Diffusion Model. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2025;25(4):363–370. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2025-25-4-2208>

**Введение.** Социальные сети стали неотъемлемым элементом современного общества, осуществляя не только развлекательную функцию, но и выступая инструментом формирования общественного мнения и среды для создания различных сообществ, объединенных интересами (бытовыми, политическими, экстремистскими и т.д.). В связи с этим задачи изучения, прогнозирования и регулирования распространения информации, а также выделения и классификации сообществ в социальных сетях приобретают повышенную актуальность. Решение указанных задач требует разработки точных математических моделей таких процессов.

Существует большое разнообразие социальных платформ, каждая из которых отличается собственной структурой и механизмами передачи информации. Постоянная эволюция и появление новых алгоритмов функционирования социальных сетей приводят к значительному разнообразию их математических моделей. Эпидемические модели SI, SIR, SEIR [1] и их современные усложненные версии в виде моделей среднего поля [2] классифицируют узлы (пользователей) в социальной сети по состояниям и описывают количественное изменение узлов определенного класса. В то же время графовые модели в виде линейной пороговой и каскадной [3] акцентируют внимание на кумулятивном эффекте распространения информации и зачастую используются для поиска лидеров мнений в социальной сети. Каждая из упомянутых моделей описывает лишь частные аспекты распространения информации, не охватывая этот процесс в его пространственно-временной полноте.

В последние годы широкой популярностью стали пользоваться модели на основе машинного обучения, способные с высокой точностью прогнозировать динамику распространения информации [4]. Однако подобные модели, как правило, функционируют по принципу «чёрного ящика» и не предоставляют интерпретируемых параметров (например, виральности, пропускной способности сети или активности пользователей). Отсутствие таких параметров ограничивает возможности исследователей в оценке кластеров социальной сети и управлении процессами распространения информации, что ставит под угрозу применение моделей в задачах, требующих понимания внутренних механизмов диффузии.

В работах [5, 6] отмечается целесообразность построения принципиально общей модели, не привязанной к постоянно изменяющимся алгоритмам функционирования социальных сетей. В исследовании [7] с целью достижения этой цели предлагается использование математического аппарата уравнений в частных производных, а именно — линейной диффузионной модели:

$$\frac{\partial v}{\partial t} - p \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - rhv = 0, \quad x, t \in \Omega = (x_a, x_b) \times (t_0, t_1), \quad (1)$$

где  $t$  — время;  $x$  — расстояние в графе сети, измеряемое минимальным количеством рёбер, по которым может быть передана информация  $V(x, t) \in L_2(\Omega)$  (например, в виде количества репостов определенной новости);  $L_2$  — евклидово пространство функций с интегрируемым квадратом.

Авторы определяют параметры модели следующим образом:  $p$  — популярность информации (виральность, скорость диффузии информации в сети);  $h$  — пропускная способность социальной сети (максимальное количество пользователей, которые могут принять участие в распространении информации);  $r$  — активность пользователей (скорость роста информации в сети).

Модель (1) учитывает пространственно-временные закономерности распространения информации, а её параметры могут быть настроены для отражения особенностей конкретных социальных сетей [7]. Ключевой проблемой в данном случае становится задача параметрической идентификации модели. В общем случае все указанные параметры должны быть функциями:  $p(x)$ ,  $h(x)$ ,  $r(t)$ . Авторы модели (1) предлагают аппроксимировать эти функции различными эвристическими зависимостями, что приводит к задаче параметрической идентификации набора коэффициентов-чисел, входящих в эти зависимости [8, 9]. Такое упрощение не позволяет достичь максимальной точности, которая возможна только при идентификации непосредственно указанных функций, а не их аппроксимаций, поскольку для разных социальных сетей и даже кластеров одной социальной сети может существенно различаться набор входящих в модель параметров. Авторы работы [10] справедливо указывают, что аналитически найти оптимальные параметры-функции зачастую невозможно, и классические численные методы оказываются неэффективными.

