

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.914.3

Оригинальное эмпирическое исследование

<https://doi.org/10.23947/2687-1653-2026-26-2-2662>

Экспериментальный анализ и подход на основе кривизны для оптимизации точности при 3-осевом фрезеровании с ЧПУ вогнутых параболических поверхностей произвольной формы

Нгок Туен Буй¹ , Нгуен Тхо Ван² ¹ Ханойский университет науки и технологий, Ханой, Вьетнам² Хайфонский университет, Хайфон, Вьетнам thonv@dhhp.edu.vn

EDN: NRNBID

Аннотация

Введение. Вогнутые параболические поверхности свободной формы играют ключевую роль в высокоэффективных оптических отражателях и прецизионных механических узлах, где жесткие требования к геометрической точности определяют функциональную эффективность изделий. Несмотря на широкое распространение таких поверхностей, обеспечение высокого качества их обработки на 3-осевых фрезерных станках с ЧПУ остается существенной технической проблемой. Данная сложность обусловлена комплексными нелинейными взаимодействиями между геометрией режущего инструмента, параметрами обработки и изменяющейся локальной кривизной поверхности. В то время как традиционные исследования обычно сосредоточены на глобальной оптимизации параметров, существует заметный научный пробел в понимании того, как локальные градиенты кривизны определяют распределение погрешностей в процессе съема материала. Настоящее исследование устраняет этот пробел, предлагая аналитическую основу, учитывающую кривизну и направленную на выявление фундаментальных факторов погрешностей обработки параболических геометрий.

Материалы и методы. Методология исследования сочетает теоретическое моделирование со строгой экспериментальной проверкой. На первом этапе на основе теории главных отклонений была разработана математическая модель, характеризующая геометрические отклонения, свойственные процессу 3-осевой фрезеровки. Данная аналитическая база обеспечила возможность отображения теоретических погрешностей относительно дифференциальной геометрии поверхности. Затем было проведено экспериментальное исследование с применением ортогонального плана Taguchi L₉ для систематической оценки влияния трех основных технологических факторов: диаметра инструмента, подачи и поперечного смещения. Были изготовлены образцы вогнутых параболических поверхностей, которые затем подверглись измерениям на высокоточном метрологическом оборудовании. Обработка полученных данных выполнялась методами дисперсионного анализа (ANOVA) и анализа отношения сигнал/шум (S/N) ratio, что позволило количественно оценить индивидуальный и интерактивный статистический вклад каждого из рассматриваемых параметров в суммарную погрешность обработки.

Результаты исследования. Полученные результаты показали, что диаметр инструмента и поперечный шаг являются доминирующими факторами, на долю которых приходится основная часть дисперсии точности обработки, в то время как влияние скорости подачи в пределах исследуемого диапазона оказалось статистически незначительным. Важно отметить, что погрешности обработки распределены не равномерно, а существенно коррелируют с локальной главной кривизной параболического профиля. Моделирование в MATLAB дополнительно подтвердило эти выводы, показав, что максимальное отклонение происходит в областях с высокой кривизной, где геометрия взаимодействия инструмента с поверхностью наиболее ограничена. Данные результаты обеспечивают количественное отображение того, как взаимодействие геометрии инструмента с параболической вогнутой поверхностью приводит к образованию предсказуемых закономерностей распределения погрешностей.

Обсуждение. Настоящее исследование предлагает новую интерпретацию погрешностей механической обработки сквозь призму дифференциальной геометрии поверхности, успешно преодолевая разрыв между теоретическим моделированием поверхности и практическим фрезерованием на станках с ЧПУ. Результаты показывают, что универсальная стратегия построения траектории инструмента («один размер для всех») является принципиально недостаточной

для вогнутых свободных поверхностей из-за присущих им локальных геометрических сложностей. Данная работа подтверждает, что применение адаптивной стратегии изменения поперечного шага, динамически подстраиваемого в зависимости от локальных значений кривизны, существенно повышает точность формообразования поверхности. Ключевая научная новизна состоит в предложенной интеграции компенсации, основанной на кривизне, непосредственно на этапе планирования траектории движения инструмента, что позволяет упреждающе минимизировать погрешности вместо того, чтобы исправлять их постфактум.

Заключение. В заключение следует отметить, что предлагаемый подход представляет собой надежное и масштабируемое решение для повышения точности изготовления сложных компонентов произвольной формы в реальных промышленных условиях. Внедрение данной методологии в высокоточные производственные процессы позволит потенциально сократить объем последующей обработки и снизить общие производственные издержки. Несмотря на то, что настоящее исследование сосредоточено на статической и геометрической точности, в будущем предполагается расширить данную модель за счет включения оценки динамических погрешностей обработки. Это расширение создаст более комплексную основу для оптимизации точности при многокоординатной фрезерной обработке сложных поверхностей на станках с ЧПУ.

Ключевые слова: поверхность произвольной формы с вогнутой параболической структурой, диаметр инструмента, скорость подачи, поперечный шаг, кривизна поверхности, геометрическое отклонение, метод Тагути

Благодарности. Авторы выражают искреннюю признательность Техническому практическому центру за предоставление образцов для испытаний и оборудования, использованного в экспериментальной работе. Авторы также благодарят редакционную коллегию журнала и анонимных рецензентов за их глубокие профессиональные заключения и ценные замечания, которые внесли существенный вклад в доработку и повышение качества настоящей статьи.

Для цитирования. Нгок Туен Буй, Нгуен Тхо Ван. Экспериментальный анализ и подход на основе кривизны для оптимизации точности при 3-осевом фрезеровании с ЧПУ вогнутых параболических поверхностей произвольной формы. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2026;26(2):2662. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2026-26-2-2662>

Original Empirical Research

Experimental and Curvature-Based Analysis for Accuracy Optimization in 3-Axis CNC Milling of Concave Parabolic Freeform Surfaces

Ngoc Tuyen Bui¹ , Nguyen Tho Van²  

¹ Hanoi University of Science and Technology, Hanoi, Vietnam

² Haiphong University, Haiphong, Vietnam

 thonv@dhhp.edu.vn

Abstract

Introduction. Concave parabolic freeform surfaces are integral to high-performance optical reflectors and precision mechanical components, where stringent geometric accuracy is paramount to functional efficiency. Despite their widespread application, achieving high surface fidelity in 3-axis CNC milling remains a significant technical challenge. This difficulty arises from the intricate, non-linear interactions between cutting tool geometry, machining parameters, and the varying local curvature of the surface. While conventional research often focuses on global parameter optimization, there exists a notable scientific gap in understanding how localized curvature gradients dictate error distribution during the material removal process. This study addresses this gap by establishing a curvature-aware analytical framework aimed at identifying the fundamental drivers of machining inaccuracies in parabolic geometries.

