УДК 628.517:625.1.08+625.144.5/7

Моделирование виброакустической динамики рельса на участке пути с балластным слоем

С. Ф. Подуст
(ООО «Производственная компания „Новочеркасский электровозостроительный завод"»),
Д. А. Куклин
(Балтийский государственный технический университет «Военмех» им. Д. Ф. Устинова)

Рельсы относятся к интенсивным источникам звукового излучения. Во время движения железнодорожного транспорта рельсы в значительной степени формируют звуковое поле на рабочих местах локомотивных бригад и в застройке (в том числе жилой), близко расположенной к железнодорожному полотну. В качестве модели источника шума принят линейный источник значительной протяжённости. Получены аналитические зависимости звукового давления. При расчёте скоростей колебаний рельс на балластном слое представлен как оболочка с частично разомкнутым профилем. Она имеет различные моменты инерции в вертикальной и горизонтальной плоскостях (OZ и OY) и лежит на упруго-диссипативном основании. Силовое воздействие рассматривается как нагрузка, перемещающаяся вдоль рельса со скоростью движения состава. Полученные аналитические зависимости звукового давления учитывают конструктивные и диссипативные характеристики рельса и балластного слоя и являются базовыми для расчёта уровней шума, излучаемого рельсами. Кроме этого, на основе полученных зависимостей скоростей колебаний можно оценить уровни вибрации на рельсе и использовать эти данные для решения задачи вибрационного воздействия на строения, близко расположенные к железнодорожному полотну.

Ключевые слова: *шум рельса, вибрация рельса, балластный слой, упруго-диссипативное основание, длинномерный источник шума, уровни звукового давления.*

Введение. В качестве модели рельса как источника звука принят линейный источник. Теоретически рельс представляет собой волновод бесконечной длины. Для инженерных расчётов шумообразования следует учитывать конечный участок. Он излучает звук, который вносит определяющий вклад в акустическое воздействие на окружающую среду и на внутренние воздушные объёмы кабин локомотивов и вагонов.

Основная часть. Экспериментальные исследования показали: для технических расчётов акустических характеристик длина «главного» излучения звуковой энергии с рельсом составляет 1,1÷1,2 от длины состава.

В качестве исходной зависимости принимается формула звукового давления протяжённого линейного источника [1, 2], которая для конструктивных параметров рельса приведена к виду

$$P(R,\varphi) = i338V_r \frac{\exp i\left(\varphi + k_0 R - \dfrac{3\pi}{4}\right)}{H^{1'}\left(k_0 h_p\right)\sqrt{k_0 R}}, \qquad (1)$$

где V_r — скорость колебаний рельса, м/с; k_0 — волновое число, 1/м; R — расстояние от рельса до расчётной точки, м; h_p — высота рельса, м; $H^{1'}$ — производная функции Ганкеля.

Данная зависимость верна при $k_0 h_p \gg 1$, что справедливо для высокочастотной части спектра, т. е. частотного диапазона, характерного для спектра шума, излучаемого рельсом. Заменяя производную функции Ганкеля её асимптотическим представлением для $k_0 h_p \geq 1$ [3]

$$H^{1'}_{m_\mu}\left(k_0 h_p\right) = -i\sqrt{\frac{2}{\pi k_0 h_p}} \exp i\left(k_0 h_p - \frac{2m_\mu + 1}{4}\pi\right)$$

и учитывая, что колеблется твёрдое тело ($m_\mu = 1$), получим выражение звукового давления, излучаемого рельсом:

$$P_p = 423V_r\sqrt{\frac{h_p}{R}}\exp i\left(k_0R - k_0h_p + \varphi\right). \tag{2}$$

В области средних частот выполняется соотношение $k_0h_p < 1$. В этом случае асимптотическое представление функции Ганкеля имеет вид [3]

$$H^{1'}\left(k_0h_p\right) = -i\frac{1}{\pi}\left(\frac{2}{k_0h_p}\right)^2. \tag{3}$$

Звуковое давление, создаваемое рельсом в этом частотном диапазоне, определяется следующей зависимостью:

$$P_p = 0,2V_r\frac{f^{1,5}h_p^{\,2}}{\sqrt{R}}\exp i\left(\varphi + k_0R - \frac{3\pi}{4}\right). \tag{4}$$

