УДК 628.517:625.1.08+625.144.5/7

Моделирование виброакустической динамики рельса на шпалах[1]

С. Ф. Подуст
(ООО «Производственная компания „Новочеркасский электровозостроительный завод“»),
Д. А. Куклин
(Балтийский государственный технический университет)

Приведены результаты теоретических исследований шума и вибрации рельса как линейного источника ограниченной длины, установленного на упругих опорах. При установке рельса на шпалах он представлен как система двухопёртых источников, одновременно излучающих звуковую энергию, а каждый участок рельса между шпалами — как линейный источник ограниченной длины. Для такого источника получены зависимости звукового давления, создаваемого рельсами. Это позволяет уточнить закономерности шумообразования в области низких и высоких частот нормируемого диапазона звуковых частот. Рассмотрены два варианта установки рельса на деревянных и железобетонных шпалах. В первом случае дифференциальное уравнение колебаний рельса решено для условий шарнирного закрепления, во втором — для условий жёсткого закрепления. На основе теоретически рассчитанных скоростей колебаний рельса на собственных частотах колебаний определяются спектры звукового излучения. Полученные зависимости учитывают конструктивные и физико-механические характеристики источника шума, а также эффективный коэффициент потерь колебательной энергии, что позволяет теоретически выбрать вариант снижения интенсивности звукового излучения рельса.

Ключевые слова: *шум рельса, вибрация рельса, шпалы, линейный источник шума, уровни звукового давления.*

Введение. При установке рельса на шпалах он может быть представлен как система двухопертых источников, одновременно излучающих звуковую энергию, а каждый участок рельса между шпалами — как линейный источник ограниченной длины. Экспериментальные исследования показали, что спектр звукового излучения и вибрации рельса имеет высокочастотный характер. Можно предположить, что для уточнения закономерностей шумообразования длина источника соответствует длине участка рельса между шпалами.

Основная часть. Для такой модели на основе работ [1, 2] применительно к конструктивным параметрам рельса получены следующие выражения звукового давления:

$$P = 0{,}1\frac{f_k^2 B h_p}{R}\cos\beta \exp i\left(k_0 R + \varphi - \frac{3\pi}{4}\right), \text{ при } k_0 h_p \cos\beta < 1; \quad (1)$$

$$P = 76\frac{B\left(f_k h_p \cos\beta\right)^{0,5}}{R}\exp i\left(k_0 R + k_0 h_p \cos\beta - 2\pi\right), \text{ при } k_0 h_p \cos\beta \ge 1, \quad (2)$$

где β — угол излучения; f_k — собственные частоты колебаний, Гц; B — функция, учитывающая амплитудно-фазовое распределение виброскорости на поверхности рельса и по данным работы [1] определяемое зависимостью

$$B = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^l V_r(z)\exp\left(-ik_0 z\sin\beta\right)dz. \quad (3)$$

В данном случае виброскорости определяются из системы дифференциальных уравнений (при условии, что на участке между шпалами действует силовое воздействие только от одного колеса):

[1] Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

$$EJ_x\frac{\partial^4\xi}{\partial z^4}-\rho J_x\frac{\partial^4\xi}{\partial z^2\partial t^2}+\rho F\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}=P_y\delta(z-z_0);$$
$$EJ_y\frac{\partial^4\varepsilon}{\partial z^4}-\rho J_y\frac{\partial^4\varepsilon}{\partial z^2\partial t^2}+\rho F\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial t^2}=P_x\delta(z-z_0). \quad (4)$$

Для условий крепления рельса к деревянным шпалам изгибная жёсткость сравнима с жёсткостью опоры. Этот вариант соответствует шарнирному закреплению и в соответствии с краевыми условиями система уравнений (4) примет вид:

$$EJ_x\frac{\partial^4\xi}{\partial z^4}-\rho J_x\frac{\partial^4\xi}{\partial z^2\partial t^2}+\rho F\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}=\frac{2P_y}{l}\sum_{k=1}^{\infty}\sin\frac{\pi kV}{l}t\sin\frac{\pi kz}{l};$$
$$EJ_y\frac{\partial^4\varepsilon}{\partial z^4}-\rho J_y\frac{\partial^4\varepsilon}{\partial z^2\partial t^2}+\rho F\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial t^2}=\frac{2P_x}{l}\sum_{k=1}^{\infty}\sin\frac{\pi kV}{l}t\sin\frac{\pi kz}{l}.$$

