

Модель стратифицированной смазки упругодеформированного радиального подшипника*

С. В. Митрофанов, Б. Е. Копотун

На основе уравнений Навье-Стокса для случая «тонкого слоя», уравнения неразрывности, уравнений Ламе и уравнения Дарси, с учетом граничных условий на поверхности шипа и подшипника, на границе раздела слоев, приводится метод формирования точного автомодельного решения задачи гидродинамического расчета упругодеформированного радиального подшипника, работающего на двухслойной смазке и обладающего демпфирующими свойствами. В результате решения задачи найдено поле скоростей и давлений в смазочных слоях и получены аналитические выражения для основных рабочих характеристик упругодеформируемого радиального подшипника. Проведен численный анализ полученных аналитических выражений для безразмерной несущей способности упругодеформируемого радиального подшипника с пористым слоем на поверхности шипа. Приведена оценка влияния значений параметров, обуславливающих подшипнику повышенную несущую способность.

Ключевые слова: упругодеформированный радиальный подшипник, стратифицированное течение, адаптированный профиль, пористый слой, упругогидродинамический параметр, несущая способность.

Введение. Имеется практический и теоретический интерес к исследованию упругодеформируемых подшипников [1–3]. Выполненные исследования в этом направлении [4, 5] показывают, что упругодеформируемые подшипники обеспечивают большую устойчивость при работе на высоких скоростях и малых нагрузках, чем жесткие подшипники. Существенный недостаток существующих расчетных моделей упругодеформированных подшипников состоит в том, что в них не учитываются особенности взаимодействия смазочной жидкости с твердой круговой опорной поверхностью подшипника, в результате которого происходит расслоение смазки на слои с разной вязкостью. В известных работах [6, 7], посвященных расчету подшипников, работающих на двухслойных смазочных материалах, опорная поверхность предполагается жесткой и, кроме того, поверхность подшипника считается сплошной. В работе [8] приведена расчетная модель упорного подшипника скольжения, работающего на трехслойной смазочной композиции с учетом деформации его опорной поверхности, где рассматриваемый подшипник не обладает демпфирующими свойствами. Целью данной работы является обобщение предложенного в работе [8] метода для случая радиального подшипника, работающего на двухслойной смазочной композиции и обладающего повышенной несущей способностью и демпфирующими свойствами.

Постановка задачи. Рассматривается установившееся стратифицированное течение двухслойной смазки в зазоре упругодеформируемого радиального подшипника скольжения, обладающего демпфирующими свойствами. Предполагается, что подшипник с адаптированным профилем опорной поверхности содержит упругий слой и неподвижен, а шип с пористым слоем на его рабочей поверхности вращается с угловой скоростью Ω . В полярной системе координат уравнения контуров $C_0, \tilde{C}_0, C_1, C_2, C_3, C_4$ (рис. 1) можно записать в виде:

$$\begin{aligned} C_0 : r' &= r_0; \quad \tilde{C}_0 : r' = r_0 + H; \quad C_1 : r' = r_0 + H + \delta\alpha + \alpha e \cos \theta - \alpha A \sin \omega \theta + \lambda' f(\theta); \\ C_2 : r' &= r_2 + e \cos \theta - A \sin \omega \theta; \quad C_3 : r' = r_2 + e \cos \theta - A \sin \omega \theta + \lambda' f(\theta); \\ C_4 : r' &= r_3 + e \cos \theta - A \sin \omega \theta, \end{aligned} \tag{1}$$

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

где $\alpha \in [0,1]$; H — толщина пористого слоя, мм; r_0 — радиус шипа, мм; $\delta = r_2 - r_0$; A и ω — соответственно, амплитуда и частота контурного возмущения в мм и с^{-1} (характеризует степень отклонения контура опорной поверхности подшипника от кругового); $\lambda' f(\theta)$ — ограниченная функция, характеризующая деформацию упругого слоя на поверхности подшипника, мм; $r_3 - r_2$ — толщина упругого слоя, где r_2 — радиус внутреннего контура подшипника, прилегающего к смазочному слою, мм; r_3 — радиус деформированного контура упругого слоя подшипника, мм.

