ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 621.9.06 DOI 10.12737/5715

Определение оптимальных траекторий при обработке с учётом эволюции процесса резания*

В. Л. Заковоротный, В. П. Лапшин, А. А. Губанова

Формулируется задача выбора оптимальных координат переключения циклов обработки, при которых производительность управляемого процесса обработки является максимальной. Это некоторое уточнение задачи оптимального быстродействия применительно к процессам обработки резанием для случая, когда имеет место управление режимами обработки, обеспечивающим стабилизацию тех или иных условий резания. Приводится типичный пример такой задачи, связанный с необходимостью переключения циклов обработки для операции сверления глубоких отверстий спиральными свёрлами. Доказано необходимое условие оптимальности, которому соответствуют равные между собой минимальные значения скоростей. На этой основе предлагается методика вычисления этих скоростей, обеспечивающих минимум времени. Приводится конкретный пример для случая сверления глубоких отверстий малого диаметра (диаметр — 2,15 мм, глубина отверстия — 140 мм). Полученные результаты обобщаются на случай, когда решаются задачи управления любой эволюционной системой обработки резанием.

Ключевые слова: *оптимальное по быстродействию управление, процесс резания, эволюционная система.*

Постановка проблемы. Процесс обработки на металлорежущих станках характеризуется эволюционной изменчивостью, связанной с работой, совершаемой при резании [1]. Эволюционные изменения, проявляющиеся в изменении параметров динамической связи, формируемой процессом обработки, в развитии износа инструмента, в изменениях параметров качества изготовления деталей и пр., требуют управления процессом. Однако и в этом случае процесс обработки, характеризуемый некоторыми координатами состояния, неизменно приходит к своему терминальному состоянию: потере устойчивости траекторий, достижению инструментом своего критического износа, достижению силами, действующими на инструмент, своих критических значений и пр. В результате, при выборе траекторий, минимизирующих приведённые затраты на изготовление партии деталей, возникает проблема определения моментов или координат переключения циклов обработки из условия оптимальности системы в целом. Особенно наглядно эта проблема может быть проиллюстрирована на примере сверления глубоких отверстий спиральными свёрлами. При создании автоматизированного оборудования для этого процесса приходится считаться с тем, что за счёт накопления стружки в стружкоотводящих канавках инструмента наблюдается монотонное, в пределах каждого единичного заглубления, изменение параметров динамической связи процесса резания [2–4]. В этом случае для предотвращения поломки инструмента и его заклинивания необходимо монотонно уменьшать скорость подачи.

Функции изменения скорости подачи во времени или в пространстве формируют множество $V(X)=\{V_1,V_2,...,V_n\}^T\in\Phi$, в котором обеспечивается постоянство крутящего момента. Выбор координат переключения $X=\{X_1,X_2,...,X_n\}^T$ выполняется исходя из следующего требования: время обработки при заданных траекториях скорости подачи в пределах каждого единичного заглубления должно быть минимальным, то есть

* Работа выполнена по гранту РФФИ №14-08-00206а «Разработка теории управления процессами обработки на металлорежущих станках на основе синергетической концепции», а также в соответствии с государственным заданием № 2964.

$$T_{\Sigma}(X_1, X_2, ..., X_n) = \min . \qquad (1)$$

При этом задана глубина сверления $L = X_n$ (рис. 1). Время обработки T_{Σ} определяется временем, затраченным на рабочие заглубления T_p, которое зависит от фазовых траекторий $V(X) = \{V_1, V_2, ..., V_n\}^T \in \Phi$ (рис. 1), и временем, необходимым на ввод инструмента в зону резания и его вывод, то есть временем на вспомогательные перемещения инструмента $T_в$.

