УДК 519.87:321.822:261.891+06

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ УПОРНОГО ПОДШИПНИКА СКОЛЬЖЕНИЯ С НЕЖЕСТКОЙ ОПОРНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ, РАБОТАЮЩЕГО НА МИКРОПОЛЯРНОЙ СМАЗКЕ

К.С. АХВЕРДИЕВ, И.С. СЕМЕНКО
(Ростовский государственный университет путей сообщения)

На основе уравнений движения микрополярной жидкости и уравнений Ламэ для случая «тонкого слоя» предложен метод расчета упорного подшипника скольжения с нежесткой опорной поверхностью. Дана оценка влияния значений безразмерных критериев, присущих микрополярным жидкостям, а также упругогидродинамического параметра на основные рабочие характеристики подшипника.
***Ключевые слова**: упорный подшипник, опорная поверхность, микрополярная смазка.*

Введение. Как известно [1-3], микрополярная жидкость широко используется в качестве модели гидродинамической смазки в узлах трения машин и механизмов. Анализ существующих работ [4-6], посвященных гидродинамическому расчету упорных подшипников скольжения, работающих на микрополярной смазке, показывает, что во всех этих работах опорная поверхность подшипника считается абсолютно жесткой.

В области подшипников, работающих на микрополярной смазке, появилось новое направление – подшипники с нежесткой опорной поверхностью. В данной работе рассматривается установившееся движение микрополярной смазки в зазоре упорного подшипника с податливой опорной поверхностью (рис.1).

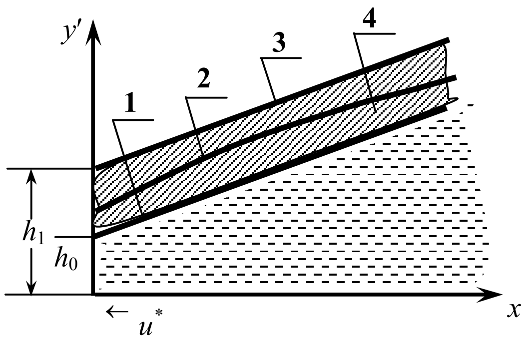

Рис.1. Схематическое изображение упорного подшипника: *1* – недеформированный контур, прилегающий к смазочному слою; *2* – деформированный контур; *3* – недеформированный контур, прилегающий к жесткой опорной поверхности подшипника; *4* – упругий слой

В качестве исходных уравнений берется система безразмерных уравнений движения микрополярной жидкости для «тонкого слоя»:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+N^2\frac{\partial \nu}{\partial y}=\frac{dp}{dx},\qquad \frac{\partial^2 \nu}{dy^2}-\frac{\nu}{N_1}-\frac{1}{N_1}\frac{\partial u}{\partial y}=0,\qquad \frac{\partial \upsilon}{\partial y}+\frac{\partial u}{\partial x}=0. \tag{1}$$

Здесь размерные величины $u', \upsilon', \nu', y', p'$ связаны с безразмерными u, υ, ν, y, p соотношениями:

$$u'=u^*u, \upsilon'=u^*\varepsilon\upsilon, \nu'=\nu^*\nu, y'=h_0 y, p'=p^*p, x'=Lx, p^*=\frac{(2\mu+\chi)Lu^*}{2h_0^2}, \varepsilon=\frac{h_0}{L},$$

$$\nu^* = \frac{u^*}{2h_0}, N^2 = \frac{\chi}{2\mu+\chi}, N_1 = \frac{l^2}{h_0^2}\frac{2\mu}{\chi}, l^2 = \frac{\gamma}{4\mu},$$

где u', υ' – компоненты вектора скорости; p' – гидродинамическое давление в смазочном слое; $\vec{\nu}'$ – вектор скорости микровращения; μ – коэффициент вязкости для ньютоновской жидкости; γ, χ – коэффициенты вязкости микрополярной жидкости; L – длина ползуна; h_0 – толщина пленки в начальном сечении, без учета деформации.

