

УДК 621.9.06

Параметрические явления при управлении процессами обработки на станках

В. Л. Заковоротный, Фам Динь Тунг, Фам Тху Хыонг

(Донской государственный технический университет)

Рассматривается проблема потери устойчивости стационарных траекторий движения инструмента относительно заготовки с учётом периодического изменения параметров взаимодействующих подсистем и параметров динамической связи, формируемой процессом резания. Изменения параметров обусловлено периодическими вариациями жёсткости заготовки в направлении, нормальном к оси её вращения, а также вариациями припуска, периодическими с периодом её вращения. Показано, что периодические изменения параметров вызывают не анализируемые ранее механизмы потери устойчивости. Причём, потеря устойчивости в этом случае принципиально зависит от частоты вращения шпинделя. Кроме этого, потеря устойчивости связана также с кинематическими возмущениями, обусловленными периодической составляющей скорости продольной подачи суппорта. Приводятся примеры потери устойчивости в зависимости от параметров математических моделей системы резания.

Ключевые слова: стационарная траектория движения, устойчивость, периодическое изменение параметров, параметрическое возбуждение.

Введение. Одним из направлений повышения точности обработки на металлорежущих станках является управление процессом на основе изменения траекторий исполнительных элементов станка [1]. При этом используется системный анализ и синтез [1, 2], основанный на использовании асимптотического поведения системы, динамика которой описывается нелинейными дифференциальными уравнениями, имеющими малые параметры при старших производных. Таким образом, система состоит из двух иерархически связанных подсистем «медленных» и «быстрых» движений. Ранее рассмотрены проблемы асимптотической устойчивости траекторий в этих подсистемах [3]. При этом не учитываются изменения свойств подсистем, связанные с периодическими изменениями их параметров в математических моделях динамической связи, формируемой процессом резания. Однако, периодические изменения параметров, период повторения которых определяется частотой вращения шпинделя, естественны в рассматриваемой системе. Они могут вызывать параметрические явления, приводящие к потере устойчивости траекторий движения инструмента относительно заготовки. Именно проблеме потери устойчивости системы за счёт параметрического возбуждения стационарных траекторий посвящена настоящая статья.

Обоснование математической модели. Периодические изменения параметров линеаризованного в окрестности стационарной траектории уравнения динамики имеют две причины. Первая обусловлена периодическим изменением жёсткости в подсистеме заготовки, закреплённой в патроне. В этом случае, как показывают экспериментальные исследования, значения жёсткости подсистемы заготовки в плоскости, нормальной к оси её вращения, периодически изменяются по углу вращения заготовки (рис. 1). В статье мы ограничимся случаем, когда деталь закреплена в трёхкулачковом патроне. Периодические изменения жёсткости обусловлены тем, что при расположении заготовки против кулачка патрона жёсткость всегда больше, чем при её расположении между кулачками. При этом параметры жёсткости подсистемы заготовки, закреплённой в шпинделе в направлении, проиллюстрированном на рис. 1, и в ортогональном к нему направлении, имеют примерно неизменные распределения, но они сдвинуты по фазе для трёхкулачкового патрона на угол $\frac{2}{3}\pi$. Характерно, что уровень модуляции параметров жёсткости подсистемы обрабатываемой заготовки зависит от геометрии кулачков и способа закрепления детали в заднем

вращающемся центре. Уровень модуляции определяется параметром μ в выражении $c(1 + \mu \cos 3\Omega t)$. Кроме этого, частота Ω — есть частота вращения шпинделя. Ранее показано [2], что параметры жёсткости подсистемы инструмента в двух ортогональных направлениях являются симметричными, поэтому матрицы жёсткости подсистемы заготовки можно представить в виде:

$$c = \begin{bmatrix} c(1 + \mu \cos 3\Omega t) & 0 \\ 0 & c \left[1 + \mu \cos \left(3\Omega t + \frac{3}{2}\pi \right) \right] \end{bmatrix}, \quad (1)$$

так как при симметричной геометрии и условиях закрепления всякая ортогональная система координат является главной. Здесь жёсткость подсистемы заготовки рассматривается в плоскости, нормальной к оси вращения шпинделя, так как жёсткость в направлении оси вращения шпинделя обычно на порядок больше.