В работе [11] рассматривается задача прямой идентификации функции  $h(x)$ . Для поиска её оптимального значения применяется прямой экстремальный подход [12], основывающийся на непосредственной минимизации критерия качества идентификации  $J(h)$  экстремальными алгоритмами градиентом  $\nabla J(h; x)$ . Хотя в работе [11] была сделана попытка прямой идентификации  $h(x)$ , задача идентификации временной функции  $r(t)$  для подобных моделей в литературе систематически не исследована. Целью настоящей работы является восполнение указанного пробела путём разработки и численной реализации алгоритма прямой параметрической идентификации функции активности пользователей в линейной диффузионной модели (1) на основе прямого экстремального подхода. Основная задача заключается в оценке эффективности градиентных алгоритмов для достижения данной цели. Решение этой задачи создаст методологическую основу для последующей идентификации других параметров (например,  $p(x)$  или одновременной идентификации вектора параметров-функций) и перехода к более сложным нелинейным моделям. Параметры  $h(x)$  и  $p(x)$  в рамках данной работы считаются известными и взяты из работы [5] для изоляции и детального анализа целевой задачи.

**Материалы и методы.** Для моделирования процессов распространения информации по уравнению (1) в исследуемом кластере графа сети были заданы граничные условия первого и второго рода:

$$v = 1 \text{ на } \Gamma_a = x_a \times (t_0, t_1), \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \text{ на } \Gamma_b = x_b \times (t_0, t_1).$$

Здесь предполагается, что источник информации находится в узле  $x_a$  и в момент времени  $t = t_0$  генерирует информацию  $v(x_a, t_0)$  в виде одной новости. Значение  $x_b$  определяет расстояние, на котором поток информации исчезает.

Начальное условие соответствует отсутствию обсуждаемой новости в сети:

$$v = 0 \text{ на } \Gamma_0 = (x_a, x_b] \times t_0.$$

Критерий качества идентификации модели был задан в виде отклонения модельного состояния  $v$  от экспериментально наблюдаемого  $v_e$  в реальной сети на всей пространственно-временной области  $\Omega$  в виде следующего функционала:

$$J(r) = \iint_{\Omega} (v - v_e)^2 dx dt. \quad (2)$$

Задача параметрической идентификации оптимального значения функции  $r_*(t)$  формулируется как экстремальная задача:

$$r_* = \arg \min_{r \in L_2(S)} J(r).$$

Для решения данной задачи использовался бесконечномерный градиентный алгоритм:

$$r^{k+1}(t) = r^k(t) - b^k \alpha(t) \nabla J(r^k; t), \quad t \in S_{\Delta} \subset S, \quad k = 0, 1, \dots, \quad (3)$$

где  $k$  — номер итерации;  $b^k$  — шаговый множитель (выбирался методом золотого сечения);  $\alpha(t)$  — параметр регулирования направления спуска. Если  $\alpha(t) = 1$ , то алгоритм (3) сводится к классическому методу наискорейшего спуска (МНС). В противном случае данный алгоритм представляет собой метод с регулируемым направлением спуска (МРНС) [12]. Параметр  $\alpha(t)$  выполняет регулировку направления спуска к оптимуму для обеспечения равномерной сходимости функций  $r^{k+1}(t)$  к  $r_*(t)$  на  $S_{\Delta} \subset S$ , где в принципе возможна равномерная сходимость. Для МРНС, согласно [12], параметр регулирования направления спуска можно задать:

$$\alpha(t) = \frac{r^0(t)}{|\nabla J(r^0; t)|}.$$

Для реализации алгоритма (3) необходимо нахождение аналитического выражения градиента целевого функционала (2), зависящего от управления неявно, что является основной сложностью при бесконечномерной идентификации. Градиент находится через решение сопряженной задачи, техника получения которой широко описана в литературе [13, 14].

Для оценки эффективности решения задачи параметрической идентификации функции активности пользователей в модели (1) посредством прямого экстремального подхода (3) была поставлена следующая тестовая задача.

Исходное и сопряженное линейные параболические уравнения решались численно по неявной конечно-разностной схеме Кранка-Николсона методом прогонки. Пространственно-временная сетка задавалась значениями  $n = 50$ ,  $m = 500$ . Это соответствовало расстоянию в пять рёбер графа сети на которое распространилась новость от источника, и времени  $t_1 - t_0 = 72$  часа. Было принято  $t_\Delta = 5$  часов.

