

Математическое моделирование упругого скольжения в контакте колесо — поверхность дороги*

М. В. Чувейко, С. В. Носачёв

Рассматривается проблема упругого скольжения в контакте колесо — поверхность дороги. Разработана математическая модель взаимодействия поверхностей. Представленная модель предполагает, что деформационными процессами поверхности дороги можно пренебречь. Колесо моделируется в виде совокупности секторов упругого обода, закреплённых на упругом диске. На динамику модели основное влияние оказывают: сила взаимодействия секторов обода с центром колеса, сила межсекторного взаимодействия и сила контактного взаимодействия с поверхностью. Проведены экспериментальные исследования с использованием методов численного моделирования. Выявлено, что существует зависимость величины срывной нагрузки от других свойств колеса. Результаты работы представляют интерес для решения задач управления движением колеса с позиции предотвращения срыва контакта. Применённый целостный подход позволит выявить эмерджентность, оказывающую влияние на результирующую траекторию системы.

Ключевые слова: система колесо — поверхность дороги, деформация, сила трения, упругое скольжение.

Введение. Проблеме динамики взаимодействия колеса с полотном посвящены многочисленные исследования. При этом анализ динамической системы машины основывается на изучении взаимодействия этой системы с динамической связью, формируемой трибосопряжением в области контакта. В известных исследованиях динамическая характеристика фрикционного узла рассматривается как заданная: её параметры не зависят от упругих свойств колеса [1–4]. В отличие от этих работ в предлагаемом исследовании доказывается, что свойства формируемой фрикционной связи не являются инвариантными к упругим характеристикам колеса. Тем самым уточняются и дополняются многие известные свойства системы.

Данная работа посвящена уточнению закономерностей формирования упругих характеристик обода колеса и их влияния на трибологические свойства пятна контакта, обуславливающие режим его функционирования (сцепление/скольжение).

1. Построение математической модели. Рассмотрим колесо, представляющее собой обод, закреплённый на диске (рис. 1). Подобные колёса применяются на определённых видах спецтехники. Будем считать, что обод и диск являются упругими. Очевидно, что для математического моделирования подобной системы необходимо учесть динамику тангенциальных деформаций диска и обода колеса.

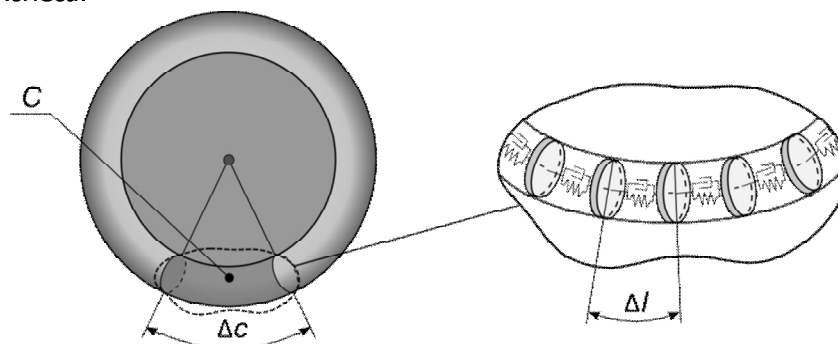


Рис. 1. Схема колеса: С — сектор обода колеса; Δс — длина дуги сектора обода колеса; Δl — длина достаточно малого сектора обода колеса

* Работа по теме № 2964 проводилась в рамках выполнения госзадания.

Однако в случае малых смещений собственно тангенциальные деформации диска не представляют интереса, а имеют значение лишь с точки зрения их влияния на динамику деформационных движений обода колеса. В связи с этим влияние диска колеса на отдельные элементы его обода будет описываться некоторой силой F_α зависящей лишь от динамического состояния самого обода (его смещения). В дальнейшем будем называть её силой взаимодействия с центром колеса. Для анализа динамики деформационных процессов математическая модель должна учитывать взаимодействие отдельных секторов обода колеса друг с другом. Силу, с которой один сектор обода колеса действует на соседний, будем называть силой межсекторного взаимодействия F_b . Кроме того, математическая модель должна учитывать взаимодействие колеса с поверхностью дороги. Полагаем, что деформационными процессами поверхности дороги можно пренебречь, поэтому данная сила будет зависеть лишь от динамического состояния самого колеса. Будем называть её силой контактного взаимодействия F_k .

Рассмотрим описанные силы более подробно.

1.1. Сила взаимодействия с центром колеса. Рассмотрим малый сектор обода колеса C . В результате тангенциальных деформаций диска сектор смещается относительно своего естественного положения на величину L . Это приводит к возникновению «возвратной» силы F_c пропорциональной длине дуги сектора ΔC и величине его смещения:

$$F_c^k = -k_1 L \Delta C,$$

где k_1 — коэффициент пропорциональности, в дальнейшем называемый удельной тангенциальной упругостью диска, $\text{кг}/(\text{с}^2 \cdot \text{м})$.

