

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 535.4

DOI: 10.12737/3499

Явные выражения давления в акустических волнах, многократно отражённых от поверхностей отражателей канонической формы*

Н. В. Боев, А. В. Колосова, Н. Ф. Тодоров

В рамках геометрической теории дифракции получены явные выражения давления в волнах, переотражённых произвольное конечное число N раз от кругового контура, граничных поверхностей цилиндрического и сферического отражателей. Выражения давления в точке приёма для отражателей канонической формы получены на основе решения двумерной и пространственной задач об определении давления в акустической волне, переотражённой от скопления препятствий в случае высоких частот колебаний. Задача в общей постановке исследована с помощью модификации физической теории дифракции Кирхгофа. В рамках предложенной модификации получены дифракционные интегралы, главные члены асимптотических разложений которых исследованы методом многомерной стационарной фазы. Полученные аналитические выражения давления в переотражённой волне соответствуют геометрической теории дифракции. Во всех трёх случаях эти выражения связаны с вычислением определителя порядка N (для двумерной задачи) и определителей порядка $2N$ (для пространственных отражателей). Проведён аналитический и численный анализ полученных выражений с учётом зависимости от расстояний между источником, приёмником волны и поверхностью отражателей. Установлены точки фокусировки акустической волны. Обсуждается проблема замены неплоских отражателей плоскими в прикладных задачах акустики.

Ключевые слова: акустические волны, многократное отражение волн, отражатели канонической формы.

Введение. В архитектурной акустике помещений используются цилиндрические и сферические отражатели (например, своды зданий и помещений). Вогнутые части таких отражателей допускают многократное рассеяние звуковых волн. Как правило, при численных расчётах неплоские граничные поверхности отражателей заменяются набором плоских граней вписанных или описанных многогранников, что, конечно, искажает истинное звуковое поле. Особенно это заметно при многократных отражениях волн. В настоящее время работ, посвящённых этой проблеме, сравнительно мало. В [1] рассмотрено двукратное отражение волн от двух круговых цилиндров (в рамках двумерной задачи), а в [2, 3] — от сферических отражателей (пространственная задача).

Поэтому исследование многократного рассеяния высокочастотных волн на поверхностях пространственных отражателей и их скоплений имеет как теоретическое, так и практическое значение в прикладной акустике. В [4, 5, 6] разработан общий подход к исследованию проблемы многократных отражений высокочастотных волн в рамках геометрической теории дифракции (ГТД) на основе дифракционных интегралов физической теории дифракции Кирхгофа. В данной работе общая теория применяется для отражателей цилиндрической и сферической формы.

Постановка задачи. Рассмотрим вписанный в окружность правильный $2N$ -угольник в бесконечной акустической среде. Пусть из точки x_0 , находящейся на продолжении одной из сторон данного $2N$ -угольника, от точечного источника давления падает высокочастотная монохроматическая акустическая волна (зависимость по времени $e^{-i\omega t}$, ω — частота колебаний). Она падает на вогнутую часть граничного контура акустически твёрдого отражателя в виде полуокружности по прямой, на которой находится выделенная сторона многоугольника (рис. 1, 2). На полуокружно-

* Работа выполнена при поддержке внутреннего гранта ЮФУ, номер проекта 21301-24/2013-76.

сти находятся N вершин многоугольника $y_1^*, y_2^*, \dots, y_N^*$, которые в ГТД являются точками зеркального отражения волны. При такой траектории многократно отражённого луча, приходящий в точку приёма x_{N+1} из последней точки зеркального отражения y_N^* , будет параллелен исходному падающему лучу. При этом будем рассматривать случай, когда расстояние L_0 от источника x_0 до первой точки зеркального отражения y_1^* и расстояние L_N от точки y_N^* до приёмника x_{N+1} равны между собой (рис. 1, 2).

