

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 621.95.08:51-74

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ СВЯЗИ, ФОРМИРУЕМОЙ ПРОЦЕССОМ ТОЧЕНИЯ, В ЗАДАЧАХ ДИНАМИКИ ПРОЦЕССА РЕЗАНИЯ (СКОРОСТНАЯ СВЯЗЬ)

В.Л. ЗАКОВОРОТНЫЙ, ФАМ ДИНЬ ТУНГ, НГУЕН СУАН ТЬЕМ, М.Н. РЫЖКИН

(Донской государственный технический университет)

Рассмотрено математическое моделирование и идентификация параметров динамической связи между инструментом и обрабатываемой заготовкой, формируемой в процессе резания. Приведены данные о свойствах динамической связи при малых вариациях координат в окрестности точки равновесия. Исследована связь, представленная матрицей скоростных коэффициентов.

Ключевые слова: математическое моделирование, идентификация, динамическая связь, динамика процесса резания.

Введение. Материалы настоящей статьи дополняют приведённые ранее результаты моделирования, идентификации и свойств позиционной связи, формируемой процессом резания. Скоростная силовая связь, формируемая процессом резания, существует в том случае, когда скорости деформационных смещений в вариациях относительно точки равновесия не равны нулю. Как и ранее, удобно рассматривать систему резания, в которой деформационные смещения заготовки на порядок меньше, чем деформационные смещения вершины инструмента. В этом случае уравнение в вариациях относительно точки равновесия, задаваемой при неизменной скорости резания величинами подачи на оборот и глубины резания, определяется как [1 – 4]

$$m(X^*) \frac{d^2 x}{dt^2} + h_{\Sigma}(X^*, V_P, S_P, t_P) \frac{dx}{dt} + c_{\Sigma}(X^*, V_P, S_P, t_P) x = f(t), \quad (1)$$

где $x = (x_1, x_2, x_3)^T$ – вектор упругих деформационных смещений вершины режущего инструмента в вариациях относительно точки равновесия, причём $X^* = const$; $m(X^*) = [m_{s,k}(X^*)]_{s,k=1,2,3}$ – матрица масс подсистемы инструмента; $h_{\Sigma}(X^*, V_P, S_P, t_P) = [h_{\Sigma,s,k}(X^*, V_P, S_P, t_P)]_{s,k=1,2,3} = [h_{s,k}(X^*)] + [h_{s,k}^{(P)}(X^*, V_P, S_P, t_P)]_{s,k=1,2,3}$, $c_{\Sigma}(X^*, V_P, S_P, t_P) = [c_{\Sigma,s,k}(X^*, V_P, S_P, t_P)]_{s,k=1,2,3} = [c_{s,k}(X^*)] + [c_{s,k}^{(P)}(X^*, V_P, S_P, t_P)]_{s,k=1,2,3}$ – суммарные матрицы коэффициентов демпфирования и жёсткости, состоящие из параметров подсистемы инструмента и параметров динамической жёсткости и демпфирования процесса резания; $f(t) = \{f_1(t), f_2(t), f_3(t)\}^T$ – вектор внешних измеримых дельтообразных силовых возмущений, по реакциям на которые оцениваются матрицы $h_{\Sigma}(X^*) = [h_{\Sigma,s,k}(X^*, V_P, S_P, t_P)]_{s,k=1,2,3}$.

Таким образом, речь идёт об оценивании матриц h_{Σ} и на этой основе – матриц $h^{(P)} = h_{\Sigma} - h$. При этом матрицы c_{Σ} , h и m являются заданными, а $x = (x_1, x_2, x_3)^T$ и $f(t) = \{f_1(t), f_2(t), f_3(t)\}^T$ – измеримыми. Общий подход к параметрической идентификации динамических систем изложен в работах [5, 6].

Методика идентификации матриц скоростных коэффициентов. На элементы матрицы скоростных коэффициентов оказывают влияние следующие физические процессы, сопровождающие процесс обработки.

1. Непосредственное влияние зоны резания на пространственные движения инструмента относительно заготовки. Оно зависит от нормальных составляющих сил, действующих на переднюю поверхность инструмента, площади контакта стружки с передней поверхностью и скорости относительного её скольжения. Поэтому этот механизм влияния определяется закономерностями процессов трения при движении стружки. Так как матрицы скоростных коэффициентов рассматриваются в вариациях относительно точки равновесия, задаваемой постоянными значениями сил резания, по это влияние раскрывается на основе анализа приращения сил, обусловленных приращениями и вариациями скорости движения инструмента относительно стружки. В частности, в

зависимости от скорости резания, которой с учётом усадки стружки соответствует скорость её движения вдоль передней поверхности, за счёт известной зависимости коэффициента трения от скорости, вариации сил, обусловленные вариациями скорости движения инструмента, приращёния сил может быть как положительным, так и отрицательным. При этом учитываются позиционные связи, формируемые матрицей динамической жёсткости процесса резания.

2. Имеют место запаздывания вариаций сил в зависимости от вариаций смещений координат относительно точки равновесия, которые не проявляются после установления стационарного состояния системы. Эти запаздывания обусловлены тем, что при переходе от одного стационарного состояния к другому требуется время. Например, при мгновенном увеличении площади срезаемого слоя все составляющие сил изменяются не мгновенно, а после установления новой поверхности скольжения и соответствующих изменений в области вторичной пластической деформации. Для этого в области резания должны измениться распределения напряжений и деформаций, зависящие от пути, пройденного инструментом относительно заготовки в направлении скорости резания. Наконец, имеют место запаздывания изменения тангенциальных составляющих сил при изменениях их нормальных составляющих. Независимо от того, каким образом моделируется это запаздывание (в виде апериодического звена или звена чистого запаздывания) в первом приближении запаздывающие аргументы приводят к образованию составляющих сил, зависящих от скоростей рассматриваемых координат. Характерно, что скоростные коэффициенты в этом случае имеют знак, противоположный знаку установившихся деформационных смещений.

