

Анализ контактных давлений при статическом нагружении зубчатых передач эллиптического и эвольвентного типа***А. Ю. Луконин**

(Донской государственный технический университет)

Описано численное решение задачи упругого контакта двух зубьев косозубой цилиндрической передачи с круговым профилем зубьев в торцевом сечении. Задача решается с помощью программной системы конечноэлементного анализа ANSYS. Сформулированы принципы построения геометрической и конечноэлементной модели зацепления двух зубьев эллиптической передачи. Проведено тестирование конечноэлементной модели по интегральным критериям. Показано поверхностное распределение контактных давлений на рабочей поверхности зуба. Проводится сравнение максимальных контактных давлений в эллиптической и эвольвентной передачах. При решении тестовых задач установлено, что контактные давления в эллиптической передаче с круглым зубом распределяются неравномерно. На периферии пятна контакта располагаются концентраторы напряжений — здесь поверхностное давление может быть выше, чем максимальное давление в эвольвентной передаче.

Ключевые слова: эллиптическая зубчатая передача, эвольвентная зубчатая передача, контактные давления.

Введение. Зубчатая передача, у которой в нормальном сечении зуб имеет эллиптический профиль, предложена в [1]. В этой передаче контактирующие поверхности согласованы лучше, чем в эвольвентной передаче и в передаче Новикова. Поэтому в работе [2] предполагается, что площадь пятна контакта в ней больше, чем в перечисленных передачах, и, как следствие, контактные давления меньше. На основании такого предположения в статье [2] контактная задача двух зубьев сводится к задаче статического нагружения зуба с эллиптическим профилем некоторой усреднённой по пятну контакта системой сил. Результаты расчёта в статье [2] позволяют сделать вывод: «Расчёты на контактную прочность нового зубчатого зацепления показывают, что зубья с эллиптическим профилем выдерживают контактную прочность, в 10—12 раз превышающую прочность эвольвентных передач». Данное утверждение справедливо подвергается критике в статье [3], поскольку предложенная модель решения контактных задач очень груба. Поэтому для уточнения результатов исследования контактной нагруженности передач эллиптического типа была разработана трёхмерная контактная конечноэлементная (КЭ) модель зацепления зубьев эллиптического типа и исследованы контактные давления при статическом нагружении передачи. Исследования проводились с помощью программной системы КЭ анализа ANSYS. Необходимость применения КЭ анализа обусловлена тем фактом, что решение контактных задач для согласованных поверхностей возможно только численными методами [4]. Полученные результаты сравниваются с контактными давлениями в эквивалентной по модулю зуба и передаточному числу эвольвентной передаче.

В данной статье понятия «давление» и «напряжение» эквивалентны друг другу. Под напряжениями понимаются напряжения, нормальные к контактной поверхности зуба, которые по своей сути являются давлениями.

Описание конечноэлементной модели. Геометрическая модель зуба представляет собой собственно зуб эллиптического профиля на массивном основании. В модели зацепления рабочие поверхности зубьев вводятся в контакт, а поверхности основания используются для задания граничных условий.

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

При построении геометрической модели поверхность «натягивается» на плоские замкнутые контуры в торцевых сечениях зуба. Контур зуба ABC (рис. 1) состоит из трёх дуг радиуса r . Их центры лежат на делительной окружности зубчатого колеса. Ломаная линия CDEFGA задаёт контур основания. Контур торцевых сечений зуба, расстояние между которыми равно z , относительно друг друга повернуты вдоль оси зубчатого колеса на угол

$$\varphi(z) = \frac{z}{R} \operatorname{tg} \beta, \quad (1)$$

где R — радиус делительной окружности зубчатого колеса, β — угол наклона линии зуба.