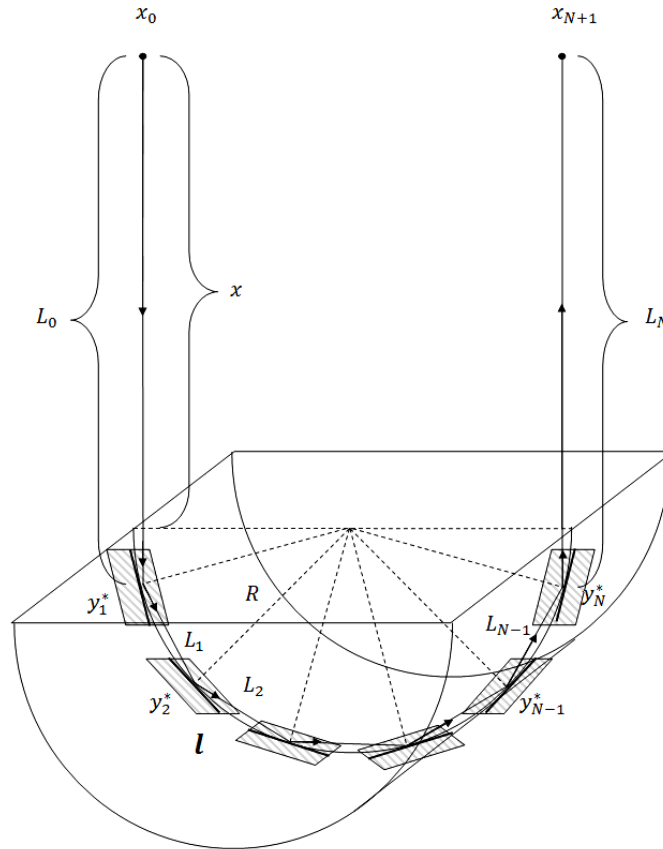


Рис. 1. N -кратное отражение высокочастотной акустической волны от граничного контура твёрдого препятствия в виде вогнутого полуцилиндра

После отделения временного множителя в волновом уравнении задача сводится к исследованию амплитуды давления рассеянного поля. При этом точечный источник, находящийся в точке x_0 , порождает в точке y пространства давление

$$p^{inc}(y) = |x_0 - y|^{-1} \exp(ik|x_0 - y|),$$

и в двумерном случае: $p^{inc}(y) = |x_0 - y|^{-1/2} \exp(ik|x_0 - y|)$,

где $k = \omega / c$ — волновое число и c — скорость акустической волны.

Анализ проблемы проводится в рамках плоской задачи многократного переотражения волны от вогнутой части полуокружности радиуса R и пространственной задачи при той же плоской траектории луча в сечении, перпендикулярном образующей кругового цилиндра (рис. 1) и в диаметральной сечении сферического отражателя (рис. 2).

Цель исследования — выписать явные аналитические выражения амплитуды давления в точке приёма волны. Во всех трёх случаях эти выражения связаны с вычислением определителя порядка N (двумерная задача) и определителей порядка $2N$ (пространственная).

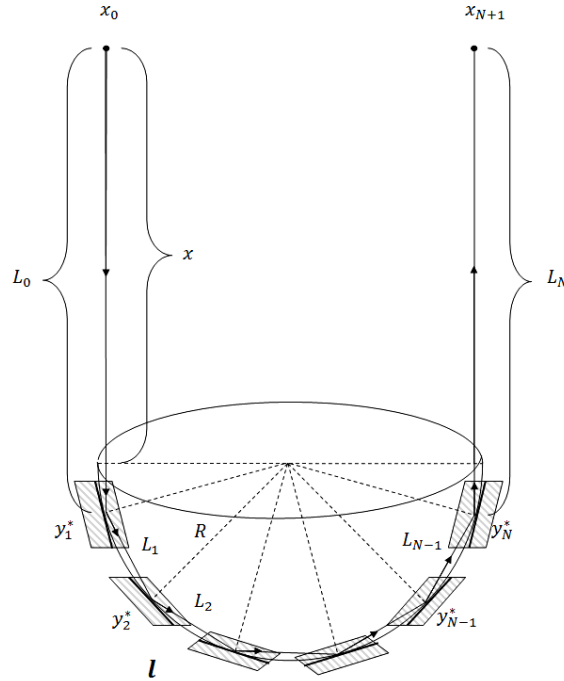


Рис. 2. N -кратное отражение высокочастотной акустической волны от граничного контура твёрдого препятствия в виде вогнутой полусферы

Метод решения. В самой общей постановке двумерная и пространственная задачи об определении давления в акустической волне, переотражённой от скопления препятствий, в случае высоких частот исследованы в [4, 5, 6]. В этих работах на основе модификации физической теории дифракции Кирхгофа [7] получены дифракционные интегралы, главные члены асимптотических разложений которых исследованы методом многомерной стационарной фазы [8]. Полученные аналитические выражения давления в переотражённой волне соответствуют ГТД.

Выпишем аналитические выражения для давления в точке приёма. Двумерная задача [4]:

$$p(x_{N+1}) = \frac{\exp\left\{i\left[k\sum_{n=0}^N L_n + \frac{\pi}{4}(\delta_N - N)\right]\right\}}{\sqrt{\prod_{n=0}^N L_n} \sqrt{|\det(D_N)|}}. \quad (1)$$

Здесь $D_N = (d_{nm})$, $n, m = \overline{1, N}$ — симметричная матрица Гессе со следующими элементами:

$$d_{nn} = L_{n-1}^{-1} + L_n^{-1} - \frac{2}{\rho_n \cos \gamma_n^*}, \quad d_{n, n+1} = d_{n+1, n} = L_n^{-1}, \quad d_{nm} = 0, \quad n \neq m, \quad n \neq m+1, \quad n \neq m-1, \quad \delta_N = \text{sign } D_N$$

и ρ_n — радиус кривизны контура в точке y_n^* контура.