Указанные особенности показывают, что в настоящее время единственным способом оценивания скоростных реакций процесса резания на вариации скорости является идентификация матриц скоростных коэффициентов. Для этого используются реакции координат состояния системы резания на дельтаобразные силовые возмущения. Пусть заданы матрицы жёсткости, диссипации и инерционных коэффициентов подсистемы инструмента. Они определяются по правилам, изложенным ранее [7, 8]. По алгоритмам скользящей линеаризации подлежат оцениванию параметры $\partial \varphi_s / \partial \dot{x}_k = h_{s,k}^{(P)}$, $s, k = 1, 2, 3$ для различных траекторий смещения точки равновесия и технологических режимов. В основу идентификации положим спектральные характеристики колебаний, которые близки к спектральным характеристикам весовых функций системы, так как характеризуют реакцию системы на дельта – функции силовых воздействий. Частотный диапазон внешних силовых возмущений определяется параметрами бойка ударного молотка, используемого для нанесения дельтаобразного возмущения. Тогда для каждого направления внешнего воздействия $f^{(1)}(t) = \{f_1(t), 0, 0\}^T$, $f^{(2)}(t) = \{0, f_2(t), 0\}^T$, $f^{(3)}(t) = \{0, 0, f_3(t)\}^T$ из (1) имеем системы, которые определяют импульсные реакции системы в изображениях по Лапласу:

$$[m(X^*)p^2 + h_\Sigma(X^*, V_P, S_P, t_P)p + c_\Sigma(X^*, V_P, S_P, t_P)]x^{(i)}(p) = f^{(i)}(p), i = 1, 2, 3. \quad (2)$$

Для дальнейшего учтём два обстоятельства. Во-первых, в окрестности равновесия систему можно считать линейной. Поэтому все параметры в (2) остаются неизменными при варьировании силовых возмущений. Во-вторых, нанесение абсолютно идентичных внешних силовых возмущений практически не представляется возможным. Поэтому в процессе идентификации удобно в качестве исходной информации рассматривать не абсолютные импульсные реакции, а их отношения $\delta_{m,n}^{(k,s)}(p) = x_m^{(k)}(p) / x_n^{(s)}(p)$. Причём верхние индексы указывают на номер направления нанесения удара, а нижние – на номер импульсной реакции. Очевидно, что $s, k = 1, 2, 3$ и $m, n = 1, 2, 3$. Кроме этого, рассматриваются также относительные значения внешних возмущений $\delta_{s,k}(p) = f_s(p) / x_k(p)$. Так как в рассматриваемом частотном диапазоне внешние возмущения соответствуют дельтаобразным возмущениям, то

$$\delta_{s,k} = \int_0^\infty f_s(t)dt / \int_0^\infty f_k(t)dt - \quad (3)$$

измеримые коэффициенты, так как $f_i(t)$, $i = 1, 2, 3$ – измеримы. Кроме этого, справедливо $\delta_{i,i} = 1$, $i = 1, 2, 3$. Тогда в частотной области можно определить соотношения (4), позволяющие определить коэффициенты демпфирования