Materials and Methods. The research methodology integrates theoretical modeling with rigorous experimental validation. Initially, a mathematical model based on principal deviation theory was formulated to characterize the geometric deviations inherent in the 3-axis milling process. This analytical foundation allowed for the mapping of theoretical errors against surface differential geometry. Subsequently, an experimental investigation was executed using a Taguchi L₉ orthogonal array design to systematically evaluate the influence of three primary machining factors: tool diameter, feed rate, and step-over. Concave parabolic samples were machined and measured using high-precision metrology equipment. The resulting data were processed via Analysis of Variance (ANOVA) and Signal-to-Noise (S/N) ratio analysis to quantify the individual and interactive statistical contributions of each parameter to the total machining error.

Results. The findings demonstrate that tool diameter and step-over are the predominant factors, accounting for the majority of the variance in machining accuracy, whereas the influence of feed rate is found to be statistically marginal within the tested range. Crucially, the results have revealed that machining errors are not uniformly distributed but are highly correlated with the local principal curvatures of the parabolic profile. MATLAB simulations further corroborated these findings, showing that the maximum deviation occurs in regions of high curvature where the tool-surface engagement geometry is most constrained. These specific results provide a quantitative map of how tool geometry interacts with parabolic concavity to produce predictable error patterns.

Discussion. This research provides a novel interpretation of machining errors through the lens of surface differential geometry, successfully bridging the gap between theoretical surface modeling and practical CNC manufacturing. The findings demonstrate that a “one-size-fits-all” toolpath strategy is inherently insufficient for concave freeform geometries due to localized geometric complexities. Instead, this study validates that the implementation of an adaptive step-over strategy, dynamically adjusted based on local curvature values, significantly enhances surface forming accuracy. The core scientific novelty lies in the proposed integration of curvature-based compensation directly into the toolpath planning phase, allowing for proactive error mitigation rather than reactive adjustments.

Conclusion. In conclusion, the proposed approach offers a robust and scalable solution for improving the precision of complex freeform components in real-world industrial environments. By adopting this methodology, high-precision manufacturing processes can potentially reduce post-processing requirements and overall production costs. While this study focuses on static and geometric accuracy, future research will extend this model to incorporate the assessment of dynamic processing errors. This expansion will provide a more comprehensive framework for accuracy optimization in multi-axis CNC machining of complex surface.

Keywords: freeform surface with concave parabolic structure, tool diameter, feed rate, step-over, surface curvature, geometric deviation, Taguchi method

Acknowledgments. The authors would like to appreciate the Technical Practice Center for providing the test samples and equipment used in the experimental process. In addition, we would like to thank the Editorial Board of the Journal and the anonymous reviewers for their insightful professional evaluations and valuable recommendations, which significantly contributed to the improvement and enhancement of the quality of this article.

For Citation. Ngoc Tuyen Bui, Nguyen Tho Van. Experimental and Curvature-Based Analysis for Accuracy Optimization in 3-Axis CNC Milling of Concave Parabolic Freeform Surfaces. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2026;26(2):2262. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2026-26-2-2662>

Введение. Благодаря своим превосходным функциональным и эстетическим характеристикам поверхности произвольной формы все чаще используются в передовых инженерных решениях, таких как прецизионные пресс-формы, оптические компоненты и аэродинамические конструкции. Среди множества разнообразных локальных геометрических форм вогнутые параболические структуры широко применяются в таких компонентах, как параболические отражатели и антенные устройства, где геометрическая точность напрямую определяет функциональную эффективность. В частности, обработка таких поверхностей с помощью 3-осевого фрезерования на станках с ЧПУ остается сложной задачей из-за комплексного взаимодействия между геометрией инструмента, кривизной поверхности и стратегией траектории движения инструмента.

При фрезеровании концевыми шаровыми фрезами погрешности формообразования поверхности в значительной степени определяются такими геометрическими факторами, как радиус инструмента, подача и поперечное смещение, а также локальной кривизной обрабатываемой поверхности. В предыдущих работах было подробно исследовано влияние параметров обработки на качество поверхностей свободной формы. В последнее время существенный вклад в эту область внесла российская школа металлообработки, в рамках которой проводились как экспериментальная оценка, так и прогнозное моделирование геометрической точности при фрезеровании деталей сложной конфигурации. В [1] разработаны экспериментальная методика и математическая модель для управления показателями геометрической точности отливок штампов при фрезеровании шаровыми концевыми фрезами. Полученная модель была использована для коррекции траектории инструмента. В [2] авторы установили эмпирические зависимости между стойкостью сферических концевых фрез, геометрической точностью и шероховатостью поверхности, которые легли в основу определения как периодичности замены инструмента, так и критериев оценки качества поверхности. Далее авторы [3] исследовали влияние углов ориентации инструмента на шероховатость поверхности при обработке деталей со сложным профилем, показав ключевую роль геометрии контакта инструмента с обрабатываемой поверхностью в достижении итогового качества.

В работе [4] было оценено влияние различных стратегий построения траектории инструмента, а в [5] проанализировано влияние скорости подачи. Роль поперечного шага в формировании геометрических отклонений была определена в исследовании [6]. В ряде других работ использовались подходы планирования эксперимента, например метод Тагути в сочетании с дисперсионным анализом (ANOVA), для определения оптимальных режимов обработки, обеспечивающих минимизацию погрешностей поверхности [7]. Результаты этих исследований показали, что стратегия обработки часто является главным фактором, влияющим на точность фрезерования [8]. Кроме того, статистический анализ подтвердил существенное влияние поперечного шага на качество формообразования поверхности [9]. Некоторые авторы сосредоточили свои усилия на сравнении стратегий построения траектории инструмента в различных САМ-системах [10] или на разработке методов определения высоты гребешков непосредственно по управляющим программам для станков с ЧПУ [11]. Также были предложены способы уменьшения колебаний эффективного диаметра инструмента, направленные на обеспечение стабильной точности обработки [12].