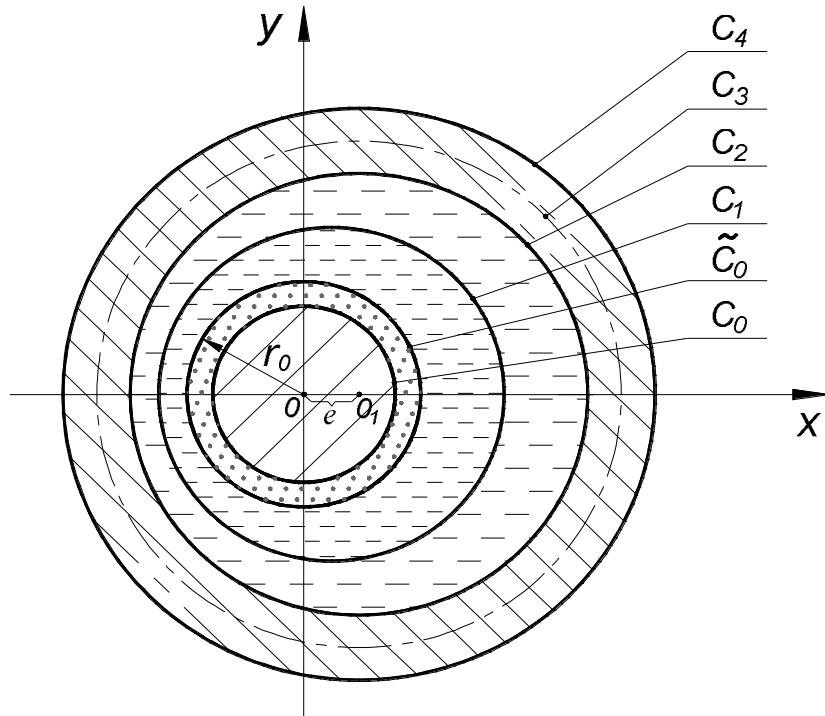


Рис. 1. Схематическое изображение шипа с пористым слоем в упругодеформированном радиальном подшипнике:
 C_0 — внутренний контур пористого слоя шипа, прилегающий к непроницаемой поверхности; \tilde{C}_0 — внешний контур пористого слоя шипа, прилегающий к смазочному слою; C_1 — граница раздела 2-х смазочных слоев;
 C_2 — внутренний контур подшипника, прилегающий к смазочному слою;
 C_3 — деформируемый контур упругого слоя подшипника; C_4 — внешний контур подшипника

Решение задачи. В качестве основных уравнений примем безразмерную систему уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости для случая «тонкого слоя», уравнение неразрывности, уравнение Дарси и уравнения Ламе:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 v_i}{\partial r^2} = \frac{dp_i}{d\theta}, \quad \frac{\partial u_i}{\partial r} + \frac{\partial v_i}{\partial \theta} = 0, \quad (i=1,2), \quad \frac{\partial^2 P}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{\zeta} \frac{\partial P}{\partial \zeta} + \frac{1}{\zeta^2} \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} = 0, \\ \frac{\partial^2 u_{r^*}}{\partial r^{*2}} = 0, \quad \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial r^{*2}} = 0. \end{aligned} \quad (2)$$

Величины r', u'_i, v'_i, p'_i в смазочном слое связаны с безразмерными r, u_i, v_i и p_i соотношениями:

$$r' = r_0 + H + \delta r, \quad u'_i = \Omega r_0 u_i, \quad v'_i = \Omega \delta u_i, \quad p'_i = p_i^* p_i, \quad p_i^* = \frac{\mu_i \Omega (r_0 + H)^2}{\delta^2}, \quad i=1,2,$$

где u'_r , v'_r — компоненты вектора скорости, мм/с; ρ_i — гидродинамическое давление в смазочных слоях, Па; μ_i — динамический коэффициент вязкости, Па·с.

В пористом слое переход к безразмерным переменным осуществляется по формулам

$$r' = H \cdot \zeta, \quad P' = \rho_i^* P, \quad (3)$$

где P' — гидродинамическое давление в пористом слое.

В упругом слое переход к безразмерным переменным осуществляется по формулам

$$r' = r_2 + \delta_1 r^*, \quad \delta_1 = r_3 - r_2, \quad u'_r = u^* u_r, \quad u'_\theta = u^* u_\theta, \quad (4)$$

где u'_r , u'_θ — компоненты вектора перемещений.

Границные условия на поверхности шипа и подшипника записываются в виде:

$$\begin{aligned} u_1 \Big|_{r=0} &= -N \frac{\partial P}{\partial \zeta} \Bigg|_{\zeta=\gamma+1}, \quad v_1 \Big|_{r=0} = 1, \quad p_1(0) = p_1(2\pi) = \tilde{p}_o; \quad \frac{\partial P}{\partial \zeta} \Bigg|_{\zeta=\gamma} = 0; \quad p_1 = P \Big|_{\zeta=\gamma+1}; \\ u_2 \Big|_{r=h(\theta)} &= 0, \quad v_2 \Big|_{r=h(\theta)} = 0, \quad p_2(0) = p_2(2\pi) = \tilde{p}_d. \end{aligned} \quad (5)$$

На границе раздела слоев граничные условия записываются в виде:

$$\begin{aligned} u_1 \Big|_{r=\alpha h} &= u_2 \Big|_{r=\alpha h}, \quad v_1 \Big|_{r=\alpha h} = v_2 \Big|_{r=\alpha h}, \quad \frac{\partial v_1}{\partial r} \Big|_{r=\alpha h} = \frac{\partial v_2}{\partial r} \Big|_{r=\alpha h}, \quad \frac{u_1}{v_1} \Big|_{r=\alpha h} = \alpha h'(\theta), \\ h(\theta) &= 1 + \eta \cos \theta - \eta_1 \sin \omega \theta + \lambda f(\theta), \quad \eta = e / \delta, \quad \eta_1 = A / \delta, \quad N = \frac{k(r_0 + H)^2}{H \delta^3}, \quad \gamma = \frac{r_0}{H}, \quad \lambda = \frac{\lambda'}{\delta}. \end{aligned} \quad (6)$$

Границные условия (5) означают прилипание смазки к поверхности шипа и подшипника, периодичность гидродинамического давления, а также то, что при переходе через пористую поверхность давление меняется непрерывно, а нормальная составляющая скорости определяется законом Дарси. Кроме того, на непроницаемой поверхности шипа нормальная составляющая скорости равна нулю.