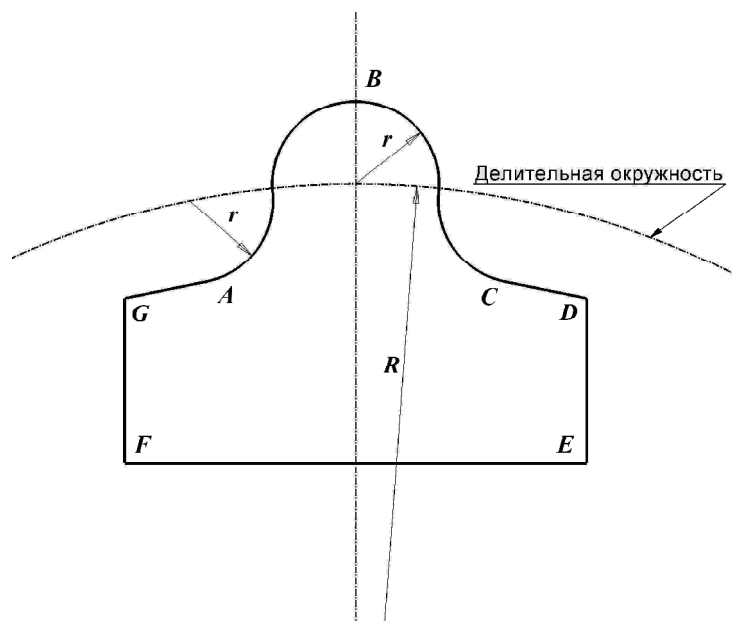


Рис. 1. Контур на поверхности зуба в торцевом сечении для КЭ модели зуба

Структура КЭ сетки представлена на рис. 2. Сгущение сетки создавалось в области, накрывающей пятно контакта, чтобы обеспечить более точное вычисление контактных давлений. При построении КЭ сетки использовались объёмные элементы *solid 92*, а на контактной поверхности — контактные поверхностные элементы *conta 174* и *targe 170*. КЭ модель зацепления зубьев для тестовой задачи представлена на рис. 3, а её характеристики — в табл. 1.

Таблица 1

Характеристики КЭ модели зацепления в тестовом примере

Радиус делительной окружности шестерни, мм	101,2
Передаточное число	4,925
Радиус делительной окружности колеса, мм	498,5
Радиус головки зуба, мм	3
Угол наклона линии зуба, град	15
Ширина колеса (шестерни), мм	40
Момент, приложенный к шестерне, Н·мм	$8,0 \cdot 10^5$
Модуль упругости материала, МПа	$2,5 \cdot 10^5$
Коэффициент Пуассона	0,3
Размер конечных элементов на поверхности основания, мм	1,5
Размер конечных элементов в зоне сгущения сетки, мм	0,5
Число объёмных конечных элементов типа <i>solid 92</i>	138580
Число поверхностных контактных элементов типа <i>conta 174</i>	2652
Число ответных поверхностных контактных элементов типа <i>targe 170</i>	2776
Число степеней свободы модели (на первом шаге итерации)	574992

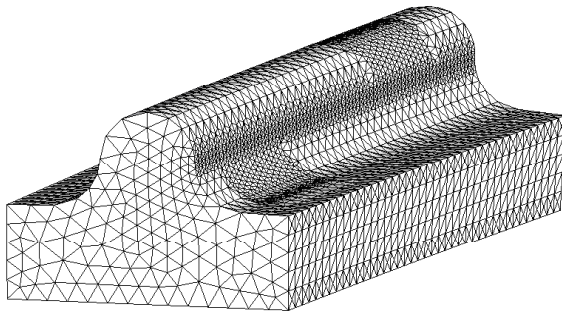


Рис. 2. КЭ модель зуба

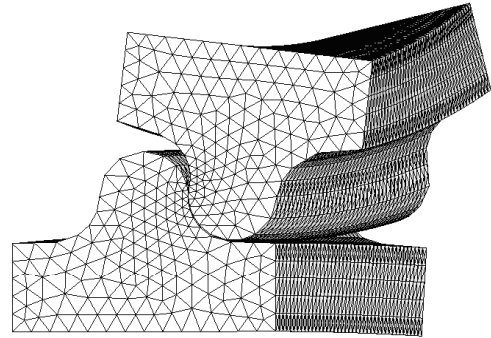


Рис. 3. КЭ модель зацепления

Граничные условия задавались в узлах сетки, лежащих на контурах DEFG оснований. Узлы колеса закреплялись по трём линейным степеням свободы. Для линейных перемещений узлов шестерни уравнения связи задавались так, чтобы у них оставалась вращательная степень свободы относительно оси шестерни. Нагрузка прикладывалась к узлам шестерни равномерно — так, чтобы обеспечить момент, приложенный к шестерне.