Тем не менее, большинство имеющихся работ посвящены либо поверхностям свободной формы общего вида, либо отдельным типам геометрии, например рабочим колесам [13]. Другие исследования ориентированы на такие специфические профили, как седловые поверхности [14], или же на оптимизацию геометрических характеристик специализированных циклоидальных профилей [15]. Между тем, вопросам обработки вогнутых параболических структур уделяется недостаточно внимания. Что еще более важно, взаимосвязь между режимами обработки и точностью поверхности зачастую исследуется исключительно экспериментальными методами, без явного учета того, как кривизна поверхности влияет на возникновение геометрических отклонений. Вследствие этого фундаментальные механизмы, объясняющие доминирующее влияние тех или иных параметров на точность обработки, остаются в значительной степени невыясненными.

Для преодоления указанных ограничений данное исследование посвящено обработке поверхностей свободной формы, содержащих вогнутые параболические структуры, которые характеризуются первой главной кривизной, равной нулю, и второй главной кривизной, имеющей переменное отрицательное значение. На базе теории главных отклонений и геометрии поверхности [16] была разработана экспериментальная модель, позволяющая изучить влияние таких ключевых параметров обработки, как диаметр инструмента, скорость подачи и поперечный шаг, на точность формообразования поверхности при 3-осевом фрезеровании на станках с ЧПУ. Применяется систематическое планирование эксперимента по методу ортогональных массивов Тагучи, а полученные результаты обрабатываются методом дисперсионного анализа (ANOVA) для количественной оценки вклада каждого из исследуемых параметров [17].

Цель настоящей работы — оценить влияние кривизны поверхности, радиуса инструмента, поперечного шага и подачи на геометрическую погрешность при обработке вогнутой параболической структуры на 3-осевом фрезерном станке с ЧПУ. С помощью теоретических моделей погрешностей и имитационного моделирования в MATLAB проводится оценка распределения погрешности от подачи, погрешности от поперечного шага и суммарной погрешности по поверхности при формировании параллельных траекторий движения инструмента в двух главных направлениях кривизны. На основании этого определяется рациональное направление траектории обработки и предлагается адаптивный метод построения траектории, базирующийся на разработанной теоретической модели. Для оценки степени влияния радиуса инструмента, поперечного шага и подачи на точность формообразования используются экспериментальные модели. В дополнение к традиционному экспериментальному анализу в данной работе особое внимание уделяется геометрической интерпретации погрешностей механической обработки путем установления их связи с факторами, определяемыми кривизной поверхности. Это позволяет более глубоко понять характер взаимодействия между геометрией режущего инструмента и свойствами обрабатываемой поверхности. Полученные результаты способствуют углубленному пониманию чувствительности технологических параметров при фрезеровании вогнутых параболических поверхностей и создают основу для совершенствования планирования траекторий инструмента и повышения эффективности обработки в практических условиях.

Материалы и методы. Исследуемая поверхность генерируется путем перемещения параболической кривой вдоль прямой линии, в результате чего получается параболическая цилиндрическая поверхность. Параметрическое представление поверхности определяется следующим образом:

$$\mathbf{P}(u, v) = (x(u), y(v), z(u)) = (60u - 30, 70v, 240u^2 - 240u + 60). \quad (1)$$

$$0 \leq u, v \leq 1.$$

Такое построение означает, что поверхность обладает кривизной лишь в одном параметрическом направлении — u , оставаясь при этом геометрически линейной вдоль направления v .

Пример экспериментальной модели с вогнутой параболической поверхностью свободной формы $\mathbf{P}(u, v)$ был создан в системе NX12, как показано на рис. 1.

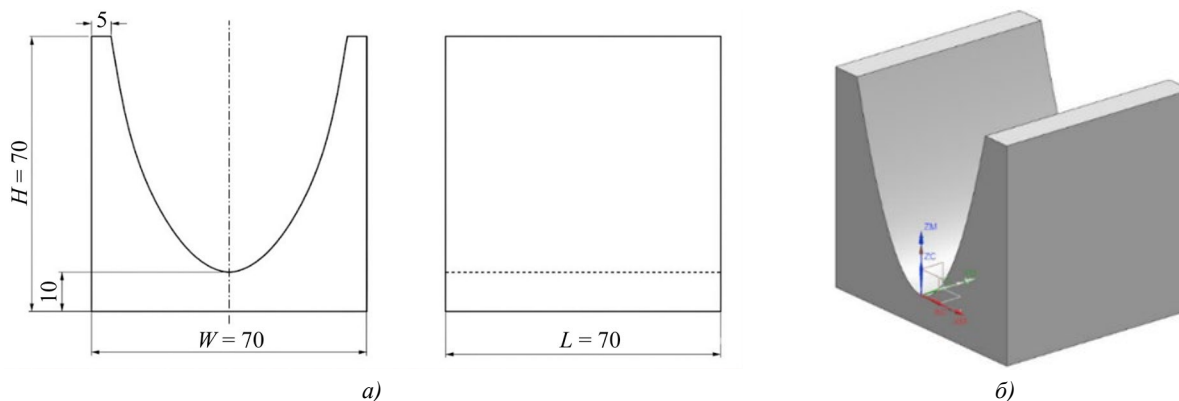


Рис. 1. Чертеж экспериментального образца a — двухмерный чертеж; b — трехмерная модель

Частные производные первого порядка выражаются следующим образом:

$$\mathbf{P}_u = (60, |0, |480u - 240), \mathbf{P}_v = (0, |70, |0). \quad (2)$$

Производные второго порядка следующие:

$$\mathbf{P}_{uu} = (0, |0, |480), \mathbf{P}_{vv} = (0, |0, |0).$$

Вдоль направления v (направления генератора) первая главная кривизна:

$$k_1 = 0.$$

Вдоль направления u (направление кривой профиля), вторая главная кривизна:

$$k_2 = \frac{z''(u)}{\left[1 + (z'(u))^2\right]^{3/2}} = \frac{480}{\left[1 + (480u - 240)^2\right]^{3/2}}. \quad (3)$$

Знак кривизны зависит от ориентации поверхности; для вогнутых конфигураций он считается отрицательным. Важно отметить, что k_2 непрерывно изменяется вдоль параметра u , отражая неравномерное распределение кривизны параболического профиля.