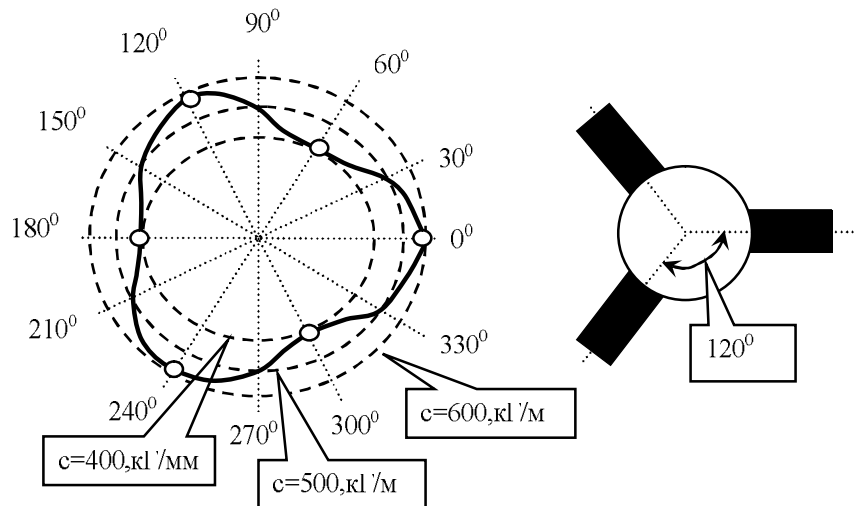


Рис. 1. Пример изменения жёсткости заготовки, закреплённой в трёхкулачковом патроне, при изменении угла поворота шпинделя

Вторая причина обусловлена погрешностями профиля поперечного сечения заготовки, вызванными неточностью установки заготовки в зажимном приспособлении и смещением оси заготовки и оси её вращения. Кроме этого, на периодические изменения припуска влияют радиальные биения шпинделя, которые, как показано в работе [4], также имеют круговые траектории в вариациях относительно идеальной оси вращения шпинделя. Все эти погрешности, представимые в виде ограниченного ряда Фурье, вызывают изменение элементов матрицы жёсткости процесса резания, регулярные по периоду вращения заготовки. Если полагать, что величина подачи на оборот в процессе резания остаётся неизменной, то, следуя работе [3], формирование двух составляющих сил резания, зависящих от деформационных смещений инструмента в направлении подачи, определяется выражением:

$$\begin{cases} F_{1,d}(t) + T_1 \frac{dF_1}{dt} = \chi_1 c_0 \left\{ 1 + \sum_{i=1}^{i=N} \mu_i \cos[(2i-1)\Omega t] \right\} \Delta X; \\ F_{2,d}(t) + T_2 \frac{dF_2}{dt} = \chi_2 c_0 \left\{ 1 + \sum_{i=1}^{i=N} \mu_i \cos[(2i-1)\Omega t] \right\} \Delta X; \\ F_{3,d}(t) + T_3 \frac{dF_3}{dt} = \chi_3 c_0 \left\{ 1 + \sum_{i=1}^{i=N} \mu_i \cos[(2i-1)\Omega t] \right\} \Delta X, \end{cases} \quad (2)$$

где $F_{1,d}(t)$, $F_{2,d}(t)$, $F_{3,d}(t)$ — составляющие сил, обусловленные деформационными смещениями инструмента в направлении подачи, действующие соответственно в направлении, нормальном к образующей формируемой поверхности, в направлении скорости резания и скорости подачи; χ_1 , χ_2 , χ_3 — угловые коэффициенты ориентации силы резания в пространстве; $c_0 = \rho t_p$ — приведённая жёсткость процесса резания, рассматриваемая без учёта вариаций припуска (здесь t_p , ρ — глубина резания и давление стружки на переднюю поверхность инструмента); T_1 , T_2 , T_3 — постоянные времени, определяющие запаздывание сил при изменениях $\Delta X = X_3(t) - X_3(t - T)$. Здесь $X_3(t)$ — упругое деформационное смещение вершины инструмента в направлении подачи. Деформационное смещение заготовки в направлении подачи не рассматривается по указанным выше причинам.

Выражения (2) показывают зависимость формируемых сил резания от деформационных смещений с учётом вариаций припуска, периодических по периоду вращения заготовки. В частности, если рассматривается абсолютно круглое тело заготовки, ось которого смещена относительно оси вращения шпинделя, то

$$\begin{cases} F_{1,d}(t) + T_1 \frac{dF_{1,d}}{dt} = \chi_1 c_0 \{1 + \mu_1 \cos[\Omega t]\} \Delta x; \\ F_{2,d}(t) + T_2 \frac{dF_{2,d}}{dt} = \chi_2 c_0 \{1 + \mu_1 \cos[\Omega t]\} \Delta x; \\ F_{3,d}(t) + T_3 \frac{dF_{3,d}}{dt} = \chi_3 c_0 \{1 + \mu_1 \cos[\Omega t]\} \Delta x, \end{cases} \quad (3)$$

Для базовых динамических моделей, учитывающих деформационные смещения подсистем инструмента в пространстве и заготовки в плоскости, нормальной к оси её вращения, а также динамическую связь, объединяющую взаимодействующие подсистемы через процесс резания (2), (3), справедлива следующая система [3]:

$$\begin{cases} m_1 \frac{d^2 X_1^{(1)}}{dt^2} + h_1 \frac{dX_1^{(1)}}{dt} + c_1 X_1^{(1)} = F^{(1)}(X_1^{(1)}, X_2^{(1)}); \\ m \frac{d^2 X_2^{(1)}}{dt^2} + h \frac{dX_2^{(1)}}{dt} + c X_2^{(1)} = F^{(2)}(X_1^{(1)}, X_1^{(2)}), \end{cases} \quad (4)$$