Для построения синтетических данных  $v_e$  параметры  $p$  и  $h$  считались известными и были взяты из работы [5]:

$$p(x) = e^{-x}, \quad h(x) = -0,03x^2 + 0,2x.$$

Задавалось тестовое оптимальное значение, которое также предлагалось в работе [5]:

$$r_*(t) = \frac{0,0059}{1,5526} - e^{-1,5526t} \left( \frac{0,0059}{1,5526} - 1 \right).$$

Решалась прямая задача для модели (1). Полученное состояние  $v(x, t)$  принималось как «экспериментальное»  $v_e(x, t)$ . Далее задавалось начальное приближение  $r^0(t) = 0,3$  и начинался итерационный процесс решения обратной задачи идентификации экстремальным алгоритмом (3) для восстановления функции  $r_*(t)$ .

Условием остановки итераций был следующий критерий практического прекращения сходимости:

$$\frac{u^k - u^{k-1}}{u^{k-1}} \leq 10^{-5}.$$

**Результаты исследования.** Для алгоритма (3) был найден градиент:

$$\nabla J(r; t) = - \int_{x_a}^{x_b} h v f dx \in L_2(S_\Delta). \quad (4)$$

Он определяется через решение следующей сопряжённой задачи  $f$ :

$$-\frac{\partial f}{\partial t} - p \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} - f r h + 2(v - v_e) = 0, \quad x, t \in \Omega, \quad (5)$$

с соответствующими граничными и начальным (терминальным) условиями:

$$p f = 0 \text{ на } \Gamma_a, \quad p \frac{\partial f}{\partial x} = 0 \text{ на } \Gamma_b, \quad f = 0 \text{ на } \Gamma_1 = [x_a, x_b] \times t_1.$$

Сопряжённая задача решается в обратном по времени направлении от начального нулевого состояния  $f$  на  $\Gamma_1$ . При неоптимальном значении  $r(t)$ , через некоторое время  $t_\Delta$  за счёт свободного члена  $2(v - v_e)$  в уравнении (5) формируется ненулевое состояние  $f$ . Если провести анализ управляемости, то получим множество управляемости, на котором может быть идентифицирована функция  $r(t)$ :

$$S_\Delta = (t_0 + t_\Delta, t_1 - t_\Delta), \quad (6)$$

где  $t_\Delta$  с одной стороны — время выжидания начала реакции пользователей сети на опубликованную новость. Идентификация активности пользователей до начала их реакции невозможна. С другой стороны — это время начала влияния члена  $2(v - v_e)$  в сопряжённой задаче на всю пространственную область рассматриваемого кластера сети.

На рис. 1 показано начальное значение градиента. Результаты идентификации представлены на рис. 2 а. Сходимость метода завершилась на итерации  $k = 13\,217$  с неравномерной на  $S_\Delta$  сходимостью. Штрихпунктирная кривая — это пример значения функции  $r^{20}(t)$  на 20-й итерации.

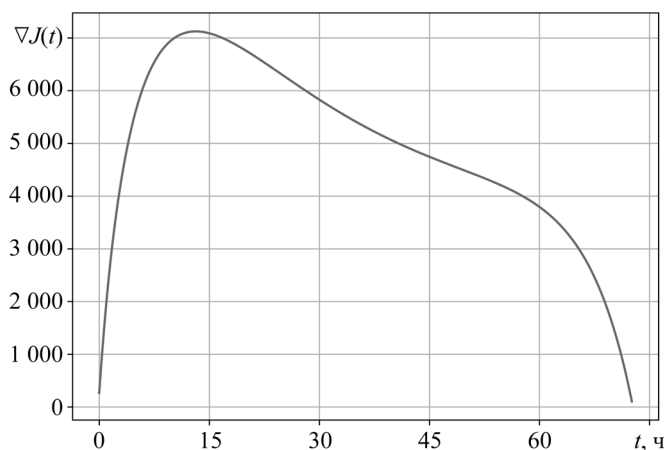


Рис. 1. Начальное значение градиента  $\nabla J(r^0; t)$



Результаты идентификации МРНС представлены пунктирной кривой на рис. 2 б. Сходимость завершилась за  $k = 376$  итераций. Полученная функция  $r^{376}(t)$  визуально совпадает с точным тестовым значением  $r_*(t)$ . Штрихпунктирная линия — это пример  $r(t)$  на итерации  $k = 20$ . Конечное значение целевого функционала в обоих методах было примерно одинаковое.