Условия (6) означают равенство скоростей, касательных и нормальных напряжений на границе раздела слоев, а также условие существования слоистого течения смазки, т.е. требуется, чтобы скорость точек границы раздела слоев в каждой точке была направлена по касательной к контуру раздела слоев.

Границные условия для уравнений Ламе записываются в виде:

$$M \frac{\partial u_r}{\partial r} \Big|_{r^*=h_1(\theta)} = -\tilde{p}, \quad u_r \Big|_{r^*=h_2(\theta)} = u^* \Big|_{r^*=h_2(\theta)} = 0, \quad (7)$$

где $\tilde{p} = \max p_2$, $\theta \in [0, 2\pi]$; p_2 — безразмерное гидродинамическое давление, найденное в работе [9], в случае подшипника с жесткой опорной поверхностью, работающего на двухслойной смазке; $M = \frac{C_t(1+\alpha^*)u^*\delta^2}{(1-\alpha^*)\mu_2\omega(r_0+H)^2\delta_1}$; α^* — постоянная Мусхелишвили; C_t — модуль сдвига; M — упругогидродинамический параметр;

$$h_1(\theta) = \frac{e}{\delta_1} \cos \theta - \frac{A}{\delta_1} \sin \omega \theta, \quad h_2(\theta) = 1 + \frac{e}{\delta_1} \cos \theta - \frac{A}{\delta_1} \sin \omega \theta. \quad (8)$$

Полагая толщину пористого слоя достаточно малой, уравнение Дарси усредним по толщине этого слоя [10]

$$\int_{\gamma}^{\gamma+1} \left(\frac{\partial^2 P}{\partial \zeta^2} + \frac{1}{\zeta} \frac{\partial P}{\partial \zeta} + \frac{1}{\zeta^2} \frac{\partial^2 P}{\partial \theta^2} \right) d\zeta = 0. \quad (9)$$

Точное автомодельное решение системы уравнений (2), удовлетворяющее граничным условиям (5) и (6), с учетом (9), ищется в виде:

$$\begin{aligned}
 u_i &= -\frac{\partial \psi_i}{\partial \theta} + U_i(r, \theta), \quad v_i = \frac{\partial \psi_i}{\partial r} + V_i(r, \theta), \quad \psi_i = \tilde{\psi}_i(\xi), \\
 U_i(r, \theta) &= -\tilde{u}_i(\xi) h'(\theta), \quad V_i(r, \theta) = \tilde{v}_i(\xi), \quad \xi = \frac{r}{h}, \quad \frac{dp_1}{d\theta} = \frac{\tilde{c}_1}{h^2} + \frac{\tilde{c}_2}{h^3}, \quad \frac{dp_2}{d\theta} = \frac{\tilde{c}_1}{h^2} + \frac{\tilde{c}_2}{h^3}, \\
 P &= A(\theta) (\zeta - \gamma)^2 (\zeta - (\gamma + 1))^2 + C^* (\zeta - \gamma)^2 h'(\theta) [\zeta - (\gamma + 1)] + p_1, \\
 u_r &= -\frac{\tilde{p}}{M} r^* + \frac{\tilde{p}}{M} h_2(\theta). \tag{10}
 \end{aligned}$$

Подставляя (10) в (2) и в граничные условия (5) и (6), с учетом (9), получим:

$$\begin{aligned}
 \tilde{\psi}_1''' &= \tilde{c}_2, \quad \tilde{v}_1'' = \tilde{c}_1, \quad \tilde{u}_1' + \xi \tilde{v}_1' = 0, \quad \tilde{\psi}_2''' = \tilde{c}_2, \quad \tilde{v}_2 = \tilde{c}_1, \quad \tilde{u}_2' + \xi \tilde{v}_2' = 0; \\
 \tilde{\psi}_1'(0) &= 0, \quad \tilde{u}_1(0) = -Nc^*, \quad \tilde{v}_1(0) = 1, \quad \tilde{\psi}_2(1) = 0, \quad \tilde{u}_2(1) = 0, \tag{11}
 \end{aligned}$$

$$\tilde{v}_2(1) = 0, \quad \tilde{\psi}_1'(\alpha) = \tilde{\psi}_2'(\alpha), \quad \tilde{v}_1(\alpha) = \tilde{v}_2(\alpha), \quad \tilde{u}_1(\alpha) = \tilde{u}_2(\alpha),$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{v}_1'(\alpha) &= \frac{\mu_2}{\mu_1} \tilde{v}_2'(\alpha), \quad \tilde{\psi}_1''(\alpha) = \frac{\mu_2}{\mu_1} \tilde{\psi}_2''(\alpha), \quad p_1 = \frac{\mu_2}{\mu_1} p_2, \\
 \int_0^\alpha \tilde{v}_1(\xi) d\xi + \int_\alpha^1 \tilde{v}_2(\xi) d\xi &= -Nc^* = \beta^*. \tag{12}
 \end{aligned}$$

Учитывая, что расслоение смазки на слои происходит вблизи неподвижной твердой поверхности, т.е. при значениях α , близких к единице, условие раздельного течения смазки ($\tilde{u}_i(\alpha) / \tilde{v}_i(\alpha) = \alpha h'(\theta)$) в принятом нами приближении удовлетворяются. Из граничного условия

$$\tilde{u}_2(\alpha) + \alpha \tilde{v}_2(\alpha) + \int_\alpha^1 \tilde{v}_2(\xi) d\xi = 0 \tag{13}$$