где $X_1^{(1)}(t) = \{X_1(t), X_2(t), X_3(t)\}^T$ — деформационные смещения вершины инструмента в подвижной системе координат, привязанной к траектории движения суппорта; $X_1^{(2)}(t) = \{X_4(t), X_5(t)\}^T$ — деформационные смещения заготовки в точке контакта с ней вершины инструмента в плоскости, нормальной к оси вращения шпинделя;

$$m_1 = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 \end{bmatrix}, \quad h_1 = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{2,1} & h_{3,1} \\ h_{1,2} & h_{2,2} & h_{3,2} \\ h_{1,3} & h_{2,3} & h_{3,3} \end{bmatrix}, \quad c_1 = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} & c_{3,1} \\ c_{1,2} & c_{2,2} & c_{3,2} \\ c_{1,3} & c_{2,3} & c_{3,3} \end{bmatrix} \quad \text{— параметры динамической}$$

подсистемы инструмента (матрицы инерционных, диссипативных и упругих коэффициентов);

c — матрица упругости подсистемы инструмента, представленная в виде (1); $m = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$,

$h = \begin{bmatrix} h & 0 \\ 0 & h \end{bmatrix}$ — матрицы инерционных и скоростных коэффициентов подсистемы заготовки;

$F^{(1)} = \{ \rho S_p [t_p + \Delta t_p (t - T)] \} \{ \chi_1, \chi_2, \chi_3 \}^T + \{ F_{1,d}(X_3), F_{2,d}(X_3), F_{3,d}(X_3) \}^T$ — вектор — функции динамической связи, формируемой процессом резания. Очевидно, $F^{(2)} = \{ \rho S_p [t_p + \Delta t_p (t - T)] \} \{ \chi_1, \chi_2 \}^T + \{ F_{1,d}(X_3), F_{2,d}(X_3) \}^T$. Здесь $S_p = \text{const}$ — постоянное значение величины подачи суппорта в продольном направлении; $t_p = \text{const}$ — постоянное значение глубины резания в предположении, что вариации припуска в пределах оборота отсутствуют; $\Delta t_p (t - T)$ — периодическая по периоду вращения заготовки функция изменения припуска и (или) радиальных биений шпинделя; $F_{2,d}(X_3)$ — функция приращения сил, представленная в виде (2).

Прежде всего дадим качественную характеристику системе (4). Ранее показано [2], что матрицы m_1 , h_1 , c_1 , m , h и c являются симметричными и положительно определёнными. Более того, ориентация эллипсоидов жёсткости и диссипации в этих матрицах совпадают. Система (4) имеет стационарное решение, определяемое из условия $X_3(t) = X_3(t - T)$. Это установившиеся вынужденные колебания относительно некоторой точки $X^{(1)}$. Координата этой точки является решением системы (4) при правой части, равной $F^{(1)} = \rho S_p t_p \{ \chi_1, \chi_2, \chi_3 \}^T = \text{const}$ и $F^{(2)} = \rho S_p \Delta t_p \{ \chi_1, \chi_2 \}^T = \text{const}$. Это точка равновесия системы при отсутствующих вариациях припуска. Рассматриваемая система является линейной, для неё справедлив принцип суперпозиции. Поэтому в окрестности стационарной траектории формируются периодические движения $X^{(2)}(t) = X^{(2)}(t + T)$, определяемые внешними заданными периодическими силами $F^{(1)} = \rho S_p \Delta t_p (t - T) \{ \chi_1, \chi_2, \chi_3 \}^T$ и $F^{(2)} = \rho S_p \Delta t_p (t - T) \{ \chi_1, \chi_2 \}^T$. Обычно при определении влияния вариаций припуска на траекторию движений инструмента относительно заготовки ограничиваются рассмотрением этой составляющей. Однако, за счёт связи (2), входящей в правую часть системы (4), стационарная траектория может потерять устойчивость. Для этого необходимо рассмотреть уравнение в вариациях относительно траектории $X^{(*)}(t) = X^{(1)} + X^{(2)}(t)$.

После замены переменных $X(t) = X^{(*)}(t) + x(t)$ и для малых отклонений от стационарной траектории с учётом запаздывающих аргументов получаем уравнение в вариациях относительно стационарной траектории

$$m_\Sigma \frac{d^2 x}{dt^2} + h_\Sigma \frac{dx}{dt} + c_\Sigma x = 0, \quad (5)$$

где $m_\Sigma, h_\Sigma, c_\Sigma$ — соответственно суммарные матрицы инерционных, скоростных и упругих коэффициентов динамической системы резания, рассматриваемой в вариациях относительно стационарной траектории, обусловленной вариациями припуска и изменениями жёсткости подсистемы инструмента.