Гауссова кривизна задается формулой:

$$K = k_1 \cdot k_2 = 0. \quad (3)$$

Это подтверждает, что поверхность является развертываемой поверхностью, характеризующейся нулевой гауссовой кривизной.

Средняя кривизна равна:

$$H = \frac{1}{2}(k_1 + k_2) = \frac{k_2}{2}, \quad (4)$$

которая изменяется вдоль поверхности из-за зависимости k_2 от u .

Характеристики кривизны поверхности существенно влияют на геометрическую точность при фрезеровании на станках с ЧПУ, что имеет критически важное значение для общей точности обработки.

Поскольку $k_1 = 0$, отклонения, вызванные кривизной, вдоль направления траектории инструмента отсутствуют, когда оно совпадает с направлением генератора.

Изменение кривизны $k_2(u)$ приводит к неравномерным условиям контакта инструмента с поверхностью, что существенно влияет на геометрические отклонения.

Области с большей кривизной (меньшим радиусом) более чувствительны к диаметру инструмента и поперечному шагу, что приводит к большей высоте гребешка и погрешности формы.

Таким образом, геометрическое отклонение при фрезеровании шаровым фрезером можно интерпретировать как явление, зависящее от кривизны, где доминирующую роль играет вторая главная кривизна.

Оптимизация точности обработки обеспечивается за счет всестороннего анализа стратегий траектории движения инструмента и моделирования на основе кривизны. Для обработки вогнутой параболической цилиндрической поверхности исследованы две репрезентативные стратегии траектории движения инструмента. В случае А направление подачи совпадает с направлением нулевой кривизны ($k_1 = 0$), а поперечное смещение осуществляется вдоль параболического профиля. В случае В подача осуществляется вдоль параболического профиля, а поперечный шаг выполняется в направлении нулевой кривизны.

При обработке поверхностей произвольной формы концевой шаровой фрезой величина геометрических отклонений в значительной степени определяется локальной кривизной обрабатываемой поверхности. Для рассматриваемой параболической цилиндрической поверхности характерна анизотропная кривизна, при этом одна главная кривизна равна нулю, а другая изменяется вдоль поверхности.

Пусть вторая главная кривизна равна:

$$k(u) = k_2(u), R(u) = \frac{1}{|k(u)|}, \quad (5)$$

где $R(u)$ — локальный радиус кривизны.

Суммарное геометрическое отклонение при обработке концевой шаровой фрезой можно аппроксимировать как сумму двух составляющих:

$$h_{\Sigma}(u) = h_f + h_s,$$

где h_f, h_s — отклонение в направлении подачи и отклонение от поперечного шага (высота гребешка), соответственно.

Геометрические отклонения можно аппроксимировать с помощью разложения профиля поверхности в ряд Тейлора второго порядка [18]. Данный подход приводит к классическому соотношению $h \approx s^2/(8R)$, которое широко описано в теории производственной технологии [19].

Эффективный радиус кривизны $R_{eff}(u)$ определяется путем совместного учета кривизны обрабатываемой поверхности и геометрии шаровой концевой фрезы. На основе принципа суперпозиции кривизны эффективный радиус может быть записан как

$$\frac{1}{R_{eff}(u)} = \frac{1}{R(u)} + \frac{1}{R_T}, \quad (6)$$

что приводит к:

$$R_{eff}(u) = \frac{R(u)R_T}{R(u) + R_T}. \quad (7)$$

Здесь $R(u)$ и R_T — радиусы кривизны обработанной поверхности и шарообразного наконечника инструмента соответственно.

Вследствие анизотропных характеристик кривизны поверхности геометрическое отклонение демонстрирует различное поведение в направлениях скорости подачи и поперечного шага.

Для случая A погрешность по подаче h_f^A остается неизменной вдоль всей траектории инструмента, так как кривизна в этом направлении нулевая, и эффективный радиус оказывается равным радиусу самой фрезы. Отклонение по направлению подачи:

$$h_f^A \approx \frac{f_z^2}{8R_{eff,f}^A}, \quad (8)$$

где эффективный радиус равен:

$$R_{eff,f}^A = R_T.$$

Основной геометрической погрешностью при чистовой обработке является отклонение от поперечного шага (высота гребешка) $h_s^A(u)$, вызванное поперечным шагом S :

$$h_s^A(u) = \frac{S^2}{8R_{eff,s}^A(u)}, \quad (9)$$

где эффективный радиус равен:

$$R_{eff,s}^A(u) = \frac{R(u)R_T}{R(u) + R_T}.$$

Суммарное отклонение, обусловленное кривизной h_A , в случае A равно:

$$h_A = \frac{f_z^2}{8R_T} + \frac{S^2}{8R_{eff,s}^A(u)}. \quad (10)$$

В случае B наблюдается обратная картина. Погрешность от поперечного шага остается постоянной, тогда как погрешность по направлению подачи существенно зависит от локальной кривизны. Вблизи вершины параболы, где кривизна максимальна, эффективный радиус уменьшается, что вызывает резкий рост погрешности в направлении подачи. Это приводит к неравномерному распределению погрешности с ярко выраженными пиками на участках наибольшей кривизны.

Отклонение направления подачи $h_f^B(u)$ зависит от подачи на зуб f_z , радиуса инструмента R_T и радиуса кривизны $R(u)$:

$$h_f^B(u) \approx \frac{f_z^2}{8R_{eff,f}^B(u)}, \quad (11)$$

где эффективный радиус равен:

$$R_{eff,f}^B(u) = \frac{R(u)R_T}{R(u) + R_T}.$$

Отклонение поперечного шага h_s^B , вызванное поперечным шагом S , в данном случае аппроксимируется как:

$$h_s^B \approx \frac{S^2}{8R_{eff,s}^B}, \quad (12)$$

где эффективный радиус равен:

$$R_{eff,s}^B = R_T.$$

Суммарное отклонение, обусловленное кривизной в случае B составляет:

$$h_B = \frac{f_z^2}{8R_{eff,f}^B(u)} + \frac{S^2}{8R_T}. \quad (13)$$

В рамках модели оптимизации точности обработки на основе кривизны для выполнения требований к точности суммарная ошибка $h_{\Sigma}(u)$ должна удовлетворять следующему ограничению:

$$h_{\Sigma}(u) \leq [h], \quad (14)$$

где $[h]$ — максимально допустимое геометрическое отклонение.

