

Влияние волнообразного износа рельса на виброакустические характеристики при движении подвижного состава*

С. Ф. Подуст

(Донской государственный технический университет,
ООО «Производственная компания „Новочеркасский электровозостроительный завод“»)

По данным работ специалистов Германии и Франции волнообразный износ рельса способствует повышению интенсивности звукового излучения рельса. Кроме этого, учёт волнообразного износа фактически объясняет высокочастотный спектр шума рельса. Волнообразный износ рельса характеризуется двумя основными параметрами — амплитудой и шагом волнистости. Наличие волнистости приводит к высокочастотному воздействию на рельс при движении состава, так как частота воздействия представляет собой отношение скорости движения к шагу волнистости. Для определения силового воздействия на рельс при движении подвижного состава использованы уравнения Лагранжа. Скорости колебаний рельса получены из дифференциальных уравнений изгибных колебаний для различных способов укладки рельса: на сплошном основании, на деревянных и железобетонных шпалах. Показано, что при наличии волнообразного износа скорость движения в большей степени оказывает влияние на увеличение уровней шума.

Ключевые слова: подвижной состав, волнообразный износ рельса, модели виброакустической динамики, скорости колебаний.

Введение. Наличие волнообразного износа рельса оказывает значительное влияние на шум и вибрацию при движении поездов. Например, по данным работы [1] при увеличении микронеровностей от 30 до 50 мкм уровни шума возрастают на 6 дБ. Эти данные получены экспериментальным путём. Следует отметить, что теоретические исследования процессов виброакустической динамики при движении подвижного состава по рельсам, имеющим волнообразный износ, не проводились. Кроме этого, волнистая поверхность характеризуется не только амплитудой отклонений, но и шагом волнистости, что, в свою очередь, определяет частоту силового возмущения на элементы колебательной системы.

Результаты исследований. При движении состава по рельсам, имеющим волнообразный износ, зададим профиль поверхности следующим образом:

$$h = h_0 \left(1 - \cos \frac{2\pi z}{l^*} \right),$$

где h_0 — амплитуда волны, м; $z = Vt$ — координата приложения силового воздействия, м; l^* — шаг волны, м.

Потенциальная энергия деформации рессор при движении состава:

$$\Pi = \frac{c_1}{2} (y + \varphi_1 l_1 - h_1)^2 + \frac{c_2}{2} (y + \varphi_2 l_2 - h_2)^2 + \dots + \frac{c_k}{2} (y + \varphi_k l_k - h_k)^2, \quad (1)$$

где h_k — подъём соответствующей колёсной пары, м; c_k — жёсткость рессоры, Н/м; φ_k — угол подъёма колёсной пары, рад;

$$h_1 = h_0 \left(1 - \cos \frac{2\pi Vt}{l^*} \right); \quad h_2 = h_0 \left(1 - \cos \frac{2\pi(Vt + l_1)}{l^*} \right); \quad h_k = h_0 \left(1 - \cos \frac{2\pi(Vt + l_k)}{l^*} \right),$$

где l_k — расстояние между колёсными парами, м.

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

Кинетическая энергия системы определяется следующим образом:

$$T = \frac{m\dot{y}^2}{2} + \frac{m\dot{\varphi}^2}{2} + \frac{mV^2}{2}. \quad (2)$$

Используя уравнения Лагранжа, получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} y'' + \frac{c_1 + c_2 + \dots + c_k}{m} y + \frac{c_1 l_1 + c_2 l_2 + \dots + c_k l_k}{m} \varphi &= \frac{c_1 l_1 h_1 + c_2 l_2 h_2 + \dots + c_k l_k h_k}{m}; \\ \varphi'' + \frac{c_1 l_1 + c_2 l_2 + \dots + c_k l_k}{J} y + \frac{c_1 l_1^2 + c_2 l_2^2 + \dots + c_k l_k^2}{J} \varphi &= \frac{c_1 l_1 h_1 + c_2 l_2 h_2 + \dots + c_k l_k h_k}{J}. \end{aligned} \quad (3)$$