Виброскорости рельса определим из дифференциальных уравнений поперечных колебаний:

$$\begin{aligned} &EJ_x\frac{\partial^4\xi}{\partial x^4} - \rho J_x\frac{\partial^4\xi}{\partial z^2\partial t^2} + \rho F\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2} + j\xi = P_y\sum_{i=1}^{\kappa^*}\delta\left(z - z_{0i}\right),\\ &EJ_y\frac{\partial^4\varepsilon}{\partial x^4} - \rho J_y\frac{\partial^4\varepsilon}{\partial z^2\partial t^2} + \rho F\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial t^2} + j\varepsilon = P_x\sum_{i=1}^{\kappa^*}\delta\left(z - z_{0i}\right), \end{aligned} \tag{5}$$

где $\delta\left(z - z_{0i}\right)$ — дельта-функция, характеризующая силовое воздействие на колесо; κ^* — количество колёсных пар.

Подобное представление силового воздействия со стороны колёсных пар на рельс обосновано тем, что составляющие силового воздействия действуют со стороны колёсных пар независимо. Можно предположить, что координата приложения силового воздействия со стороны первой колёсной пары равна расстоянию от переднего лобового стекла до оси колеса l_0. Для последующих колёсных пар координаты приложения силового воздействия равны (соответственно)

$$l_i = l_0 + h_i\,,$$

где h_i — расстояние от оси первой колёсной пары до оси следующей, м.

Учитывая, что вибрации рельса возбуждаются силовым воздействием со стороны подвижного состава, и используя метод разделения переменных (метод Фурье), получим следующие системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} &\rho\left[J_x\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2 + F\right]\frac{d^2\xi}{dt^2} + \left[EJ_x\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4 + j_x\right]\xi =\\ &= \frac{2P_y}{l\kappa^*}\sum_{k=1}^{\infty}\sin\frac{\pi kV}{l}t\left[\sin\frac{\pi kl_0}{l} + \sin\frac{\pi k\left(l_0 + l_1\right)}{l} + \ldots\sin\frac{\pi k\left(l_0 + l_k\right)}{l}\right];\\ &\rho\left[J_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2 + F\right]\frac{d^2\varepsilon}{dt^2} + \left[EJ_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4 + j_y\right]\varepsilon =\\ &= \frac{2P_x}{l\kappa^*}\sum_{k=1}^{\infty}\sin\frac{\pi kV}{l}t\left[\sin\frac{\pi kl_0}{l} + \sin\frac{\pi k\left(l_0 + l_1\right)}{l} + \ldots\sin\frac{\pi k\left(l_0 + l_k\right)}{l}\right], \end{aligned} \tag{6}$$

где V — скорость движения состава, м/с; k — коэффициент, характеризующий соответствующую моду собственных колебаний рельса.

Решение уравнений колебаний рельса относительно виброскорости в направлении осей координат OX и OY имеет следующий вид:

$$\frac{\partial\xi}{\partial t}=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\frac{2\pi P_y kV}{\kappa^* l^2}\cos\frac{\pi kV}{l}t\sin\frac{\pi kz}{l}\left(\sin\frac{\pi k l_0}{l}+\ldots+\sin\frac{\pi k\left(l_0+l_k\right)}{l}\right)}{EJ_x\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4+j_x-\rho\left[EJ_x\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2+F\right]\left(\frac{\pi kV}{l}\right)^2}\sin\frac{\pi kz}{l};$$

$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}=\sum_{k=1}^{\infty}\frac{2\pi P_x V}{\kappa^* l^2}\frac{k\cos\frac{\pi kV}{l}t\sin\frac{\pi kz}{l}\left(\sin\frac{\pi k l_0}{l}+\ldots+\sin\frac{\pi k\left(l_0+l_k\right)}{l}\right)}{EJ_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4+j_y-\rho\left[EJ_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2+F\right]\left(\frac{\pi kV}{l}\right)^2}\sin\frac{\pi kz}{l}. \qquad (7)$$