$$m_\Sigma = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & m \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned}
 h_{\Sigma} &= \begin{bmatrix} h_{1,1} - \chi_1 T_1 \rho S_p & h_{2,1} & h_{3,1} - \chi_1 c_0 T_1 \left\{ 1 + \sum_{i=1}^{i=N} \mu_i \cos[(2i-1)\Omega t] \right\} \\ h_{1,2} - \chi_2 T_2 \rho S_p & h_{2,2} & h_{3,2} - \chi_2 c_0 T_2 \left\{ 1 + \sum_{i=1}^{i=N} \mu_i \cos[(2i-1)\Omega t] \right\} \\ h_{1,3} - \chi_3 T_3 \rho S_p & h_{2,3} & h_{3,3} - \chi_3 c_0 T_3 \left\{ 1 + \sum_{i=1}^{i=N} \mu_i \cos[(2i-1)\Omega t] \right\} \\ -\chi_1 T_1 \rho S_p & 0 & -\chi_1 c_0 T_1 \left\{ 1 + \sum_{i=1}^{i=N} \mu_i \cos[(2i-1)\Omega t] \right\} \\ -\chi_2 T_2 \rho S_p & 0 & -\chi_2 c_0 T_2 \left\{ 1 + \sum_{i=1}^{i=N} \mu_i \cos[(2i-1)\Omega t] \right\} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow \begin{bmatrix} -\chi_1 T_1 \rho S_p & 0 \\ -\chi_2 T_2 \rho S_p & 0 \\ -\chi_3 T_3 \rho S_p & 0 \\ h - \chi_1 T_1 \rho S - cT(1 + \mu \cos 3\Omega t)_p & 0 \\ -\chi_2 T_2 \rho S_p & h - cT \left[1 + \mu \cos \left(3\Omega t + \frac{3}{2}\pi \right) \right] \end{bmatrix}, \\
 c_{\Sigma} &= \begin{bmatrix} c_{1,1} + \chi_1 \rho S_p & c_{2,1} & c_{3,1} + \chi_1 c_0 \left\{ 1 + \sum_{i=1}^{i=N} \mu_i \cos[(2i-1)\Omega t] \right\} \\ c_{1,2} + \chi_2 \rho S_p & c_{2,2} & c_{3,2} + \chi_2 c_0 \left\{ 1 + \sum_{i=1}^{i=N} \mu_i \cos[(2i-1)\Omega t] \right\} \\ c_{1,3} + \chi_3 \rho S_p & c_{2,2} & c_{3,2} + \chi_2 c_0 \left\{ 1 + \sum_{i=1}^{i=N} \mu_i \cos[(2i-1)\Omega t] \right\} \\ \chi_1 \rho S_p & 0 & \chi_1 c_0 \left\{ 1 + \sum_{i=1}^{i=N} \mu_i \cos[(2i-1)\Omega t] \right\} \\ \chi_2 \rho S_p & 0 & \chi_2 c_0 \left\{ 1 + \sum_{i=1}^{i=N} \mu_i \cos[(2i-1)\Omega t] \right\} \end{bmatrix} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \chi_1 \rho S_p & 0 \\ \chi_2 \rho S_p & 0 \\ \chi_3 \rho S_p & 0 \\ c(1 + \mu \cos 3\Omega t) + \chi_1 \rho S_p & 0 \\ \chi_2 \rho S_p & c \left[1 + \mu \cos \left(3\Omega t + \frac{3}{2}\pi \right) \right] \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Если дополнительно учитывать вариации скорости подачи, например, обусловленные взаимодействием суппорта с процессом резания, система (5) ещё усложняется. Пусть задана траектория скорости подачи в виде $V_{\pi}(t) = V_{\pi,0} + \Delta V_{\pi}(t)$. Примем во внимание, что величина подачи определяется интегральным преобразованием

$$S_p(t) = \int_{t-T}^t [V_{\pi,0} + \Delta V_{\pi}(t)] dt = S_{p,0} + \Delta S_p(t), \quad (6)$$

где $\Delta S_p(t) = \int_{t-T}^t \Delta V_{\pi}(t) dt$ — также T — периодическая функция.

Поэтому за счёт вариаций составляющей силы F_3 имеет место изменение скорости подачи. Причём, эти изменения имеют также период T . Поэтому в системе (5) образуются дополнительные составляющие в матрицах скоростных коэффициентов и упругости, периодические с периодом T . Наконец, имеют место периодические составляющие вариаций скорости подачи, не связанные с периодическими изменениями величины припуска. Они обусловлены, во-первых, особенностями взаимодействия суппорта с направляющими станка через узел трения. Во-вторых, они определяются периодически изменяющимися погрешностями изготовления зацеплений в механической части привода, то есть всеми факторами, влияющими на точность станка.

Важно подчеркнуть, что уравнение в вариациях относительно стационарной траектории (5) имеет периодические коэффициенты, влияющие на её устойчивость, то есть они характеризуют не рассматриваемый ранее в динамике станков механизм потери устойчивости, связанный с параметрическим возбуждением.