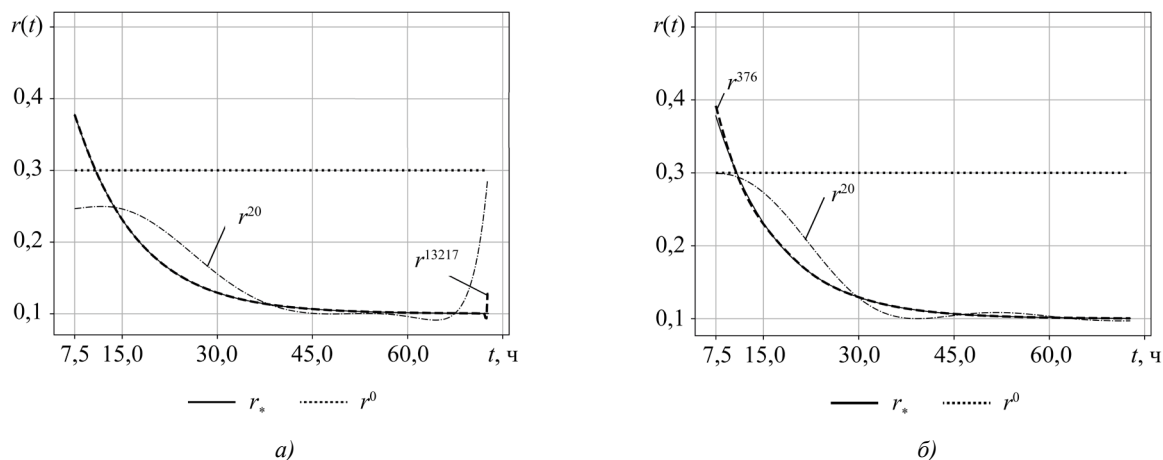


Рис. 2. Идентификация  $r(t)$ :  
а — посредством МНС; б — посредством МРНС

**Обсуждение.** Полученные результаты позволяют сделать ряд важных выводов о природе задачи идентификации и эффективности предложенного метода. Значительная неравномерность начального градиента  $\nabla J(r^0; t)$  (рис. 1) при равномерном начальном приближении  $r^0(t)$  является прямым следствием пространственно-временной динамики модели (1) и ограниченной управляемости (6) системы на краях интервала  $S$ . Это объясняет, почему классический МНС, не учитывающий данную неоднородность, демонстрирует медленную и неравномерную сходимость (рис. 2 а). Алгоритм тратит значительные вычислительные ресурсы на компенсацию особенностей градиента, что и приводит к необходимости 13 217 итераций.

В свою очередь, МРНС эффективно компенсирует эту неоднородность за счет параметра  $\alpha(t)$ , адаптируя направление поиска к локальным особенностям функционала. Это подтверждается равномерной сходимостью  $r^k(t) \rightarrow r_*(t)$  на всем множестве  $S_\Delta$  (рис. 2 б) и сокращением числа итераций на два порядка (376 против 13 217). Данный результат хорошо согласуется с теоретическими предпосылками, изложенными в [12], и подтверждает, что для бесконечномерных задач ключевым фактором является не просто минимизация, а учет неоднородности функционала градиента.

Что касается согласования с предыдущими исследованиями, успех в прямой идентификации  $r(t)$  развивает идеи, заложенные в [11] для идентификации  $h(x)$ , и демонстрирует универсальность прямого экстремального подхода для функциональных параметров в распределенных системах. В то же время наш подход предлагает решение проблемы, обозначенной в [10], где констатировалась неэффективность классических численных методов. Для сравнения: в работе [15] рассмотрены похожие проблемы для систем обыкновенных дифференциальных уравнений при идентификации вектора чисел. Было показано, что проблема не в самой задаче, а в необходимости применения специализированных адаптивных алгоритмов. Установление области идентифицируемости  $S_\Delta$  также является важным методологическим вкладом. Этот результат подчеркивает фундаментальное ограничение, связанное с инерционностью процесса диффузии и временем установления реакции сети, что должно учитываться при корректной постановке подобных обратных задач.