Для теоретических расчётов спектров шума целесообразно амплитудное максимальное значение среднеквадратичной виброскорости, т. е.

$$V_r=\sqrt{\left(\frac{\partial\xi}{\partial t}\right)^2_{\max}+\left(\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}\right)^2_{\max}}\,. \qquad (8)$$

Таким образом, полученные зависимости позволяют определить создаваемое рельсом звуковое давление и его уровни на каждой собственной частоте колебаний в зависимости от геометрических, механических параметров, скорости движения локомотива. Для расчёта звукового давления по формуле (2) частота колебаний рельса фактически задаётся коэффициентом k, т. е. для первой собственной моды $k = 1$, для второй $k = 2$ и т. д. В формулу (4) непосредственно входит частота собственных колебаний, и для её определения воспользуемся данными работы В. З. Власова [4]. Частоты собственных колебаний находим из уравнения свободных колебаний:

$$EJ_x(z)\frac{\partial^4\xi}{\partial x^4}-\rho J_x(z)\frac{\partial^4\xi}{\partial z^2\partial t^2}+\rho F(z)\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}+j\xi=0;$$

$$EJ_y(z)\frac{\partial^4\varepsilon}{\partial x^4}-\rho J_y(z)\frac{\partial^4\varepsilon}{\partial z^2\partial t^2}+\rho F(z)\frac{\partial^2\varepsilon}{\partial t^2}+j\varepsilon+a_y\rho F(z)\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}=0; \qquad (9)$$

$$a_y\rho F(z)\frac{\partial^4\varepsilon}{\partial t^4}+EJ_\omega(z)\frac{\partial^4\theta}{\partial z^4}-GJ_d\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}-\rho J_\omega(z)\frac{\partial^4\theta}{\partial z^2\partial t^2}+r^2\rho F(z)\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}=0.$$

Первое из выражений (9) содержит лишь частные производные функции $\xi(z,t)$ и представляет собой уравнение изгибных вынужденных колебаний. Второе и третье выражения образуют систему дифференциальных уравнений и определяют совместно с граничными условиями пространственные изгибно-крутильные колебания. Соотношения жёсткостей заготовок и опор заданы таковыми, что последние могут рассматриваться как шарнирные. При таком допущении граничные условия имеют вид:

$$\text{при } z=0,\ \varepsilon=\xi=\theta=0;\quad \frac{\partial^2\varepsilon}{\partial z^2}=\frac{\partial^2\xi}{\partial z^2}=\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}=0,$$

$$\text{при } z=l,\ \varepsilon=\xi=\theta=0;\quad \frac{\partial^2\varepsilon}{\partial z^2}=\frac{\partial^2\xi}{\partial z^2}=\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2}=0. \qquad (10)$$

Решение системы (9) представлено следующим образом:

$$\varepsilon(z,t)=\sum_{k=1}^{\infty}\varepsilon(t)\sin\lambda_k z\,,$$

$$\xi(z,t)=\sum_{k=1}^{\infty}\xi(t)\sin\lambda_k z\,, \qquad (11)$$

$$\theta(z,t)=\sum_{k=1}^{\infty}\theta(t)\sin\lambda_k z\,.$$

где $\lambda_k = \dfrac{\pi k}{l}$ (k = 1, 2, 3, ...).

В результате подстановки выражения (11) в систему (9) получены следующие уравнения:

$$EJ_x(z)\lambda_k^4\xi(t)+\rho\left(J_x(z)\lambda_k^2+F(z)\frac{d^2\xi(t)}{dt^2}\right)+j_x=0,$$

$$EJ_y(z)\lambda_k^4\varepsilon(t)+\rho\left(J_y(z)\lambda_k^2+F(z)\frac{d^2\varepsilon(t)}{dt^2}\right)+j_y+a_y\rho F(z)\frac{d^2\theta(t)}{dt^2}=0, \tag{12}$$

$$a_y\rho F(z)\frac{d^2\varepsilon(t)}{dt^2}+\left(EJ_\omega\lambda_k^4+GJ_d\lambda_k^2\right)\theta(t)+\rho\left(J_\omega\lambda_k^2+r^2F(z)\right)\frac{d^2\theta(t)}{dt^2}=0.$$