Выполняя аналогичные преобразования, получим:

$$\rho\left[J_x\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2+F\right]\frac{d^2\xi}{dt^2}+EJ_x\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4\xi=\frac{2P_y}{l}\sum_{k=1}^{\infty}\sin\frac{\pi kV}{l}t;$$
$$\rho\left[J_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2+F\right]\frac{d^2\varepsilon}{dt^2}+EJ_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4\varepsilon=\frac{2P_x}{l}\sum_{k=1}^{\infty}\sin\frac{\pi kV}{l}t. \quad (5)$$

Выполняя аналогичные преобразования, получим:

$$\frac{\partial\xi}{\partial t}=\frac{2P_y\pi V}{l}\sum_{k=1}^{\infty}k\left\{\left[EJ_x\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4-\rho\left(J_x\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2+F\right)\left(\frac{\pi kV}{l}\right)^2\right]^2+\left(\eta_1 EJ_x\right)^2\left(\frac{\pi k}{l}\right)^8\right\}^{-1}\times$$
$$\times\cos\frac{\pi kV}{l}t\sin\frac{\pi kz}{l}\exp i\,\mathrm{arctg}\frac{-\eta_1 EJ_x\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4}{EJ_x\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4-\rho\left[J_x\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2+F\right]^2\left(\frac{\pi kV}{l}\right)^2}=K_1\sin\frac{\pi kz}{l};$$
$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}=\frac{2P_x\pi V}{l}\sum_{k=1}^{\infty}k\left\{\left[EJ_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4-\rho\left(J_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2+F\right)\left(\frac{\pi kV}{l}\right)^2\right]^2+\left(\eta_1 EJ_y\right)^2\left(\frac{\pi k}{l}\right)^8\right\}^{-1}\times \quad (6)$$
$$\times\cos\frac{\pi kV}{l}t\sin\frac{\pi kz}{l}\exp i\,\mathrm{arctg}\frac{-\eta_1 EJ_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4}{EJ_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4-\rho\left[J_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2+F\right]^2\left(\frac{\pi kV}{l}\right)^2}=K_2\sin\frac{\pi kz}{l}.$$

В этом случае функция B, определяющая амплитудно-фазовое распределение виброскорости на поверхности рельса, определяется выражением:

$$B=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\sqrt{K_1^2+K_2^2}\left(\frac{\sin^2\frac{\pi k-k_0 l\sin\beta}{2}}{\frac{\pi k}{l}-k_0\sin\beta}+\frac{\sin^2\frac{\pi k+k_0 l\sin\beta}{2}}{\frac{\pi k}{l}+k_0\sin\beta}\right). \quad (7)$$

Для варианта установки рельсов на железобетонные шпалы, изгибная жёсткость межопорной части меньше жёсткости опор. В этом случае целесообразно применить модель жёстко защемлённой балки или оболочки. Краевые условия будут иметь вид [3]:

$$z=0,\qquad\qquad z=l,$$
$$y=0,\ \frac{\partial y}{\partial z}=0,\qquad y=0,\ \frac{\partial z}{\partial y}=0.$$

Функцию, удовлетворяющую краевым условиям, зададим в виде:

$$\psi(z) = \sin^3 \frac{\pi k z}{l},$$

тогда $\delta(z - z_0) = \frac{2}{l}\sum_{k=1}^{\infty} \sin^3 \frac{\pi k z}{l} \sin^3 \frac{\pi k V}{l} t$.

Уравнения изгибных колебаний примут вид:

$$\begin{aligned} &EJ_x \frac{\partial^4 \xi}{\partial z^4} - \rho J_x \frac{\partial^4 \xi}{\partial z^2 \partial t^2} + \rho F \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{2P_y}{l}\sum_{k=1}^{\infty} \sin^3 \frac{\pi k V}{l} t \sin^3 \frac{\pi k z}{l}; \\ &EJ_y \frac{\partial^4 \varepsilon}{\partial z^4} - \rho J_y \frac{\partial^4 \varepsilon}{\partial z^2 \partial t^2} + \rho F \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial t^2} = \frac{2P_x}{l}\sum_{k=1}^{\infty} \sin^3 \frac{\pi k V}{l} t \sin^3 \frac{\pi k z}{l}. \end{aligned} \tag{8}$$