Тестирование КЭ модели. Тестирование КЭ модели проводилось по двум интегральным критериям: моменту на валу шестерни и окружной силе на шестерне, передаваемой пятном контакта. Если к валу шестерни приложен момент M , то пятно в КЭ модели должно передавать этот момент. Если радиус делительной окружности шестерни равен R , то для случая $R \gg r$ окружную силу F , передаваемую пятном контакта, можно оценить по формуле

$$F \approx \frac{M}{R}. \quad (2)$$

Расположим основную систему координат (ОСК) так, чтобы ось OZ совпадала с осью шестерни, а ось OX была перпендикулярна плоскости, проходящей через оси шестерни и колеса. Тогда величину момента $\tilde{M}$ и силы $\tilde{F}$ численно можно оценить с помощью соотношений

$$\tilde{M} = \sum_{i \in S_n} \left[\left[\vec{n}_i \times \vec{R}_i \right]_z p_i \Delta S_i \right]; \quad \tilde{F} = \sum_{i \in S_n} \left| (\vec{n}_i)_x p_i \Delta S_i \right|, \quad (3)$$

где $p_i, \vec{n}_i, \vec{R}_i, \Delta S_i$ — соответственно контактные напряжения, нормаль, радиус-вектор центра в ОСК и площадь i -го конечного элемента, а $(\vec{n}_i)_x$ — проекция нормали на ось OX ОСК; суммирование проводится по площади контакта.

Для тестового примера вычисленные величины (2) и (3) представлены в табл. 2.

Таблица 2

Интегральные критерии тестирования КЭ модели

Теоретические значения		Численные значения	
$M, \text{Н} \cdot \text{мм}$	$F, \text{Н}$	$\tilde{M}, \text{Н} \cdot \text{мм}$	$\tilde{F}, \text{Н}$
$8,0 \cdot 10^5$	$8,0 \cdot 10^3$	$7,94687 \cdot 10^5$	$7,992 \cdot 10^3$

Согласно табл. 2, интегральные силовые критерии воспроизводятся в пятне контакта КЭ модели с погрешностью, не превышающей 0,7 %. Чтобы оценить погрешности расчёта контактных напряжений в зоне максимальных давлений, численно была решена плоская задача Герца для сжатия двух соосных цилиндров с диаметром основания 6 мм. Параметры КЭ сетки выбирались такими же, как в табл. 1: в зоне контакта размеры КЭ равны 0,5 мм, а на противоположной стороне цилиндра — 1,5 мм. Сравнение полученных результатов с точным решением задачи Гер-

ца показало, что относительная погрешность численной оценки максимальных давлений по сравнению с теоретической составляет 7 %. Сгущение КЭ сетки в зоне контакта до 0,1 мм уменьшает погрешность до величины менее 1 %. Использование такой сетки в трёхмерной модели зубчатой передачи было невозможно из-за ограничений, накладываемых на КЭ модель вычислительными ресурсами. Таким образом, можем ожидать, что используемая КЭ модель позволяет оценить давления в зоне контакта с относительной погрешностью порядка 7 %.

Картина контактных давлений в упругом контакте. Рассчитанная картина контактных давлений представлена на рис. 4. На поверхности контакта давления меняются от 0 до 754 МПа, причём максимальный уровень давлений наблюдается в области точки А. В окрестности точки В контактные давления достигают величины 291 МПа, а в области С — 123 МПа. Такой разброс давлений объясняется разным характером контакта в разных зонах контактирующих поверхностей.

В зоне В—С поверхности хорошо согласованы. Главные кривизны поверхностей имеют разные знаки, но одинаковы по модулю, поэтому уровень давлений здесь невысок, как и предполагали авторы статьи [2].