Данные уравнения представим в виде:

$$\begin{aligned} y'' + a_{11} y + a_{12} \varphi &= b_1 - b_2 \cos \frac{2\pi V}{l^*} t + b_3 \sin \frac{2\pi V}{l^*} t; \\ \varphi'' + a_{21} y + a_{22} \varphi &= b'_1 - b'_2 \cos \frac{2\pi V}{l^*} t + b'_3 \sin \frac{2\pi V}{l^*} t, \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{где } a_{11} = \frac{c_1 + c_2 + \dots + c_k}{m}; \quad a_{12} = \frac{c_1 l_1 + c_2 l_2 + \dots + c_k l_k}{m}; \quad a_{21} = \frac{c_1 l_1 + c_2 l_2 + \dots + c_k l_k}{J};$$

$$a_{22} = \frac{c_1 l_1^2 + c_2 l_2^2 + \dots + c_k l_k^2}{J}; \quad b_1 = \frac{c_1 l_1 + c_2 l_2 + \dots + c_k l_k}{m} h_0; \quad b_2 = \frac{h_0}{m} \left(c_1 + c_2 \cos \frac{2\pi l_1}{l^*} + \dots + c_k \cos \frac{2\pi l_k}{l^*} \right);$$

$$b_3 = \frac{h_0}{m} \left(c_2 \sin \frac{2\pi l_1}{l^*} + \dots + c_k \sin \frac{2\pi l_k}{l^*} \right); \quad b'_1 = \frac{c_1 l_1 + c_2 l_2 + \dots + c_k l_k}{J} h_0;$$

$$b'_2 = \frac{h_0}{J} \left(c_1 l_1 + c_2 l_2 \cos \frac{2\pi l_1}{l^*} + \dots + c_k l_k \cos \frac{2\pi l_k}{l^*} \right); \quad b'_3 = \frac{h_0}{J} \left(c_2 l_2 \sin \frac{2\pi l_1}{l^*} + \dots + c_k l_k \sin \frac{2\pi l_k}{l^*} \right).$$

Решение системы уравнений (4) получим в следующем виде:

$$\begin{cases} y = y_0 + A \cos \frac{2\pi V}{l^*} t + B \sin \frac{2\pi V}{l^*} t \\ \varphi = \varphi_0 + A_1 \cos \frac{2\pi V}{l^*} t + B_1 \sin \frac{2\pi V}{l^*} t \end{cases} \quad (5)$$

$$\text{где } A = \frac{1}{\Delta} [a_{12} b'_1 - b_2 (a_{22} - \omega^2)]; \quad A_1 = \frac{1}{\Delta} [a_{21} b_2 - b'_2 (a_{11} - \omega^2)]; \quad B = \frac{1}{\Delta} [b_2 (a_{22} - \omega^2) - a_{12} b'_3];$$

$$B_1 = \frac{1}{\Delta} [b'_3 (a_{11} - \omega^2) - a_{21} b_3]; \quad y_0 = \frac{1}{\Delta_1} [b_1 a_{22} - b'_1 a_{12}]; \quad \varphi_0 = \frac{1}{\Delta_1} [b'_1 a_{11} - b_1 a_{21}];$$

$$\Delta = (a_{11} - \omega^2)(a_{22} - \omega^2) - a_{12} a_{21}; \quad \Delta_1 = a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}; \quad \omega = \frac{2\pi V}{l^*}.$$

Используя известное соотношение

$$a \sin x + b \cos x = \sqrt{a^2 + b^2} \sin \left(x + \arctg \frac{b}{a} \right),$$

получим амплитудные значения ускорений

$$y'' = \left(\frac{2\pi V}{l^*} \right)^2 \sqrt{A^2 + B^2} \sin \left(\frac{2\pi V}{l^*} t + \varphi \right).$$