Общее решение однородных уравнений (12) получено в виде простых гармонических колебаний:

$$\xi(t)=A^*\sin k_k t,$$

$$\varepsilon(t)=B^*\sin k_k t, \tag{13}$$

$$\theta(t)=C^*\sin k_k t.$$

Тогда система (12) принимает следующий вид:

$$\left[EJ_x(z)\lambda_k^4-\rho\left(J_x(z)\lambda_k^2+F(z)k_k^2\right)+j_x\right]A^*=0;$$

$$\left[EJ_y(z)\lambda_k^4-\rho\left(J_y(z)\lambda_k^2+F(z)k_k^2\right)+j_y\right]B^*-a_y\rho F(z)k_k^2C^*=0; \tag{14}$$

$$-a_y\rho F(z)k_k^2B^*+\left[EJ_\omega(z)\lambda_k^4+GJ_d(z)\lambda_k^2-\rho\left(J_\omega(z)\lambda_k^2+r^2F(z)k_k^2\right)\right]C^*=0.$$

Частоты собственных колебаний получим, приравнивая к нулю определитель системы уравнений (14), составленный из коэффициентов A^*, B^*, C^*.

Каждому значению, характеризующему форму колебаний, соответствуют три частоты свободных колебаний k_{k1}, k_{k2}, k_{k3}. Первая частота соответствует изгибным колебаниям, вторая и третья — сложным изгибно-крутильным колебаниям.

Фактически расчёт виброакустических характеристик на каждой собственной частоте колебаний и даёт возможность теоретического определения спектров вибрации и шума (октавных или третьоктавных). Для этого расчётные уровни звукового давления энергетически суммируются по соответствующим полосам октавных или третьоктавных диапазонов. Чтобы выбрать наиболее рациональный вариант систем шумовиброзащиты, необходимо сравнить полученные уровни с предельно допустимыми и выделить частотные области, в которых вибрация и шум превышают санитарные нормы.

Как видно из полученных зависимостей, реально снизить шум и вибрацию рельса можно только изменяя его диссипативные свойства, в том числе у основания рельса. Фактически диссипативные свойства рельса и основания не учтены в зависимостях виброскоростей и, следовательно, звукового давления. Для этого воспользуемся известным приёмом и представим модуль упругости и жёсткость основания в комплексной форме [5]

$$\tilde{E}=E\left(1+i\eta_1\right);$$

$$\tilde{j}=j\left(1+i\eta_2\right),$$

где η_1 и η_2 — эффективные коэффициенты потерь колебательной энергии рельса и подрельсового основания.

В этом случае после преобразований получим

$$\frac{\partial\xi}{\partial t}=\frac{2\pi VP_y}{\kappa^* l^2}\sum_{k=1}^{\infty}k\left\{\left[EJ_x\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4+j_x\right]^2-\rho^2\left[J_x\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2+F\right]^2\left(\frac{\pi kV}{l}\right)^2+\left[EJ_x\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4\eta_1+j_x\eta_2\right]^2\right\}^{-1}\times$$
$$\times\exp i\,\mathrm{arctg}\frac{-\left[EJ_x\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4\eta_1+j_x\eta_2\right]}{\left[EJ_x\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4+j_x\right]^2-\rho^2\left[J_x\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2+F\right]^2\left(\frac{\pi kV}{l}\right)^2},$$
$$\frac{\partial\varepsilon}{\partial t}=\frac{2\pi VP_x}{\kappa^* l^2}\sum_{k=1}^{\infty}k\left\{\left[EJ_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4+j_y\right]^2-\rho^2\left[J_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2+F\right]^2\left(\frac{\pi kV}{l}\right)^4+\left[EJ_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2\eta_1+j_y\eta_2\right]^2\right\}^{-1}\times$$
$$\times\exp i\,\mathrm{arctg}\frac{-\left[EJ_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4\eta_1+j_y\eta_2\right]}{\left[EJ_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^4+j_y\right]^2-\rho^2\left[J_y\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2+F\right]^2\left(\frac{\pi kV}{l}\right)^4}. \quad (15)$$

Заключение. Полученные зависимости скоростей колебаний подставляются в формулу (4) и таким образом определяются спектры шума. Эти данные являются базовыми для расчёта спектров шума на рабочих местах локомотивных бригад и на территории застройки (в том числе жилой), близко расположенной к железнодорожному полотну. Кроме того, по формулам скоростей колебаний рельса определяются спектры виброскорости:

$$L_V=20\lg\frac{V_k}{5\cdot 10^{-8}}.$$

И эти данные могут быть использованы при оценке воздействия вибраций на строения вблизи железнодорожного полотна.