**Заключение.** В данной работе была решена актуальная задача прямой параметрической идентификации функции активности пользователей  $r(t)$  в линейной диффузионной модели (1), описывающей распространение информации в социальной сети. Разработанный и верифицированный алгоритм на основе прямого экстремального подхода с регулируемым направлением спуска продемонстрировал более чем двукратное превосходство в скорости сходимости по сравнению с классическим градиентным методом, доказав свою высокую эффективность для этого класса задач.

Практическая значимость исследования заключается в создании вычислительного инструмента, который позволяет отказаться от априорных эвристических аппроксимаций параметров и перейти к прямому восстановлению функций, что значительно повышает точность и адекватность моделей распространения информации. Это открывает возможности для разработки более надежных систем прогнозирования и управления информационными потоками в социальных сетях.

Основным ограничением в текущей работе является использование синтетических данных для валидации метода. Также интерпретация физического смысла и размерности самой функции  $r(t)$  требует дальнейшего углубленного изучения. Дальнейшие исследования будут направлены на развитие модельных представлений и адаптацию доказавшего эффективность метода к более сложным нелинейным моделям. В качестве ключевой задачи на будущее рассматривается расширение метода для одновременной идентификации нескольких функциональных параметров, что представляет собой более сложную, но и более практически ценную задачу.

### Список литературы / References

1. Mei Li, Xiang Wang, Kai Gao, Shanshan Zhang. A Survey on Information Diffusion in Online Social Networks: Models and Methods. *Information*. 2017;8(4):118. <https://doi.org/10.3390/info8040118>
2. Глухов А.И., Шишленин М.А., Трусов Н.В. Моделирование динамики социальных протестов: игры среднего поля и обратные задачи. *Дифференциальные уравнения*. 2025;61(6):802–822. <https://doi.org/10.7868/S3034503025060067>  
Glukhov AI, Shishlenin MA, Trusov NV. Modeling the Dynamics of Social Protests: Mean Field Games and Inverse Problems. *Differential Equations*. 2025;61(6):802–822. <https://doi.org/10.7868/S3034503025060067>
3. Alshahrani M, Zhu Fuxi, Sameh A, Mekouar S, Sheng Huang. Efficient Algorithms Based on Centrality Measures for Identification of Top-K Influential Users in Social Networks. *Information Sciences*. 2020;527:88–107. <https://doi.org/10.1016/j.ins.2020.03.060>
4. Dritsas E, Trigka M. Machine Learning in Information and Communications Technology: A Survey. *Information*. 2025;16(1):8. <https://doi.org/10.3390/info16010008>
5. Haiyan Wang, Feng Wang, Kuai Xu. *Modeling Information Diffusion in Online Social Networks with Partial Differential Equations*. Cham: Springer; 2020. 144 p. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1310.0505>
6. Ying Hu, Rachel Jeungeun Song, Min Chen. Modeling for Information Diffusion in Online Social Networks via Hydrodynamics. *IEEE Access*. 2017;5:128–135. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2016.2605009>
7. Feng Wang, Haiyan Wang, Kuai Xu, Jianhong Wu, Xiaohua Jia. Characterizing Information Diffusion in Online Social Networks with Linear Diffusive Model. In: *Proc. IEEE 33rd International Conference on Distributed Computing Systems*. New York City: IEEE; 2013. P. 307–316. <https://doi.org/10.1109/ICDCS.2013.14>
8. Звонарева Т.А., Кабанихин С.И., Криворотко О.И. Численный алгоритм определения источника диффузионно-логистической модели по данным интегрального типа, основанный на тензорной оптимизации. *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2023;63(9):1513–1523. <https://doi.org/10.31857/S0044466923090193>  
Zvonareva TA, Kabanikhin SI, Krivorotko OI. Numerical Algorithm for Source Determination in a Diffusion–Logistic Model from Integral Data Based on Tensor Optimization. *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2023;63(9):1513–1523. <https://doi.org/10.31857/S0044466923090193>
9. Krivorotko O, Kabanikhin S, Shuhua Zhang, Kashtanova V. Global and Local Optimization in Identification of Parabolic Systems. *Journal of Inverse and Ill-Posed Problems*. 2020;28(6):899–913. <https://doi.org/10.1515/jiip-2020-0083>
10. Zoppoli R, Sanguineti M, Gnecco G, Parisini Th. The Basic Infinite-Dimensional or Functional Optimization Problem. In book: *Neural Approximations for Optimal Control and Decision*. Cham: Springer; 2020. P. 1–38. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-29693-3\\_1](https://doi.org/10.1007/978-3-030-29693-3_1)
11. Толстых В.К. *Прямой экстремальный подход для оптимизации систем с распределенными параметрами*. Донецк: Юго-Восток; 1997. 177 с.  
Tolstykh VK. *Direct Extreme Approach for Optimizing Distributed Parameter Systems*. Donetsk: Yugo-Vostok; 1997. 177 p. (In Russ.)
12. Tolstykh MA. Identifying the Capacity of a Social Network. *Moscow University Computational Mathematics and Cybernetics*. 2024;48:59–64. <https://doi.org/10.3103/S0278641924010084>
13. Miele A. *Theory of Optimum Aerodynamic Shapes*. New York: Academic Press; 1965. 455 p.
14. Марчук Г.И., Шутяев В.П. Сопряженные уравнения и итерационные алгоритмы в задачах вариационного усвоения данных. *Труды института математики и механики УрО РАН*. 2011;17(2):136–150. <https://doi.org/10.1134/S0081543812020113>  
Marchuk GI, Shutyaev VP. Adjoint Equations and Iterative Algorithms in Problems of Variational Data Assimilation. *Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics (Supplement Issues)*. 2012;276(2):138–152. <https://doi.org/10.1134/S0081543812020113>
15. Кабанихин С.И., Криворотко О.И. Оптимизационные методы решения обратных задач иммунологии и эпидемиологии. *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2020;60(4):590–600. <https://doi.org/10.31857/S0044466920040109>  
Kabanikhin SI, Krivorotko OI. Optimization Methods for Solving Inverse Problems of Immunology and Epidemiology. *Journal of Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2020;60(4):590–600. <https://doi.org/10.31857/S0044466920040109>