Трёхмерная задача [5, 6]:

$$p(x_{N+1}) = \prod_{n=1}^N \cos \gamma_n^* \frac{\exp\left\{i\left[k\sum_{n=0}^N L_n + \frac{\pi}{4}(\delta_{2N} - 2N)\right]\right\}}{\left(\prod_{n=0}^N L_n\right) \sqrt{|\det(D_{2N})|}}, \quad (2)$$

$$L_0 = |x_0 - y_1^*|, \quad L_n = |y_n^* - y_{n+1}^*|, \quad n = \overline{1, N-1}, \quad L_N = |y_N^* - x_{N+1}|.$$

Здесь $\delta_{2N} = \text{sign } D_{2N}$ — разность между числом положительных и отрицательных собственных значений матрицы Гессе $D_{2N} = (d_{nm})$, $n, m = \overline{1, 2N}$, которая является симметричной со следующими ненулевыми элементами d_{nm} , $n \leq m$.

Диагональные элементы:

$$d_{2n-1, 2n-1} = (L_{n-1}^{-1} + L_n^{-1}) \left(1 - (\vec{q}_n^0, \vec{i}_n)^2 \right) - 2k_1^{(n)} (\vec{q}_n^0, \vec{k}_n), \quad n = \overline{1, N},$$

$$d_{2n, 2n} = (L_{n-1}^{-1} + L_n^{-1}) \left(1 - (\vec{q}_n^0, \vec{j}_n)^2 \right) - 2k_2^{(n)} (\vec{q}_n^0, \vec{k}_n), \quad n = \overline{1, N}.$$

Внедиагональные элементы:

$$d_{2n-1, 2n} = - (L_{n-1}^{-1} + L_n^{-1}) (\vec{q}_n^0, \vec{i}_n) (\vec{q}_n^0, \vec{j}_n), \quad n = \overline{1, N},$$

$$d_{2n-1, 2n+1} = L_n^{-1} \left((\vec{q}_n^0, \vec{i}_n) (\vec{q}_{n+1}^0, \vec{i}_{n+1}) - (\vec{i}_{n+1}, \vec{i}_n) \right), \quad n = \overline{1, N-1},$$

$$d_{2n-1, 2n+2} = L_n^{-1} \left((\vec{q}_n^0, \vec{i}_n) (\vec{q}_{n+1}^0, \vec{j}_{n+1}) - (\vec{j}_{n+1}, \vec{i}_n) \right), \quad n = \overline{1, N-1},$$

$$d_{2n, 2n+1} = L_n^{-1} \left((\vec{q}_n^0, \vec{j}_n) (\vec{q}_{n+1}^0, \vec{i}_{n+1}) - (\vec{i}_{n+1}, \vec{j}_n) \right), \quad n = \overline{1, N-1},$$

$$d_{2n, 2n+2} = L_n^{-1} \left((\vec{q}_n^0, \vec{j}_n) (\vec{q}_{n+1}^0, \vec{j}_{n+1}) - (\vec{j}_{n+1}, \vec{j}_n) \right), \quad n = \overline{1, N-1}.$$

Здесь $k_1^{(n)}, k_2^{(n)}$ ($n = \overline{1, N}$) — главные кривизны поверхностей, а $\vec{i}_n, \vec{j}_n, \vec{k}_n$ — орты локальной Декартовой системы координат, определяемой касательными к главным линиям кривизны и нормальными к поверхностям дефектов в точках зеркального отражения y_n^* , $n = \overline{1, N}$. Координаты ортов заданы в некоторой глобальной Декартовой системе координат, $\vec{q}_n^0 = \{-\cos \alpha_n^*, -\cos \beta_n^*, -\cos \gamma_n^*\}$ — направление падения волны в точке y_n^* , а γ_n^* — угол между направлением падения волны и нормалью к поверхности в точке y_n^* .

Отражатели канонической формы. При рассматриваемой траектории плоского луча его параметры определяются соотношениями вписанного в окружность $2N$ -угольника:

$$\gamma_n^* = \pi \frac{N-1}{2N}, \quad n = \overline{1, N},$$

$$\gamma_n^* = \gamma^*, \quad c = \cos \gamma^*, \quad L_0 = L_N = Rc + x, \quad x \in (-Rc, +\infty), \quad L_n = 2Rc, \quad n = \overline{1, N-1}.$$

В дальнейшем будем исследовать величину давления в переотражённой волне в точке x_{N+1} . В случае двумерной задачи из общей формулы (1) следует, что

$$|p_{окр}(x_{N+1})| = \left((Rc + x)(Rc)^{\frac{N-1}{2}} \right)^{-1} \left(|\det D_N^{(окр)}| \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (3)$$

$$\det D_N^{(окр)} = (2Rc)^{-N} \det D_N^0, \quad (4)$$

где $D_N^0 = (d_{nm})$, $n, m = \overline{1, N}$ — матрица ленточной структуры со следующими ненулевыми элементами:

$$d_{11} = d_{NN} = -(1 + 3z)(1 + z)^{-1}, \quad z = \frac{x}{Rc}, \quad z \in (-1, +\infty), \quad d_{nn} = -2, \quad n = \overline{2, N-1};$$

$$d_{n, n+1} = d_{n+1, n} = 1, \quad n = \overline{1, N-1}.$$

Разложением по элементам первой и последней строк вычисление определителя D_N^0 сводится к вычислению определителей Δ_n ленточной структуры порядка $N-2$ и $N-3$. Определитель Δ_n

порядка n имеет ненулевые элементы $\Delta_{ii} = -2, i = \overline{1, n}, \Delta_{i, i+1} = \Delta_{i+1, i} = 1, i = \overline{1, n-1}$ и вычислен методом математической индукции: $\Delta_n = (-1)^n (n+1)$.