Система уравнений (1) решается при следующих граничных условиях:

$$u = -1,\ \upsilon = 0,\ \nu = 0 \ \text{ при } \ y = 0,$$

$$u = 0,\ \upsilon = 0,\ \nu = 0 \ \text{ при } \ y = 1 + \eta x + \eta_1 \varphi(x),$$

$$p(0) = p(1) = p_a / p^*, \tag{2}$$

где $\eta = \dfrac{Ltg\alpha}{h_0}$, $\eta_1 = \dfrac{\lambda'}{h_0}$, $\varphi(x) = f\left(\dfrac{x'}{L}\right)$, $\lambda' f\left(\dfrac{x'}{L}\right)$ – функция, характеризующая деформацию упругого слоя на поверхности ползуна.

К системе уравнений (1) необходимо добавить следующую безразмерную систему уравнений Ламэ для «тонкого слоя»:

$$\frac{\partial^2 u_y}{\partial y^{*2}} = 0,\ \ \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^{*2}} = 0. \tag{3}$$

Здесь в упругом слое переход к безразмерным переменным осуществлен по формулам:

$$y' = h_0 + \left(h_1 - h_0\right) y^*,\ u'_{y'} = \tilde{u}^* u_y,\ u'_{x'} = \tilde{u}^* u_x,\ x' = L \cdot x, \tag{4}$$

где $u'_{y'}$ и $u'_{x'}$ – компоненты вектора перемещений; $\tilde{u}^*$ – характерная величина компонент вектора перемещений; $\delta^* = h_1 - h_0$ – толщина упругого слоя.

В переменных (x, y) и (x, y^*) уравнение недеформированного контура опорной поверхности, прилегающей к смазочному слою, можно записать в виде

$$y = 1 + \eta x = H_1(x),\ \ y^* = \eta_2 x = H_2(x),\ \ \eta_2 = \frac{Ltg\alpha}{\delta^*}. \tag{5}$$

Уравнение контура внешней поверхности упругого слоя в переменных (y^*, x) запишем в виде:

$$y^* = 1 + \eta_2 x = H_3(x). \tag{6}$$

Система уравнений (3) решается при следующих граничных условиях:

$$N \frac{\partial u_x}{\partial y^*}\bigg|_{y^* = H_2(x)} = \frac{\partial u}{\partial y}\bigg|_{y = H_1(x)},\ \ M \frac{\partial u_y}{\partial y^*}\bigg|_{y^* = H_2(x)} = -p,$$

$$u_x \Big|_{y^* = H_3(x)} = 0,\ \ u_y \Big|_{y^* = H_3(x)} = 0. \tag{7}$$

Здесь $M = \dfrac{(1+\alpha^*)G\tilde{u}^* h_0}{(1-\alpha^*)\delta^* p^*}$; $N = \dfrac{\tilde{u}^* h_0 G}{\mu_0 u^* \delta^*}$; G – модуль упругости; α^* – постоянная Мусхелишвили. Для микрополярной смазки обычно $N_1 >> 1$.

Полагая $1/N_1 = \varepsilon << 1$, асимптотическое решение системы (1), удовлетворяющее граничным условиям (2), будем искать в виде:

$$u = \sum_{k=0}^{\infty} u_k \varepsilon^k,\ \ \upsilon = \sum_{k=0}^{\infty} \upsilon_k \varepsilon^k,\ \ \nu = \sum_{k=0}^{\infty} \nu_k \varepsilon^k,\ \ p = \sum_{k=0}^{\infty} p_k \varepsilon^k,\ \ \varepsilon = \frac{1}{N_1}. \tag{8}$$

Подставляя (8) в (1) и (2) для нулевого приближения (соответствующего ньютоновской жидкости), придем к следующей системе уравнений и граничных условий к ним:

$$\frac{\partial^2 u_0}{\partial y^2}=\frac{dp_0}{dx},\ \frac{\partial \upsilon_0}{\partial y}+\frac{\partial u_0}{\partial x}=0, \tag{9}$$

$$u_0=-1,\ \upsilon_0=0 \text{ при } y=0; u_0=0, \upsilon_0=0 \text{ при } y=h(x)=1+\eta x. \tag{10}$$