Определим величину L . Для этого сектор C будем рассматривать как однородный цилиндр с объёмной плотностью \bar{Q} , $\text{кг}/\text{м}^3$. Пренебрежение кривизной сектора допустимо ввиду его малых размеров. Координаты поперечных сечений, привязанных к цилиндру, обозначим через \bar{x} . В результате продольной деформации эти сечения приобретают новые координаты $x = f(\bar{x})$ (рис. 2). То есть математически данный процесс может быть описан с помощью функции f , которая представляет собой отображение множества исходных координат подвижных сечений $\{\bar{x}_i\}$ на множество итоговых координат $\{x_i\}$. Из физических соображений очевидно, что данная функция является гладкой и гомеоморфной, а следовательно имеет обратную функцию f^{-1} .

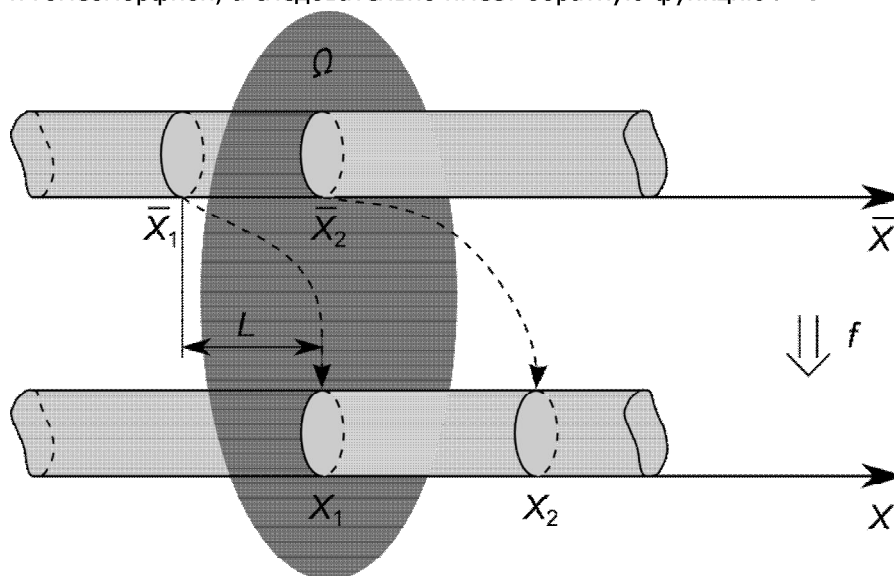


Рис. 2. Схема смещения сечений обода колеса

Рассмотрим некоторое произвольное сечение цилиндра неподвижной плоскостью Ω с координатой x_1 . Определим величину натяжения L в данной плоскости. Под величиной натяжения в плоскости Ω будем понимать величину смещения подвижного сечения цилиндра (относительно естественного положения), отображающегося в данную плоскость, т. е. имеющего в результате деформации координату x_1 . Иначе говоря, величина натяжения L может быть найдена по формуле:

$$L = x_1 - f^{-1}(x_1). \quad (1)$$

Из рис. 2 видны следующие соотношения:

$$x_1 = \bar{x}_2, \quad \bar{x}_1 = f^{-1}(x_1).$$

С их учётом формула (1) приобретает вид:

$$L = \bar{x}_2 - x_1 = \int_{\bar{x}_1}^{\bar{x}_2} d\bar{x}. \quad (2)$$

Выполним замену переменной интегрирования:

$$x = f(\bar{x}) \Rightarrow dx = df = f'_x d\bar{x} \Rightarrow d\bar{x} = \frac{1}{f'_x} dx.$$

Тогда (2) будет:

$$L = \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{f'_x(x)} dx. \quad (3)$$

Введём в рассмотрение величину τ , определяемую выражением:

$$\tau(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{x}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f^{-1}(x)}{\Delta x}. \quad (4)$$

С учётом ранее приведённых свойств функции f вводимая величина τ существует в области определения f и может быть найдена с помощью выражения:

$$\tau(x) = \frac{1}{f'_x(x)}. \quad (5)$$

Исходя из физического смысла τ , в дальнейшем будем называть её коэффициентом уплотнения материала. Так как рассматриваются только продольные деформации, очевидно, что величина объёмной плотности цилиндра Q после деформации может быть найдена по формуле:

$$Q(x) = \bar{Q}\tau(x). \quad (6)$$

С учётом (5) и (6) выражение (3) примет вид

$$L = \int_{x_1}^{x_2} \tau(x) dx = \frac{1}{\bar{Q}} \int_{x_1}^{x_2} Q(x) dx. \quad (7)$$

Или, домножив и разделив на площадь сечения цилиндра H :

$$L = \frac{1}{H\bar{Q}} \int_{x_1}^{x_2} Q(x) H dx = \frac{1}{H\bar{Q}} M_\Omega. \quad (8)$$

где M_Ω — масса материала, пройденного через неподвижное сечение Ω в результате деформации, кг.