Для определителя $D_N^{(окр)}$ в (3) и давления (4) получаем явные выражения:

$$\det D_N^{(окр)} = 4 \left(-\frac{1}{2Rc} \right)^N z(1+Nz)(1+z)^{-2}, \quad (5)$$

$$\sqrt{Rc} |p_{окр}(x_{N+1})| = |2z(1+Nz)|^{\frac{1}{2}}. \quad (6)$$

В случае пространственной задачи основу расчётов составляет выражение (2). Первым рассмотрим цилиндрический отражатель (рис. 1). В этом случае

$$|p_{цил}(x_{N+1})| = \left((Rc+x)^2 (Rc)^{N-1} \right)^{-1} \left(|\det D_{2N}^{(цил)}| \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (7)$$

где матрица Гессе $D_{2N}^{(цил)}$ — симметричная, имеет ленточную структуру со следующими ненулевыми элементами:

$$\begin{aligned} d_{11} &= d_{2N-1, 2N-1}; \quad d_{22} = d_{2N, 2N}; \\ d_{2n-1, 2n-1}; \quad d_{2n, 2n}; \quad n &= \overline{2, N-1}; \\ d_{2n-1, 2n+1}; \quad d_{2n, 2n+2}; \quad n &= \overline{1, N-1}. \end{aligned} \quad (8)$$

Определитель матрицы $D_{2N}^{(цил)}$ такой структуры равен произведению двух определителей [9], каждый из которых порядка N :

$$\det D_{2N}^{(цил)} = (2Rc)^{-2N} \det D_N^{(1u)} \det D_N^{(2u)}. \quad (9)$$

Причём матрица $D_N^{(1u)}$ совпадает с матрицей Гессе D_N^0 двумерной задачи (4), а матрица $D_N^{(2u)} = (d_{nm}^{(2)})$, $n, m = \overline{1, N}$ в (9) является ленточной со следующими элементами:

$$\begin{aligned} d_{11} &= d_{NN} = \frac{3+z}{1+z}, \quad d_{nn} = 2, \quad n = \overline{2, N-1}, \\ d_{n, n+1} &= d_{n+1, n} = -1, \quad n = \overline{1, N-1}. \end{aligned}$$

Значение определителя $D_N^{(2u)}$ получено методом математической индукции: $D_N^{(2u)} = 4 \frac{z+N}{(1+z)^2}$.

Давление $|p_{цил}(x_{N+1})|$ преобразуем:

$$|p_{цил}(x_{N+1})| = \left(2Rc |z(1+Nz)(z+N)|^{\frac{1}{2}} \right)^{-1}. \quad (10)$$

Для сферического отражателя (рис. 2) давление в переотражённой волне определяется выражением:

$$|p_{сф}(x_{N+1})| = \left((Rc+x)^2 (Rc)^{N-1} \right)^{-1} \left(|\det D_{2N}^{(сф)}| \right)^{-\frac{1}{2}}, \quad (11)$$

в котором матрица Гессе $D_{2N}^{(сф)}$ имеет такую же структуру, как и в случае цилиндрического отражателя (8). Причём в определителе

$$\det D_{2N}^{(сф)} = (2Rc)^{-2N} \det D_N^{(1сф)} \det D_N^{(2сф)} \quad (12)$$

матрица $D_N^{(1c\phi)}$ совпадает также с D_N^0 , а матрица $D_N^{(2c\phi)} = (d_{nm})$ существенно отличается диагональными элементами от матрицы $D_N^{(2u)}$:

$$d_{11} = d_{NN} = \frac{1-z}{1+z} - 2 \cos 2\gamma^*, \quad d_{nn} = -2 \cos 2\gamma^*, \quad n = \overline{2, N-1},$$

$$d_{n, n+1} = d_{n+1, n} = -1, \quad n = \overline{1, N-1}.$$

Раскладывая определитель $\det D_N^{(2c\phi)}$ (12) по первой и последней строкам, получаем:

$$\det D_N^{(2c\phi)} = G^2 \Delta_{N-2} - 2G \Delta_{N-3} + \Delta_{N-4}, \quad (13)$$

где $G = \frac{1-z}{1+z} - 2 \cos 2\gamma^*$, $\Delta_n = (-1)^n \det D_n$, $n = N-2, N-3, N-4$.