Напротив, как показано на рис. 5, контакт в области А имеет несогласованный характер. На рис. 5 изображено торцевое сечение КЭ модели зацепления зубьев в ненагруженном состоянии, проведённое через точку А на рис. 4. Хорошо видна щель между контактирующими поверхностями зубьев. При нагружении передачи поверхности сдвигаются навстречу друг другу, как показано стрелками. При достаточно большой нагрузке они начинают контактировать в области, отмеченной на рис. 5. На нём видно, что в этой области в плоскости сечения обе поверхности контакта выпуклы, а также имеют одинаковые радиусы кривизны, равные радиусу головки зуба — 3 мм в тестовом примере. Фактически в этой области наблюдается контакт, эквивалентный герцевскому для выпуклых цилиндрических поверхностей с параллельными осями и с радиусом основания 3 мм. Сжатие выпуклых поверхностей столь малого радиуса кривизны в общей картине контакта выглядит как «концентратор» контактных напряжений, что мы и наблюдаем на рис. 4.

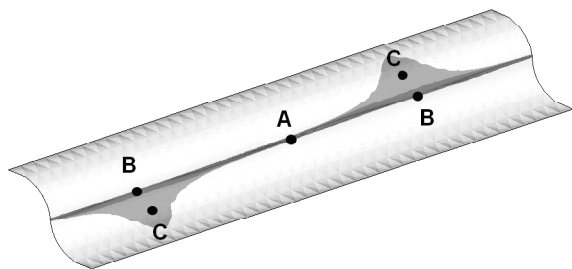


Рис. 4. Уровень давлений в пятне контакта

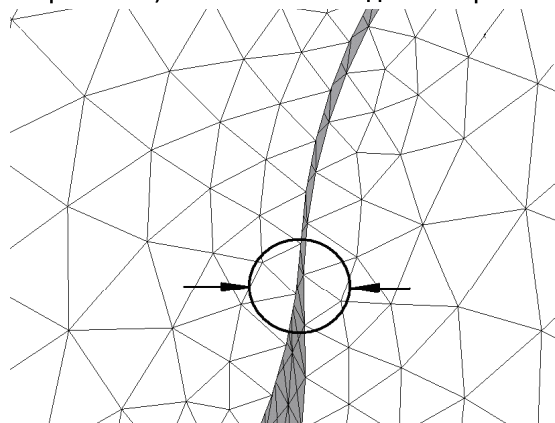


Рис. 5. Характер контакта в зоне А

Для сравнения уровня контактной нагруженности в эвольвентном и эллиптическом зацеплении была выбрана эвольвентная передача, у которой модуль, передаточное число и начальные диаметры шестерни и колеса совпадают с аналогичными параметрами рассмотренного выше тестового примера (табл. 1).

Расчёт контактных напряжений в эвольвентной передаче проводился с помощью программной системы APM WinMachine [5]. Результаты расчёта напряжений представлены в табл. 3 — очевидно, что максимальные контактные напряжения равны 603 МПа.

Итак, картина сравнения контактных напряжений в эллиптической и эвольвентной передаче выглядит следующим образом: при статическом нагружении в целом по пятну контакта уро-

вень давлений в эллиптическом зацеплении более чем в 2 раза ниже, чем в эвольвентном. Однако в эллиптическом контакте в периферийной области пятна контакта есть малая зона концентрации напряжений, где они могут даже превышать уровень действующих напряжений в эвольвентной передаче.

Таблица 3

Расчётные напряжения в эвольвентном зацеплении

Описание	Зубчатое колесо в передаче	
	Шестерня	Колесо
Максимальные напряжения изгиба	151 МПа	147 МПа
Максимальные контактные напряжения	603 МПа	603 МПа

Максимальные напряжения в статике находятся на периферии пятна контакта эллиптического зацепления. Это обстоятельство позволяет нам предположить, что в динамике эти концентрации напряжений будут нивелированы, поскольку при наличии масляной плёнки в гидродинамическом контакте давление на границе области сжатия плёнки равно нулю. Эта граница, разделяющая области сжатия и расширения масляной плёнки, как раз проходит по центральной линии $B-A-B$, разделяющей головку и впадину зуба (рис. 4). Поэтому можно ожидать, что в гидродинамическом контакте максимальные давления переместятся в область точки C , где контактирующие поверхности хорошо согласованы. Следовательно, уровень напряжений там будет значительно ниже, чем в области A .