$$\begin{aligned}
& \delta_{1,2}^{(1)}(j\omega) \{ (-m_{1,2}\omega^2 + h_{1,2,\Sigma}\omega j + c_{1,2,\Sigma})(-m_{3,3}\omega^2 + h_{3,3,\Sigma}\omega j + c_{3,3,\Sigma}) - \\
& - (-m_{1,3}\omega^2 + h_{1,3,\Sigma}\omega j + c_{1,3,\Sigma})(-m_{3,2}\omega^2 + h_{3,2,\Sigma}\omega j + c_{3,2,\Sigma}) \} = \\
& = (-m_{2,2}\omega^2 + h_{2,2,\Sigma}\omega j + c_{2,2,\Sigma})(-m_{3,3}\omega^2 + h_{3,3,\Sigma}\omega j + c_{3,3,\Sigma}) - (-m_{2,3}\omega^2 + h_{2,3,\Sigma}\omega j + c_{2,3,\Sigma})(-m_{3,2}\omega^2 + h_{3,2,\Sigma}\omega j + c_{3,2,\Sigma}); \\
& \delta_{1,3}^{(1)}(j\omega) \{ (-m_{1,2}\omega^2 + h_{1,2,\Sigma}\omega j + c_{1,2,\Sigma})(-m_{2,3}\omega^2 + h_{2,3,\Sigma}\omega j + c_{2,3,\Sigma}) - \\
& - (-m_{1,3}\omega^2 + h_{1,3,\Sigma}\omega j + c_{1,3,\Sigma})(-m_{2,2}\omega^2 + h_{2,2,\Sigma}\omega j + c_{2,2,\Sigma}) \} = \\
& = (-m_{2,2}\omega^2 + h_{2,2,\Sigma}\omega j + c_{2,2,\Sigma})(-m_{3,3}\omega^2 + h_{3,3,\Sigma}\omega j + c_{3,3,\Sigma}) - (-m_{2,3}\omega^2 + h_{2,3,\Sigma}\omega j + c_{2,3,\Sigma})(-m_{3,2}\omega^2 + h_{3,2,\Sigma}\omega j + c_{3,2,\Sigma}); \\
& \delta_{2,3}^{(1)}(j\omega) \{ (-m_{1,2}\omega^2 + h_{1,2,\Sigma}\omega j + c_{1,2,\Sigma})(-m_{2,3}\omega^2 + h_{2,3,\Sigma}\omega j + c_{2,3,\Sigma}) - \\
& - (-m_{1,3}\omega^2 + h_{1,3,\Sigma}\omega j + c_{1,3,\Sigma})(-m_{2,2}\omega^2 + h_{2,2,\Sigma}\omega j + c_{2,2,\Sigma}) \} = \\
& = (-m_{1,2}\omega^2 + h_{1,2,\Sigma}\omega j + c_{1,2,\Sigma})(-m_{3,3}\omega^2 + h_{3,3,\Sigma}\omega j + c_{3,3,\Sigma}) - (-m_{2,3}\omega^2 + h_{2,3,\Sigma}\omega j + c_{2,3,\Sigma})(-m_{3,2}\omega^2 + h_{3,2,\Sigma}\omega j + c_{3,2,\Sigma}); \\
& \delta_{1,2}^{(2)}(j\omega) \{ (-m_{1,1}\omega^2 + h_{1,1,\Sigma}\omega j + c_{1,1,\Sigma})(-m_{3,3}\omega^2 + h_{3,3,\Sigma}\omega j + c_{3,3,\Sigma}) - \\
& - (-m_{1,3}\omega^2 + h_{1,3,\Sigma}\omega j + c_{1,3,\Sigma})(-m_{3,1}\omega^2 + h_{3,1,\Sigma}\omega j + c_{3,1,\Sigma}) \} = \\
& = (-m_{2,1}\omega^2 + h_{2,1,\Sigma}\omega j + c_{2,1,\Sigma})(-m_{3,3}\omega^2 + h_{3,3,\Sigma}\omega j + c_{3,3,\Sigma}) - (-m_{2,3}\omega^2 + h_{2,3,\Sigma}\omega j + c_{2,3,\Sigma})(-m_{3,1}\omega^2 + h_{3,1,\Sigma}\omega j + c_{3,1,\Sigma}); \\
& \delta_{1,3}^{(2)}(j\omega) \{ (-m_{1,1}\omega^2 + h_{1,1,\Sigma}\omega j + c_{1,1,\Sigma})(-m_{2,3}\omega^2 + h_{2,3,\Sigma}\omega j + c_{2,3,\Sigma}) - \\
& - (-m_{1,3}\omega^2 + h_{1,3,\Sigma}\omega j + c_{1,3,\Sigma})(-m_{2,1}\omega^2 + h_{2,1,\Sigma}\omega j + c_{2,1,\Sigma}) \} = \\
& = (-m_{2,1}\omega^2 + h_{2,1,\Sigma}\omega j + c_{2,1,\Sigma})(-m_{3,3}\omega^2 + h_{3,3,\Sigma}\omega j + c_{3,3,\Sigma}) - (-m_{2,3}\omega^2 + h_{2,3,\Sigma}\omega j + c_{2,3,\Sigma})(-m_{3,1}\omega^2 + h_{3,1,\Sigma}\omega j + c_{3,1,\Sigma}); \\
& \delta_{2,3}^{(2)}(j\omega) \{ (-m_{1,1}\omega^2 + h_{1,1,\Sigma}\omega j + c_{1,1,\Sigma})(-m_{3,3}\omega^2 + h_{3,3,\Sigma}\omega j + c_{3,3,\Sigma}) - \\
& - (-m_{1,3}\omega^2 + h_{1,3,\Sigma}\omega j + c_{1,3,\Sigma})(-m_{3,1}\omega^2 + h_{3,1,\Sigma}\omega j + c_{3,1,\Sigma}) \} = \\
& = (-m_{1,1}\omega^2 + h_{1,1,\Sigma}\omega j + c_{1,1,\Sigma})(-m_{3,3}\omega^2 + h_{3,3,\Sigma}\omega j + c_{3,3,\Sigma}) - (-m_{1,3}\omega^2 + h_{1,3,\Sigma}\omega j + c_{1,3,\Sigma})(-m_{3,1}\omega^2 + h_{3,1,\Sigma}\omega j + c_{3,1,\Sigma}); \\
& \delta_{1,2}^{(3)}(j\omega) \{ (-m_{1,1}\omega^2 + h_{1,1,\Sigma}\omega j + c_{1,1,\Sigma})(-m_{3,2}\omega^2 + h_{3,2,\Sigma}\omega j + c_{3,2,\Sigma}) - \\
& - (-m_{1,2}\omega^2 + h_{1,2,\Sigma}\omega j + c_{1,2,\Sigma})(-m_{3,1}\omega^2 + h_{3,1,\Sigma}\omega j + c_{3,1,\Sigma}) \} = \\
& = (-m_{2,1}\omega^2 + h_{2,1,\Sigma}\omega j + c_{2,1,\Sigma})(-m_{3,2}\omega^2 + h_{3,2,\Sigma}\omega j + c_{3,2,\Sigma}) - (-m_{2,2}\omega^2 + h_{2,2,\Sigma}\omega j + c_{2,2,\Sigma})(-m_{3,1}\omega^2 + h_{3,1,\Sigma}\omega j + c_{3,1,\Sigma}); \\
& \delta_{1,3}^{(3)}(j\omega) \{ (-m_{1,1}\omega^2 + h_{1,1,\Sigma}\omega j + c_{1,1,\Sigma})(-m_{2,2}\omega^2 + h_{2,2,\Sigma}\omega j + c_{2,2,\Sigma}) - \\
& - (-m_{1,2}\omega^2 + h_{1,2,\Sigma}\omega j + c_{1,2,\Sigma})(-m_{2,1}\omega^2 + h_{2,1,\Sigma}\omega j + c_{2,1,\Sigma}) \} = \\
& = (-m_{2,1}\omega^2 + h_{2,1,\Sigma}\omega j + c_{2,1,\Sigma})(-m_{3,2}\omega^2 + h_{3,2,\Sigma}\omega j + c_{3,2,\Sigma}) - (-m_{2,2}\omega^2 + h_{2,2,\Sigma}\omega j + c_{2,2,\Sigma})(-m_{3,1}\omega^2 + h_{3,1,\Sigma}\omega j + c_{3,1,\Sigma}); \\
& \delta_{2,3}^{(3)}(j\omega) \{ (-m_{1,1}\omega^2 + h_{1,1,\Sigma}\omega j + c_{1,1,\Sigma})(-m_{2,2}\omega^2 + h_{2,2,\Sigma}\omega j + c_{2,2,\Sigma}) - \\
& - (-m_{1,2}\omega^2 + h_{1,2,\Sigma}\omega j + c_{1,2,\Sigma})(-m_{2,1}\omega^2 + h_{2,1,\Sigma}\omega j + c_{2,1,\Sigma}) \} = \\
& = (-m_{1,1}\omega^2 + h_{1,1,\Sigma}\omega j + c_{1,1,\Sigma})(-m_{3,2}\omega^2 + h_{3,2,\Sigma}\omega j + c_{3,2,\Sigma}) - (-m_{1,2}\omega^2 + h_{1,2,\Sigma}\omega j + c_{1,2,\Sigma})(-m_{3,1}\omega^2 + h_{3,1,\Sigma}\omega j + c_{3,1,\Sigma}). \quad (4)
\end{aligned}$$

В уравнениях (4) все коэффициенты и внешние воздействия известны, кроме коэффициентов суммарной матрицы диссипации. Девять полученных уравнений позволяют вычислить девять коэффициентов матрицы диссипации процесса резания. Заметим, что матрица диссипации, в общем случае, не является симметричной. Более того, её симметричность является скорее исключением, чем правилом. Поэтому оцениванию подлежат все коэффициенты матрицы $h_{s,k,\Sigma}$ и соответствующей ей матрицы $h_{s,k}^{(P)}$. Как видно, все коэффициенты $h_{s,k,\Sigma}$ входят в систему (4) в виде мультипликативных форм. Поэтому для оценивания $h_{s,k,\Sigma}$ необходимо использовать специальные приёмы. Однако, как показано ранее, главные свойства системы при традиционных технологических режимах можно раскрыть на основе анализа динамической системы не в пространстве, а в плоскости. Тогда система (4) преобразуется, и получаемое уравнение относительно скоростных параметров становится линейным, для которого можно использовать хорошо алгоритмированный метод наименьших квадратов.