Подставляя отклонение h_A в это неравенство, получаем:

$$\frac{f_z^2}{8R_T} + \frac{S(u)^2}{8R_{eff,s}^A(u)} \leq [h]. \quad (15)$$

Решая уравнение относительно $S(u)$, получаем адаптивный по кривизне поперечный шаг в виде:

$$S(u) = \sqrt{8R_{eff,s}^A(u) \left([h] \frac{f_z^2}{8R_T} \right)}. \quad (16)$$

Для проведения экспериментальных исследований была разработана экспериментальная установка, позволяющая верифицировать предложенную модель.

Станок: фрезерный станок с ЧПУ DX-6080 производства WANTAI (Тайвань) со следующими основными техническими характеристиками: размер стола 600 x 800 мм; мощность главного шпиндельного двигателя 5,5 кВт, частота вращения шпинделя 600–18000 об/мин; максимальная скорость подачи 6000 мм/мин; повторяемая точность позиционирования 0,005 мм.

Режущий инструмент: из приведенной выше формулы определения кривизны k_2 наименьший радиус кривизны поверхности определяется как $R_{pmin} = 7,5$ мм. Поэтому, чтобы избежать подрезания, в данном исследовании были выбраны концевые сферические фрезы Ф6, Ф10, Ф14 от компании G.T. Cutting Tools (Тайвань) с числом зубьев $Z = 2$.

Заготовка: Д x Ш x В = 70 x 70 x 70 (мм), алюминиевый сплав А6061

Программное обеспечение CAM: NX12

Оборудование для измерений: 3D-сканер SIMSCAN от компании SCANTECH (HANGZHOU) CO., LTD с точностью до 0,020 мм, скоростью сканирования до 2020000 измерений/сек, разрешением до 0,025 мм, областью сканирования до 410 мм x 400 мм.

План эксперимента: заготовки подвергаются черновой и получистовой обработке для получения цилиндрической поверхности с припуском на чистовую обработку 0,1 мм.

Экспериментальный процесс чистовой обработки проводился с использованием стратегии параллельной зигзагообразной резки (случай А) в соответствии с экспериментальным планом, разработанным на основе ортогонального массива Тагучи $OA_9(3^3)$ с тремя факторами: поперечный шаг (S), скорость подачи (F) и диаметр инструмента (D). Факторы и уровни эксперимента представлены в таблице 1.

Таблица 1

Факторы и уровни

Факторы	Уровни		
	1	2	3
Поперечный шаг S (мм)	0,1	0,4	0,7
Скорость подачи F (мм/мин)/ f_z (мм/зуб)	100/(0,025)	500/(0,125)	900/(0,225)
Диаметр инструмента D (мм)	6	10	14

Остальные технологические условия остаются неизменными для всех 9 образцов: скорость вращения шпинделя $n = 2000$ об/мин, глубина резания 0,1 мм, промывка смазочно-охлаждающей жидкостью. Результатами данного плана эксперимента являются показатели точности механической обработки, которая оценивается через геометрическое отклонение поверхности изготовленного образца от поверхности проектируемого образца.

Готовые обработанные образцы (рис. 4) были оцифрованы с помощью портативного 3D-сканера SIMSCAN. Используя эти 9 файлов данных облака точек, последовательно совместили их с поверхностью проектной CAD-модели для определения геометрических погрешностей образцов с помощью инструмента Geomagic Quality 2003. Geomagic Quality выполняет итеративную жесткую регистрацию между измеренным облаком точек и номинальной поверхностью CAD-модели, минимизируя расстояние по методу наименьших квадратов между соответствующими геометрическими объектами в соответствии с принципами ICP. Критерием оценки геометрических погрешностей является среднее отклонение, определяемое по формуле: среднее отклонение = (максимальное отклонение – минимальное отклонение)/2.

Результаты и обсуждение. На основе проведенного анализа была написана программа моделирования погрешностей обработки в MATLAB с входными параметрами: радиус инструмента $R_T = 7$ мм, скорость подачи $f_z = 0,2$ мм/зуб, поперечный шаг $S = 0,1$ мм. Результаты программы для погрешностей обработки в двух случаях А и В показаны на рис. 2. Сравнение суммарной погрешности обработки показывает, что обе стратегии приводят к погрешностям, изменяющимся вдоль поверхности. Однако случай А неизменно дает меньшие значения погрешностей, чем случай В, во всем диапазоне параметров. Наиболее существенно то, что в случае А распределение погрешностей отличается большей гладкостью и стабильностью, тогда как в случае В наблюдается высокая чувствительность к вариациям кривизны. Данное различие имеет критическое значение с точки зрения производства, поскольку значительные колебания погрешности в направлении подачи напрямую связаны с волнистостью поверхности и отклонением формы.

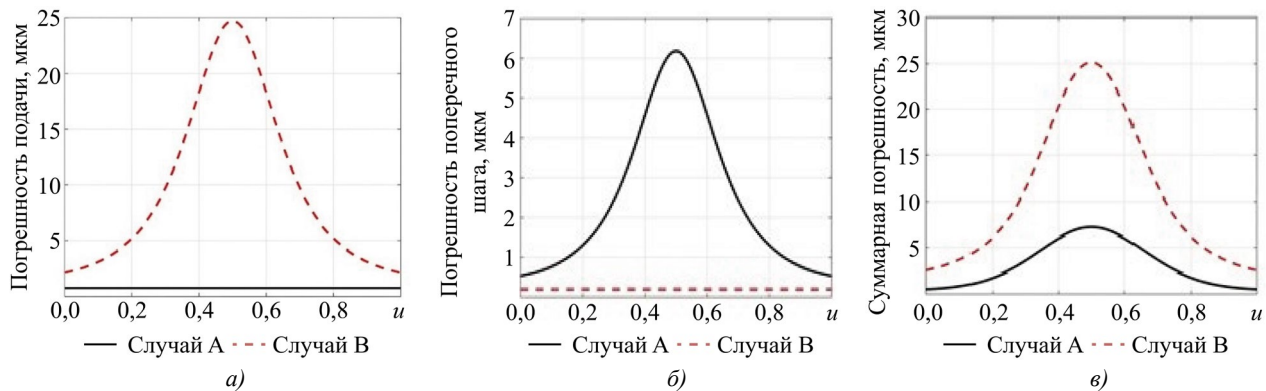


Рис. 2. Моделирование погрешностей для двух случаев:
 а — погрешность подачи; б — погрешность поперечного шага; в — суммарная погрешность

Результаты показывают, что погрешность направления подачи играет доминирующую роль в определении общей точности формы. Хотя суммарная величина погрешности может казаться сопоставимой при определенных комбинациях параметров, перераспределение компонентов погрешности существенно влияет на конечное качество поверхности. Выравнивание направления подачи с направлением минимальной кривизны в случае А эффективно отделяет наиболее критический компонент погрешности от изменений кривизны, тем самым повышая стабильность и точность обработки. Следовательно, стратегия траектории инструмента в случае А лучше, чем стратегия траектории инструмента в случае В.