Точное автомодельное решение задачи (9)-(10) будем искать в виде:

$$u_0=\frac{\partial \psi_0}{\partial y}+U(x,y),\ \upsilon_0=-\frac{\partial \psi_0}{\partial x}+V(x,y),$$

$$\frac{dp_0}{dx}=\frac{\widetilde{c_1}}{h^2}+\frac{\widetilde{c_2}}{h^3},\ \psi_0=\widetilde{\psi_0}(\xi),\ U_0=\widetilde{u_0}(\xi),\ V_0=\tilde{\upsilon}(\xi)h'. \tag{11}$$

Подставляя (11) в (9) и (10), придем к следующей системе обыкновенных дифференциальных уравнений и граничных условий к ним:

$$\tilde{\psi}_0'''=\widetilde{c_2},\ \tilde{u}_0''=\widetilde{c_1},\ \tilde{\upsilon}_0'-\xi\tilde{u}_0'=0; \tag{12}$$

$$\tilde{\psi}'_0=0 \text{ при } \xi=0, \xi=1;\ \tilde{u}_0=-1,\ \tilde{\upsilon}_0=0 \text{ при } \xi=0;$$

$$\tilde{u}_0=0,\ \tilde{\upsilon}_0=0 \text{ при } \xi=1;\ \int_0^1 u_0(\xi)d\xi=0. \tag{13}$$

Решение задачи (12)-(13) легко находим непосредственным интегрированием. В результате будем иметь:

$$\tilde{\psi}_0'=\frac{\widetilde{c_2}}{2}\left(\xi^2-\xi\right),\ \tilde{u}_0=\widetilde{c_1}\frac{\xi^2}{2}-\left(\frac{\widetilde{c_1}}{2}-1\right)\xi-1, \tag{14}$$

где $\widetilde{c_1}=-6.$

Безразмерное гидродинамическое давление определяется из уравнения

$$\frac{dp_0}{dx}=\frac{\widetilde{c_1}}{h^2}+\frac{\widetilde{c_2}}{h^3}. \tag{15}$$

Перейдем к решению задачи для первого приближения.

Из системы (1), с учетом (8) для первого приближения, придем к следующей системе дифференциальных уравнений и граничных условий к ним:

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2}+N^2\frac{\partial \nu_1}{\partial y}=\frac{dp}{dx},\ \frac{\partial \upsilon_1}{\partial y}+\frac{\partial u_1}{\partial x}=0,$$

$$\frac{\partial^2 \nu_1}{\partial y^2}=\frac{\partial u_0}{\partial r}=\frac{\tilde{\psi}''_0}{h^2}+\frac{u_0'}{h}=\frac{\widetilde{c_2}}{2h^2}\left(2\frac{y}{h}-1\right)+\frac{1}{h}\left[\widetilde{c_1}\frac{y}{h}-\left(\frac{\widetilde{c_1}}{2}-1\right)\right], \tag{16}$$

$$u_1=0,\ \upsilon_1=0,\ \nu_1=0 \text{ при } y=0; u_1=0,\ \upsilon_1=0,\ \nu_1=0 \text{ при } y=h(x). \tag{17}$$

Решение задачи (16)-(17) находим непосредственным интегрированием. В результате получим:

$$\nu_1=\frac{\widetilde{c_2}}{2h^2}\left(\frac{y^3}{3h}-\frac{y^2}{2}\right)+\frac{1}{h}\left[\widetilde{c_1}\frac{y^3}{6h}-\left(\frac{\widetilde{c_1}}{2}-1\right)\frac{y^2}{2}\right]+\left(\frac{\widetilde{c_2}}{12h}+\frac{\widetilde{c_1}}{12}-\frac{1}{2}\right)y;$$