Вычисленные из (4) коэффициенты демпфирования являются функциями частоты. Зависимость коэффициентов матрицы диссипации от частоты требуют дальнейшего объяснения, который будет дан ниже, на примере «базовой» динамической характеристики процесса резания, рассматривающей характеристику в плоскости, нормальной к линии раздела обработанной поверхности и стружки. Кроме этого уравнения (4) обладают большой избыточностью, так как дополни-

тельно можно рассматривать отношения колебательных реакций инструмента на силы, имеющие различную ориентацию.

Таким образом, даже в одной серии экспериментов повышается статистическая достоверность идентифицируемых параметров.

Ограничимся случаем, когда рассматривается «базовая» динамическая модель, представленная в плоскости, нормальной к прямой, находящейся на пересечении плоскости резания и рабочей плоскости. Тогда оцениванию подлежат параметры $h_{1,1,\Sigma}, h_{1,2,\Sigma}, h_{2,1,\Sigma}, h_{2,2,\Sigma}$. В качестве исходной информации рассмотрим

$$\begin{cases} \delta_{2,1}(j\omega) = \frac{S_{f_1,f_1}(\omega)S_{f_1,x_2}(j\omega)}{S_{f_1,f_1}(\omega)S_{f_1,x_1}(j\omega)} = \text{Re}^{(1)}(\omega) + j \text{Im}^{(1)}(\omega); \\ \delta_{1,2}(j\omega) = \frac{S_{f_2,f_2}(\omega)S_{f_2,x_1}(j\omega)}{S_{f_2,f_2}(\omega)S_{f_2,x_2}(j\omega)} = \text{Re}^{(2)}(\omega) + j \text{Im}^{(2)}(\omega), \end{cases} \quad (5)$$

где $S_{f_i,f_i}(\omega)$ – равные между собой автоспектры внешнего силового возмущения; $S_{f_i,x_r}(j\omega)$ – взаимные спектры колебаний по силам, вычисленные на основе измерения весовых функций. Очевидно, что функции $\delta_{1,2}(j\omega)$ и $\delta_{2,1}(j\omega)$ определяются исключительно Фурье – изображениями от колебательных реакций системы на одно и то же силовое возмущение, и они не зависят от этого возмущения. Необходимым условием адекватного определения функций $\delta_{1,2}(j\omega)$ и $\delta_{2,1}(j\omega)$ является спектральный состав дельтообразных возмущений, лежащий за пределами полосы пропускания подсистемы режущего инструмента.

Тогда параметры $h_{1,1,\Sigma}, h_{1,2,\Sigma}, h_{2,1,\Sigma}, h_{2,2,\Sigma}$ определяются из следующих соотношений:

$$\begin{cases} h_{1,1,\Sigma} = \frac{\text{Re}^{(2)}(\omega)(c_{1,1,\Sigma} - m\omega^2) + c_{1,2,\Sigma}}{\omega \text{Im}^{(2)}(\omega)}; \\ h_{1,2,\Sigma} = \frac{[A_2(\omega)]^2(m\omega^2 - c_{1,1,\Sigma}) - c_{1,2,\Sigma} \text{Re}^{(2)}(\omega)}{\omega \text{Im}^{(2)}(\omega)}; \\ h_{2,1,\Sigma} = \frac{[A_1(\omega)]^2(m\omega^2 - c_{2,2,\Sigma}) - c_{2,1,\Sigma} \text{Re}^{(1)}(\omega)}{\omega \text{Im}^{(1)}(\omega)}; \\ h_{2,2,\Sigma} = \frac{\text{Re}^{(1)}(\omega)(c_{1,1,\Sigma} - m\omega^2) + c_{2,1,\Sigma}}{\omega \text{Im}^{(1)}(\omega)}, \end{cases} \quad (6)$$

где $A_1(\omega) = \sqrt{[\text{Re}^{(1)}(\omega)]^2 + [\text{Im}^{(1)}(\omega)]^2}$; $A_2(\omega) = \sqrt{[\text{Re}^{(2)}(\omega)]^2 + [\text{Im}^{(2)}(\omega)]^2}$.

Из (6) выражения для скоростных коэффициентов $h_{1,1,\Sigma}, h_{1,2,\Sigma}, h_{2,1,\Sigma}, h_{2,2,\Sigma}$ являются функциями частоты. Это обусловлено двумя обстоятельствами. Во-первых, как нетрудно показать, при условии, что все параметры подсистемы инструмента вместе с матрицами динамической жёсткости идентифицированы с некоторой погрешностью, то значения скоростных коэффициентов становятся вещественными функциями частоты. Во-вторых, структура формирования скоростных коэффициентов при малых отклонениях от точки равновесия является достаточно сложной. Поэтому прежде выясним смысл и механизм формирования параметров матрицы скоростных коэффициентов.

1. Параметр $h_{1,1}^{(P)}(\omega)$ характеризует скоростную реакцию сил в направлении $X_1^{(1)}$ на скорости этого же направления. При обработке инструментом, имеющим передний угол $\gamma \Rightarrow 0$, силы F_1 определяются, прежде всего, силами трения при движении стружки по передней поверхности. Именно они уравнивают силы, формируемые в зоне первичной пластической деформации в установившемся состоянии. В свою очередь, эти силы проявляются после соответствующих упругих деформационных смещений инструмента в направлении X_1 , что требует некоторого времени. При рассмотрении уравнений в вариациях относительно стационарного состояния, определяющего точку равновесия системы резания, силы трения зависят от скорости движения стружки, которая определяется скоростью резания с учетом усадки стружки. Здесь в скоростном

диапазоне до (1,0-1,5) м/с приращение скорости приводит к уменьшению коэффициента трения. Именно этот эффект положен в основу объяснения механизма автоколебаний инструмента относительно заготовки при резании в работах Л.С. Мурашкина и др. [9]. Объяснения развития и установления автоколебаний в этом случае опираются на известные работы Релея и Ван дер Поля. Однако этот эффект проявляется в низкочастотном скоростном диапазоне, так как он связан с фактором зависимости мощности необратимых преобразований в контактной области от скорости. Это так называемый температурно-скоростной фактор. Подчеркнём, что мощность необратимых преобразований вызывает производство тепла, изменяющего свойства трения. Однако при высокой частоте колебательной скорости, за счёт инерционности тепловых потоков, мгновенного изменения коэффициента трения может не наблюдаться.