Исходя из сказанного, величина возвратной силы может быть определена по формуле:

$$F_c^k = -\frac{k_1 \Delta l}{H\bar{Q}} M_\Omega. \quad (9)$$

Однако данная формула применима только для неподвижного колеса. Для колеса, вращающегося с угловой частотой ω , формула будет иметь вид

$$F_c^k = -\frac{k_1 \Delta l}{H\bar{Q}} (M_\Omega - \bar{M}_\Omega), \quad (10)$$

где \bar{M}_Ω — масса, проходящая через неподвижное сечение Ω в случае отсутствия деформаций.

\bar{M}_Ω в момент времени t_1 может быть найдена по формуле:

$$\bar{M}_\Omega = \int_{t_0}^{t_1} \omega R H \bar{Q} dt,$$

где R — радиус колеса, м; t_0 — начальный момент времени. При этом полагается, что в момент времени t_0 деформации колеса отсутствуют.

Диссипативная реакция со стороны упругого диска может быть найдена по формуле:

$$F_c^h = -\frac{h_1 \Delta l}{H\bar{Q}} \frac{d}{dt} (M_\Omega - \bar{M}_\Omega), \quad (11)$$

где h_1 — коэффициент пропорциональности, в дальнейшем называемый удельным тангенциальным коэффициентом диссипации диска кг/(с·м).

Введём переменную S , в дальнейшем называемую потоком. Она представляет собой величину массы, проходящей через некоторое неподвижное сечение Ω в единицу времени, т. е. определяется выражением:

$$S = \frac{dM_\Omega}{dt}. \quad (12)$$

С учётом введённого обозначения совокупная сила F_α действующая на сектор со стороны упругого диска, может быть найдена по формуле:

$$F_c = -\frac{\Delta l}{H\bar{Q}} \left[k_1 \int_{t_0}^{t_1} S - \bar{S} dt + h_1 (S - \bar{S}) \right], \quad (13)$$

где \bar{S} — заданная величина потока:

$$\bar{S} = \frac{d\bar{M}_\Omega}{dt} = \omega R H \bar{Q}. \quad (14)$$

1.2. Сила межсекторного взаимодействия. Кроме возвратной силы на сектор C действуют силы, обусловленные неоднородным распределением деформации вдоль обода колеса. Речь идёт о силах взаимодействия с соседними секторами. Упрощённо данное взаимодействие можно продемонстрировать как упруго-диссипативное взаимодействие абсолютно жёстких элементов массы, в дальнейшем называемых материальными точками. Рассмотрим некоторый момент времени t_1 . Произведём разбиение обода колеса на равные секторы протяжённостью Δl (рис. 1). Будем полагать, что Δl имеет довольно малую величину, и неоднородностью деформаций внутри сектора можно пренебречь. Очевидно, что позиционная составляющая силы, действующей на i -ю материальную точку со стороны пружины, может быть найдена по формуле:

$$F_b^k(i) = \frac{1}{\Delta l_i} k_2 (\Delta \bar{l}_i - \Delta l), \quad (15)$$

где $\Delta \bar{l}_i$ — протяжённость пружины (i -го сектора) в недеформированном состоянии, м; k_2 — коэффициент пропорциональности, в дальнейшем называемый удельной продольной упругостью, (кг·м)/с².

С учётом (4) данное выражение может быть преобразовано:

$$F_b^k(i) = k_2 \left(1 - \frac{\Delta l}{\Delta \bar{l}_i} \right) = k_2 \left(1 - \frac{1}{\tau_i} \right). \quad (16)$$

Соответственно, диссипативная составляющая определяется выражением:

$$F_b^h(i) = -h_2 \frac{d}{dt} \frac{1}{\tau_i} = h_2 \frac{1}{\tau_i^2} \frac{d\tau_i}{dt}, \quad (17)$$

где h_2 — коэффициент пропорциональности, в дальнейшем называемый удельным продольным коэффициентом диссипации, (кг·м)/с.