$$u_1=\frac{dp}{dx}\frac{y^2}{2}-N^2\left\{\frac{\widetilde{c_2}}{2h^2}\left(\frac{y^4}{12h}-\frac{y^3}{6}\right)+\frac{1}{h}\left[\widetilde{c_1}\frac{y^4}{24h}-\left(\frac{\widetilde{c_1}}{2}-1\right)\frac{y^3}{6}\right]+\right.$$

$$\left.+\left(\frac{\widetilde{c_2}}{12h}+\frac{\widetilde{c_1}}{12}-\frac{1}{2}\right)\frac{y^2}{2}\right\}-\frac{dp}{dx}\frac{hy}{2}-\frac{N^2h}{12}y. \tag{18}$$

Интегрируя уравнение неразрывности от 0 до h для определения гидродинамического давления, приходим к следующему уравнению

$$\frac{dp_1}{dx} = -\frac{N^2}{60}\frac{\widetilde{c_2}}{h} - \frac{N^2\widetilde{c_1}}{60} + C. \tag{19}$$

Для интегрирования уравнений (15) и (19) необходимо вначале найти функцию $\varphi(x)$. Интегрируя систему уравнений (3) с граничными условиями (7), будем иметь:

$$u_{y^*} = -\frac{p}{M}y + \frac{p}{M}H_3(x).$$

Воспользуемся приближенным равенством

$$\left|r_\partial - r_н\right| \approx u_{y^*}\Big|_{y^*=H_2(x)}, \tag{20}$$

где r_∂ – уравнение деформированного контура опорной поверхности; $r_н$ – уравнение недеформированного контура.

Из (20) следует, что $\eta_1\varphi(x) \approx \frac{p_0 + \varepsilon p_1}{M}$. Полагая $\frac{\varepsilon p_1}{M} << \frac{p_0}{M}$ для безразмерной функции $\eta_1\varphi(x)$, характеризующей деформацию опорной поверхности, получим следующую приближенную формулу:

$$\eta_1\varphi(x) \approx p_0 / M. \tag{21}$$

Из уравнения (15), с учетом (21) для определения $p_0(x)$, приходим к следующему уравнению

$$\frac{dp_0}{dx} = \frac{\widetilde{c_1}}{\left(1 + \eta x + \frac{p_0}{M}\right)^2} + \frac{\widetilde{c_2}}{\left(1 + \eta x + \frac{p_0}{M}\right)^3}. \tag{22}$$

Решение уравнения (22) находим в виде ряда Тейлора в окрестности точки x=0.

$$p_0 = p_0(0) + p_0'(0)x + \frac{p_0''(0)}{2!}x^2 + \ldots, \tag{23}$$

где

$$p_0(0) = \frac{p_a}{p^*};\quad p_0'(0) = \frac{\tilde{c}_1}{\left(1 + \frac{1}{M}\frac{p_a}{p^*}\right)^2} + \frac{\tilde{c}_2}{\left(1 + \frac{1}{M}\frac{p_a}{p^*}\right)^3};$$

$$p_0''(0) = \frac{-2\widetilde{c_1}\left(\eta + \frac{p_0'(0)}{M}\right)}{\left(1 + \frac{1}{M}\frac{p_a}{p^*}\right)^3} - \frac{-3\widetilde{c_2}\left(\eta + \frac{p_0'(0)}{M}\right)}{\left(1 + \frac{1}{M}\frac{p_a}{p^*}\right)^4} \tag{24}$$

и т.д.

Константа $\widetilde{c_2}$ определяется из условия $p_0'(0) + \frac{p''(0)}{2!} = 0.$

Решение уравнения (19) также находим в виде (23):

$$p_1 = p_1(0) + p_1'(0)x + p_1''(0)\frac{x^2}{2} + \ldots, \tag{25}$$

где

$$p_1(0) = 0,\quad p_1'(0) = -\frac{N^2\widetilde{c_2}}{60\left(1 + \frac{1}{M}\frac{p_a}{p^*}\right)} - \frac{N^2\widetilde{c_1}}{60} + c;$$

$$p_1''(0) = \frac{N^2 \widetilde{c_2}}{60} \frac{\left(\eta + \dfrac{1}{M} p_0'(0)\right)}{\left(1 + \dfrac{1}{M}\dfrac{p_a}{p^*}\right)^2}. \tag{26}$$