Тогда значения силового воздействия определяются по формуле:

$$\varphi'' = m \left(\frac{2\pi V}{l^*} \right)^2 \sqrt{A^2 + B^2} \sin \left(\frac{2\pi V}{l^*} t + \varphi \right),$$

$$\text{где } \varphi = \arctg \frac{B}{A}.$$

В этом случае уравнения изгибных колебаний рельса на балластном слое примут вид:

$$\rho \left[J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \frac{d^2 \xi}{dt^2} + \left[EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \right] \xi = \frac{P_y^*}{lk^*} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\sin \left(\frac{\pi k l_0^*}{l} \right) + \sin \frac{\pi k}{l} (l_0^* + l_1^*) + \dots + \sin \frac{\pi k}{l} (l_0^* + l_1^*) \right] \times \\ \times \left\{ \cos \left[\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t - \varphi \right] - \cos \left[\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \right\};$$

$$\rho \left[J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right] \frac{d^2 \xi}{dt^2} + \left[EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \right] \xi = \frac{P_x^*}{lk^*} \sum_{k=1}^{\infty} \left[\sin \left(\frac{\pi k l_0^*}{l} \right) + \sin \frac{\pi k}{l} (l_0^* + l_1^*) + \dots + \sin \frac{\pi k}{l} (l_0^* + l_1^*) \right] \times \\ \times \left\{ \cos \left[\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t - \varphi \right] - \cos \left[\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \right\}.$$

Решение уравнений относительно скоростей колебаний получено в следующем виде:

$$V_{k_1} = \frac{d\xi}{dt} = \frac{P_y^* \pi V}{lk^*} \left\langle \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{2}{l^*} - \frac{k}{l} \right) \left\{ \left[\left(EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \right) - \rho \left(J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{2}{l^*} - \frac{k}{l} \right) \right]^2 + \left[EJ_x \eta_1 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \eta_2 \right]^2 \right\}^{-0,5} \right. \\ \left. - \frac{EJ_x \eta_1 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \eta_2}{\left(EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \right) - \rho \left(J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{2}{l^*} - \frac{k}{l} \right)} \cdot \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] + \right. \\ \left. + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{2}{l^*} + \frac{k}{l} \right) \left\{ \left[\left(EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \right) - \rho \left(J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{2}{l^*} + \frac{k}{l} \right) \right]^2 + \left[EJ_x \eta_1 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \eta_2 \right]^2 \right\}^{-0,5} \right. \\ \left. \times \exp i \arctg \frac{- \left[EJ_x \eta_1 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \eta_2 \right]}{\left(EJ_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \right) - \rho \left(J_x \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{2}{l^*} + \frac{k}{l} \right)} \cdot \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \right\rangle;$$

$$V_{k_2} = \frac{d\xi}{dt} = \frac{P_x^* \pi V}{lk^*} \left\langle \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{2}{l^*} - \frac{k}{l} \right) \left\{ \left[\left(EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \right) - \rho \left(J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{2}{l^*} - \frac{k}{l} \right) \right]^2 + \left[EJ_y \eta_1 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \eta_2 \right]^2 \right\}^{-0,5} \right. \\ \left. - \frac{EJ_y \eta_1 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \eta_2}{\left(EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \right) - \rho \left(J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{2}{l^*} - \frac{k}{l} \right)} \cdot \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] + \right. \\ \left. + \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{2}{l^*} + \frac{k}{l} \right) \left\{ \left[\left(EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \right) - \rho \left(J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{2}{l^*} + \frac{k}{l} \right) \right]^2 + \left[EJ_y \eta_1 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \eta_2 \right]^2 \right\}^{-0,5} \right. \\ \left. \times \exp i \arctg \frac{- \left[EJ_y \eta_1 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \eta_2 \right]}{\left(EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 + j \right) - \rho \left(J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{2}{l^*} + \frac{k}{l} \right)} \cdot \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \right\rangle.$$