Тогда сила, действующая на i -ю материальную точку $F_b(i)$ со стороны пружины, может быть найдена по формуле:

$$F_b(i) = F_b^h(i) + F_b^k(i) = k_2 \left(1 - \frac{1}{\tau_i}\right) - h_2 \frac{d}{dt} \frac{1}{\tau_i},$$

а совокупная сила

$$F(i) = F_b(i) - F_b(i+1) + F_c(i). \quad (18)$$

С учётом этого уравнение динамики материальной точки принимает следующий вид

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = k_2 \left(1 - \frac{1}{\tau_i}\right) - k_2 \left(1 - \frac{1}{\tau_{i+1}}\right) + h_2 \frac{1}{\tau_i^2} \frac{d\tau_i}{dt} - h_2 \frac{1}{\tau_{i+1}^2} \frac{d\tau_{i+1}}{dt} -$$

$$- \frac{\Delta l}{HQ} \left[k_1 \int_{t_0}^{t_1} S - \bar{S} dt + h_1 (S - \bar{S}) \right], \quad (19)$$

где m — масса материальной точки (кг), которая может быть найдена по формуле:

$$m = QH \Delta l. \quad (20)$$

Или, раскрыв скобки:

$$QH \Delta l \frac{d^2 x}{dt^2} = k_2 \Delta l \frac{1}{\tau_i} - h_2 \Delta l \left(\frac{1}{\tau_i^2} \frac{d\tau_i}{dt} \right) - \frac{\Delta l}{HQ} \left[k_1 \int_{t_0}^{t_1} S - \bar{S} dt + h_1 (S - \bar{S}) \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow QH \frac{d^2 x}{dt^2} = k_2 \frac{1}{\Delta l} \Delta l \frac{1}{\tau_i} - h_2 \Delta l \left(\frac{1}{\tau_i^2} \frac{d\tau_i}{dt} \right) - \frac{\Delta l}{HQ} \left[k_1 \int_{t_0}^{t_1} S - \bar{S} dt + h_1 (S - \bar{S}) \right]. \quad (21)$$

Устремим Δl к нулю. Тогда уравнение (21) примет вид

$$QH \frac{d^2 x}{dt^2} = k_2 \frac{\partial}{\partial l} \frac{1}{\tau} - h_2 \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{1}{\tau^2} \frac{d\tau}{dt} \right) - \frac{1}{HQ} \left[k_1 \int_{t_0}^{t_1} S - \bar{S} dt + h_1 (S - \bar{S}) \right]. \quad (22)$$

С учётом (20) S можно представить в виде

$$S = QH \frac{dx}{dt}. \quad (23)$$

Тогда уравнение динамики (22) примет вид

$$\frac{dS}{dt} = k_2 \frac{\partial}{\partial l} \frac{1}{\tau} - h_2 \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{1}{\tau^2} \frac{d\tau}{dt} \right) - \frac{1}{HQ} \left[k_1 \int_{t_0}^{t_1} S - \bar{S} dt + h_1 (S - \bar{S}) \right].$$

Или, введя вспомогательное обозначение N :

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = k_2 \frac{\partial}{\partial l} \frac{1}{\tau} - h_2 \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{1}{\tau^2} \frac{d\tau}{dt} \right) - \frac{1}{HQ} \left(k_1 N + h_1 \frac{dN}{dt} \right) \\ \frac{dN}{dt} = S - \bar{S} \end{cases}. \quad (24)$$

1.3. Сила контактного взаимодействия. Элементы обода колеса, находящиеся в зацеплении с поверхностью дороги, кроме уже описанных сил испытывают также силу, обусловленную трением движущихся поверхностей. Основываясь на исследованиях, представленных в [5, 6], величину данной силы определяем физическими характеристиками взаимодействующих поверхностей, а также скоростью их скольжения относительно друг друга. Качественно характер зависимости

удельной силы контактного взаимодействия (на единицу площади поверхности) f_v от скорости иллюстрирует рис. 3.