**Об авторах:**

**Маргарита Анатольевна Толстых**, младший научный сотрудник, научно-образовательный математический центр «Математический центр Донецкого государственного университета» (283001, Донецкая Народная Республика, г. Донецк, ул. Университетская, д. 24), [SPIN-код](#), [ORCID](#), [ResearchGate](#), [physicisto@yandex.ru](mailto:physicisto@yandex.ru)

**Виктор Константинович Толстых**, доктор физико-математических наук, доктор технических наук, профессор кафедры «Компьютерные технологии» Донецкого государственного университета (283001, Донецкая Народная Республика, г. Донецк, ул. Университетская, д. 24), [SPIN-код](#), [ORCID](#), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [mail@tolstykh.com](mailto:mail@tolstykh.com)

**Заявленный вклад авторов:**

**М.А. Толстых:** курирование данных, проведение исследования, визуализация, написание черновика рукописи.

**В.К. Толстых:** разработка методологии, написание рукописи — внесение замечаний и исправлений.

**Конфликт интересов:** авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.**

**About the Authors:**

**Margarita A. Tolstykh**, Junior Research Associate, Mathematics Center, Donetsk State University (24, Universitetskaya Str., Donetsk, 283001, Donetsk People's Republic), [SPIN-code](#), [ORCID](#), [ResearchGate](#), [physicisto@yandex.ru](mailto:physicisto@yandex.ru)

**Victor K. Tolstykh**, Dr.Sci. (Phys.-Math.), Dr.Sci. (Eng.), Professor of the Computer Technology Department, Donetsk State University (24, Universitetskaya Str., Donetsk, 283001, Donetsk People's Republic), [SPIN-code](#), [ORCID](#), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [mail@tolstykh.com](mailto:mail@tolstykh.com)

**Claimed Contributorship:**

**MA Tolstykh:** data curation, investigation, visualization, writing – original draft preparation.

**VK Tolstykh:** methodology, writing – review & editing.

**Conflict of Interest Statement:** the authors declare no conflict of interest.

**All authors have read and approved the final manuscript.**

Поступила в редакцию / Received 04.09.2025

Поступила после рецензирования / Reviewed 23.09.2025

Принята к публикации / Accepted 01.10.2025