следует, что

$$\tilde{v}_2(\alpha) \left[\frac{\tilde{u}_2(\alpha)}{\tilde{v}_2(\alpha)} + \alpha + \int_\alpha^1 \frac{\tilde{v}_2(\xi) d\xi}{\tilde{v}_2(\alpha)} \right] = 0. \tag{14}$$

Используя теорему о среднем значении, получим:

$$\tilde{v}_2(\alpha) \left[\frac{\tilde{u}_2(\alpha)}{\tilde{v}_2(\alpha)} + \alpha + \frac{\tilde{v}_2(\alpha^*)}{\tilde{v}_2(\alpha)} (1 - \alpha) \right] = 0, \quad \alpha^* \in (\alpha, 1). \tag{15}$$

Так как $\tilde{v}_2(\alpha^*) < \tilde{v}_2(\alpha)$, $(1 - \alpha) \ll 1$, следовательно, с точностью до членов $O\left(\frac{\tilde{v}_2(\alpha^*)}{\tilde{v}_2(\alpha)}(1 - \alpha)\right)$,

будем иметь

$$\int_0^\alpha \tilde{v}_1(\xi) d\xi + Nc^* \approx 0, \quad \int_\alpha^1 \tilde{v}_2(\xi) d\xi \approx 0. \tag{16}$$

Решение задачи (11)–(12) находится непосредственным интегрированием. В результате

$$\begin{aligned}
 \tilde{\psi}_1' &= \tilde{c}_2 \frac{\xi^2}{2} + C_2 \xi + C_3, \quad \tilde{v}_1 = \tilde{c}_1 \frac{\xi^2}{2} + C_6 \xi + C_7, \\
 \tilde{\psi}_2' &= \tilde{c}_2 \frac{\xi^2}{2} + C_4 \xi + C_5, \quad \tilde{v}_2 = \tilde{c}_1 \frac{\xi^2}{2} + C_8 \xi + C_9, \\
 \tilde{u}_1 &= -\tilde{c}_1 \frac{\xi^3}{3} - C_6 \frac{\xi^2}{2} + C_{10}, \quad \tilde{u}_2 = -\tilde{c}_1 \frac{\xi^3}{3} - C_8 \frac{\xi^2}{2} + C_{11}, \\
 p_1 &= \tilde{c}_1 J_2(\theta) + \tilde{c}_2 J_3(\theta) + C_{12}, \quad p_2 = \tilde{c}_1 \tilde{J}_2(\theta) + \tilde{c}_2 \tilde{J}_3(\theta) + C_{13},
 \end{aligned}$$

$$J_k(\theta) = \int_0^\theta \frac{d\theta}{(1 + \eta \cos \theta - \eta_1 \sin \omega \theta) + \lambda f(\theta)^k}. \quad (17)$$

Для определения постоянных $c_i (i=2,3,\dots,13)$, $\tilde{c}_1, \tilde{c}_2, \tilde{c}_3, \tilde{c}_4$ решим следующую алгебраическую систему из 16-ти уравнений с 16-ю неизвестными:

$$\begin{aligned} c_7 &= 1, & c_{10} &= \beta_3, & c_3 &= 0, & c_{12} &= \tilde{p}_\alpha, & c_{13} &= \tilde{p}_\mu, \\ -\tilde{c}_1 \frac{1}{3} - c_8 \frac{1}{2} + c_{11} &= 0, & \tilde{c}_1 \frac{1}{2} + c_8 + c_9 &= 0, & \tilde{c}_2 \frac{1}{2} + c_4 + c_5 &= 0, & \tilde{c}_1 &= \frac{\mu_2}{\mu_1} \tilde{c}_1, \\ \tilde{c}_2 &= \frac{\mu_2}{\mu_1} \tilde{c}_2, & \tilde{c}_2 &= -\frac{\tilde{c}_1 J_2(2\pi)}{J_3(2\pi)}, & \tilde{c}_1 \alpha + c_6 &= \frac{\mu_2}{\mu_1} (\tilde{c}_1 \alpha + c_6), & \tilde{c}_2 \alpha + c_2 &= \frac{\mu_2}{\mu_1} (\tilde{c}_2 \alpha + c_4), \\ \tilde{c}_2 \frac{\alpha^2}{2} + c_2 \alpha + c_3 - \tilde{c}_1 \frac{\alpha^2}{2} - c_4 \alpha - c_5 &= 0, & \tilde{c}_1 \frac{\alpha^2}{2} + c_6 \alpha + c_7 - \tilde{c}_1 \frac{\alpha^2}{2} - c_8 \alpha - c_9 &= 0, \\ \tilde{c}_1 \frac{\alpha^3}{6} + c_6 \frac{\alpha^2}{2} + c_7 \alpha - \tilde{c}_1 \frac{\alpha^3}{6} - c_8 \frac{\alpha^2}{2} - c_9 \alpha + \tilde{c}_1 \frac{1}{6} + c_8 \frac{1}{2} + c_9 &= -Nc^* = \beta^*. \end{aligned} \quad (18)$$