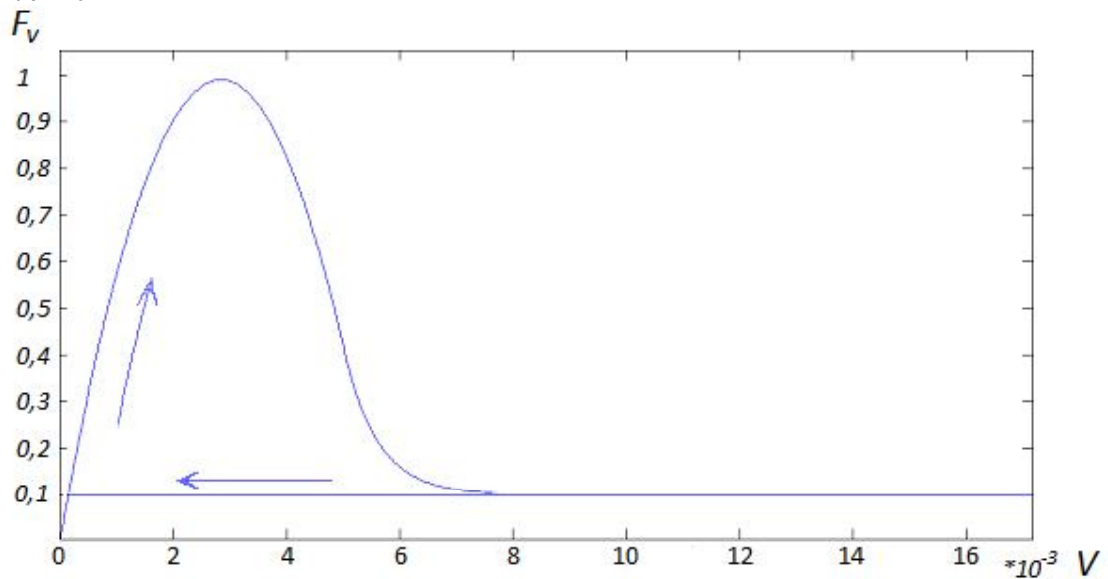


Рис. 3. Зависимость силы контактного взаимодействия от скорости скольжения

Таким образом, сила, действующая на отдельный элемент обода колеса протяжённостью Δl со стороны поверхности дороги, может быть найдена по формуле:

$$F_r = \Delta l f_v(v), \quad (25)$$

где v — скорость относительного скольжения м/с; $f_v(v)$ — функция, описывающая зависимость удельной силы взаимодействия от скорости, кг/с².

Или с учётом того, что поверхность дороги является неподвижной, а также используя формулы (23) и (6):

$$F_r = \Delta l f_{s,\tau}, \quad (26)$$

где $f_{s,\tau} = f_v\left(\frac{S}{QH\tau}\right)$.

С учётом сказанного уравнение динамики деформационных процессов обода колеса примет вид

$$\begin{cases} \frac{ds}{dt} = k_2 \frac{\partial}{\partial l} \frac{1}{\tau} - h_2 \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{1}{\tau^2} \frac{d\tau}{dt} \right) - \frac{1}{HQ} \left(k_1 N + h_1 \frac{dN}{dt} \right) + f_{s,\tau} \Upsilon(l), \\ \frac{dN}{dt} = S - \bar{S}, \end{cases} \quad (27)$$

где $\Upsilon(l)$ — функция безразмерной величины, принимающая бинарное значение (0 или 1) в зависимости от того, находится ли рассматриваемая точка l обода колеса в соприкосновении с поверхностью дороги или нет:

$$\Upsilon(l) = \begin{cases} 1, & l \text{ в области соприкосновения,} \\ 0, & l \text{ вне области соприкосновения.} \end{cases}$$

1.4. Уравнение динамики коэффициента уплотнения материала. Получим уравнение динамики для τ . Для этого рассмотрим некоторый сектор колеса протяжённостью Δl , ограниченный двумя неподвижными секущими плоскостями Ω_1 и Ω_2 . Несложно видеть, что динамика массы m рассматриваемого сектора определяется следующим уравнением:

$$\frac{dm}{dt} = S_1 - S_2, \quad (28)$$

где S_1 — поток массы через первое сечение колеса, кг/с; S_2 — поток массы через второе сечение колеса, кг/с.

С учётом (20) выражение (28) принимает вид

$$H\Delta l \frac{dQ}{dt} = S_1 - S_2 \Rightarrow H\Delta l \bar{Q} \frac{d\tau}{dt} = S_1 - S_2 \Rightarrow \frac{d\tau}{dt} = \frac{1}{H\bar{Q}} \frac{S_1 - S_2}{\Delta l}. \quad (29)$$

Устремим протяжённость сектора Δl к нулю. Тогда уравнение (29) будет иметь следующий вид:

$$\frac{d\tau}{dt} = -\frac{1}{H\bar{Q}} \frac{\partial S}{\partial l}. \quad (30)$$

1.5. Общее уравнение динамики колеса. Уравнение динамики колеса как целого может быть легко получено из второго закона Ньютона. При этом внешними силами по отношению к колесу будут силы контактного взаимодействия с поверхностью дороги, а также некоторая сила сопротивления, действующая на колесо F_n . Будем рассматривать плоское движение колеса массы m вдоль горизонтальной оси. Тогда уравнение динамики координаты центра колеса x будет иметь вид:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = v, \\ \frac{dv}{dt} = \frac{\int f_{s,\tau} dl - F_n}{m}, \end{cases} \quad (31)$$

где D — протяжённость пятна контакта, м.