Для рельса на железобетонных шпалах при волнообразном износе, на основе данных работы [2], выражение скоростей колебаний получено в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 V_{k_1} = & \frac{\kappa V^3 m}{I \cdot I^*} \left\langle \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[EJ_x \left(\frac{\pi k}{I} \right)^4 - \rho \left(J_x \left(\frac{\pi k}{I} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{k}{I} - \frac{2}{I^*} \right) \right]^2 + (EJ_x \eta)^2 \left(\frac{\pi k}{I} \right)^8 \right\}^{-0,5} \cdot 2,5 \cdot 10^3 \left(\frac{2}{I^*} - \frac{k}{I} \right) \times \right. \\
 & \times \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{I} - \frac{2}{I^*} \right) t + \varphi \right] \exp i \arctg \frac{-EJ_x \eta \left(\frac{\pi k}{I} \right)^4}{EJ_x \left(\frac{\pi k}{I} \right)^4 - \rho \left(J_x \left(\frac{\pi k}{I} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{k}{I} - \frac{2}{I^*} \right)} + \\
 & + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[EJ_x \left(\frac{\pi k}{I} \right)^4 - \rho \left(J_x \left(\frac{\pi k}{I} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{2}{I^*} + \frac{k}{I} \right) \right]^2 + (EJ_x \eta)^2 \left(\frac{\pi k}{I} \right)^8 \right\}^{-0,5} \cdot 2,5 \cdot 10^3 \left(\frac{2}{I^*} + \frac{k}{I} \right) \times \\
 & \times \sin \left[\pi V \left(\frac{k}{I} + \frac{2}{I^*} \right) t + \varphi \right] \exp i \arctg \frac{-EJ_x \eta \left(\frac{\pi k}{I} \right)^4}{EJ_x \left(\frac{\pi k}{I} \right)^4 - \rho \left(J_x \left(\frac{\pi k}{I} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{2}{I^*} + \frac{k}{I} \right)} \left. \right\rangle \sin \frac{\pi k z}{I} + \\
 & + \frac{\kappa V^3 m}{I \cdot I^*} \left\langle \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[EJ_x \left(\frac{\pi k}{I} \right)^4 - \rho \left(J_x \left(\frac{\pi k}{I} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{3k}{I} - \frac{2}{I^*} \right) \right]^2 + (EJ_x \eta)^2 \left(\frac{\pi k}{I} \right)^8 \right\}^{-0,5} \cdot \left(\frac{3k}{I} - \frac{2}{I^*} \right) \times \right. \\
 & \times \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{I} - \frac{2}{I^*} \right) t + \varphi \right] \cdot \exp i \arctg \frac{-EJ_x \eta \left(\frac{\pi k}{I} \right)^4}{EJ_x \left(\frac{\pi k}{I} \right)^4 - \rho \left(J_x \left(\frac{\pi k}{I} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{3k}{I} - \frac{2}{I^*} \right)} - \\
 & - \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[EJ_x \left(\frac{\pi k}{I} \right)^4 - \rho \left(J_x \left(\frac{\pi k}{I} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{3k}{I} + \frac{2}{I^*} \right) \right]^2 + (EJ_x \eta)^2 \left(\frac{\pi k}{I} \right)^8 \right\}^{-0,5} \cdot \left(\frac{3k}{I} + \frac{2}{I^*} \right) \times \\
 & \times \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{I} + \frac{2}{I^*} \right) t + \varphi \right] \exp i \arctg \frac{-EJ_x \eta \left(\frac{\pi k}{I} \right)^4}{EJ_x \left(\frac{\pi k}{I} \right)^4 - \rho \left(J_x \left(\frac{\pi k}{I} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{3k}{I} + \frac{2}{I^*} \right)} \left. \right\rangle \sin \frac{3\pi k z}{I}; \\
 V_{k_2} = & \frac{\kappa V^3 m}{I \cdot I^*} \left\langle \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[EJ_x \left(\frac{3\pi k}{I} \right)^4 - \rho \left(J_x \left(\frac{3\pi k}{I} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{3k}{I} - \frac{2}{I^*} \right) \right]^2 + (EJ_x \eta)^2 \left(\frac{3\pi k}{I} \right)^8 \right\}^{-0,5} \cdot 2,8 \cdot 10^2 \left(\frac{2}{I^*} - \frac{3k}{I} \right) \times \right. \\
 & \times \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{I} - \frac{2}{I^*} \right) t + \varphi \right] \cdot \exp i \arctg \frac{-EJ_x \eta \left(\frac{3\pi k}{I} \right)^4}{EJ_x \left(\frac{3\pi k}{I} \right)^4 - \rho \left(J_x \left(\frac{3\pi k}{I} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{3k}{I} - \frac{2}{I^*} \right)} + \\
 & + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[EJ_x \left(\frac{3\pi k}{I} \right)^4 - \rho \left(J_x \left(\frac{3\pi k}{I} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{3k}{I} + \frac{2}{I^*} \right) \right]^2 + (EJ_x \eta)^2 \left(\frac{3\pi k}{I} \right)^8 \right\}^{-0,5} \cdot 2,8 \cdot 10^2 \left(\frac{2}{I^*} + \frac{3k}{I} \right) \times \\
 & \times \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{I} + \frac{2}{I^*} \right) t + \varphi \right] \exp i \arctg \frac{-EJ_x \eta \left(\frac{3\pi k}{I} \right)^4}{EJ_x \left(\frac{3\pi k}{I} \right)^4 - \rho \left(J_x \left(\frac{3\pi k}{I} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{3k}{I} + \frac{2}{I^*} \right)} \left. \right\rangle \sin \frac{3\pi k z}{I};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \times \sin \left[nV \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \exp i \operatorname{arctg} \frac{-EJ_x \eta \left(\frac{3nk}{l} \right)^4}{EJ_x \left(\frac{3nk}{l} \right)^4 - \rho \left(J_x \left(\frac{3nk}{l} \right)^2 + F \right) nV \left(\frac{2}{l^*} + \frac{3k}{l} \right)} \left. \right\rangle \sin \frac{nkz}{l} + \\
& + 8,5 \cdot 10^2 \left\langle \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[EJ_x \left(\frac{nk}{l} \right)^4 - \rho \left(J_x \left(\frac{nk}{l} \right)^2 + F \right) nV \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) \right]^2 + (EJ_x \eta)^2 \left(\frac{nk}{l} \right)^8 \right\}^{-0,5} \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) \times \right. \\
& \quad \times \sin \left[nV \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \exp i \operatorname{arctg} \frac{-EJ_x \eta \left(\frac{nk}{l} \right)^4}{EJ_x \left(\frac{nk}{l} \right)^4 - \rho \left(J_x \left(\frac{nk}{l} \right)^2 + F \right) nV \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right)} - \\
& \quad \left. - \sum_{k=1}^8 \left\{ \left[EJ_x \left(\frac{nk}{l} \right)^4 - \rho \left(J_x \left(\frac{nk}{l} \right)^2 + F \right) nV \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) \right]^2 + (EJ_x \eta)^2 \left(\frac{nk}{l} \right)^8 \right\}^{-0,5} \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) \times \right. \\
& \quad \times \sin \left[nV \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \exp i \operatorname{arctg} \frac{-EJ_x \eta \left(\frac{nk}{l} \right)^4}{EJ_x \left(\frac{nk}{l} \right)^4 - \rho \left(J_x \left(\frac{nk}{l} \right)^2 + F \right) nV \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)} \left. \right\rangle \sin \frac{3nkz}{l}; \\
V_{k_3} = & \frac{\kappa V^3 m}{l \cdot l^*} \left\langle \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[EJ_y \left(\frac{nk}{l} \right)^4 - \rho \left(J_y \left(\frac{nk}{l} \right)^2 + F \right) nV \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) \right]^2 + (EJ_y \eta)^2 \left(\frac{nk}{l} \right)^8 \right\}^{-0,5} 2,5 \cdot 10^3 \left(\frac{2}{l^*} - \frac{k}{l} \right) \times \right. \\
& \quad \times \sin \left[nV \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \exp i \operatorname{arctg} \frac{-EJ_y \eta \left(\frac{nk}{l} \right)^4}{EJ_y \left(\frac{nk}{l} \right)^4 - \rho \left(J_y \left(\frac{nk}{l} \right)^2 + F \right) nV \left(\frac{k}{l} - \frac{2}{l^*} \right)} + \\
& \quad + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[EJ_y \left(\frac{nk}{l} \right)^4 - \rho \left(J_y \left(\frac{nk}{l} \right)^2 + F \right) nV \left(\frac{2}{l^*} + \frac{k}{l} \right) \right]^2 + (EJ_y \eta)^2 \left(\frac{nk}{l} \right)^8 \right\}^{-0,5} 2,5 \cdot 10^3 \left(\frac{2}{l^*} + \frac{k}{l} \right) \times \\
& \quad \times \sin \left[nV \left(\frac{k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \exp i \operatorname{arctg} \frac{-EJ_y \eta \left(\frac{nk}{l} \right)^4}{EJ_y \left(\frac{nk}{l} \right)^4 - \rho \left(J_y \left(\frac{nk}{l} \right)^2 + F \right) nV \left(\frac{2}{l^*} + \frac{k}{l} \right)} \left. \right\rangle \sin \frac{nkz}{l} + \\