Решение системы (18) сводится к решению следующего матричного уравнения:

$$\tilde{M} \cdot \vec{x} = \vec{b}, \quad (19)$$

где $\vec{x} = \{\tilde{c}_1; c_4; c_5; c_8; c_9\}$; $\vec{b} = \{0; 0; -6\alpha - 6\beta^*; 0; -2\}$;

$$\tilde{M} = \begin{vmatrix} -\frac{J_2(2\pi)}{J_3(2\pi)} & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ k\alpha^3 - \alpha^3 + 1 & 0 & 0 & 3k\alpha^2 - 3\alpha^2 + 3 & 6 - 6\alpha \\ (1-k)\alpha^2 \frac{J_2(2\pi)}{J_3(2\pi)} & 2\alpha(k-1) & -2 & 0 & 0 \\ \alpha^2(k-1) & 0 & 0 & 2\alpha(k-1) & -2 \end{vmatrix}.$$

Решая систему (18), получим

$$\begin{aligned} \tilde{c}_1 &= \frac{6 + 2\beta^* + 6k\alpha^2 - 6\alpha^2 - 2\alpha\beta^* + \alpha k\beta^*}{\Delta}, \\ c_4 &= \frac{J_2(2\pi)}{J_3(2\pi)} \cdot \frac{1}{(\alpha k - \alpha + 1)\Delta} (3 - 6\alpha^2 - \beta^* \alpha^2 + 3\alpha^4 + \beta^* \alpha^3 - \alpha \beta^* + \alpha^3 k^2 \beta^* + 3k^2 \alpha^4 + \alpha k \beta^* - 2\alpha^3 k \beta^* + \beta^* k \alpha^2 - 6k \alpha^4), \\ c_5 &= -\frac{J_2(2\pi)}{J_3(2\pi)} \cdot \frac{1}{(\alpha k - \alpha + 1)\Delta} \alpha (-3\alpha^2 - 3\alpha - 2\alpha \beta^* + 3\alpha^3 + \beta^* \alpha^2 + \beta^* + \beta^* k^2 \alpha^2 + 3 + 6k \alpha^2 - 3k + 3\alpha^3 k^2 - \beta^* k - 2\beta^* k \alpha^2 + 3\alpha k \beta^* - 3\alpha^2 k^2 - \beta^* k^2 \alpha - 6k \alpha^3 + 3\alpha k), \\ c_8 &= \frac{4 - \beta^* \alpha^2 - 4\alpha^3 + \beta^* k \alpha^2 + 4k \alpha^3 + \beta^*}{\Delta}, \\ c_9 &= \frac{-4\alpha^3 + 4k \alpha^3 - 3k \alpha^2 + \beta^* k \alpha^2 + 3\alpha^2 - \beta^* \alpha^2 + \alpha \beta^* - \alpha k \beta^* + 1}{\Delta}, \\ c_2 &= k c_4, \quad c_6 = k c_8, \\ \Delta &= -4\alpha^3 + 1 + \alpha^4 - 6k \alpha^2 + 4k \alpha^3 + k^2 \alpha^4 + 4k \alpha - 2k \alpha^4 - 4\alpha + 6\alpha^2, \\ \tilde{c}_1 &= k \tilde{c}_1, \quad \tilde{c}_1 = -\tilde{c}_1 \frac{J_2(2\pi)}{J_3(2\pi)}. \end{aligned} \quad (20)$$

Таким образом, для определения поля скоростей и давлений необходимо найти функцию $\lambda f(\theta)$, характеризующую деформацию опорной поверхности подшипника.

Для определения этой функции воспользуемся приближенной формулой

$$|\lambda f(\theta)| \approx u_r \Big|_{r^* = h(\theta)} = \frac{\tilde{p}_2}{M}. \quad (21)$$

Таким образом, из найденного выражения для функции $\lambda f(\theta)$ следует, что при $M \rightarrow \infty$, $u_r \rightarrow 0$ (это соответствует случаю жесткой опорной поверхности подшипника).

Воспользовавшись формулой (21) выражение для $h(\theta)$, можно преобразовать к виду

$$h(\theta) = (1 + \lambda f(\theta))(1 + \tilde{\eta} \cos \theta - \tilde{\eta}_1 \sin \omega \theta) =$$

$$= \left(1 + \frac{\tilde{p}}{M}\right)(1 + \tilde{\eta} \cos \theta - \tilde{\eta}_1 \sin \omega \theta), \quad \eta = \frac{\tilde{\eta}}{1 + \frac{\tilde{p}}{M}}, \quad \tilde{\eta}_1 = \frac{\tilde{\eta}_1}{1 + \frac{\tilde{p}}{M}}. \quad (22)$$

С учетом (22) на основании граничного условия $p_2(0) = p_2(2\pi)$ для \tilde{c}_2 , получим следующее выражение:

$$\tilde{c}_2 = -\frac{\tilde{c}_1}{1 + \frac{\tilde{p}}{M}} \left[1 + \frac{\tilde{p}_1}{2\pi\omega} (\cos 2\pi\omega - 1) \right]. \quad (23)$$

Используя (23) для гидродинамического давления p_1 , окончательно будем иметь

$$p_1 = \frac{\tilde{c}_1 \tilde{\eta} \sin \theta}{\left(1 + \frac{\tilde{p}}{M}\right)^2} + \frac{\tilde{c}_1 \tilde{\eta}_1 (\cos \omega \theta - 1)}{\omega \left(1 + \frac{\tilde{p}}{M}\right)^2} - \frac{\tilde{c}_1 \tilde{\eta}_1 \theta (\cos 2\pi\omega - 1)}{2\pi\omega \left(1 + \frac{\tilde{p}}{M}\right)^2} + \frac{\tilde{p}_d}{p^*}. \quad (24)$$