Учитывая всё ранее сказанное, в частности уравнения (27), (30), (31), динамика движущегося колеса будет описываться системой уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = k_2 \frac{\partial}{\partial l} \frac{1}{\tau} - h_2 \frac{\partial}{\partial l} \left(\frac{1}{\tau^2} \frac{d\tau}{dt} \right) - \frac{1}{H\bar{Q}} \left(k_1 N + h_1 \frac{dN}{dt} \right) + f_{s,\tau} \Upsilon(l), \\ \frac{dN}{dt} = S - \bar{S}, \\ \frac{d\tau}{dt} = -\frac{1}{H\bar{Q}} \frac{\partial S}{\partial l}, \\ \frac{dx}{dt} = v, \\ \frac{dv}{dt} = \frac{\int f_{s,\tau} dl - F_n}{m}, \end{cases} \quad (32)$$

где S — поток, кг/с; \bar{S} — заданная величина потока, кг/с; H — площадь сечения цилиндра, м²;

\bar{Q} — исходная объёмная плотность цилиндра, кг/м³; k_1 — удельная тангенциальная упругость диска, кг/(с²·м); h_1 — удельная тангенциальная диссипация диска, кг/(с·м); k_2 — удельная продольная упругость, (кг·м)/с²; h_2 — удельная продольная диссипация, (кг·м)/с; N — величина натяжения, кг; τ — коэффициент уплотнения материала; $\Upsilon(l)$ — функция зацепления; x — горизонтальная координата центра колеса, м; v — поступательная скорость центра колеса, м/с; m — масса колеса, кг; $f_{s,\tau}(v)$ — удельная сила контактного взаимодействия, кг/с²; D — протяжённость пятна контакта, м; F_n — сила внешнего воздействия, (кг·м)/с².

1.6. Компьютерное моделирование. Компьютерное моделирование продемонстрировало нетривиальный характер поведения представленной модели. Так, например, обнаружено, что скорость фактического движения центра колеса зависит от величины внешней нагрузки в режиме сцепления. Обнаружена также зависимость предельной до срыва величины внешней силы сопротивления (в дальнейшем называемой срывной нагрузкой) сцепления от скорости качения и т. д. Для демонстрации первого утверждения рассмотрим зависимость, представленную на рис. 4.

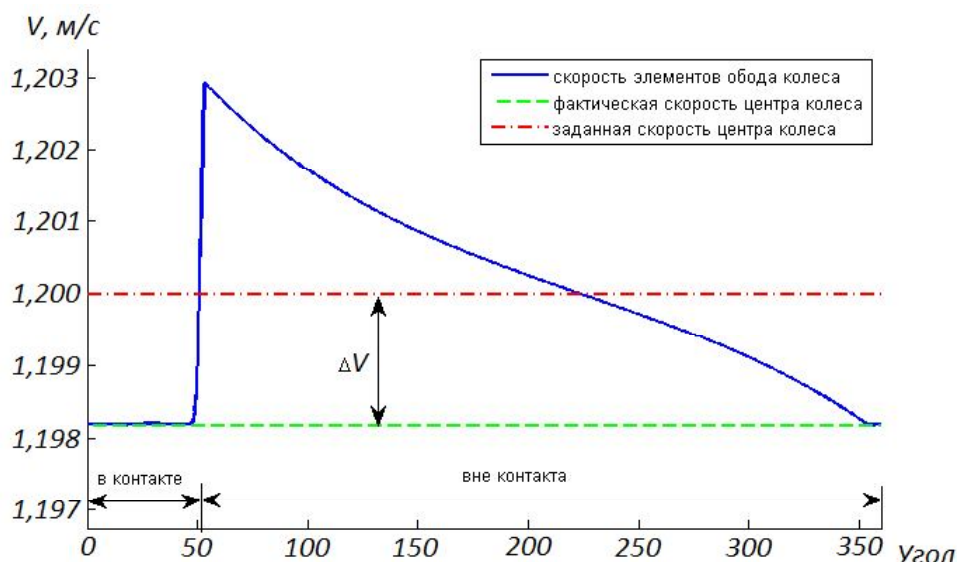


Рис. 4. Распределение тангенциальной скорости элементов обода колеса по его поверхности

Данный график демонстрирует распределение тангенциальной скорости V_t элементов обода колеса по его поверхности. Подобный характер распределения скоростей типичен для качения деформируемого колеса в режиме полного зацепления с поверхностью дороги [7, 8]. Также на графике продемонстрированы две величины: фактическая скорость движения центра колеса V_c и заданная скорость V_{ζ} , то есть скорость, определённая классической формулой:

$$V_{\zeta} = \omega R,$$

где ω — угловая частота вращения вала колеса; R — радиус колеса.