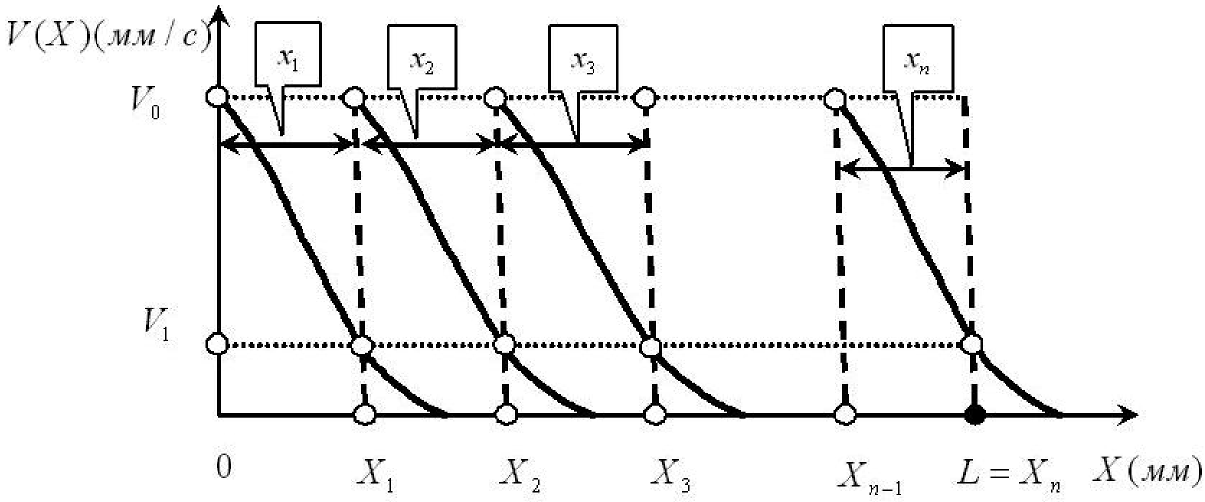


Рис. 1. Фазовая траектория рабочих заглублений инструмента

В дальнейшем величину каждого единичного заглубления удобно рассматривать независимо, то есть $x_i = X_i - X_{i-1}$. Таким образом,

$$T_{\Sigma}(x_1, x_2, ..., x_n) = T_P + T_в = \sum_{i=1}^{i=n} \int_0^{x_i} \frac{d\xi}{V_i(\xi)} + T_в(x_1, x_2, ...x_n), \qquad (2)$$

где n — количество заглублений.

В частности, справедливо приближённое равенство

$$T_в(x_1, x_2, ..., x_n) = \Delta T n, \qquad (3)$$

где ΔT — усреднённое по ансамблю переключений время одного вспомогательного перемещения.

Из (2) видно, что при увеличении количества переключений время, затраченное на единичное рабочее заглубление уменьшается, так как при этом возрастает интегральная скорость подачи. Одновременно при этом увеличивается время, необходимое на вспомогательные перемещения. Поэтому существует компромисс между временем, затраченным на выполнение рабочих заглублений, и временем на вспомогательные перемещения, зависящим от количества переключений.

Кроме этого, необходимо организовать управление таким образом, чтобы за время T_{Σ} отверстие было просверлено, то есть

$$L = X_n = \sum_{i=1}^{i=n} x_i . \qquad (4)$$

В (2) и (4) каждое единичное заглубление отсчитывается от нуля. Таким образом, задача формулируется следующим образом: при заданных функциях $V_i(x_i)$ подобрать координаты переключения таким образом, чтобы $T_{\Sigma} = \min$ и выполнялось условие (4).

Условие оптимальности переключений. Отметим следующие свойства системы: 1) на все компоненты вектора $x=(x_1,x_2,...,x_n)^T$ наложены ограничения $x_i \le x_{i,0}$, так как в (2) $\int_0^\infty V_i(\xi)d\xi \le x_{i,0}$; 2) в силу выполнения п. 1 существует минимальное значение $n \in N$, при котором отверстие принципиально может быть обработано в классе управлений $V_i(x_i)$. Это аналог условий достижимости в принципе максимума.