Вывод. Итак, сравнивались тестовые примеры расчёта контактной нагруженности передач эллиптического и эвольвентного типов. Полученные результаты показывают, что в целом по пятну контакта уровень давлений в эллиптическом зацеплении почти в два раза ниже, чем в эвольвентном. При этом в пятне эллиптического контакта есть зоны концентрации, в которых максимальные контактные напряжения могут превышать действующие контактные напряжения в эвольвентной передаче. Однако характер распределения давлений в пятне контакта эллиптического зацепления позволяет предположить, что в случае динамического контакта эти зоны концентрации могут быть нивелированы масляной плёнкой.

Библиографический список

1. Зубчатая передача : патент 2057267 Рос. Федерация : F16H 1/24 / Г. П. Гребенюк. — № 93013849/28 ; заявл. 07.04.93 ; опубл. 27.03.96, Бюл. № 7. — 4 с.
2. Андросов, А. А. Зубчатые передачи с эллиптическим профилем зуба как элемент научно-технического прогресса в машиностроении / А. А. Андросов, Г. П. Гребенюк // САПР и графика. — 2005. — № 8. — С. 94–96.
3. Попов, А. П. Передачи Новикова: вымыслы и реальность / А. П. Попов // Редукторы и приводы. — 2007. — № 1, 2 (08). — С. 41–45.
4. Джонсон, К. Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. — Москва : Мир, 1989. — 510 с.
5. Научно-технический центр АПМ [Электрон. ресурс] / НТЦ АПМ. — Режим доступа : <http://www.apm.ru/rus/> (дата обращения : 09.03.13).

Материал поступил в редакцию 16.04.2013.

References

1. Grebenyuk, G. P. Zubchataya peredacha : patent 2057267 Ros. Federaciya : F16H 1/24. [Tooth gear.] Patent RF, no. 93013849/28, 1996.
2. Androsov, A. A., Grebenyuk, G. P. Zubchatyye peredachi s ellipticheskim profilem zuba kak element nauchno-tekhnicheskogo progressa v mashinostroyenii. [Gears with elliptical tooth profile as

scientific-technological progress element in machine building.] SAPR i grafika, 2005, no. 8, pp. 94–96 (in Russian).

3. Popov, A. P. Peredachi Novikova : vymysly i realnost. [Novikov's gearing : fiction and facts.] Reduktory i privody, 2007, no. 1, 2 (08), pp. 41–45 (in Russian).

4. Johnson, K. Mekhanika kontaktnogo vzaimodeystviya. [Contact Mechanics.] Moscow : Mir, 1989, 510 p. (in Russian).

5. Nauchno-tekhnicheskii tsentr APM. [APM Research and Development Centre.] Available at : <http://www.apm.ru/rus/> (accessed : 09.03.13) (in Russian).

CONTACT PRESSURE ANALYSIS UNDER STATIC LOADING OF ELLIPTICAL AND INVOLUTE GEARS*

A. Y. Lukonin

(Don State Technical University)

The numerical solution to the problem of the elastic contact between two teeth of the helical gear with circular tooth profile in the face section is described. The problem is solved with the software system of finite element analysis ANSYS. Principles of geometry and finite element model of two elliptical gear teeth engagement are formulated. Testing of the finite element model using the integrated criteria is held. The surface distribution of contact pressure on the tooth working face is shown. The maximum contact pressure in the elliptical and involute gears is compared. In the testing tasks solution, it was found that the distribution of contact pressure in an elliptical gear with a circular tooth is uneven. At the periphery of the contact patterns, stress concentrators are located — the surface pressure may be higher than the maximum pressure in the involute gear here.

Keywords: elliptical gear, involute gear, contact pressures.

* The research is done within the frame of the independent R&D.