Основные рабочие характеристики подшипника записутся следующим образом:

$$\begin{aligned} \tilde{R}_y &= \frac{R_y}{p^* r_0} = \int_0^{2\pi} \frac{dp_1}{d\theta} \cos \theta d\theta = \frac{\tilde{c}_1}{1 + \frac{\tilde{p}}{M}} \left[\pi \tilde{\eta}_1 + \frac{\tilde{\eta}_1}{2\omega} \left[\frac{\cos(\omega - 1)2\pi - 1}{\omega - 1} + \frac{\cos(\omega + 1)2\pi - 1}{\omega + 1} \right] \right], \\ \tilde{R}_x &= \frac{R_x}{p^* r_0} = - \int_0^{2\pi} \frac{dp_1}{d\theta} \sin \theta d\theta = - \left(1 + \frac{\tilde{p}}{M}\right) \frac{\tilde{c}_1 \tilde{\eta}_1}{2\omega} \left[\frac{\sin(\omega - 1)2\pi}{\omega - 1} - \frac{\sin(\omega + 1)2\pi}{\omega + 1} \right], \\ \tilde{L}_{ip} &= \frac{L_{ip} \delta}{\mu_1 \omega r_0^3} = \int_0^{2\pi} \left(\frac{\tilde{\eta}_1''}{h^2} + \frac{\tilde{\eta}'}{h} \right) d\theta = C_2 \left[2\pi - \frac{2\tilde{\eta}_1}{\omega} (\cos 2\pi\omega - 1) + C_6 \left[2\pi - \frac{\tilde{\eta}_1}{\omega} (\cos 2\pi\omega - 1) \right] \right], \\ \tilde{c}_2 &= -\frac{\tilde{c}_1}{\left(1 + \frac{\tilde{p}}{M}\right)} \left[1 + \frac{\tilde{\eta}_1}{2\pi\omega} (\cos 2\pi\omega - 1) \right], \quad \frac{J_2(2\pi)}{J_3(2\pi)} = \left[1 + \frac{\tilde{\eta}_1}{2\pi\omega} (\cos 2\pi\omega - 1) \right] \frac{1}{\left(1 + \frac{\tilde{p}}{M}\right)}. \end{aligned} \quad (25)$$

Анализ полученного аналитического выражения для безразмерной несущей способности \tilde{R}_y приведен рис. 2-4.

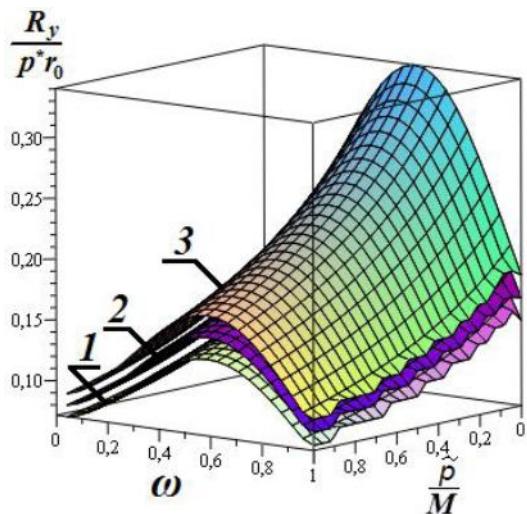


Рис. 2. Зависимость безразмерной несущей способности от параметров ω и $\frac{\tilde{P}}{M}$.

- 1) $M = 100, \beta^* = -0,1;$
- 2) $M = 1000, \beta^* = -0,1;$
- 3) $M \rightarrow \infty, \beta^* = 0.$

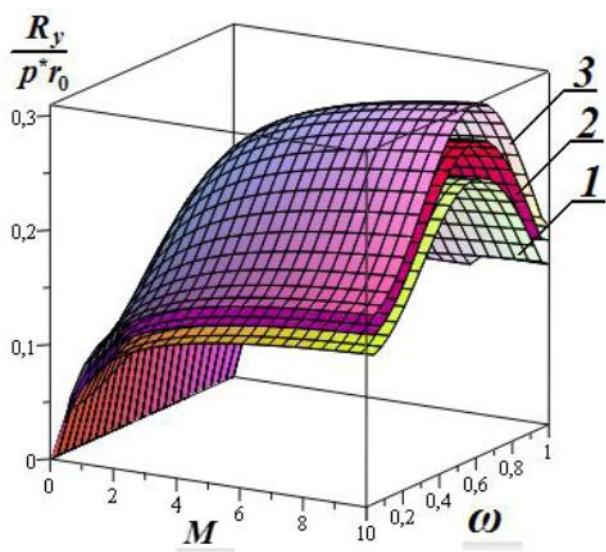


Рис. 3. Зависимость безразмерной несущей способности от параметров ω и M .