Константа *c* определяется из условия $p_1'(0) + p_1''(0)\dfrac{1}{2} = 0.$

Таким образом, с учетом (23) и (24) для безразмерной несущей способности подшипника, получим следующее выражение:

$$\frac{w}{p^* L} = p_0'(0)\frac{1}{2} + p_0''(0)\frac{1}{6} + \varepsilon\left[\frac{p_1'(0)}{2} + \frac{p_1''(0)}{6}\right], \tag{27}$$

где $p_0'(0), p_1'(0), p_1''(0)$ определяются выражениями (24) и (26).

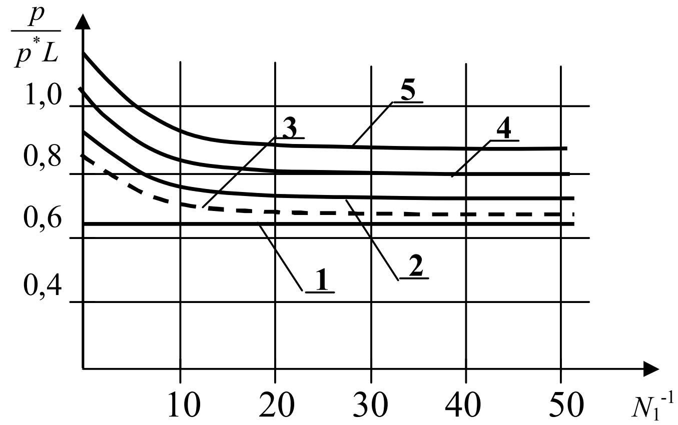

Рис. 2 Зависимость безразмерной несущей способности от параметра N_1^{-1} при различных значениях параметров M и N: *1* - $M \to \infty, N_1^{-1} \to \infty$; *2* - $N^2 = 0,6, N_1^{-1} = 40, M \to \infty$; *3* - $N^2 = 0,6, N_1^{-1} = 40, M = 100$; *4* - $N^2 = 0,8, N_1^{-1} = 40, M \to \infty$; *5* - $N^2 = 0,9, N_1^{-1} = 40, M \to \infty$

Результаты численного анализа найденного аналитического выражения (27), приведенные на рис.2, показывают:

1) при заданных значениях безразмерного параметра связи N, присущего микрополярной смазке, и значения упругогидродинамического параметра M, с увеличением безразмерного параметра N_1^{-1}, также присущего микрополярной смазке, несущая способность уменьшается. В предельном случае, при $N_1^{-1} \to \infty$, значение несущей способности стремится к соответствующему значению несущей способности подшипника, работающего на ньютоновской смазке;

2) при заданном значении упругогидродинамического параметра M, с увеличением значения параметра связи N, несущая способность подшипника возрастает. Наиболее резкое увеличение несущей способности достигается при значениях $N^2 \in [0,6;0,9]$;

3) несущая способность подшипника при заданных значениях параметров N и N_1 слабо зависит от значения упругогидродинамического параметра M. С увеличением значения параметра M несущая способность подшипника возрастает, оставаясь меньше от соответствующего значения несущей способности подшипника с жесткой опорной поверхностью.

Выводы. Разработан метод расчета упорного подшипника скольжения с нежесткой опорной поверхностью. Дана оценка влияния значений безразмерных критериев, присущих микрополярным жидкостям, а также упругогидродинамического параметра на основные рабочие характеристики подшипника. В результате установлено, что с увеличением значения параметра связи N несущая способность подшипника возрастает. Деформация опорной поверхности подшипника незначительно влияет на его несущую способность.