Тангенциальная сила при прочих неизменных условиях зависит от нормального давления, определяемого силами, формируемыми в области первичной пластической деформации. Однако колебательные смещения в направлении X_1 вызывают изменения площади срезаемого слоя. Каждому значению площади срезаемого слоя соответствует своё расположение левой и правой границ первичной пластической деформации. Установление этих границ, определяющих силы, формируемые в области первичной пластической деформации, происходит не мгновенно. Они связаны с изменениями в области первичной и вторичной пластической деформации, влияющей на силы трения. В связи с этим имеет место запаздывание изменения главной составляющей силы резания от смещений инструмента относительно заготовки в направлении X_1 . Существование этого запаздывания известно, и оно моделируется апериодическим звеном первого порядка (Кудинов В.А. и др. [1]) или звеном чистого запаздывания (Эльясберг М.Е., Вейц В.Л. и др. [10, 11, 14]). Тем самым имеет место запаздывание изменения вариаций сил, как в направлении X_1 , так и в направлении X_2 . В этом случае, например, вариация силы $\delta F_1(t)$ связана с вариациями деформационных смещений $\delta X_1(t)$ следующими соотношениями в изображениях по Лапласу:

$$\delta F_1^{(1)}(p) = \frac{k_p}{1 + T_p p} \delta X_1^{(1)}(p) \quad \text{— по В.А. Кудинову,} \quad (7)$$

где k_p, T_p — соответственно в нашей терминологии коэффициент динамической жёсткости процесса резания и постоянная времени резания.

Эта же связь, по М.Е. Эльясбергу, представляется в виде:

$$\delta F_1^{(1)}(p) = k_p \exp(-T_p p) \delta X_1^{(1)}(p). \quad (8)$$

Очевидно, после разложения передаточных функций в ряд Тейлора, с точностью до двух членов, эти представления дают один и тот же результат: $\delta F_1^{(1)}(p) = k_p (1 - k_p T_p p) \delta X_1^{(1)}(p)$. Однако в модели В.А.Кудинова по мере увеличения частоты скоростной коэффициент должен уменьшаться. Для нас важно подчеркнуть, что скоростной коэффициент имеет отрицательный знак, то есть способствует самовозбуждению системы при малых колебаниях относительно точки равновесия. Кроме этого сила, формируемая колебаниями в направлении X_1 , приводит к изменениям как составляющей $\delta F_1^{(1)}(t)$, так и $\delta F_2^{(1)}(t)$. Кроме этого, строго говоря, скоростные коэффициенты, зависящие не только от влияния температурно-скоростного фактора, но и от запаздывающих аргументов, имеющих различную природу, не являются инвариантными не только к геометрическим параметрам инструмента, но и к параметрам динамической подсистемы инструмента без процесса резания.

Наконец, по мере увеличения амплитуды колебательных скоростей в направлении X_1 в зависимости от скорости резания имеет место сближение задней грани инструмента с обработанной частью поверхности. При этом формируются силы, направленные против колебательных скоростей. Этот эффект имеет прямо противоположные реакции. За счёт этой реакции скоростной коэффициент $h_{1,1}^{(P)}(\omega)$ играет роль традиционного коэффициента демпфирования. В этом случае

он должен зависеть от скорости движения вершины инструмента по направлению X_1 , которая складывается из скорости движения суппорта и скорости упругих деформационных смещений. Приведённый обзор показывает, во-первых, что скоростной коэффициент $h_{1,1}^{(p)}(\omega)$ может зависеть от частоты, во-вторых, он может иметь различный знак.

Важно подчеркнуть, что все механизмы, характеризующие влияние колебательных скоростей в направлении X_1 на силы этого же направления, характеризуют и влияние колебательных скоростей в направлении X_1 на вариации сил в направлении X_2 , то есть они определяют и коэффициент $h_{1,2}^{(p)}(\omega)$.

2. Параметр $h_{2,2}^{(p)}(\omega)$ характеризует скоростную реакцию сил в направлении X_2 на изменение скорости этого же направления. Ранее показано, что при рассмотрении установившегося состояния в случае, когда изгибные деформации инструмента отсутствуют, малые деформационные смещения в направлении X_2 не вызывают изменения сил резания. Если варьировать скорость движения заготовки относительно вершины инструмента, то есть скорость резания, то каждому значению скорости соответствует своё стационарное состояние. Известно, что по мере увеличения скорости уменьшается усадка стружки. Изменяется угол, характеризующий условную поверхность скольжения в области первичной пластической деформации, и, как следствие, уменьшается значение суммарной силы резания [12, 13]. Таким образом, в установившемся состоянии увеличению скорости резания в скоростном диапазоне до (1,2-1,5) м/с соответствует уменьшение сил резания. На эффект уменьшения сил резания, как уже указано, влияет температурно-скоростной фактор. Поэтому формирование новой ориентации поверхности скольжения и, соответственно, усадки стружки и пр. оказывают, прежде всего, термодинамические процессы, характеризующиеся своей инерционностью. Поэтому, начиная с некоторой частоты изменения колебательных скоростей в направлении $X_2^{(1)}$, в зоне стружкообразования наблюдается некоторое новое установившееся состояние и вариации сил практически отсутствуют. Было замечено, что коэффициент влияния вариации колебательной скорости на силы является зависимым от частоты, причём коэффициент $h_{2,2}^{(p)}(\omega)$, как и в п.1, является отрицательным. Кроме этого вариации колебательной скорости в направлении $X_2^{(1)}$ вызывают изменения и силы в направлении $X_1^{(1)}$, то есть приводит к образованию коэффициента $h_{2,1}^{(p)}(\omega)$, раскрывающего влияние колебательной скорости в направлении $X_2^{(1)}$ на вариации сил в направлении $X_1^{(1)}$.

Приведённые выше эффекты влияния колебательных скоростей на вариации сил резания существенно усложняются, если принять во внимание вариации углов режущего инструмента для подсистем инструмента, в которых изгибными деформационными смещениями инструмента пренебрегать нельзя.