Матрица $D_n = (d_{ij})$, $i, j = \overline{1, n}$ — симметричная с элементами:

$$d_{ii} = 2 \cos 2\gamma^*, \quad i = \overline{1, n}, \quad d_{i, i+1} = d_{i+1, i} = 1, \quad i = \overline{2, N-1}.$$

Следуя [9], $\det D_n = (\sin(n+1)\gamma) / \sin \gamma$.

С учётом этого выражение (13) приводится к виду:

$$\det D_N^{(2c\phi)} = (-1)^{N-2} (\sin 2\gamma^*)^{-1} [G^2 \sin 2(N-1)\gamma^* + 2G \sin 2(N-2)\gamma^* + \sin 2(N-3)\gamma^*]. \quad (14)$$

Аналитически доказано, что выражение (14) преобразуется к виду: $\det D_N^{(2c\phi)} = -\frac{4z}{(1+z)^2}$.

Определитель матрицы Гессе (12) для полусферы имеет вид:

$$\det D_{2N}^{(c\phi)} = 16 \frac{(-1)^{N+1}}{(2Rc)^{2N}} z^2 \frac{1+Nz}{(1+z)^4},$$

а давление (11) в точке приёма:

$$|p_{c\phi}(x_{N+1})| = (2Rc)^{-1} |z^2 (1+Nz)|^{\frac{1}{2}}. \quad (15)$$

Остановимся на анализе проблемы замены неплоских отражателей плоскими при многократных отражениях акустической волны. На примере рассматриваемых задач и полученных явных аналитических выражений (6), (10), (15) проведём сравнительный анализ амплитуды давления в многократно отражённой акустической волне от граничных поверхностей неплоских отражателей и от плоских отражателей. Исследуем проблему для системы плоских отражателей, которые располагаются в касательных плоскостях к поверхностям отражателей в точках зеркального отражения $Y_1^*, Y_2^*, \dots, Y_N^*$. При такой благоприятной замене неплоских отражателей плоскими не меняется траектория луча, и изучается влияние на амплитуду переотражённого сигнала только степени искривленности граничной поверхности. Вместе с тем при замене поверхности отражателя плоскими гранями многогранника в общем случае искажаются и траектории лучей. Если траектория луча не изменяется, то в общем случае двумерной (1) и пространственной (2) задач предельным переходом (при стремлении кривизны контура или главных кривизн поверхности к нулю) в определителе матриц Гессе [4, 5] доказано следующее. При любой траектории луча в виде ломаной (плоской или пространственной) линии амплитуда переотражённой N раз волны от системы плоских отражателей определяется выражениями:

- в двумерной задаче $p_{nl}(x_{N+1}) = \left(\sum_{n=0}^N L_n \right)^{\frac{1}{2}},$

- в пространственной задаче $p_{пл}(x_{N+1}) = \left(\sum_{n=0}^N L_n \right)^{-1}$.

Для рассматриваемых отражателей:

в двумерной задаче $\sqrt{Rc} |p_{пл}(x_{N+1})| = (2(N+z))^{-\frac{1}{2}}, \quad (16)$

в пространственной $Rc |p_{пл}(x_{N+1})| = (2(N+z))^{-1}. \quad (17)$

Анализ указанной проблемы сводится к сравнительному анализу выражений (6) и (16) в двумерной задаче и выражений (10), (15) и (17) в пространственной задаче.

Вначале проведём анализ двумерной задачи. Для этого необходимо полное исследование функции $|f(z)| = |z(1+Nz)|$, $z \in [-1, +\infty)$, находящейся в знаменателе выражения (6), для давления в переотражённой волне.

На основе полного исследования $|f(z)|$ устанавливается поведение функции $\sqrt{Rc} |p_{окр}(x_{N+1})|$. Она возрастает на множестве $z \in (-1, -N^{-1}) \cup (-(2N)^{-1}, 0)$; убывает на множестве $z \in (-N^{-1}, -(2N)^{-1}) \cup (0, +\infty)$; в точке $z = -(2N)^{-1}$ имеет минимум: $(\sqrt{Rc} |p_{окр}(x_{N+1})|)_{\min} = \sqrt{2N}$; прямые $z = -N^{-1}$ и $z = 0$ являются вертикальными асимптотами.

Это означает, что при расположении источника в точках $z = -N^{-1}$ и $z = 0$ граничный контур отражателя допускает фокусировку акустической волны в точке приёма.