Несложно заметить, что имеет место соотношение $V_{\zeta} > V_c$. Это приводит к возникновению некоторой ненулевой величины «скольжения», характеризующейся разностью скоростей:

$$\Delta V = V_{\zeta} - V_c.$$

Однако в отличие от классического скольжения поверхности колеса и дороги в зоне их взаимодействия остаются неподвижными относительно друг друга, т. е. имеет место зацепление. Данный факт наглядно демонстрируется равенством $V_{\zeta} = V_t$, имеющим место в зоне контакта. Причина возникновения некоторой ненулевой величины ΔV — деформационные процессы, протекающие в колесе. Согласно результатам компьютерного моделирования динамика деформационных процессов имеет довольно сложный характер, обусловленный большим числом внешних факторов и характеристик динамической системы колесо — поверхность дороги. Однако, несмотря на этот факт, зависимость ΔV от величины внешней нагрузки имеет характер, близкий к линейному. Данное утверждение иллюстрирует рис. 5.

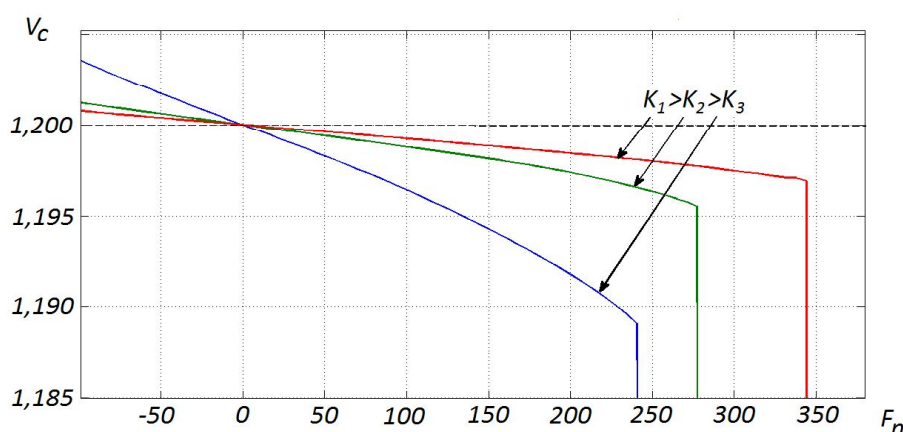


Рис. 5. Зависимость скорости центра колеса от силы внешнего воздействия

На графике отображены функции зависимости фактической скорости движения колеса от величины препятствующей силы F_n для случаев, когда колесо обладает жесткостями K_1 , K_2 , K_3 . Очевидно, что характеристика менее жесткого колеса обладает меньшей жесткостью. Кроме того, неочевидным результатом моделирования оказался тот факт, что величина предельной до срыва силы зависима от жесткости колеса при прочих равных условиях. Это свидетельствует о недостаточности знания свойств и характеристик элементарного контакта трения для прогнозирования поведения динамической системы в целом.

Заключение. В работе представлена оригинальная математическая модель системы колесо — поверхность дороги. Данная модель описана системой дифференциальных уравнений в частных производных. Она позволяет учитывать упруго-диссипативные свойства колеса, а также особенности взаимодействия контактирующих поверхностей в зоне пятна контакта. Математическая модель системы позволила исследовать деформационные процессы, протекающие в колесе во время его качения, и обнаружить обусловленные этим процессом явления — такие, как упругое скольжение, возникновение устойчивого колебательного процесса в определенных режимах работы. Кроме того, небезынтересна обнаруженная зависимость величины срывной нагрузки от других свойств колеса. Факт наличия подобной зависимости позволяет говорить о невозможности сепарбельного рассмотрения динамических характеристик процесса трения контактирующих поверхностей и прочих свойств динамической системы для оценивания и прогнозирования характера её поведения.

Иначе говоря, интерполирование трибологических характеристик элементарного контакта взаимодействующих поверхностей на трибологические характеристики всей системы является допустимым лишь в предположении абсолютной жесткости колеса.

Характер зависимости свойств трибологических подсистем и, в частности, величины срывной нагрузки от свойств других подсистем, вовлеченных в динамический процесс, может быть предметом дополнительных исследований и представлять интерес для решения задач управления движением колеса с позиции предотвращения срыва контакта. Согласно результатам, приведенным в статье, подобный «целостный» подход к анализу и проектированию трибологических систем позволит выявить эмерджентность, оказывающую влияние на поведение системы, а следовательно, и на её результирующую траекторию.