- 1) $\frac{\tilde{P}}{M} = 0,01, \beta^* = -0,1;$
- 2) $\frac{\tilde{P}}{M} = 0,001, \beta^* = -0,1;$
- 3) $\frac{\tilde{P}}{M} = 0, \beta^* = 0.$

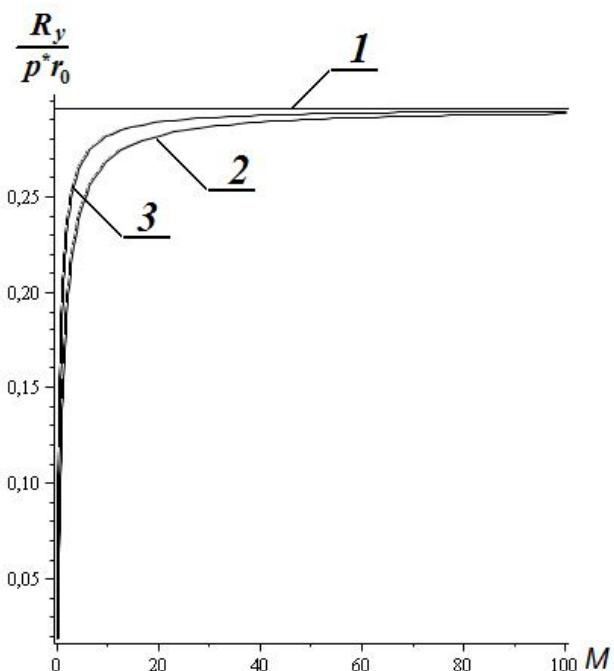


Рис. 4 Зависимость безразмерной несущей способности от параметра M

- 1) $\frac{\tilde{P}}{M} = 0, \beta^* = 0;$
- 2) $\frac{\tilde{P}}{M} = 0,02, \beta^* = -0,1;$
- 3) $\frac{\tilde{P}}{M} = 0,01, \beta^* = -0,1.$

Выводы. Результаты численного анализа, приведенные на рис. 2–4 показывают:

1. Несущая способность подшипника существенно зависит от значения упругогидродинамического параметра M . На рис. 4 проиллюстрировано, как с увеличением значения параметра M повышается несущая способность подшипника.
2. При $M \rightarrow \infty$ несущая способность подшипника стремится к соответствующему значению для подшипника с жесткой опорной поверхностью.
3. С увеличением значения параметра β^* , обусловленного наличием пористого слоя на поверхности шипа, несущая способность подшипника незначительно снижается.

Библиографический список

1. Ахвердиев, К. С. Стратифицированное течение двухслойной смазки в зазоре упорного подшипника, обладающего повышенной несущей способностью / К. С. Ахвердиев [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2010. — Т. 10, № 2 (45). — С. 217–223.
2. Ахвердиев, К. С. Гидродинамический расчет радиального подшипника при наличии электромагнитного поля с учетом зависимости вязкости и электропроводимости от температуры / К. С. Ахвердиев, Е. О. Лагунова, М. А. Мукутадзе // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2009. — Т. 9, № 3. — С. 529–536.
3. Ахвердиев, К. С. Стратифицированное течение двухслойной смазки в зазоре сложнонагруженного радиального подшипника конечной длины, обладающего повышенной несущей способностью / К. С. Ахвердиев, Е. Е. Александрова, М. А. Мукутадзе // Вестник Рост. гос. ун-та путей сообщ. — 2010. — № 1. — С. 132–137.
4. Rohde, S. M. Higher order finite element methods for the solution of compressible porous bearing problems / S. M. Rohde, K. P. Oh. — Int. Journal of Numerical Methods in Engineering. — 1975. — Vol. 9, № 4. — Pp. 903–911.
5. Rohde, S. M. A unified treatment of thick and thin film elastohydrodynamic problems by using higher order elements methods / S. M. Rohde, K. P. Oh. — Proc. R. Soc. Lond. A. 343, 1975. — Pp. 315–331.
6. Ахвердиев, К. С. Гидродинамический расчет подшипников скольжения с использованием моделей слоистого течения вязкой и вязкопластичной смазки / К. С. Ахвердиев, П. А. Воронцов, Т. С. Черкасова // Трение и износ. — 1998. — Т. 16, № 6. — С. 698–707.
7. Ахвердиев, К. С. Математическая модель стратифицированного течения смазки в зазоре радиального металлополимерного подшипника скольжения / К. С. Ахвердиев, П. А. Воронцов, Т. С. Черкасова // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 1999. — № 3. — С. 93–101.
8. Ахвердиев, К. С. Стратифицированное течение трехслойной смазки в зазоре упругодеформируемого упорного подшипника, обладающего повышенной несущей способностью / К. С. Ахвердиев [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2014. — Т. 14, № 1 (76). — С. 76–85.
9. Ахвердиев, К. С. Математическая модель стратифицированного течения двухслойной смазочной композиции в радиальном подшипнике с повышенной несущей способностью с учетом теплобмена / К. С. Ахвердиев [и др.] // Вестник Рост. гос. ун-та путей сообщ. — 2011. — № 1. — С. 160–165.
10. Ахвердиев, К. С. Стратифицированное течение двухслойной смазки в зазоре радиального подшипника, обладающего повышенной несущей способностью и демпфирующими свойствами / К. С. Ахвердиев [и др.] // Вестник Рост. гос. ун-та путей сообщ. — 2009. — № 4. — С. 133–139.

Материал поступил в редакцию 20.10.2014.