Для пространственных отражателей цилиндрической и сферической формы (см. рис. 1, 2) исследование модуля давлений $Rc |p_{цил}(x_{N+1})|$ и $Rc |p_{сф}(x_{N+1})|$ осуществляется по той же схеме. Поведение этих величин качественно такое же, что и в двумерной задаче (рис. 3). Интервалы изменения переменной z — те же (рис. 4). Отличие состоит лишь в абсциссах минимумов давлений и их величин.

$$\text{При } z = -\frac{2}{3N}$$

$$Rc |p_{сф}(x_{N+1})|_{\min} = \frac{3\sqrt{3}}{4} N.$$

$$\text{При } z = \frac{\sqrt{N^4 - N^2 + 1} - N^2 - 1}{3N}$$

$$\left(z \rightarrow -(2N)^{-1} \right) Rc |p_{цил}(x_{N+1})|_{\min} \rightarrow 1.$$

Графики функций величины $\sqrt{Rc} |p(x_{N+1})|$ в двумерной задаче и $Rc |p(x_{N+1})|$ в трёхмерной задаче для шестикратно переотражённой волны приведены соответственно на рис. 3 и 4.

На рис. 3 и 4 кривые 1 и 3 соответствуют переотражениям волны от системы плоских отражателей, а кривые 2, 4 и 5 — переотражениям волны соответственно от криволинейного контура, цилиндрического и сферического отражателей. Для N -кратно отражённой волны во множестве $z \in [-1, -N^{-1}) \cup (-(2N)^{-1}, 0) \cup (0, 1)$ давление в отражённых волнах от неплоских отражателей больше, чем от системы плоских отражателей, а при $z \in (1, +\infty)$ меньше. При расположении источника волны в точке $z = 1$ ($x = Rc$) давления в отражённых волнах одинаковые. Заметим, что в интервале $(-N^{-1}, 0)$ при $N \rightarrow \infty$ в точках минимума давления имеют по N следующие порядки:

$$Rc |p_{цил}(x_{N+1})|_{\min} = O(1); \quad \sqrt{Rc} |p_{окр}(x_{N+1})|_{\min} = O(\sqrt{2N}); \quad Rc |p_{сф}(x_{N+1})|_{\min} = O\left(\frac{3\sqrt{3}}{4} N\right).$$

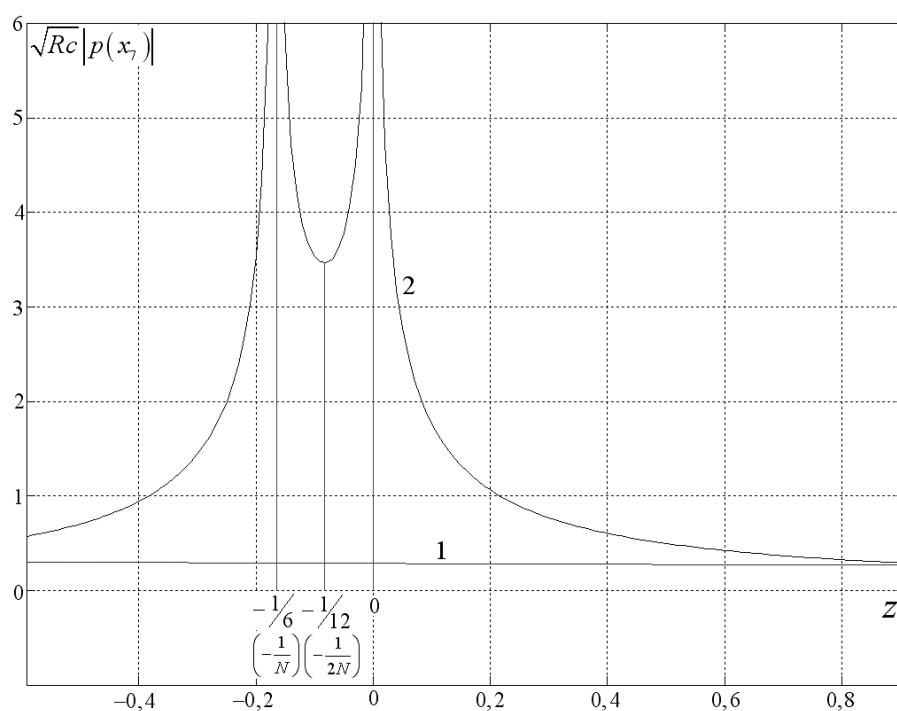


Рис. 3. Влияние удалённости источника и приёмника волны (горизонтальная ось $z = x/Rc$, $c = \cos 75^\circ$ на амплитуду давления (вертикальная ось) в акустической волне, шестикратно отражённой от полуокружности $\sqrt{Rc} |p_{окр}(x_7)|$ (кривая 2) и системы плоских отражателей $\sqrt{Rc} |p_{пл}(x_7)|$ (кривая 1)