С практической точки зрения, это открытие подтверждает стратегию, обычно используемую в передовых системах САМ, таких как Siemens NX и PowerMill, где траектории движения инструмента предпочтительно ориентированы вдоль направлений с минимальной кривизной. Следовательно, для обработки параболических цилиндрических поверхностей оптимальной стратегией является выравнивание направления подачи с направлением нулевой кривизны и управление поперечным шагом в соответствии с локальной кривизной.

На рис. 3 показан результат выполнения программы с входными данными $R_T = 7$ мм, $f_z = 0.02$ мм/зуб, допустимая погрешность $[h] = 0,02$ мм. При поперечном шаге, адаптирующемся в соответствии с кривизной поверхности, как показано на диаграмме, геометрическая погрешность поверхности останется неизменной и составит 0,02 мм. В настоящее время коммерческие САМ-системы, такие как Siemens NX и PowerMill, также поддерживают адаптивный поперечный шаг, однако он реализован косвенно и эвристически, в отличие от явной аналитической формулировки, предложенной в данной работе.

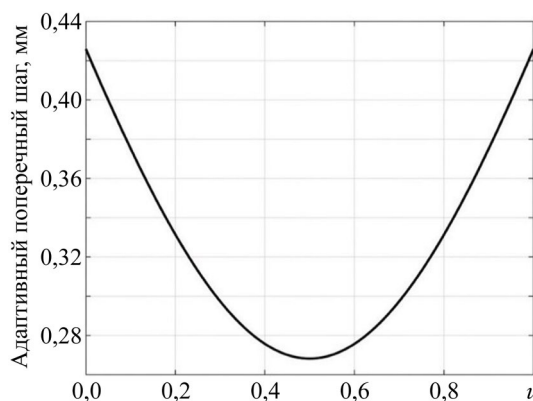


Рис. 3. Адаптивное моделирование с поперечным шагом для случая А

В отношении экспериментальных результатов и их обсуждения: обработанные образцы представлены на рис. 4, измеренные геометрические погрешности для образца 2 показаны на рис. 5, а полные данные о погрешностях суммированы в таблице 2.



Рис. 4. 9 экспериментальных образцов

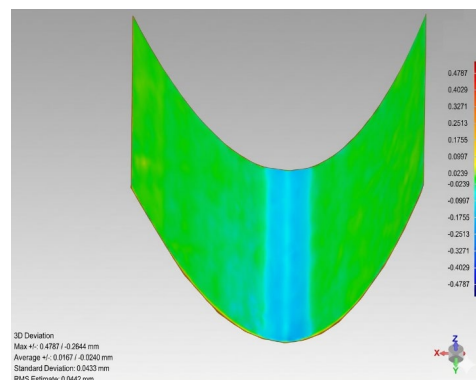


Рис. 5. Геометрическая погрешность заготовки 2

При анализе и оценке точности механической обработки производительность оценивается на основе конкретных критериев погрешности: чем меньше погрешность обработки, тем выше точность. Руководствуясь принципом выбора минимально возможного значения выходного сигнала (чем меньше, тем лучше), определяется отношение сигнал/шум (S/N) для каждого эксперимента (таблица 2).

Таблица 2

Экспериментальные результаты, полученные на основе ортогонального массива Тагучи OA9(33)

№	S (мм)	F (мм/мин)	D	Геометрическое отклонение (μm)			(S/N) _Δ
				Верхнее	Нижнее	Среднее Δ	
1	0,1	100	6	18,9	35,3	27,1	-14,3297
2	0,1	500	10	16,7	24	20,35	-13,0856
3	0,1	900	14	20,4	18	19,2	-12,833
4	0,4	100	10	16,8	28,7	22,75	-13,5698
5	0,4	500	14	16,6	22,1	19,35	-12,8668
6	0,4	900	6	18,2	39,2	28,7	-14,5788
7	0,7	100	14	15,5	34	24,75	-13,9358
8	0,7	500	6	22,6	45,8	34,2	-15,3403
9	0,7	900	10	25,7	38,2	31,95	-15,0447

Среднее отношение сигнал/шум для каждого фактора на уровнях 1, 2 и 3 можно рассчитать, усредняя отношения сигнал/шум соответствующих экспериментов. Влияние каждого фактора на геометрическую погрешность обработанной поверхности определяется с помощью Minitab, как показано на рисунке 6. Высокое значение отношения сигнал/шум указывает на то, что обработанная поверхность имеет малые геометрические погрешности.

Результаты дисперсионного анализа (ANOVA) для отношения сигнал/шум (S/N)_Δ представлены ниже в таблице 3. Коэффициенты детерминации составляют R-Sq = 98,92 % и R-Sq(adj) = 95,68 %, что свидетельствует о высоком качестве модели. Для фактора S (поперечный шаг) число степеней свободы (DF) равно 2, последовательная сумма квадратов (Seq SS) и скорректированная сумма квадратов (Adj SS) составляют 12,4878, скорректированный средний квадрат (Adj MS) — 6,2439, значение F-критерия (критерий Фишера) — 41,36, а уровень значимости $P = 0,024$.