Используя известную формулу $\sin^3 x = 3(3\sin x - \sin 3x)$ и принцип разделения переменных, получим систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \rho\left[J_x \left(\frac{\pi k}{l}\right)^2 + F\right]\frac{d^2\xi}{dt^2} + EJ_x \left(\frac{\pi k}{l}\right)^4 \xi = \frac{81P_y}{2l}\sum_{k=1}^{\infty}\sin\frac{\pi k V}{l}t, \\ \rho\left[J_y \left(\frac{\pi k}{l}\right)^2 + F\right]\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + EJ_y \left(\frac{\pi k}{l}\right)^4 \varepsilon = \frac{81P_x}{2l}\sum_{k=1}^{\infty}\sin\frac{\pi k V}{l}t, \\ \rho\left[J_x \left(\frac{3\pi k}{l}\right)^2 + F\right]\frac{d^2\xi}{dt^2} + EJ_x \left(\frac{3\pi k}{l}\right)^4 \xi = -\frac{27P_y}{2l}\sum_{k=1}^{\infty}\sin\frac{\pi k V}{l}t, \\ \rho\left[J_y \left(\frac{3\pi k}{l}\right)^2 + F\right]\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + EJ_y \left(\frac{3\pi k}{l}\right)^4 \varepsilon = -\frac{27P_x}{2l}\sum_{k=1}^{\infty}\sin\frac{\pi k V}{l}t. \end{cases} \tag{9}$$

$$\begin{cases} \rho\left[J_x \left(\frac{\pi k}{l}\right)^2 + F\right]\frac{d^2\xi}{dt^2} + EJ_x \left(\frac{\pi k}{l}\right)^4 \xi = -\frac{27P_y}{2l}\sum_{k=1}^{\infty}\sin\frac{3\pi k V}{l}t, \\ \rho\left[J_y \left(\frac{\pi k}{l}\right)^2 + F\right]\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + EJ_y \left(\frac{\pi k}{l}\right)^4 \varepsilon = -\frac{27P_x}{2l}\sum_{k=1}^{\infty}\sin\frac{3\pi k V}{l}t, \\ \rho\left[J_x \left(\frac{3\pi k}{l}\right)^2 + F\right]\frac{d^2\xi}{dt^2} + EJ_x \left(\frac{3\pi k}{l}\right)^4 \xi = \frac{9P_y}{2l}\sum_{k=1}^{\infty}\sin\frac{3\pi k V}{l}t, \\ \rho\left[J_y \left(\frac{3\pi k}{l}\right)^2 + F\right]\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + EJ_y \left(\frac{3\pi k}{l}\right)^4 \varepsilon = \frac{9P_x}{2l}\sum_{k=1}^{\infty}\sin\frac{3\pi k V}{l}t. \end{cases}$$