Приведённый выше анализ не является полным. В нём отражены лишь основные эффекты влияния колебательных скоростей на силы. Однако и этот, далеко не исчерпывающий анализ, показывает сложность формирования матрицы скоростных коэффициентов и их зависимость от частоты периодических движений. Необходимость рассмотрения матриц скоростных коэффициентов возникает в том случае, когда анализируется проблема устойчивости равновесия системы и при рассмотрении движений в окрестности точки равновесия.

Анализ матриц скоростных коэффициентов процесса резания при точении. Вначале проанализируем изменение коэффициентов $h_{2,1}^{(p)}$ и $h_{2,2}^{(p)}$, которые определяются после идентификации $h_{2,1,\Sigma}$ и $h_{2,2,\Sigma}$ на основе априорной информации о коэффициентах $h_{2,1}$ и $h_{2,2}$. На рис.1 приведены функции $h_{2,1}^{(p)}$, $h_{2,2}^{(p)}$ в зависимости от скорости резания при различных величинах подачи на оборот, определяющих толщину срезаемого слоя.

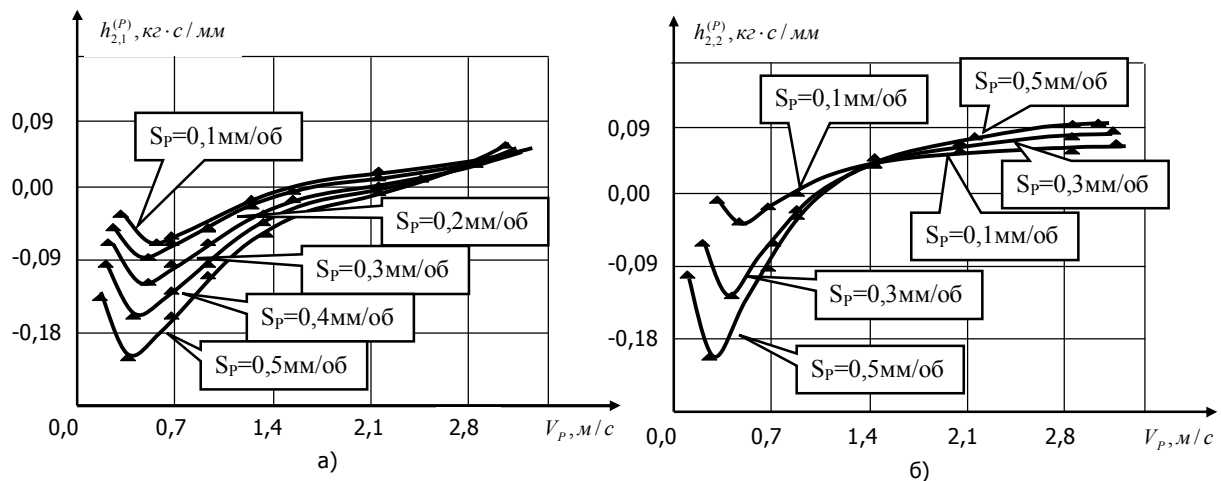


Рис. 1. Изменения элементов матрицы скоростных коэффициентов $h_{2,1}^{(p)}$ (а) и $h_{2,2}^{(p)}$ (б) в зависимости от скорости резания: процесс точения стали 20Х инструментами из Т15К6. Геометрические параметры инструмента: $\varphi = 60^\circ$; $\lambda = 10^\circ$; $\alpha = 6^\circ$; $\gamma = 0^\circ$; радиус при вершине инструмента $r = 1,0 \text{ мм}$

Мы видим, что в отличие от обработки с малыми значениями величины подачи на оборот по отношению к глубине резания, здесь увеличение подачи существенно влияет на коэффициенты $h_{2,1}^{(p)}$ и $h_{2,2}^{(p)}$, причём в области малых скоростей резания до значений $V_p \in (1,4 - 2,1) \text{ м/с}$ коэффициенты являются отрицательными. Это связано с зависимостью сил резания от скорости резания. Подчёркнём, что при оценивании коэффициентов $h_{2,1}^{(p)}$ и $h_{2,2}^{(p)}$ рассматриваются не абсолютные значения сил, а их изменения, связанные с вариациями колебательных скоростей упругих деформационных смещений инструмента. Здесь, как и при анализе позиционной связи, коэффициенты $h_{2,1}^{(p)}$ и $h_{2,2}^{(p)}$ существенно меняются при изменении углов режущего инструмента. Это особенно относится к коэффициенту $h_{2,1}^{(p)}$.

При анализе коэффициентов $h_{1,1}^{(p)}$ и $h_{1,2}^{(p)}$ (рис.2, 3) необходимо отметить следующие их особенности, принципиально влияющие на устойчивость точки равновесия динамической системы резания. Во-первых, все коэффициенты $h_{1,1}^{(p)}$ и $h_{1,2}^{(p)}$ являются положительными. Поэтому при рассмотрении скалярной модели, анализирующей только колебания в направлении X_1 , коэффициент $h_{1,1}^{(p)}$ учитывает чисто диссипативное влияние процесса резания на колебания инструмента относительно заготовки. Во-вторых, по мере увеличения скорости резания в изменениях $h_{1,1}^{(p)}$ и $h_{1,2}^{(p)}$ наблюдается минимум. В-третьих, на характеристики изменения $h_{1,1}^{(p)}$ от скорости резания существенное влияние оказывает задний угол режущего инструмента α . Его влияние особенно существенно в области малых скоростей резания. При этом, как известно, существенно меняется кинематический задний угол, зависящий от соотношения скоростей упругих деформационных смещений инструмента по направлению X_1 и скорости резания V_p . В свою очередь, в зависимости от значения кинематического угла изменяется сближение задней грани инструмента с обработанной частью заготовки. По мере сближения задней грани с обработанной поверхностью заготовки непропорционально быстро увеличиваются силы, формируемые в области контакта задней грани с заготовкой. Важно подчеркнуть, что эти силы направлены против скорости движения инструмента в сторону зоны резания, и они зависят не от упругого деформационного смещения, а от скорости. Кроме этого, на раскрытие особенностей изменения коэффициентов $h_{1,1}^{(p)}$ и

$h_{1,2}^{(p)}$ необходимо принимать во внимание закономерности изменения коэффициента трения при движении стружки по передней поверхности инструмента. В частности, начиная со скоростей резания $V_p \in (1,4 - 2,1) \text{ м/с}$, определяющих через коэффициент усадки стружки скорость движения стружки вдоль передней поверхности инструмента, силы трения проявляются в виде вязкого трения. При обработке рассматриваемого материала эти изменения связаны с формированием в области вторичной пластической деформации застойной зоны. В результате в области повышенных скоростей вариации сил становятся примерно пропорциональными колебательные скорости движения инструмента относительно заготовки, и они направлены против скорости.