Анализ устойчивости системы резания с учётом формирования периодически изменяющихся коэффициентов. Если в системе (5) отсутствуют вариации припуска и жёсткость подсистемы заготовки по её периоду вращения остаётся неизменной, то мы получаем хорошо исследованный случай [3]. Потеря устойчивости в этом случае связана с формированием циркуляционных сил и преобразованием симметричной составляющей матрицы скоростных коэффициентов из положительно определённой в отрицательно определённую. Здесь сосредоточим своё внимание на влиянии периодически изменяющихся коэффициентов на устойчивость системы. Для этого необходимо воспользоваться теорией Флоке, включающей определение матрицы монодромии и анализ мультипликаторов системы (5), преобразованной к форме Коши.

Вначале положим, что периодические вариации припуска отсутствуют и жёсткость подсистемы инструмента на порядок превышает жёсткость подсистемы заготовки. Тогда система (5) преобразуется в две скалярных подсистемы вида:

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x}{dt^2} + h \frac{dx}{dt} + c(1 + \mu \sin \omega t) x = -c_p y; \\ T \frac{dy}{dt} + y = x, \end{cases} \quad (6)$$

где c_p — жёсткость процесса резания; T — постоянная времени стружкообразования.

Уравнение (6) при $T = 0$ есть уравнение Матьё — Хилла. В отличие от этого уравнения система при $\mu = 0$ может потерять устойчивость равновесия в зависимости от соотношения параметров T и c_p (рис. 2).

Рассмотрим случай, когда при этих параметрах, но при $\mu = 0$, система является асимптотически устойчивой. Как и при исследовании уравнения Матьё — Хилла, введём в рассмотрение дополнительный безразмерный параметр $\eta = \omega/\omega_0$, где $\omega_0 = \sqrt{(c + c_p)/m}$ — собственная частота консервативной системы при $\mu = 0$. На рис. 3 приведён пример изменения областей устойчивости в плоскости (μ, η) , позволяющий определить в зависимости от μ критические диапазоны частот вращения шпинделя, при которых система теряет устойчивость за счёт параметрического возбуждения. Области неустойчивости на приведённой иллюстрации отмечены точечными кривыми. Приведённые три диаграммы отличаются значениями постоянной времени стружкообразования T , которые показаны на рис. 2 звёздами. Если $\mu = 0$, то при всех рассматриваемых параметрах система является устойчивой. Однако по мере приближения параметров к границе области устойчивости, области параметрического возбуждения системы расширяются и формируются новые лепестки неустойчивости в области низких частот вращения шпинделя. Таким образом, области

неустойчивости системы за счёт параметрического возбуждения зависят не только от частоты вращения шпинделя и модуляции жёсткости, определяемой коэффициентом μ , но и от параметров динамической характеристики процесса обработки.

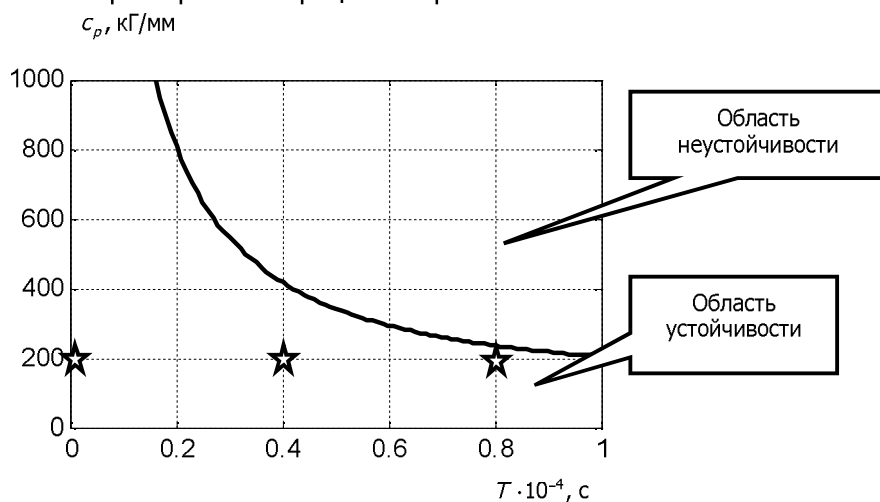


Рис. 2. Область устойчивости в плоскости параметров (T, c_p) при $\mu = 0$

По данным, приведённым в работах [4, 5], частоты первых форм колебаний шпиндельных узлов токарных станков лежат в диапазоне 120—180 Гц. Например, при собственной частоте первой формы колебаний шпинделя, равной $\omega_0 = 120$ Гц, на частоте вращения шпинделя 2400 об/мин система потеряет устойчивость за счёт параметрического возбуждения по мере увеличения T , соответственно при $\mu = 0,5$, $\mu = 0,38$ и $\mu = 0,24$.