Решение данной системы относительно виброскоростей получено в следующем виде:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{127 P_y V}{l^2} \Bigg\langle & \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k \cos \dfrac{\pi k V}{l} t}{\left\{ EJ_x \left(\dfrac{\pi k}{l}\right)^4 - \rho \left[J_x \left(\dfrac{\pi k}{l}\right)^2 + F \right] \left(\dfrac{\pi k V}{l}\right)^2 \right\}^2 + (\eta EJ_x)^2 \left(\dfrac{\pi k}{l}\right)^8} \times \\
& \times \exp i \operatorname{arctg} \frac{-EJ_x \eta \left(\dfrac{\pi k}{l}\right)^4}{EJ_x \left(\dfrac{\pi k}{l}\right)^4 - \rho \left[J_x \left(\dfrac{\pi k}{l}\right)^2 + F \right]^2 \left(\dfrac{\pi k V}{l}\right)^2} - \\
& - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k \cos \dfrac{\pi k V}{l} t}{\left\{ EJ_x \left(\dfrac{\pi k}{l}\right)^4 - \rho \left[J_x \left(\dfrac{\pi k}{l}\right)^2 + F \right] \left(\dfrac{3\pi k V}{l}\right)^2 \right\}^2 + (\eta EJ_x)^2 \left(\dfrac{\pi k}{l}\right)^3} \times \\
& \times \exp i \operatorname{arctg} \frac{-EJ_x \eta \left(\dfrac{\pi k}{l}\right)^4}{EJ_x \left(\dfrac{\pi k}{l}\right)^4 - \rho \left[J_x \left(\dfrac{\pi k}{l}\right)^2 + F \right] \left(\dfrac{3\pi k V}{l}\right)^2} \Bigg\rangle \sin \frac{\pi k z}{l} - \\
- \frac{42 P_y V}{l^2} \Bigg\langle & \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k \cos \dfrac{\pi k V}{l} t}{\left\{ EJ_x \left(\dfrac{3\pi k}{l}\right)^4 - \rho \left[J_x \left(\dfrac{\pi k}{l}\right)^2 + F \right] \left(\dfrac{\pi k V}{l}\right)^2 \right\}^2 + (\eta EJ_x)^2 \left(\dfrac{3\pi k}{l}\right)^8} \times \\
& \times \exp i \operatorname{arctg} \frac{-EJ_x \eta \left(\dfrac{3\pi k}{l}\right)^4}{EJ_x \left(\dfrac{3\pi k}{l}\right)^4 - \rho \left[J_x \left(\dfrac{3\pi k}{l}\right)^2 + F \right]^2 \left(\dfrac{\pi k V}{l}\right)^2} + \\
& + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k \cos \dfrac{3\pi k V}{l} t}{\left\{ EJ_x \left(\dfrac{3\pi k}{l}\right)^4 - \rho \left[J_x \left(\dfrac{3\pi k}{l}\right)^2 + F \right] \left(\dfrac{3\pi k V}{l}\right)^2 \right\}^2 + (\eta EJ_x)^2 \left(\dfrac{3\pi k}{l}\right)^8} \times \\
& \times \exp i \operatorname{arctg} \frac{-EJ_x \eta \left(\dfrac{3\pi k}{l}\right)^4}{EJ_x \left(\dfrac{3\pi k}{l}\right)^4 - \rho \left[J_x \left(\dfrac{3\pi k}{l}\right)^2 + F \right]^2 \left(\dfrac{3\pi k V}{l}\right)^2} \Bigg\rangle \sin \frac{3\pi k z}{l} = \\
& = K_3 \sin \frac{\pi k z}{l} + K_4 \sin \frac{3\pi k z}{l}. \qquad (10)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{127P_xV}{l^2}\Bigg\langle & \sum_{k=1}^{\infty}\frac{k\cos\frac{\pi kV}{l}t}{\left\{EJ_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4-\rho\left[J_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2+F\right]\left(\frac{\pi kV}{l}\right)^2\right\}^2+\left(\eta EJ_y\right)^2\left(\frac{\pi k}{l}\right)^8}\times \\
& \times\exp i\,\mathrm{arctg}\frac{-EJ_y\eta\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4}{EJ_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4-\rho\left[J_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2+F\right]^2\left(\frac{\pi kV}{l}\right)^2}- \\
& -\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k\cos\frac{\pi kV}{l}t}{\left\{EJ_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4-\rho\left[J_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2+F\right]\left(\frac{3\pi kV}{l}\right)^2\right\}^2+\left(\eta EJ_y\right)^2\left(\frac{\pi k}{l}\right)^3}\times \\
& \times\exp i\,\mathrm{arctg}\frac{-EJ_y\eta\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4}{EJ_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4-\rho\left[J_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2+F\right]\left(\frac{3\pi kV}{l}\right)^2}\Bigg\rangle\sin\frac{\pi kz}{l}- \\
-\frac{42P_xV}{l^2}\Bigg\langle & \sum_{k=1}^{\infty}\frac{k\cos\frac{\pi kV}{l}t}{\left\{EJ_y\left(\frac{3\pi k}{l}\right)^4-\rho\left[J_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2+F\right]\left(\frac{\pi kV}{l}\right)^2\right\}^2+\left(\eta EJ_y\right)^2\left(\frac{3\pi k}{l}\right)^8}\times \\
& \times\exp i\,\mathrm{arctg}\frac{-EJ_y\eta\left(\frac{3\pi k}{l}\right)^4}{EJ_y\left(\frac{3\pi k}{l}\right)^4-\rho\left[J_y\left(\frac{3\pi k}{l}\right)^2+F\right]^2\left(\frac{\pi kV}{l}\right)^2}+ \\
& +\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k\cos\frac{3\pi kV}{l}t}{\left\{EJ_y\left(\frac{3\pi k}{l}\right)^4-\rho\left[J_y\left(\frac{3\pi k}{l}\right)^2+F\right]\left(\frac{3\pi kV}{l}\right)^2\right\}^2+\left(\eta EJ_y\right)^2\left(\frac{3\pi k}{l}\right)^8}\times \\
& \times\exp i\,\mathrm{arctg}\frac{-EJ_y\eta\left(\frac{3\pi k}{l}\right)^4}{EJ_y\left(\frac{3\pi k}{l}\right)^4-\rho\left[J_y\left(\frac{3\pi k}{l}\right)^2+F\right]^2\left(\frac{3\pi kV}{l}\right)^2}\Bigg\rangle\sin\frac{3\pi kz}{l}= \\
& = K_3\sin\frac{\pi kz}{l}+K_4\sin\frac{3\pi kz}{l}.
\end{aligned}
$$