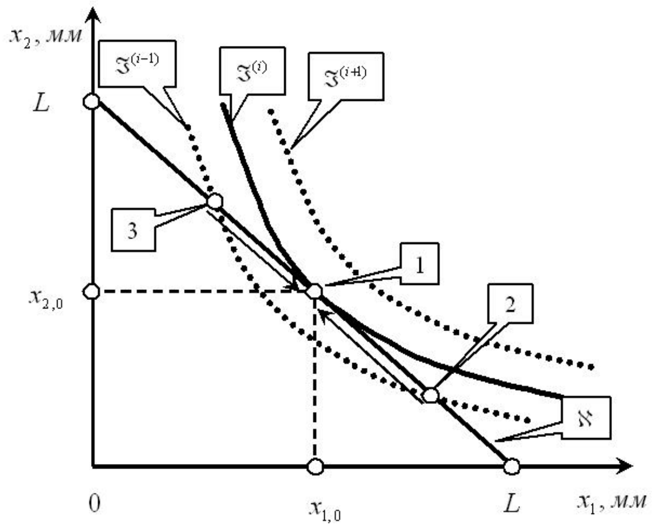


Рис. 2. Графическая интерпретация выбора оптимальных координат для $n = 2$

Зададим n в (2) и (4) и определим оптимальные координаты переключений для рабочих заглублений. Зафиксируем $T_P(i)$ и рассмотрим все возможные комбинации $(x_1,x_2,...,x_n) \in R^n$, при которых $T_P(i)=\text{const}$. Эти комбинации в пространстве R^n формируют некоторую выпуклую поверхность $\Im^{(i)}$ (рис. 2), так как x_i непрерывны и ограничены сверху. Каждому постоянному значению $T_P(i)$ соответствует своя поверхность $\Im^{(i)}$. Условие (4) в R^n определяет гиперплоскость $\aleph$, проходящую через точку L по каждой оси. На пересечении $\aleph$ и $\Im^{(i)}$ формируется множество, на котором $T_P(i)=\text{const}$. На рис. 2 отображена плоскость ($R^n=R^2$), причём две координаты заглублений удовлетворяют условиям достижимости, сформулированным выше. На приведённой иллюстрации $T_P(i-1)>T_P(i)>T_P(i+1)$. По мере уменьшения $T_P(i)=\text{const}$ множества $\Im$ переходят от $\Im^{(i-1)}$ к $\Im^{(i+1)}$ и для $\Im^{(i)}$ выполняются условия: время обработки является минимальным при обеспечении сверления заданной глубины L. При этом точки «2» и «3» преобразуются в единственную точку «1». Таким образом, в точке «1» выполняются условие $T_P=\min$ и $(x_1+x_2)=L$. Очевидно, что в R^n некоторые поверхности размерностью R^{n-1} преобразуются в точку, в которой выполняются условия касания гиперповерхности $\Im^{(i)}$ гиперплоскости $\aleph$. Заметим ещё раз, что размерность Евклидова пространства зафиксирована.

Из условия касания гиперповерхности рассматриваемой гиперплоскости получаем

$$\frac{\partial T_p(x_1,x_2,...x_n)}{\partial x_i}=\frac{\partial L(x_1,x_2,...x_n)}{\partial x_i}, i=1,2,...,n. \quad (5)$$

Так как $\dfrac{\partial\left(\sum\limits_{i=1}^{i=n} x_i\right)}{\partial x_i} \equiv 1$ для всех $i = 1,2,...,n$, то $\dfrac{1}{V_i(x_i)} - \dfrac{1}{V_i(0)} = 1, i = 1,2,...,n$. Здесь приняты условия определения производных от интегралов по верхнему пределу. Обычно $V_i(0) = V_k(0)$, поэтому получаем условие оптимальности координат переключения циклов обработки