& + \frac{\kappa V^3 m}{l \cdot l^*} \left\langle \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[EJ_y \left(\frac{nk}{l} \right)^4 - \rho \left(J_y \left(\frac{nk}{l} \right)^2 + F \right) nV \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) \right]^2 + (EJ_y \eta)^2 \left(\frac{nk}{l} \right)^8 \right\}^{-0,5} \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) \times \right. \\
& \quad \times \sin \left[nV \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \exp i \operatorname{arctg} \frac{-EJ_y \eta \left(\frac{nk}{l} \right)^4}{EJ_y \left(\frac{nk}{l} \right)^4 - \rho \left(J_y \left(\frac{nk}{l} \right)^2 + F \right) nV \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right)} -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left(J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) \right]^2 + (EJ_y \eta)^2 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{-0,5} \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) \\
 & \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \exp i \operatorname{arctg} \frac{-EJ_y \eta \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4}{EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left(J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)} \left. \right\rangle \sin \frac{3\pi k z}{l}; \\
 & V_{k_4} = \frac{\kappa V^3 m}{l \cdot l^*} \left\langle \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[EJ_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left(J_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) \right]^2 + (EJ_y \eta)^2 \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{-0,5} \times \right. \\
 & \times 2,8 \cdot 10^2 \left(\frac{2}{l^*} - \frac{3k}{l} \right) \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \exp i \operatorname{arctg} \frac{-EJ_y \eta \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4}{EJ_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left(J_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right)} + \\
 & + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[EJ_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left(J_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) \right]^2 + (EJ_y \eta)^2 \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{-0,5} 2,8 \cdot 10^2 \left(\frac{2}{l^*} + \frac{3k}{l} \right) \times \\
 & \times \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \exp i \operatorname{arctg} \frac{-EJ_y \eta \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4}{EJ_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left(J_y \left(\frac{3\pi k}{l} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{2}{l^*} + \frac{3k}{l} \right)} \left. \right\rangle \sin \frac{\pi k z}{l} + \\
 & + 8,5 \cdot 10^2 \left\langle \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left(J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) \right]^2 + (EJ_y \eta)^2 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{-0,5} \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) \times \right. \\
 & \times \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \exp i \operatorname{arctg} \frac{-EJ_y \eta \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4}{EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left(J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{3k}{l} - \frac{2}{l^*} \right)} - \\
 & - \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \left[EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left(J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) \right]^2 + (EJ_y \eta)^2 \left(\frac{\pi k}{l} \right)^8 \right\}^{-0,5} \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) \times \\
 & \times \sin \left[\pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right) t + \varphi \right] \exp i \operatorname{arctg} \frac{-EJ_y \eta \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4}{EJ_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^4 - \rho \left(J_y \left(\frac{\pi k}{l} \right)^2 + F \right) \pi V \left(\frac{3k}{l} + \frac{2}{l^*} \right)} \left. \right\rangle \sin \frac{3\pi k z}{l}.
 \end{aligned}$$