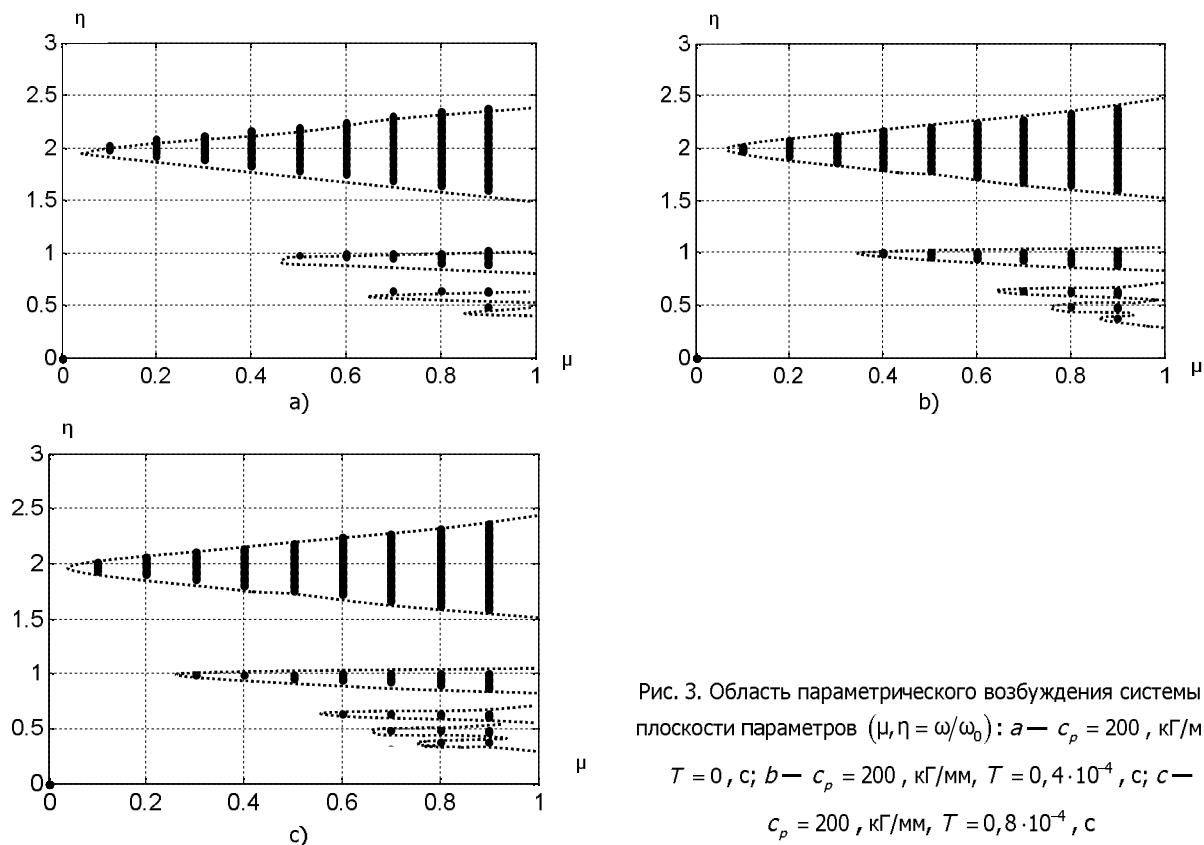


Рис. 3. Область параметрического возбуждения системы в плоскости параметров $(\mu, \eta = \omega/\omega_0)$: а — $c_p = 200$, кГ/мм, $T = 0$, с; б — $c_p = 200$, кГ/мм, $T = 0,4 \cdot 10^{-4}$, с; в — $c_p = 200$, кГ/мм, $T = 0,8 \cdot 10^{-4}$, с

Если учитывать динамические свойства подсистемы инструмента и принимать во внимание только первую гармоническую составляющую вариаций припуска, то области неустойчивости расширяются ещё в большей степени (рис. 4). Здесь μ_1 , μ_2 — коэффициенты параметрической модуляции соответственно первой и третьей гармонических составляющих в соответствии с системой (5). Матрицы коэффициентов подсистем инструмента и заготовки приведены в табл. 1 и 2 соответственно. Параметры динамической характеристики процесса резания: $c_0 = 200$, кГ/мм; $\rho = 300$, кГ/мм²; $\chi = \{\chi_1, \chi_2, \chi_3\}^T = \{0,50, 0,70, 0,51\}^T$. Частота первой формы колебаний, соответствующая подсистеме заготовки, равна 120 с^{-1} .