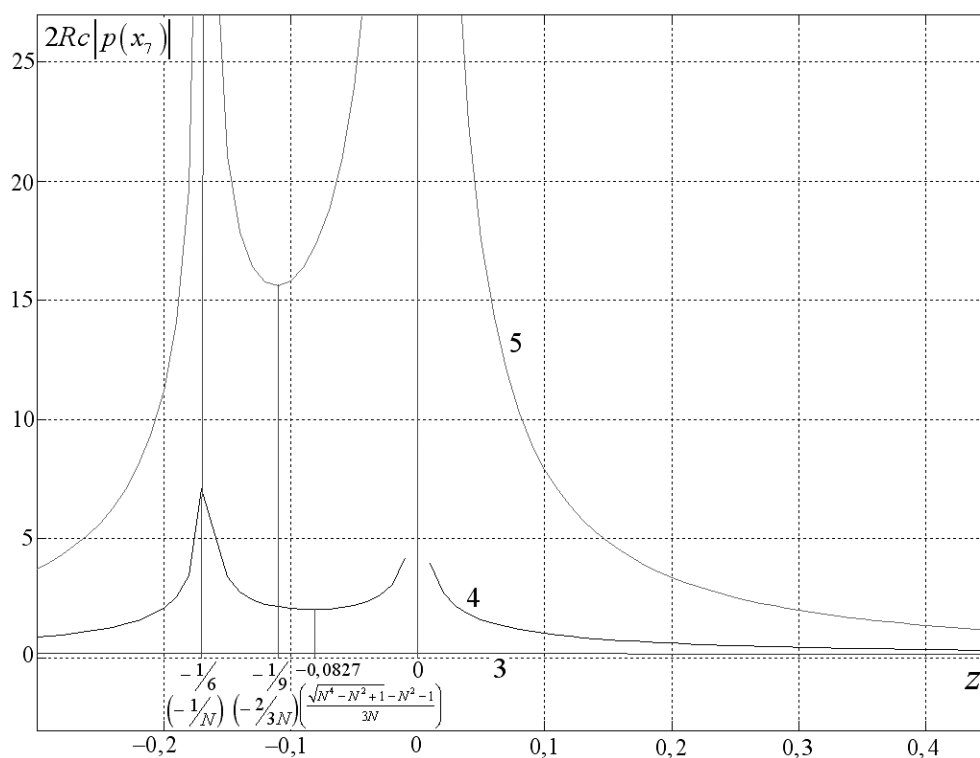


Рис. 4. Влияние удалённости источника и приёмника волны (горизонтальная ось $z = x/Rc$, $c = \cos 75^\circ$ на амплитуду давления (вертикальная ось) в акустической волне, шестикратно отражённой от системы плоских отражателей $2Rc |p_{пл}(x_7)|$ (кривая 3), полуцилиндра $2Rc |p_{цил}(x_7)|$ (кривая 4) и от полусферы $2Rc |p_{сф}(x_7)|$ (кривая 5)

Заключение. В работе в рамках ГТД получены явные выражения давления в многократно переотражённой акустической волне от вогнутой части кругового контура (6) граничных поверхностей цилиндрического (10) и сферического (15) отражателей. Проведён качественный и количественный анализ полученных выражений в зависимости от расстояний источника и приёмника волны от поверхностей отражателей. На примере многократного отражения высокочастотной акустической волны от поверхностей отражателей канонической формы обсуждена практически важная проблема замены неплоских отражателей плоскими в прикладных задачах акустики.

Заметим, что приложение идей, родственных рассмотренным в данной работе, к распознаванию образа дефектов в упругих средах представлено в работах [10, 11].

Библиографический список

1. Штагер, Е. А. Рассеяние радиоволн на телах сложной формы / Е. А. Штагер. — Москва : Радио и связь, 1986. — 184 с.
2. Scarpetta, E. Explicit analytical representations in the multiple high-frequency reflection of acoustic waves from curved surfaces: the leading asymptotic term / E. Scarpetta, M. A. Sumbatyan // *Acta Acustica united with Acustica*. — 2011. — V. 97. — Pp. 115–127.
3. Scarpetta, E. An asymptotic estimate of the edge effects in the high-frequency Kirchhoff diffraction theory for 3-d problems / E. Scarpetta, M. A. Sumbatyan // *Wave Motion*. — 2011. — V. 48. — Pp. 408–422.
4. Sumbatyan, M. A. High-frequency diffraction by nonconvex obstacles / M. A. Sumbatyan, N. V. Boyev // *Journal of the Acoustical Society of America*. — 1994. — V. 95, № 5. — Pp. 2347–2353.
5. Боев, Н. В. Рассеяние высокочастотных волн на поверхностях в сплошных средах с учётом переотражений / Н. В. Боев // *Акустический журнал*. — 2004. — Т. 50, № 6. — С. 756–761.
6. Боев, Н. В. Коротковолновая дифракция на телах, ограниченных произвольной гладкой поверхностью / Н. В. Боев, М. А. Сумбатян // *Доклады Российской Академии наук*. — 2003. — Т. 392, № 5. — С. 614–617.
7. Боровиков, В. А. Геометрическая теория дифракции / В. А. Боровиков, Б. Е. Кинбер. — Москва : Связь, 1978. — 248 с.
8. Федорюк, М. В. Метод перевала / М. В. Федорюк. — Москва : Наука, 1977. — 368 с.
9. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре / И. В. Проскуряков. — Москва : Наука, 1978. — 384 с.
10. Реконструкция дефектов в слоистых композитах / А. О. Ватульян [и др.] // *Вестник Дон. гос. техн. ун-та*. — 2009. — Т. 9, № 2 (41). — С. 3–14.
11. Многократное рассеяние ультразвуковых волн на системе пространственных дефектов канонической формы (теория и эксперимент) / Н. В. Боев [и др.] // *Вестник Дон. гос. техн. ун-та*. — 2012. — № 3 (64). — С. 5–10.