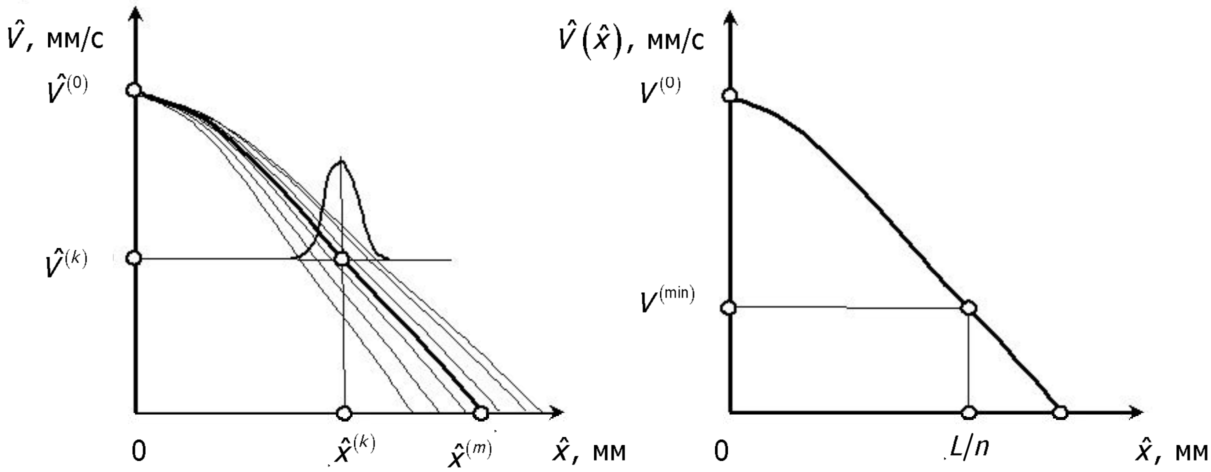
$$V_i(x_i) = V_k(x_k), \tag{6}$$

то есть оптимальным координатам переключения циклов обработки соответствуют равные между собой минимальные скорости. Полученное условие позволяет существенно упростить алгоритм вычисления оптимальных координат переключения и позволяет реализовать оптимальную по быстродействию систему.

Методика синтеза оптимальной системы. Обычно при обработке глубоких отверстий спиральными свёрлами количество заглублений есть величина большая. Например, при сверлении центрального отверстия в штуцере форсунки топливного насоса необходимо просверлить отверстие диаметром 2,15 мм на глубину 140 мм в стали 45. При этом количество заглублений, в зависимости от состояния инструмента и свойств материала, меняется в пределах (35–50). Поэтому при определении оптимальных координат можно воспользоваться методами статистических усреднений. Вначале рассмотрим выражение (4), которое можно переписать в виде:

$$L = n\sum_{i=1}^{i=n} x_i \,/\, n = n\hat{x}, \tag{7}$$

где $\hat{x} = \sum\limits_{i=1}^{i=n} x_i \,/\, n$ — оценка математического ожидания, которую можно вычислить как $\hat{x} = L/n$.



а) *б*)

Рис. 3. Схема определения $\hat{V}(\hat{x})$ и оптимальной минимальной скорости

Пусть задано множество траекторий $V_i(x_i)$, каждая из которых отсчитывается от начала координат, начиная с точки $V_i(0) = V_k(0) = \hat{V}^{(0)}$. Выполним усреднение $V_i(x_i), i = 1,2,3,...,n$ по правилу (рис. 3, *а*): представим скорость в виде дискретного множества $V = \{V^{(0)}, V^{(1)}, ..., V^{(m)} = 0\}^T$. Для каждой скорости $V^{(i)}$ вычислим статистические характеристики соответствующих ей значений перемещений в виде их математических ожиданий $\hat{x}^{(i)}$. Полученные оценки аппроксимируем зависимостью $\hat{V}(\hat{x})$. Затем определяем оптимальное значение минимальной скорости $V^{(\min)}$, при которой необходимо осуществлять переключение циклов обработки (рис. 3, *б*).

Причём это значение, как показано выше, является неизменным для всех координат переключения. Определяем также время обработки при заданном n

$$\begin{cases} V^{(\min)} = \hat{V}(L/n); \\ T_{p,0}(n) = n \int\limits_0^{L/n} \dfrac{d\xi}{\hat{V}(\xi)}. \end{cases} \qquad (8)$$

Приведённый алгоритм относится только к определению оптимальной минимальной скорости и времени обработки без учёта времени вспомогательных перемещений при заданном n. Для определения оптимальных координат переключения системы в целом с учётом времени на вспомогательные перемещения, то есть для $T_\Sigma = T_P + T_в$ в (2) можно воспользоваться следующим алгоритмом:

1) Выбираем $n_1 \in N$. Для него выполняем все вычисления, приведённые выше, то есть вычисляем минимальное время рабочих заглублений $T_p^{(1)}$ и вычисляем общее время $T_\Sigma^{(1)} = T_p^{(1)} + n_1 \Delta T$. При этом средняя величина рабочих заглублений равна $\hat{x}^{(1)} = L / n_1$, причём n — целое число.