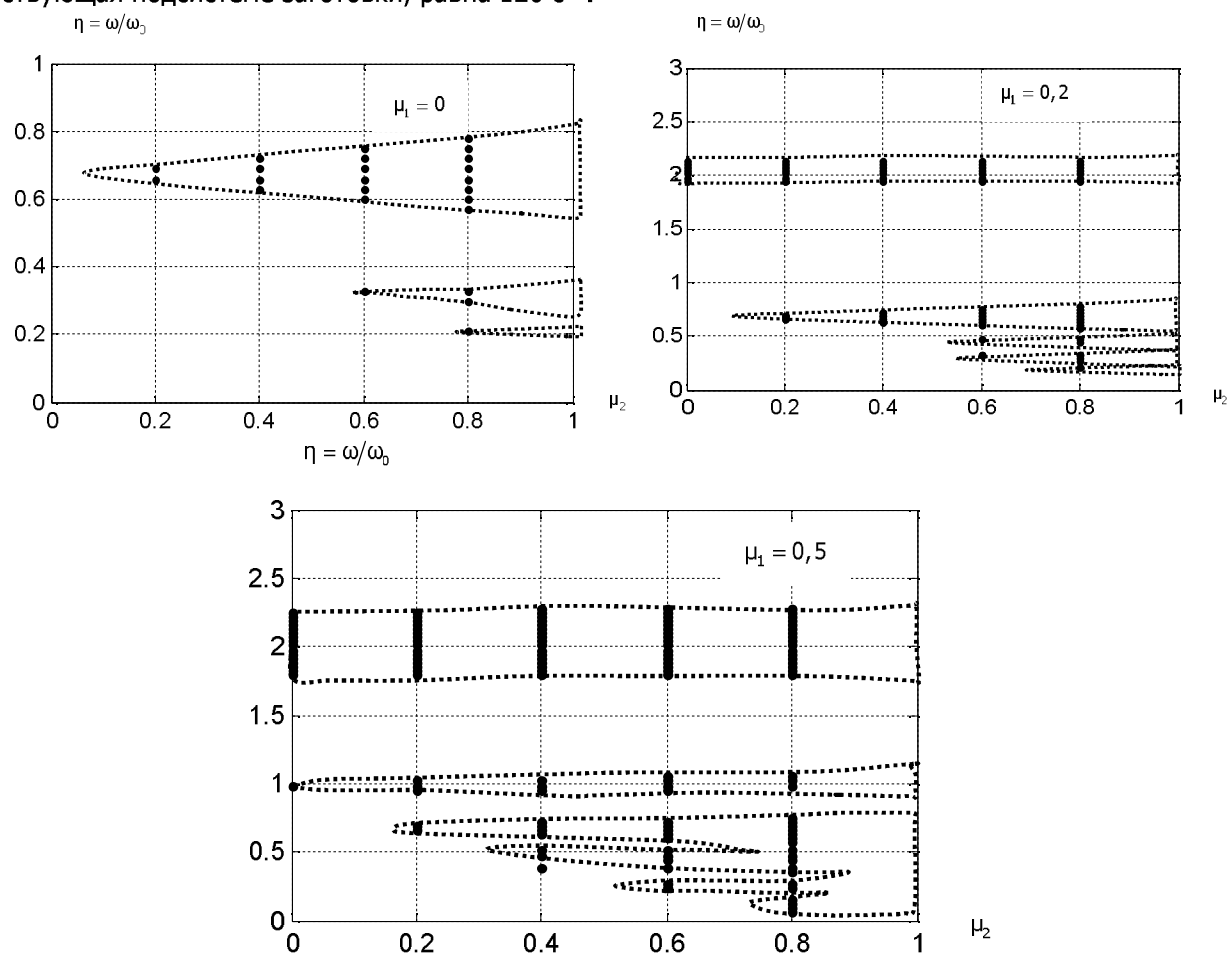


Рис. 4. Области параметрического возбуждения системы при учёте деформационных смещений инструмента и вариаций припуска

Таблица 1

Исходные матрицы динамической системы резания инструмента

$m \cdot 10^{-3}$, кГс ² /мм	h , кГс/мм	c , кГ/мм
$\begin{bmatrix} 0,079 & 0 & 0 \\ 0 & 0,079 & 0 \\ 0 & 0 & 0,079 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0159 & 0,0032 & 0,0021 \\ 0,0032 & 0,0225 & 0,011 \\ 0,0021 & 0,011 & 0,032 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1000 & 200 & 120 \\ 200 & 2100 & 310 \\ 120 & 310 & 2500 \end{bmatrix}$

За счёт взаимного влияния отдельных форм колебаний на различных частотах, во-первых, область параметрического возбуждения колебаний и потери устойчивости стационарной траектории существенно расширяется, во-вторых, она смещается в сторону низких частот.