Материал поступил в редакцию 10.09.2013.

References

1. Shtager, E. A. Rasseyaniye radiovoln na telakh slozhnoy formy. [Scattering of radio waves by bodies of complex shape.] Moscow : Radio i Svyaz , 1986, 184 p. (in Russian).
2. Scarpetta, E., Sumbatyan, M. A. Explicit analytical representations in the multiple high-frequency reflection of acoustic waves from curved surfaces: the leading asymptotic term. *Acta Acustica united with Acustica*, 2011, vol. 97, pp. 115–127.
3. Scarpetta, E., Sumbatyan, M. A. An asymptotic estimate of the edge effects in the high-frequency Kirchhoff diffraction theory for 3-d problems. *Wave Motion*, 2011, vol. 48, pp. 408–422.

4. Sumbatyan, M. A., Boyev, N. V. High-frequency diffraction by nonconvex obstacles. Journal of the Acoustical Society of America, 1994, vol. 95, no. 5, pp. 2347–2353.
5. Boyev, N. V. Rasseyaniye vysokochastotnykh voln na poverkhnostyakh v sploshnykh sredakh s uchetom pereotrazheniy. [Scattering of high-frequency waves by surfaces in continuum media with re-reflections.] Akusticheskiy zhurnal, 2004, vol. 50, no. 6, pp. 756–761 (in Russian).
6. Boyev, N. V., Sumbatyan, M. A. Korotkovolnovaya difraktsiya na telakh, ogranichennykh proizvolnoy gladkoy poverkhnostyu. [Short-wave diffraction on bodies bounded by arbitrary smooth surface.] Doklady Rossiyskoy Akademii nauk, 2003, vol. 392, no. 5, pp. 614–617 (in Russian).
7. Borovikov, V. A., Kinber, B. Y. Geometricheskaya teoriya difraktsii. [Geometrical Theory of Diffraction.] London : The Institution of Electrical Engineers, 1994, 248 p.
8. Fedoryuk, M. V. Metod perevala. [Steepest descent method.] Moscow : Nauka, 1977, 368 p. (in Russian).
9. Proskuryakov, I. V. Sbornik zadach po lineynoy algebre [Collection of tasks on linear algebra]. Moscow : Nauka, 1978, 384 p. (in Russian).
10. Vatulyan, A. O., et al. Rekonstruktsiya defektov v sloistyykh kompozitakh [Reconstruction of defects in layered composites]. Vestnik of DSTU, 2009, vol. 9, no. 2 (41), pp. 3–14 (in Russian).
11. Boyev, N. V., et al. Mnogokratnoye rasseyaniye ultrazvukovykh voln na sisteme prostanstvennykh defektov kanonicheskoy formy (teoriya i experiment.) [Multiple scattering of ultrasonic waves by system of 3D defects of canonical form (theory and experiment).] Vestnik of DSTU, 2012, no. 3 (64), pp. 5–10 (in Russian).

EXPLICIT EXPRESSIONS FOR PRESSURE IN ACOUSTIC WAVES MULTIPLY REFLECTED FROM REFLECTING SURFACES OF CANONICAL FORM*

N. V. Boyev, A. V. Kolosova, N. F. Todorov

In framework of the geometrical diffraction theory, the explicit expressions for the pressure in waves arbitrarily re-reflected N times from a contour, boundary surfaces of the cylindrical and spherical reflectors are obtained. Pressure expressions in the reception point for reflectors of the canonical form are obtained on the basis of 2D and 3D solutions to the problems on the pressure determination in the acoustical wave re-reflected from a set of reflectors in the case of high-frequency oscillations. The problem in its general formulation is studied on the basis of a modified physical diffraction of Kirchhoff diffraction theory. Within the frames of the proposed modification, diffraction integrals which leading terms for asymptotic expansions are studied through the multidimensional stationary phase technique, are obtained. The developed analytical expressions for the pressure in the re-reflected wave conform to the GTD. For all three cases, these expressions are connected with calculating the N -th order determinant (in the 2D case), and of the $2N$ -th order determinants (for reflectors in 3D space). An analytical and numerical analysis of the obtained expressions versus distances between a source and a receiver from the reflecting surface is performed. The acoustic wave focusing points are marked. The problem of replacing non-plane reflectors by plane ones in the applied problems of acoustics is discussed.

Keywords: acoustic waves, multiple wave reflection, reflectors of canonical form.

* The research is done with the support of SFU internal grant, project no. 21301-24/2013-76.