Функция, определяющая амплитудно-фазовое распределение виброскорости на поверхности рельса, определяется выражением:

$$B=\frac{1}{\sqrt{2п}}\sqrt{K_1^2+K_2^2}\left\{\left(K_{3\max\xi}+K_{3\max\varepsilon}\right)\left(\frac{\sin^2\dfrac{пk-k_0l\sin\beta}{2}}{\dfrac{пk}{l}-k_0\sin\beta}+\frac{\sin^2\dfrac{пk+k_0l\sin\beta}{2}}{\dfrac{пk}{l}+k_0\sin\beta}\right)+\right.$$
$$\left.+\left(K_{4\max\xi}+K_{4\max\varepsilon}\right)\left(\frac{\sin^2\dfrac{3пk-k_0l\sin\beta}{2}}{\dfrac{3пk}{l}-k_0\sin\beta}+\frac{\sin^2\dfrac{3пk+k_0l\sin\beta}{2}}{\dfrac{3пk}{l}+k_0\sin\beta}\right)\right\} \qquad (11)$$

Заключение. Полученные результаты звукового излучения рельса существенно уточняют закономерности шумообразования и объясняют причину высокочастотного состава спектра шума рельса. Кроме этого, учёт диссипативной функции, задаваемой эффективным коэффициентом потерь колебательной энергии, позволяет обосновать выбор материалов вибродемпфирующих покрытий шейки рельса, обеспечивающих снижение шума в самом источнике его возникновения.

Библиографический список

1. Шендеров, Е. Л. Волновые задачи гидроакустики / Е. Л. Шендеров. — Ленинград : Судостроение, 1972. — 343 с.

2. Шамшура, С. А. Моделирование процессов шумообразования и вибраций оборудования виброупрочнения и динамических испытаний / С. А. Шамшура. — Ростов-на-Дону : ИУИ АП, 2010. — 177 с.

3. Расчёты на прочность в машиностроении / под ред. С. Д. Пономарёва. — Москва : Машгиз, 1959. — 884 с.

Материал поступил в редакцию 08.11.2012.

References

1. Shenderov, E. L. Volnovy`e zadachi gidroakustiki. [Wave problems of hydroacoustics.] Leningrad : Sudostroenie, 1972, 343 p. (in Russian).

2. Shamshura, S. A. Modelirovanie processov shumoobrazovaniya i vibracij oborudovaniya vibrouprochneniya i dinamicheskix ispy`tanij. [Simulation of noise generation and oscillation processes of shock-vibrating machines and dynamic tests.] Rostov-on-Don : IUI AP, 2010, 177 p. (in Russian).

3. Ponomarev, S. L., ed. Raschety` na prochnost` v mashinostroenii. [Stress calculations in machine building.] Moscow : Mashgiz, 1959, 884 p. (in Russian).

VIBROACOUSTIC DYNAMICS SIMULATION OF RAIL ON SLEEPERS[1]

S. F. Podust
(LLC PC "Novocherkassk Electric Locomotive Plant"),
D. A. Kuklin
(Baltic State Technical University)

The theoretical investigation of the noise and vibration of the rail as a line limited distance elastically mounted source is resulted. When installing the rail on sleepers, it is presented as a system of two-point sources simultaneously radiating the sound energy, and every section of the rail between the sleepers – as a line limited distance source. The dependences of the sound pressure produced by the rails are obtained for such a source. It permits to specify the noise emission pattern in low and high frequencies of the rated audio band. Two options for installing the rail on wooden and concrete sleepers are considered. In the first case, the differential equation is solved for the rail vibration pinning conditions, in the second – for the rigid fixing conditions. On the basis of the theoretically calculated vibration velocities at natural frequencies, the acoustical radiation spectra are defined. The obtained dependences consider both engineering data and stress-strain properties of the noise source, and the effective loss index of the vibration energy which allows choose theoretically the option of reducing the rail sound emission intensity.

Keywords: *rail noise, rail vibration, sleepers, line noise source, sound pressure levels.*

[1] The research is done within the frame of the independent R&D.