2) Даём приращение n, то есть выбираем $n_2 > n_1$, и выполняем указанные выше вычисления. Для них вычисляем $T_\Sigma^{(2)}$ и так далее. Получаем зависимость суммарного времени от числа циклов переключения. При этом для каждого числа циклов время является минимально возможным. Тем самым определяем минимально возможное время обработки и координаты переключения циклов, позволяющих аппаратно реализовать управление переключениями.

Пример определения оптимальных координат. Рассмотрим случай глубокого сверления топливоподводящего отверстия в штуцере форсунки, на который было обращено внимание выше. Рассмотрим процедуру выбора оптимальных координат переключения циклов заглублений для условий стабилизации крутящего момента, действующего на сверло с учётом накопления стружки в стружкоотводящих канавках. Ранее показано [2], что в этом случае скорость подачи определяется законом

$$\hat{V}(t) = \hat{V}^{(0)} \exp(-kt), \qquad (9)$$

где k — коэффициент, зависящий от крутизны нарастания момента, формируемого накоплением стружки.

Тогда путь x, пройденный инструментом в пределах единичного заглубления, равен

$$x(t) = \int\limits_0^t \hat{V}^{(0)} \exp(-kt)dt = \frac{\hat{V}^{(0)}}{k}[1 - \exp(-kt)].$$

Следовательно,

$$\hat{V}(x) = \hat{V}^{(0)} - kx. \qquad (10)$$

Следовательно, время единичного рабочего заглубления равно

$$t = \int\limits_0^x \frac{dx}{\left[\hat{V}^{(0)} - kx\right]} = -\frac{1}{k} \ln\left[1 - \frac{xk}{\hat{V}^{(0)}}\right]. \qquad (11)$$

Так как в нашем случае функция изменения скорости подачи в пределах каждого единичного заглубления остаётся неизменной, то условия (2) и (4) можно записать следующим образом

$$\begin{cases} T_\Sigma = -\dfrac{n}{k} \ln\left[1 - \dfrac{xk}{\hat{V}^{(0)}}\right] + n\Delta T; \\ L = nx. \end{cases} \qquad (12)$$

При этом $-\frac{n}{k}\ln\left[1-\frac{xk}{\hat{V}^{(0)}}\right]>0$, так как $\left[1-\frac{xk}{\hat{V}^{(0)}}\right]\in(0,1)$.

Приведём пример определения оптимальных координат переключений в системе управления процессом глубоких отверстий (глубина сверления — 140 мм, диаметр сверла — 2,15 мм).

На рис. 4 дана зависимость суммарного времени сверления от числа переключений для различных значений среднего времени на вспомогательные перемещения ΔT. На приведённой иллюстрации выделены оптимальные значения числа переключений. Как видно, при уменьшении времени на вспомогательные перемещения оптимальное число переключений возрастает. При этом оптимальная минимальная скорость, при которой осуществляются переключения, также увеличивается. Необходимо также отметить, что минимумы в рассматриваемых зависимостях являются пологими, поэтому неточность статистических усреднений при определении оптимальных координат не приводит к существенным изменениям оптимальных скоростей, при которых осуществляются переключения циклов сверления.

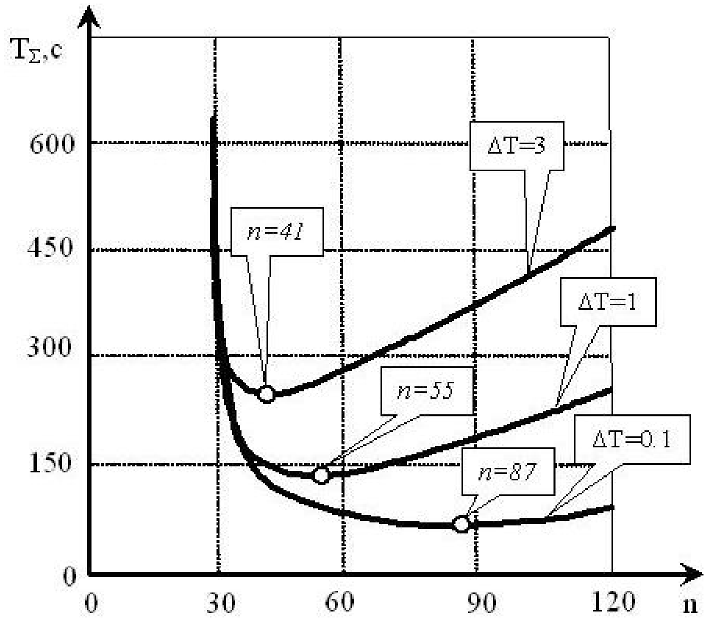


Рис. 4. Пример зависимости времени сверления от количества заглублений при различных значениях среднего времени одного вспомогательного перемещения