References

1. Akhverdiyev, K. S., Aleksandrova, E. E., Kruchinina, E. V., Mukutadze, M. A. Stratifitsirovannoe techenie dvuhsloynoy smazki v zazore upornogo podshipnika, obladayushchego povyshennoy nesushchey sposobnosti. [Stratified flow of two-layer lubrication in the clearance of thrust bearing with the increased bearing capacity.] *Vestnik of DSTU*, 2010, vol. 10, no. 2 (45), pp. 217–223 (in Russian).
2. Akhverdiyev, K. S., Lagunova, E. O., Mukutadze, M. A. Gidrodinamicheskiy raschet radialnogo podshipnika pri nalichii elektromagnitnogo polya s uchetom zavisimosti vyazkosti i elektroprovodimosti ot temperatury. [Hydrodynamic calculation of the radial bearing in the presence of electromagnetic field considering the dependence of viscosity and conductivity on temperature.] *Vestnik of DSTU*, 2009, vol. 9, no. 3 (42), pp. 529–536 (in Russian).
3. Akhverdiyev, K. S., Aleksandrova, E. E., Mukutadze, M. A. Stratifitsirovannoye techeniye dvukhsloynoy smazki v zazore slozhnonagruzhennogo radialnogo podshipnika konechnoy dliny, obladayushchego povyshennoy nesushchey sposobnosti. [Stratified flow of two-layer lubrication in the gap of complex pressure-bearing radial bearing with final length and with an increased bearing capacity.] *Vestnik of RGUPS*, 2010, no. 1, pp. 132–137 (in Russian).
4. Rohde, S. M., Oh, K. P. Higher order finite element methods for the solution of compressible porous bearing problems. *Int. Journal of Numerical Methods in Engineering*, 1975, vol. 9, no. 4, pp. 903–911.
5. Rohde, S. M., Oh, K. P. A unified treatment of thick and thin film elastohydrodynamic problems by using higher order elements methods. *Proc. R. Soc. London A*. 1975, 343, pp. 315–331.
6. Akhverdiyev, K. S., Vorontsov, P. A., Cherkasova, T. S. Gidrodinamicheskiy raschet podshipnikov skolzheniya s ispolzovaniyem modeley sloistogo techeniya vyazkoy i vyazkoplastichnoy smazki. [Hydrodynamic analysis of plain bearings with the use of models of stratified flow of viscous and viscoplastic lubricant.] *Trenie i iznos*, 1998, vol. 16, no. 6, pp. 698–707 (in Russian).
7. Akhverdiyev, K. S., Vorontsov, P. A., Cherkasova, T. S. Matematicheskaya model stratifitsirovannogo techeniya smazki v zazore radialnogo metallopolymerного podshipnika skolzheniya. [Mathematical model for stratified flow lubrication in the clearance of the radial metal-polymer friction bearing.] *Problemy mashinostroyeniya i nadezhnosti mashin*, 1999, no. 3, pp. 93–101 (in Russian).
8. Akhverdiyev, K. S., et al. Stratifitsirovannoye techeniye trekhloynoy smazki v zazore uprugodeformiruyemogo upornogo podshipnika, obladayushchego povyshennoy nesushchey sposobnosti. [Stratified three-layer lubricant flow in the gap of elastically deformable thrust bearing with increased carrying capacity.] *Vestnik of DSTU*, 2014, vol. 14, no. 1 (76), pp. 76–85 (in Russian).
9. Akhverdiyev, K. S., Mukutadze, M. A., Aleksandrova, E. E., Erkenov, A. Ch. Matematicheskaya model stratifitsirovannogo techeniya dvukhsloynoy smazochnoy kompozitsii v radialnom podshipnike s povyshennoy nesushchey sposobnosti s uchetom teploobmena. [Mathematical model for stratified flow of two-layer lubrication composition in radial bearing with increased bearing capacity with regard of warmth-exchange.] *Vestnik of RGUPS*, 2011, no. 1, pp. 160–165 (in Russian).
10. Akhverdiyev, K. S., Aleksandrova, E. E., Mukutadze, M. A., Kopotun B. E. Stratifitsirovannoye techeniye dvukhsloynoy smazki v zazore radialnogo podshipnika, obladayushchego povyshennoy nesushchey sposobnosti i dempfiruyushchimi svoystvami. [Stratified flow of two-layer lubrication in the clearance of the radial bearing with increased bearing capacity and damping characteristics.] *Vestnik of RGUPS*, 2009, no. 4, pp. 133–139 (in Russian).

MODEL OF STRATIFIED LUBRICATION OF ELASTICALLY DEFORMED RADIAL BEARING*

S. V. Mitrofanov, B. E. Kopotun

On the basis of the Navier-Stokes equations for the case of a 'thin layer', the continuity equation, Lame equations, and Darcy equation, considering the boundary conditions on the pin and bearing face at the layer interface, a method of generating an exact self-similar solution to the problem of calculating the hydrodynamic elastically deformed radial bearing working on a two-layer lubrication and having damping properties is provided. The problem solution is resulted in identifying the velocity and pressure field in the lubricating layer, and in obtaining the analytical expressions for the basic performance of the elastically deformed radial bearing. A numerical analysis of the obtained analytical expressions for the non-dimensional load-carrying capacity of the elastically deformed radial bearing with a porous layer on the pin surface is performed. The effect of the parameter values providing the bearing with an increased load-carrying capacity is assessed.

Keywords: *elastically deformed radial bearing, stratified flow, adapted profile, porous layer, elastohydrodynamic parameter, bearing capacity.*

* The research is done within the frame of the independent R&D.