Заключение. Полученные зависимости существенно уточняют закономерности шумообразования рельса. Они объясняют высокочастотный состав спектра излучаемого шума и увеличение интенсивности звукового излучения. Действительно, учёт волнообразного износа рельса объясняет высокую частоту воздействия при движении подвижного состава. В данном случае частота воздействия определяется как

$$f_s = \frac{V}{h},$$

где V — скорость движения, м/с; h — шаг волны, м.

Эти данные хорошо согласуются с результатами экспериментальных исследований, приведённых в работе [3], в частности, в том, что интенсивное звуковое излучение рельса происходит в частотном диапазоне выше 800 Гц. При наличии волнистости рельса скорость движения состава в большей степени оказывает влияние на виброакустические характеристики подвижного состава, что также согласуется с экспериментальными данными.

Библиографический список

1. Климпел, Т. Шум качения и методы борьбы с ним / Т. Климпел, К. Кносэ // Железные дороги мира. — 2003. — № 12. — С. 47–52.
2. Подуст, С. Ф. Моделирование виброакустической динамики рельса на шпалах / С. Ф. Подуст, Д. А. Куклин // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2013. — № 1–2. — С. 106–112.
3. Подуст, С. Ф. Анализ закономерностей шумообразования электропоездов / С. Ф. Подуст // Вестник Рост. гос. ун-та путей сообщения. — 2012. — № 4. — С. 42–45.

Материал поступил в редакцию 26.03.2013.

References

1. Klimpel, T., Knose, K. Shum kacheniya i metody borby s nim. [Tread noise, and control technology over it.] Zheleznyye dorogi mira, 2003, no. 12, pp. 47–52 (in Russian).
2. Podust, S. F., Kuklin, D. A. Modelirovaniye vibroakusticheskoy dinamiki relsa na shpalakh. [Vibroacoustic dynamics simulation of rail on sleepers.] Vestnik of DSTU, 2013, no. 1, pp. 106–112 (in Russian).
3. Podust, S. F. Analiz zakonomernostey shumoobrazovaniya elektropoyezdov. [Electric trains noise emission mechanism analysis.] Vestnik Rost. gos. un-ta putey soobshcheniya, 2012, no. 4, pp. 42–45 (in Russian).

RAIL CORRUGATION EFFECT ON VIBROACOUSTIC PROPERTIES UNDER STOCK OPERATION*

S. F. Podust

(Don State Technical University, LLC Production Company 'Novocherkassk Electric Locomotive Plant')

According to the papers of the German and French specialists, the rail corrugation stimulates increasing the rail sound radiation intensity. Besides, the consideration of the rail corrugation actually explains the high-frequency noise spectrum. The rail corrugation is characterized by two key parameters — the corrugation amplitude and spacing. The corrugation occurrence leads to the high-frequency impact on the rail under the rolling stock operation, since the influence frequency represents motion speed/corrugation spacing ratio. Lagrange equations are used to define the force impact on the rail under the rolling stock operation. Rail vibration velocities are obtained from the differential equations of the bending oscillations for various methods of the rail laying: on the slab track, on timber and concrete sleepers. It is shown that the motion speed effects to a greater extent on the noise level increase involving the corrugation.

Keywords: rolling stock, rail corrugation, vibroacoustic dynamics models, vibration velocities.

* The research is done within the frame of the independent R&D.