Заключение. Процесс обработки резанием является принципиально эволюционным, так как мощность необратимых преобразований в зоне резания вызывает изменения, вызывающие однонаправленную, связанную с накоплением работы необратимых преобразований по пути, эволюцию системы. При сверлении глубоких отверстий работа сил резания вызывает монотонное нарастание по пути момента, связанного с накоплением стружки в стружкоотводящих канавках. Поэтому для стабилизации крутящего момента необходимо уменьшать скорость подачи. В зависимости от цели управления существуют и другие факторы, определяющие состояние процесса резания и параметры качества изготовления деталей, которые приводят к необходимости уменьшения скорости подачи и (или) скорости резания. В связи с этим формируется проблема определения моментов переключения циклов обработки, в которых производительность процесса при изготовлении партии деталей будет максимально достижимой в заданных условиях. Принципиально это задача синтеза систем, оптимальных по быстродействию [5].

Выводы. Доказано, что независимо от траектории монотонного уменьшения скорости подачи, при сверлении глубоких отверстий оптимальным координатам переключения соответствуют равные между собой минимальные скорости, при которых необходимо осуществлять переключение циклов обработки. Это положение позволило разработать методику вычисления количества и оптимального значения минимальной скорости, при которой необходимо выводить инструмент из зоны резания для его очистки от стружки. Доказанное положение позволяет существенно упростить физическую реализацию системы, обеспечивающей управление по критерию максимального быстродействия (максимальной производительности). При этом параметры состояния процесса резания и качества изготовления деталей за счёт управления режимами остаются заданными. Решённая задача синтеза системы управления, с определением оптимальных траекторий при обработке с учётом эволюции процесса резания, позволяет минимизировать время обработки. Необходимо подчеркнуть, что приведённый пример выбора оптимальных координат для сверления глубоких отверстий спиральными свёрлами в равной мере распространяется на другие процессы обработки резанием.

Библиографический список

1. Синергетический системный синтез управляемой динамики металлорежущих станков с учётом эволюции связей / В. Л. Заковоротный [и др.]. — Ростов-на-Дону : Изд. центр Дон. гос. техн. ун-та, 2008. — 324 с.

2. Заковоротный, В. Л. Определение оптимальных траекторий формообразующих движений при обработке резанием / В. Л. Заковоротный [и др.] // Вестн. Дон. гос. техн. ун-та. — 2001. — Т. 1, № 3. — С. 86–97.

3. Заковоротный, В. Л. Оптимизация вспомогательных перемещений пиноли силовой головки для сверления глубоких отверстий малого диаметра по критерию максимальной производительности / В. Л. Заковоротный, П. Н. Потапенко, М. Б. Флек // Вестн. Дон. гос. техн. ун-та. — 2003. — Т. 3, № 1. — С. 57–62.

4. Заковоротный, В. Л. Система оптимального управления процессом глубокого сверления отверстий малого диаметра / В. Л. Заковоротный, Е. Санкар, Е. В. Бордачёв // СТИН. — 1994. — № 12. — С. 22–28.

5. Понтрягин, Л. С. Математическая теория оптимальных процессов / Л. С. Понтрягин [и др.]. — Москва : Наука, 1969. — 206 с.

6. Кабалдин, Ю. Г. Самоорганизация и нелинейная динамики в процессах трения и изнашивания инструмента при резании / Ю. Г. Кабалдин. — Комсомольск-на-Амуре : Комсом.-на-Амуре гос. техн. ун-т, 2003. — 175 с.

7. Altintas, Y., Budak, E. Analytical prediction of stability lobes in milling. Annals of the CIRP, 1995, vol. 44, pp. 357–362.

8. Balachandran, B. Non-linear dynamics of milling process. Philos. Trans. Roy. Soc., 2001, pp. 793–820.

9. Davies, M. A., Pratt, J. R., Dutterer, B. S., and Burns, T. J. The stability of low immersion milling. CIRP Annals, 2000, vol. 49, pp. 37–40.