Исходные матрицы динамической системы резания заготовки

m , кгс ² /мм	h , кгс/мм	c , кг/мм
$\begin{bmatrix} 0,041 & 0 \\ 0 & 0,041 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0,0159 & 0,0032 \\ 0,0032 & 0,0225 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 400 & 0,0 \\ 0,0 & 400 \end{bmatrix}$

Заключение. Периодические изменения параметров, как динамической характеристики процесса резания, за счёт вариации припуска или за счёт периодического изменения жёсткости подсистемы обрабатываемой заготовки вызывает на определённых частотах вращения шпинделя потерю устойчивости процесса резания. Причём, области потери устойчивости изменяются при варьировании параметров динамической связи, формируемой процессом резания. Этот механизм потери устойчивости до настоящего времени в рассматриваемой предметной области не принимался во внимание. Кроме этого, необходимо отметить, что при изучении кинематических возмущений, действующих на систему резания, необходимо учитывать, что эти возмущения всегда вызывают изменение параметров системы. Поэтому изучение параметрических явлений позволяет объяснить ряд известных экспериментально фактов, например, увеличение вибраций инструмента относительно заготовки в вариациях относительно точки равновесия после возрастания частоты вращения шпинделя выше некоторого критического значения. Приведённые результаты имеют принципиальное значение особенно в тех случаях, когда рассматривается скоростная обработка резанием. Приведённые результаты также показывают, что уменьшение точности станка, связанное, например, с радиальными биениями шпинделя, расширяет область неустойчивого резания. В существующих представлениях о динамике процесса резания кинематические и другие погрешности станка не влияют на устойчивость, и область устойчивости всегда расширяется по мере увеличения скорости резания, что противоречит известным экспериментальным результатам.

Библиографический список

1. Заковоротный, В. Л. Синергетическая концепция при построении систем управления точностью изготовления деталей сложной геометрической формы / В. Л. Заковоротный, М. П. Флек, Фам Динь Тунг // Вестник Дон. гос. тех. ун-та. — 2011. — Т. 11, № 10 (61). — С. 1785—1797.
2. Заковоротный, В. Л. Математическое моделирование и параметрическая идентификация динамических свойств подсистем инструмента и заготовки при точении / В. Л. Заковоротный, Нгуен Суан Тьем, Фам Динь Тунг // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Техн. науки. — 2011. — № 2. — С. 38—46.
3. Синергетический системный синтез управляемой динамики металлорежущих станков с учётом эволюции связей / В. Л. Заковоротный [и др.]. — Ростов-на-Дону: Изд. центр ДГТУ, 2008. — 324 с.
4. Пуш, А. В. Шпиндельные узлы. Качество и надёжность / А. В. Пуш. — Москва: Машиностроение, 1992. — 288 с.
5. Кедров, С. С. Колебания металлорежущих станков / С. С. Кедров. — Москва: Машиностроение, 1978. — 199 с.

Материал поступил в редакцию 31.07.2012.

References

1. Zakovorotniy, V.L., Flek, M.P., Pham Dinh Tung. *Sinergeticheskaya kontseptsiya pri postroyenii sistem upravleniya tochnostyu izgotovleniya detaley slozhnoy geometricheskoy formy*. [Synergetic con-

cept in construction of accuracy control systems for manufacturing parts of complex geometric forms.] *Vestnik of Don State Tech. University*, 2011, vol. 11, no. 10, pp. 1785–1797 (in Russian).

2. Zakovorotniy, V.L., Nguyen Xuan Chiem, Pham Dinh Tung. *Matematicheskoye modelirovaniye i parametricheskaya identifikatsiya dinamicheskikh svoystv podsystem instrumenta i zagotovki pri tochenii*. [Mathematic simulation and parametric identification of tool and workpiece subsystems dynamic properties under cutting.] *Izvestiya vuzov. Severo-Kavkazskiy region. Tekhnicheskiye nauki*, 2011, no. 2, pp. 38–46 (in Russian).

3. Zakovorotniy, V.L., et al. *Sinergeticheskiy sistemnyy sintez upravlyayemoy dinamiki metallovezhushchikh stankov s uchetom evolyutsii svyazey*. [Synergetic system synthesis of manageable dynamics of cutting machines with account for communications evolution.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 2008, 324 p. (in Russian).

4. Push, A.V. *Shpindelnyye uzly. Kachestvo i nadezhnost*. [Spindle units. Quality and reliability.] Moscow: Mashinostroyeniye, 1992, 288 p. (in Russian).

5. Kedrov, S.S. *Kolebaniya metallovezhushchikh stankov*. [Cutting machine vibrations.] Moscow: Mashinostroyeniye, 1978, 199 p. (in Russian).

PARAMETRICAL PHENOMENA UNDER ON-MACHINE PROCESS CONTROL

V. L. Zakovorotniy, Pham Dinh Tung, Pham Thu Huong
(Don State Technical University)

The problem on the stationary tool trajectories instability relative to the workpiece taking into account the periodic parameter variation of the interacting subsystems and of the dynamic coupling formed under cutting is considered. Parameter changes are caused by cyclic variations of the workpiece stiffness in the direction normal to the rotative axis, as well as variations of the allowance for machining periodic with the period of its rotation. It is shown that the periodic parameter changes induce the instability mechanisms not analyzed before. Moreover, in this case the loss of stability is basically dependent on the spindle speed. In addition, the instability is also associated with the kinematic perturbations caused by the periodic component of the support longitudinal feed velocity. Some examples of instability depending on the mathematical model parameters of the cutting system are given.

Keywords: stationary motion trajectory, stability, periodic changes of parameters, parametric excitation.