Таблица 3

Результаты дисперсионного анализа (ANOVA) для отношения (S/N)_Δ

Сводка по модели R-Sq = 98,92%, R-Sq(adj) = 95,68 %

Источник	DF	Seq SS	Adj SS	Adj MS	F	P
S	2	12,4878	12,4878	6,2439	41,36	0,024
F	2	0,9044	0,9044	0,4522	2,99	0,250
D	2	14,2398	14,2398	7,1199	47,16	0,021
Остаточная погрешность	2	0,3020	0,3020	0,1510		
Суммарная	8	27,9339				

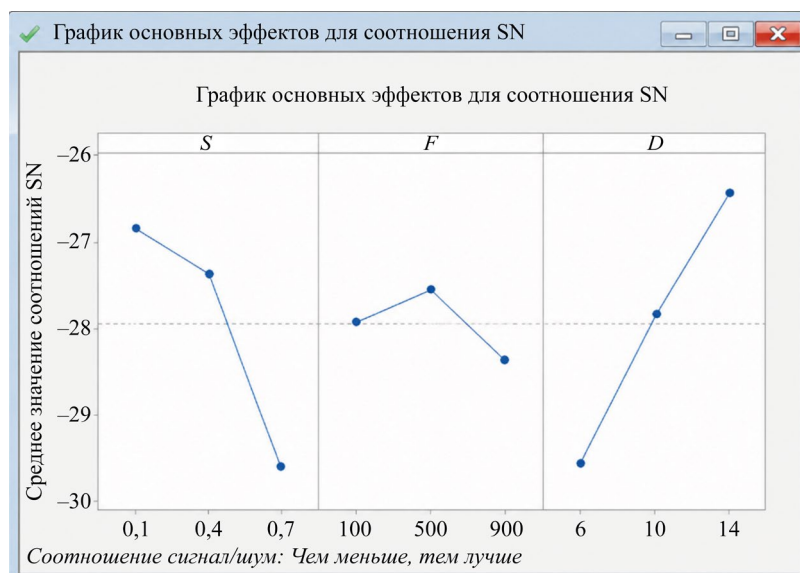


Рис. 6. График основных эффектов для отношений сигнал/шум (S/N)_Δ

На основе данных в этой таблице можно также определить влияние каждого фактора на точность обработки. Наибольшее влияние оказывает диаметр инструмента (D) (51 %), за ним следует влияние поперечного шага (44,7 %). Наименьшее влияние оказывает скорость подачи (3 %) (таблица 4). Data means

Таблица 4

Влияние факторов на точность обработки

№	Фактор	Вклад, %
1	Поперечный шаг (S)	44,7
2	Скорость подачи (F)	3
3	Диаметр инструмента (D)	51
4	Погрешности	1,3

Отсюда видно, что соответствие формообразующего инструмента и обрабатываемой поверхности оказывает существенное влияние на точность обработки. При максимально возможном значении отношения сигнал/шум можно выбрать оптимальный набор параметров $S_1F_2D_3$. Оптимальные параметры для достижения наилучшей геометрической точности обработанной поверхности: поперечный шаг 0,1 мм, скорость подачи 500 мм/мин, диаметр инструмента 14 мм.

Прогнозируемое среднее отклонение в этом случае составит:

$$\Delta_{min} = \bar{\Delta}(S_1) + \bar{\Delta}(F_2) + \bar{\Delta}(D_3) - 2 \frac{\sum \Delta_i}{9} = 22,22 + 24,63 + 21,1 - 2 \cdot 228,35 / 9 \approx 17,2 \text{ (мкм)}. \quad (17)$$

Закключение. В данном исследовании изучалось влияние параметров обработки на точность формирования вогнутых параболических поверхностей произвольной формы при 3-осевом фрезеровании на станках с ЧПУ. В отличие от традиционных экспериментальных подходов, была предложена аналитическая модель, основанная на кривизне, для интерпретации погрешностей обработки с геометрической точки зрения.

Результаты подтверждают, что рассматриваемая поверхность обладает анизотропными характеристиками кривизны, где одна главная кривизна равна нулю, а другая непрерывно изменяется вдоль поверхности. Это геометрическое свойство приводит к неравномерным условиям взаимодействия инструмента и поверхности, что существенно влияет на точность обработки. Экспериментальный анализ, основанный на методе Тагучи и дисперсионном анализе, показывает, что поперечный шаг и диаметр инструмента являются доминирующими факторами, влияющими на геометрическое отклонение, в то время как скорость подачи оказывает сравнительно меньшее влияние.

С целью теоретического обоснования данных наблюдений была разработана оптимизационная модель на основе кривизны. Модель связывает погрешности обработки с локальной кривизной посредством формулировки эффективного радиуса, демонстрируя, что и отклонение направления подачи, и высота гребешка обратно пропорциональны радиусу кривизны. На основе этой зависимости была предложена стратегия адаптивного поперечного шага, учитывающего кривизну поверхности, что позволяет обеспечить постоянство допустимой погрешности по всей обрабатываемой поверхности.

Сравнение стратегий обработки с постоянным и адаптивным шагом показывает, что адаптивный подход значительно снижает разброс погрешностей и повышает общую точность обработки поверхности. Этот результат подтверждает важность учета геометрических особенностей поверхности при выборе режимов обработки вместо использования исключительно эмпирических методов оптимизации.

Хотя стандартные контроллеры ЧПУ не поддерживают прямую реализацию непрерывного адаптивного поперечного шага с учетом кривизны, предложенная модель обеспечивает теоретическую основу для генерации траектории движения инструмента с постоянной высотой гребешка, доступной в современных САМ-системах. Таким образом, результаты данного исследования имеют практическое значение для повышения эффективности и точности обработки в промышленных приложениях.

В дальнейшем планируется расширить предложенный подход на более сложные поверхности свободной формы, характеризующиеся ненулевой гауссовой кривизной, а также осуществить интеграцию оптимизации на основе кривизны в системы автоматического построения траекторий инструмента и интеллектуальные обрабатывающие системы.