10. Gouskov, A. M., et al. Nonlinear dynamics of a machining system with two interdependent delays. Commun. Nonlin. Sci. Numer. Simul., 2002, vol. 7, no. 4, pp. 207–221.

Материал поступил в редакцию 06.02.2014.

References

1. Zakovorotny, V. L., et al. Sinergeticheskij sistemnyj sintez upravljaemoj dinamiki metallorezhushhih stankov s uchetom jevoljucii svjazej. [Synergistic system synthesis of controlled dynamics of

metal-cutting machine tools with account for the evolution of relations.] Rostov-on-Don : DSTU Publ. Centre, 2008, 324 p. (in Russian).

2. Zakovorotny, V. L., et al. Opredelenie optimal'nyh traektorij formoobrazujushhih dvizhenij pri obrabotke rezaniem. [Determination of optimal forming motion trajectories under cutting.] Vestnik of DSTU, 2001, vol. 1, no. 3, pp. 86–97 (in Russian).

3. Zakovorotny, V. L., Potapenko, P. N., Flek, M. B. Optimizacija vspomogatel'nyh peremeshhenij pinoli silovoj golovki dlja sverlenija glubokih otverstij malogo diametra po kriteriju maksimal'noj proizvoditel'nosti. [Optimizing auxiliary movements of the quill unit for deep pinhole machining on top performance criterion.] Vestnik of DSTU, 2003, vol. 3, no. 1, pp. 57–62 (in Russian).

4. Zakovorotny, V. L., Sankar, E., Bordachev, E. V. Sistema optimal'nogo upravlenija processom glubokogo sverlenija otverstij malogo diametra. [Optimal control system of deep pinhole machining.] STIN, 1994, no. 12, pp. 22–28 (in Russian).

5. Pontryagin, L. S., et al. Matematicheskaja teorija optimal'nyh processov. [Mathematical theory of optimal processes.] Moscow : Nauka, 1969, pp. 128–206 (in Russian).

6. Kabaldin, Y. G. Samoorganizacijaja i nelinejnaja dinamiki v processah trenija i iznashivanija instrumenta pri rezanii. [Self-organization and nonlinear dynamics in tool friction and wear processes under cutting.] Komsomol'sk-na-Amure : KnAGTU, 2003, 175 p. (in Russian).

7. Altintas, Y., Budak, E. Analytical prediction of stability lobes in milling. Annals of the CIRP, 1995, vol. 44, pp. 357–362.

8. Balachandran, B. Non-linear dynamics of milling process. Philos. Trans. Roy. Soc., 2001, pp. 793–820.

9. Davies, M. A., Pratt, J. R., Dutterer, B. S., and Burns, T. J. The stability of low immersion milling. CIRP Annals, 2000, vol. 49, pp. 37-40.

10. Gouskov, A. M., et al. Nonlinear dynamics of a machining system with two interdependent delays. Commun. Nonlin. Sci. Numer. Simul., 2002, vol. 7, no. 4, pp. 207–221.

DETERMINATION OF OPTIMAL TRAJECTORIES UNDER TREATMENT WITH ACCOUNT FOR CUTTING PROCESS DEVELOPMENT*

V. L. Zakovorotny, V. P. Lapshin, A. A. Gubanova

The task of selecting optimal coordinates of the switching cycles at which the controlled process performance attains a maximum is formulated. This is some refinement of the optimal control problem applied to the machining processes for the case when the treatment mode control providing stabilization of various cutting conditions occurs. A typical example of such a problem necessitating the treatment mode switching for deephole machining with twistdrills is given. The necessary optimum condition to which minimum velocity values equal among themselves correspond is proved. On this basis, a velocity calculation technique providing the time minimum is proposed. A concrete example for the case of deep pinhole machining (diameter — 2.15 mm, hole depth — 140 mm) is given. The obtained results are generalized in the case when problems on any evolutionary system control machining are solved.

Keywords: *optimal control, cutting process, evolutionary system.*

* The research is done on RFFI grant no. 14-08-00206a "Development of the machining control theory based on the synergetic concept", and according to government task no. 2964.