Как видно из полученных зависимостей, снижения виброакустических характеристик рельса можно добиться за счёт увеличения диссипативных характеристик балластного слоя или самого рельса.

Библиографический список

1. Шендеров, Е. Л. Волновые задачи гидроакустики / Е. Л. Шендеров. — Ленинград : Судостроение, 1972. — 343 с.

2. Чукарин, А. Н. Теория и методы акустических расчётов и проектирования технологических машин для механической обработки / А. Н. Чукарин. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 2005. — 152 с.

3. Ржевкин, С. Н. Курс лекций по теории звука / С. Н. Ржевкин. — Москва : Изд-во МГУ, 1960. — 335 с.

4. Власов, В. З. Избранные труды : в 3 т. / В. З. Власов. — Москва : Изд-во АН СССР, 1963. — Т. 2. — 507 с.

5. Иванов, Н. И. Основы виброакустики / Н. И. Иванов, А. С. Никифоров. — Санкт-Петербург : Политехника, 2000. — 482 с.

Материал поступил в редакцию 08.11.2012.

References

1. Shenderov, E.L. *Volnovyye zadachi gidroakustiki.* [Wave problems of hydroacoustics.] Leningrad: Sudostroyeniye, 1972, 343 p. (in Russian).

2. Chukarin, A.N. *Teoriya i metody akusticheskikh raschetov i proektirovaniye tekhnologicheskikh mashin dlya mekhanicheskoy obrabotki.* [Theory and techniques of acoustic calculations and design of technological machines for mechanical operation.] Rostov-on-Don: DSTU Publ. Centre, 2005, 152 p. (in Russian).

3. Rzhevkin, S.N. *Kurs lektsiy po teorii zvuka.* [A course of lectures on sound theory.] Moscow: Izdatelstvo MGU, 1960, 335 p. (in Russian).

4. Vlasov, V.Z. *Izbrannyye trudy: v 3 t.* [Selecta: in 3 vol.] Moscow: Izdatelstvo AN SSSR, 1963, vol. 2, 507 p. (in Russian).

5. Ivanov, N.I., Nikiforov, A.S. *Osnovy vibroakustiki.* [Outlines of acoustics.] Saint Petersburg: Politekhnika, 2000, 482 p. (in Russian).

VIBROACOUSTIC RAIL DYNAMICS SIMULATION ON SECTIONS WITH BALLAST LAYER

S. F. Podust
(LLC PC 'Novocherkassk Electric Locomotive Plant'),
D. A. Kuklin
(Baltic State Technical University)

Rails refer to the intensive sources of the acoustic radiation. In rail traffic, rails to a large extent form an acoustic field at the work places of locomotive crews, and in the adjacent residential area nearby the railway track. A considerable extended line source is taken as a noise source model. Analytical dependences of sound pressure are obtained. At determining vibration velocities, the rail ballast layer is represented as a partially open-shell profile. It has different inertia moments in the vertical and horizontal planes (OZ and OY), and it lies on the elastic dissipative foundation. The force impact is considered as the load moving along the rail at the speed of the rake traffic. The obtained analytical dependences of sound pressure permit engineering and dissipative characteristics of the rail and ballast layer, and they are base ones for calculating the noise emitted by the rail. Besides, on the basis of the obtained dependences of sound pressure, it is possible to estimate the vibration levels on the rail, and to use the data to solve the problem of vibration impact on the residential buildings located close to the railway track.

Keywords: *rail noise, rail vibration, ballast layer, elastic dissipative foundation, long noise source, sound pressure levels.*