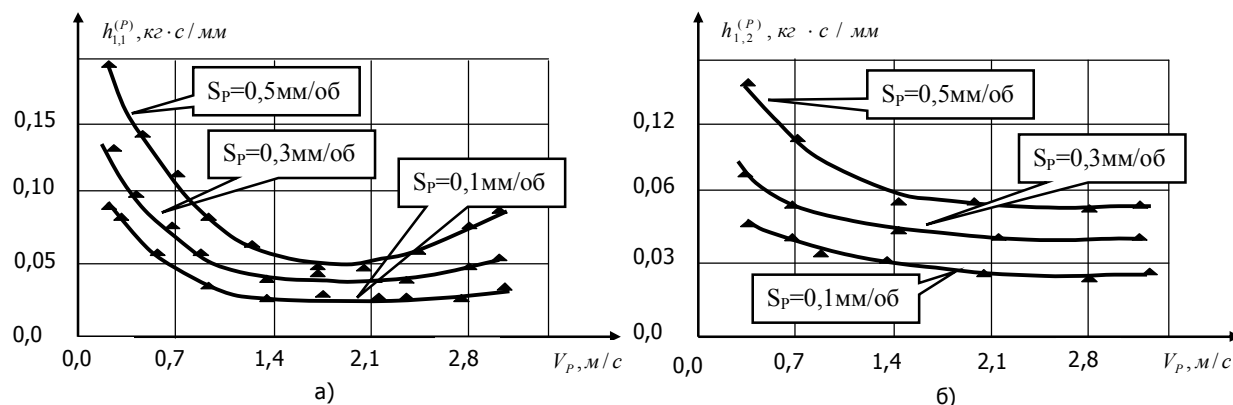


Рис.2. Изменения элементов матрицы скоростных коэффициентов $h_{1,1}^{(p)}$ (а) и $h_{1,2}^{(p)}$ (б) в зависимости от скорости резания: процесс точения стали 20Х инструментами из Т15К6. Геометрические параметры инструмента: $\varphi = 60^\circ$; $\lambda = 10^\circ$; $\alpha = 2^\circ$; $\gamma = 0^\circ$; радиус при вершине инструмента $r = 1,0 \text{ мм}$

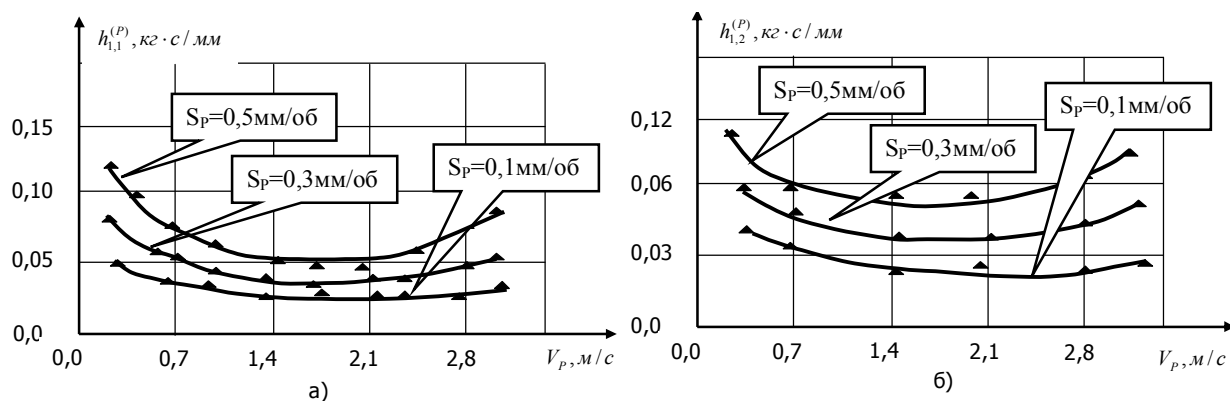


Рис.3. Изменения элементов матрицы скоростных коэффициентов $h_{1,1}^{(p)}$ (а) и $h_{1,2}^{(p)}$ (б) в зависимости от скорости резания: процесс точения стали 20Х инструментами из Т15К6. Геометрические параметры инструмента: $\varphi = 60^\circ$; $\lambda = 10^\circ$; $\alpha = 6^\circ$; $\gamma = 0^\circ$; радиус при вершине инструмента $r = 1,0 \text{ мм}$

Заключение. Матрицы скоростных коэффициентов, характеризующие скоростную линеаризованную связь, формируемую процессом резания в вариациях относительно точки равновесия, практически для любого набора технологических режимов и геометрических параметров режущего инструмента не являются симметричными. Поэтому матрицу скоростных коэффициентов динамической системы резания с учетом матрицы диссипации подсистемы инструмента без резания можно представить в виде симметричной и кососимметричной составляющих. В области малых скоростей резания симметричная часть матрицы скоростных коэффициентов системы может стать отрицательно определённой.