Список литературы / References

1. Safarov DT, Glinina GF, Kasyanov SV. Improving the Accuracy of Die Impression Milling for Large-Size Forgings of Heavy-Duty Vehicle Parts. *Russian Engineering Research*. 2024;44(8):1128–1136. <https://doi.org/10.3103/S1068798X24701880>
2. Safarov DT, Glinina GF, Kondrashov AG. Geometric Accuracy of Die Engraving: Experimental Data and Modeling. *Russian Engineering Research*. 2023;43(11):1400–1407. <https://doi.org/10.3103/S1068798X23110266>
3. Гимадеев М.Р., Никитенко А.В., Беркун В.О. Влияние углов ориентации сфероцилиндрического инструмента на шероховатость при обработке сложнопрофильных поверхностей. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2023;23(3):231–240. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-3-231-240>
4. Gimadeev MR, Nikitenko AV, Berkun VO. Influence of the Sphero-Cylindrical Tool Orientation Angles on Roughness under Processing Complex-Profile Surfaces. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2023;23(3):231–240. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-3-231-240>
5. Mali RA, Gupta TVK, Ramkumar J. A Comprehensive Review of Free-Form Surface Milling – Advances over a Decade. *Journal of Manufacturing Processes*. 2021;62:132–167. <https://doi.org/10.1016/j.jmapro.2020.12.014>
6. Marin F, Souza AF, Gaspar HS, Calleja-Ochoa A, López de Lacalle LN. Topography Simulation of Free-Form Surface Ball-End Milling through Partial Discretization of Linearised Toolpaths. *Engineering Science and Technology, an International Journal*. 2024;55:101757. <https://doi.org/10.1016/j.jestech.2024.101757>
7. Beňo J, Tomáš M, Ižol P, Varga J. Analysis of the Free Form Surface Milling Based on a Fragmentation Approach. *Journal of Production Engineering*. 2015;18(1):31–34.
8. Varga J, Tóth T, Kaščák L, Spišák E. The Effect of the Machining Strategy on the Surface Accuracy When Milling with a Ball End Cutting Tool of the Aluminum Alloy AlCu4Mg. *Applied Sciences*. 2022;12(20):10638. <https://doi.org/10.3390/app122010638>
9. Grešová Z, Ižol P, Vrabel M, Kaščák L, Brindza J, Demko M. Influence of Ball-End Milling Strategy on the Accuracy and Roughness of Free Form Surfaces. *Applied Sciences*. 2022;12(9):4421. <https://doi.org/10.3390/app12094421>
10. Cica D, Zeljkovic M, Sredanovic B, Tesic S. Optimization of Machining Parameters with Minimum Surface Roughness for Three-Axis Milling of Sculptured Parts. *Journal of Production Engineering*. 2017;20(2):75–78. <https://doi.org/10.24867/JPE-2017-02-034>
11. Ižol P, Vrabel M, Maňková I. Comparison of Milling Strategies in Case of Free Form Surface Milling. *Materials Science Forum*. 2016;862:18–25. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.862.18>
12. Mgherony A, Mikó B. Tool Path Planning of Ball-End Milling of Free-Form Surfaces as a Search Algorithm. *Acta Technica Jaurinensis*. 2024;17(2):75–83. <https://doi.org/10.14513/actatechjaur.00736>
13. Kukreja A, Pande SS. Estimation of Scallop Height in Freeform Surface Machining. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. 2019;103:167–181. <https://doi.org/10.1007/s00170-019-04269-x>
14. Ngoc Tuyen Bui, Duc Luong Ngo. An Experimental Study of 3 Axes CNC Milling for a Blade of the Axial Flow Pump Impeller. In: *Proc. Int. Conf. on Material, Machines and Methods for Sustainable Development*. Cham: Springer; 2021. P. 330–336. https://doi.org/10.1007/978-3-030-99666-6_11
15. Van Quy Hoang, Bui Ngoc Tuyen. Effect of Feed Rate, Tool Path and Step over on Geometric Accuracy of Freeform Surfaces When 3 Axis CNC Milling. *Applied Mechanics and Materials*. 2019;889:107–114. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/AMM.889.10>

15. Киреев С.О., Лебедев А.Р., Корчагина М.В. Оптимизация геометрических характеристик циклоидальных профилей героторных гидромашин. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2023;23(3):269–282. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-3-269-282>

Kireyev SO, Lebedev AR, Korchagina MV. Optimization of Geometric Characteristics of Cycloidal Profiles of Gerotor Hydraulic Machines. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2023;23(3):269–282. <https://doi.org/10.23947/2687-1653-2023-23-3-269-282>

16. Radzevich SP. *Kinematic Geometry of Surface Machining*. Boca Raton, FL: CRC Press; 2007. 536 p.

17. Roy RK. *A Primer on the Taguchi Method*, 2nd ed. Southfield, MI: SME; 2010. 300 p.

18. Stephenson DA, Agapiou JS. *Metal Cutting Theory and Practice*, 3rd ed. Boca Raton, FL: CRC Press; 2016. 956 p.

19. Kalpakjian S, Schmid SR. *Manufacturing Engineering and Technology*, 7th ed. Singapore: Pearson; 2020. 407 p.

Об авторах:

Нгок Туен Буй, доктор технических наук, доцент, начальник отдела механической обработки материалов и промышленного инструмента инженерной школы машиностроения Ханойского университета науки и технологий (01, ул. Дай Ко Вьет, Ханой, 11626, Вьетнам), [ORCID](#), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [ResearchGate](#), tuyen.buingoc@hust.edu.vn

Нгуен Тхо Ван, доктор технических наук, факультет технологий и инженерии Хайфонского университета (171, ул. Фан Данг Луу, Хайфон, 04617, Вьетнам), [ORCID](#), [ResearcherID](#), [ResearchGate](#), thonv@dhhp.edu.vn

Заявленный вклад авторов:

Нгок Туен Буй: разработка концепции, разработка методологии, курирование данных, формальный анализ, написание черновика рукописи.

Нгуен Тхо Ван: проведение исследования, визуализация, написание черновика рукописи, написание рукописи – рецензирование и редактирование.

Конфликт интересов: авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Ngoc Tuyen Bui, Dr.Sci. (Eng.), Associate Professor, Head of the Division of Material Machining and Industrial Tools, School of Mechanical Engineering, Hanoi University of Science and Technology (01, Dai Co Viet Str., Hanoi city, 11626, Vietnam), [ORCID](#), [ScopusID](#), [ResearcherID](#), [ResearchGate](#), tuyen.buingoc@hust.edu.vn

Nguyen Tho Van, Dr.Sci. (Eng.), Faculty of Technology and Engineering, Haiphong University (171, Phan Dang Luu Str., Haiphong city, 04617, Vietnam), [ORCID](#), [ResearcherID](#), [ResearchGate](#), thonv@dhhp.edu.vn

Claimed Contributorship:

Ngoc Tuyen Bui: conceptualization, methodology, data curation, formal analysis, writing — original draft preparation.

Nguyen Tho Van: investigation, visualization, writing — original draft preparation, writing — review & editing.

Conflict of Interest Statement: the authors declare no conflict of interest.

All authors have read and approved the final version of manuscript.

Поступила в редакцию / Received 16.03.2026

Поступила после рецензирования / Reviewed 29.04.2026

Принята к публикации / Accepted 20.05.2026