Библиографический список

1. Заковоротный, В. Л. Динамика трибосистем. Самоорганизация, эволюция / В. Л. Заковоротный. — Ростов-на-Дону : Изд. центр Дон. гос. техн. ун-та, 2003. — 502 с.
2. Заковоротный, В. Л. Проблемы динамики транспортных трибосистем / В. Л. Заковоротный, В. В. Шаповалов // Сборка в машиностроении, приборостроении. — 2005. — № 12. — 502 с.
3. Заковоротный, В. Л. Исследование комплексного коэффициента трения / В. Л. Заковоротный, В. В. Шаповалов // Трение и износ. — 1987. — № 12. — С. 22–24.
4. Джонсон, К. Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. — Москва : Мир, 1989. — 509 с.
5. Ляпушкин, Н. Н. Модель сцепления и динамика дислокаций / Н. Н. Ляпушкин // Мир транспорта. — 2004. — № 11 — С. 10–15.
6. Марков, Д. П. Коэффициенты трения и сцепления при взаимодействии колёс с рельсами / Д. П. Марков // Вестн. Всерос. НИИ ж.-д. трансп. — 2005. — № 4. — С. 3.
7. Лапшин, В. П. Модель связи упруго-вязкого смещения поверхности колеса относительно рельса с тяговыми характеристиками / В. П. Лапшин, И. А. Туркин, С. В. Носачёв // Вестн. Дон. гос. техн. ун-та. — 2012. — № 5. — С. 40–49.
8. Носачёв, С. В. Модель упругого скольжения в системе «колесо — поверхность дороги» / С. В. Носачёв, М. В. Чувейко // Вестн. Дон. гос. техн. ун-та. — 2013. — № 3–4 (72–73). — С. 111–116.

Материал поступил в редакцию 07.02.2014.

References

1. Zakovorotny, V. L. Dinamika tribosistem. Samoorganizatsiia, evoliutsiia. [Dynamics of tribosystems. Self-organization, evolution.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 2003, 502 p. (in Russian).
2. Zakovorotny, V. L., Shapovalov, V. V. Problemy dinamiki transportnykh tribosistem. [Problems of dynamics of transport tribosystems.] Sbornik v mashinostroyenii, priborostroyenii, 2005, no. 12, 502 p. (in Russian).
3. Zakovorotny, V. L., Shapovalov, V. V. Issledovanie kompleksnogo koeffitsienta treniya. [Study of the complex friction coefficient.] Trenie i iznos, 1987, no. 12, pp. 22–24 (in Russian).
4. Johnson, K. Mekhanika kontaktnogo vzaimodeistviia. [Mechanics of contact interaction.] Moscow: Mir, 1989, 509 p. (in Russian).
5. Lyapushkin, N. N. Model stsepleniia i dinamika dislokatsii. [Model of coupling and dynamics of dislocations.] Mir transporta, 2004, no. 11, pp. 10–15 (in Russian).
6. Markov, D. P. Koeffitsienty treniya i stsepleniia pri vzaimodeistvii koles s relsami. [Friction and adhesion coefficients under the interaction of wheels and rails.] Vestnik VNIIZhT, 2005, no. 4, p. 3 (in Russian).
7. Lapshin, V. P., Turkin, I. A., Nosachev, S. V. Model svyazi uprugoviazkogo smeshcheniya poverkhnosti kolesa otnositelno relsa s tiagovymi kharakteristikami. [Bond model of viscoelastic wheel surface shift relative to rail with pull characteristics.] Vestnik of DSTU, 2012, no. 5, pp. 40–49 (in Russian).
8. Nosachev, S. V., Chuveyko, M. V. Model uprugogo skolozheniya v sisteme «koleso — poverkhnost dorogi». [Elastic slip model in 'wheel — road surface' system.] Vestnik of DSTU, 2013, no. 3–4 (72–73), pp. 111–116 (in Russian).

MATHEMATICAL SIMULATION OF ELASTIC SLIP IN 'WHEEL — ROAD SURFACE' CONTACT*

M. V. Chuveyko, S. V. Nosachev

The problem of elastic sliding in the 'wheel — road surface' contact is considered. A mathematical surface interaction model is developed. The model presented here suggests that the road surface deformation processes can be neglected. The wheel is modeled as a set of elastic rim sectors mounted on an elastic disc. The model dynamics is mainly influenced by the interaction force of the rim sectors with the wheel center, the intersectional interaction force, and the contact surface interaction force. The experimental studies using numerical simulation methods are conducted. It is discovered that there is a dependence of the stalling load value on the other wheel properties. The obtained results are of interest for solving problems on the wheel motion control to prevent the contact disruption. The used holistic approach allows identifying the emergence that influences the overall system trajectory.

Keywords: "wheel — road surface" system, deformation, friction force, elastic slip.

* The research is done on theme no. 2964 within the frame of the government task.