Библиографический список

1. Кудинов В.А. Динамика станков / В.А. Кудинов. – М.: Машиностроение, 1967. – 360 с.
2. Заковоротный В.Л. Динамика процесса резания. Синергетический подход / В.Л. Заковоротный, М.Б. Флек. – Ростов н/Д: Терра, 2006. – 876 с.
3. Заковоротный В.Л. Синергетический системный синтез управляемой динамики металлорежущих станков с учётом эволюции связей / В.Л. Заковоротный, А.Д. Лукьянов, Нгуен Донг Ан, Фам Динь Тунг. – Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2008. – 314 с.
4. Городецкий Ю.И. Функции чувствительности и динамика сложных механических систем / Ю.И. Городецкий. – Н.Новгород: Изд-во Нижегород. гос. ун-та им. Н.И. Лобачевского, 2006. – 236 с.
5. Генкин М.Д. Метод идентификации (определения параметров) механических колебательных систем по экспериментальным АЧХ / М.Д. Генкин, В.И. Сергеев, Л.В. Сухоруков // Применение теории нелинейных колебаний в механике. – Киев: Институт математики АН УССР, 1970. – С. 197-205.
6. Эйхофф П. Основы идентификации систем управления / П. Эйхофф. – М.: Мир, 1979. – 464 с.
7. Заковоротный В.Л. Моделирование деформационных смещений инструмента относительно заготовки при точении / В.Л. Заковоротный, Фам Динь Тунг, Нгуен Суан Тьем // Вестн. Донск. гос. техн. ун-та. – 2010. – Т. 10, № 7.
8. Заковоротный В.Л. Моделирование и идентификация инерционных и диссипативных свойств подсистем режущего инструмента и заготовки при точении / В.Л. Заковоротный, Фам Динь Тунг, Нгуен Суан Тьем // Вестн. Донск. гос. техн. ун-та. – 2010. – Т. 10, № 8.
9. Мурашкин Л.С. Прикладная нелинейная механика станков / Л.С. Мурашкин, С.Л. Мурашкин. – Л.: Машиностроение, 1971. – 192 с.
10. Васильков Д.В. Динамика технологической системы механической обработки / Д.В. Васильков, В.Л. Вейц, В.С. Шевченко. – СПб.: ТОО «Инвентекс», 1997. – 230 с.
11. Вейц В.Л. Динамика технологических систем / В.Л. Вейц, Д.В. Васильков, Ю.М. Зубарев. – СПб.: Изд-во С.-Петерб. ин-та машиностр., 2002. – 256 с.
12. Зорев Н.Н. Вопросы механики процесса резания металлов / Н.Н. Зорев. – М.: Машгиз, 1956. – 367 с.
13. Зорев Н.Н. Расчёт проекций силы резания / Н.Н. Зорев. – М.: Гос. науч.-техн. изд-во машиностр. лит-ры, 1958. – 53 с.
14. Эльсберг М.Е. Автоколебания металлорежущих станков. Теория и практика / М.Е. Эльсберг. – СПб.: Изд-во ОКСБ, 1993. – 182 с.

Материал поступил в редакцию 28.12.10.

References

1. Kudinov V.A. Dinamika stankov / V.A. Kudinov. – M.: Mashinostroenie, 1967. – 360 s. – In Russian.
2. Zakovorotnyi V.L. Dinamika processa rezaniya. Sinergeticheskii podhod / V.L. Zakovorotnyi, M.B. Flek. – Rostov n/D: Terra, 2006. – 876 s. – In Russian.
3. Zakovorotnyi V.L. Sinergeticheskii sistemnyi sintez upravlyaemoi dinamiki metallo-rejuschiy stankov s uchetom evolyucii svyazei / V.L. Zakovorotnyi, A.D. Luk'yanov, Nguen Dong An', Fam Din' Tung. – Rostov n/D: Izdatel'skii centr DGTU, 2008. – 314 s. – In Russian.
4. Gorodeckii Y.I. Funkcii chuvstvitel'nosti i dinamika slojnyh mehanicheskikh sistem / Y.I. Gorodeckii. – N.Novgorod: Izd-vo Nijegorod. gos. un-ta im. N.I. Lobachevskogo, 2006. – 236 s. – In Russian.
5. Genkin M.D. Metod identifikacii (opredeleniya parametrov) mehanicheskikh koleba-tel'nyh sistema po eksperimental'nym AChH / M.D. Genkin, V.I. Sergeev, L.V. Suhorukov // Primenenie teorii nelineinykh kolebaniy v mehanike. – Kiev: Institut matematiki AN USSR, 1970. – S. 197-205. – In Russian.

6. Eikhoff P. Osnovy identifikatsii sistem upravleniya / P. Eikhoff. – M.: Mir, 1979. – 464 s. – In Russian.
7. Zakovorotnyi V.L. Modelirovanie deformatsionnykh smeschenii instrumenta otnositel'no zagotovki pri tochenii / V.L. Zakovorotnyi, Fam Din' Tung, Nguen Suan T'em // Vestn. Donsk. gos. tehn. un-ta. – 2010. – T. 10, № 7. – In Russian.
8. Zakovorotnyi V.L. Modelirovanie i identifikatsiya inertsionnykh i dissipativnykh svoystv podsystem rezhushchego instrumenta i zagotovki pri tochenii / V.L. Zakovorotnyi, Fam Din' Tung, Nguen Suan T'em // Vestn. Donsk. gos. tehn. un-ta. – 2010. – T. 10, № 8. – In Russian.
9. Murashkin L.S. Prikladnaya nelineinaya mehanika stankov / L.S. Murashkin, S.L. Murashkin. – L.: Mashinostroenie, 1971. – 192 s. – In Russian.
10. Vasil'kov D.V. Dinamika tekhnologicheskoi sistemy mekhanicheskoi obrabotki / D.V. Vasil'kov, V.L. Veic, V.S. Shevchenko. – SPb.: TOO «Inventeks», 1997. – 230 s. – In Russian.
11. Veic V.L. Dinamika tekhnologicheskikh sistem / V.L. Veic, D.V. Vasil'kov, Y.M. Zubarev. – SPb.: Izd-vo S.-Peterb. in-ta mashinostr., 2002. – 256 s. – In Russian.
12. Zorev N.N. Voprosy mekhaniki protsessa rezaniya metallov / N.N. Zorev. – M.: Mashgiz, 1956. – 367 s. – In Russian.
13. Zorev N.N. Raschet proektsii sily rezaniya / N.N. Zorev. – M.: Gos. nauch.-tehn. izd-vo mashinostr. lit-ry, 1958. – 53 s. – In Russian.
14. El'yasberg M.E. Avtokolebaniya metallovezushchikh stankov. Teoriya i praktika / M.E. El'sberg. – SPb.: Izd-vo OKSB, 1993. – 182 s. – In Russian.

DYNAMIC COUPLING MODELING FORMED BY TURNING IN CUTTING DYNAMICS PROBLEMS (VELOCITY COUPLING)

V.L. ZAKOVOROTNY, PHAM DINH TUNG, CHIEM NGUYEN XUAN, M. N. RYZHKIN
(Don State Technical University)

Mathematical simulation and parameter identification of dynamic coupling between the tool and workpiece, formed through cutting, are considered. Data on the dynamic coupling characteristics under small variations of the coordinates in the neighborhood of equilibrium point are resulted. The coupling presented by the matrix of velocity coefficients is investigated.

Keywords: *mathematical simulation, identification, dynamic coupling, cutting dynamics.*