Библиографический список

1. Пракаш, Синха. Теория сдавливания пленок микрополярных жидкостей // Пракаш, Синха. // Проблемы трения и смазки: тр. амер. об-ва инж.-мех. – 1998. – №1. – С.147-154.
2. Kline K.A., Allen S.J. «Nonsteady Flows of Fluids With Microstructure», Physics of Fluids, Vol. 13, 1970, p. 263.
3. Prakash J., Sinha, Prawal. «Lubrication Theory for Micropolar Fluids and Its Application to a Journal Bearing», Int. J. Engng. Sci., Vol. 13, 1975, p. 217.
4. Ахвердиев К.С. Математическая модель гидродинамической смазки бесконечно широких опор, работающих в турбулентном режиме на микрополярной смазке / К.С. Ахвердиев, А.Ю. Вовк, М.А. Мукутадзе, М.А. Савенкова // Трение и смазка. – 2007. – №6. – С.278-284.
5. Ахвердиев К.С. Математическая модель гидродинамической смазки бесконечно широких опор, работающих в нестандартном турбулентном режиме на микрополярной смазке / К.С. Ахвердиев, А.Ю. Вовк, М.А. Мукутадзе, М.А. Савенкова // Вест. Донск. гос. ун-та. – 2007. – №9. – С.12-15.
6. Ахвердиев К.С. Аналитический метод прогнозирования значений критериев микрополярной смазки, обеспечивающих устойчивый режим работы радиального подшипника скольжения / К.С. Ахвердиев, А.Ю. Вовк, М.А. Мукутадзе, М.А. Савенкова // Трение и износ. – 2008. Т.29, №2. – С.184-191.

Материал поступил в редакцию 28.01.11.

References

1 Prakash, Sinha. Teoriya sdavlivaniya plenok mikropolyarnyh jidkostei / Prakash, Sinha. // Problemy treniya i smazki: Tr. amer. ob-va inj.-meh. – 1998. – №1. – S.147-154. – In Russian.

2 Kline K.A., Allen S.J. «Nonsteady Flows of Fluids With Microstructure», Physics of Fluids, Vol. 13, 1970, p. 263.

3 Prakash J., Sinha, Prawal. «Lubrication Theory for Micropolar Fluids and Its Application to a Journal Bearing», Int. J. Engng. Sci., Vol. 13, 1975, p. 217.

4 Ahverdiev K.S. Matematicheskaya model' gidrodinamicheskoi smazki beskonechno shirokih opor, rabotayuschih v turbulentnom rejime na mikropolyarnoi smazke / K.S. Ahverdiev, A.Yu. Vovk, M.A. Mukutadze, M.A. Savenkova // Trenie i smazka. – 2007. – №6. – S.278-284. – In Russian.

5 Ahverdiev K.S. Matematicheskaya model' gidrodinamicheskoi smazki beskonechno shirokih opor, rabotayuschih v turbulentnom rejime na mikropolyarnoi smazke / K.S. Ahverdiev, A.Yu. Vovk, M.A. Mukutadze, M.A. Savenkova // Trenie i smazka v mashinah i mehanizmah. – 2007. – №9. – S.12-15. – In Russian.

6 Ahverdiev K.S. Analiticheskii metod prognozirovaniya znachenii kriteriev mikropolyarnoi smazki, obespechivayuschih ustoichivyi rejim raboty radial'nogo podshipnika skol'jeniya / K.S. Ahverdiev, A.Yu. Vovk, M.A. Mukutadze, M.A. Savenkova // Trenie i iznos. – 2008. T.29, №2. – S.184-191. – In Russian.

K.S. AKHVERDIYEV, I.S. SEMENKO

HYDRODYNAMIC CALCULATION OF THRUST BEARING WITH FLEXIBLE MOUNTING FACE OPERATING ON MICROPOLAR GREASING

The computation method of the thrust plain bearing with flexible mounting face based on the equations of micropolar fluid motion and Lame's equations for a 'thin-layer' case is offered. The impact assessment of dimensionless criteria values characteristic of the micropolar fluid, and the elastohydrodynamic parameter on the basic operation factors of the bearing is given.

Key words: *thrust bearing,mounting face, micropolar greasing.*