УДК 681.3.681.5

ПЕРЕСТАНОВОЧНЫЙ АЛГОРИТМ БИЭКСТРЕМАЛЬНОГО РЕШЕНИЯ ОДНОРОДНОЙ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ

Р.А. НЕЙДОРФ
(Донской государственный технический университет),
А.В. ФИЛИППОВ, З.Х. ЯГУБОВ
(Ухтинский государственный технический университет)

Разработан эффективный алгоритм построения оптимальных решений однородных распределительных задач, который назван алгоритмом биэкстремального решения, поскольку позволяет находить распределение, доставляющее экстремум одновременно двум популярным оценкам качества распределения: критерию равномерности распределения и минимаксному критерию. Изложена сущность его работы, заключающаяся в формализующей перестройке структуры загрузочной матрицы, полученной алгоритмом Романовского, с дальнейшей формализованной перестановкой заданий между их исполнителями. Приведен пример пошагового решения конкретной задачи.
Ключевые слова: *алгоритм, теория расписаний, распределительная задача, однородная система, критерий оптимизации, биэкстремальное решение, перестановочное правило.*

Введение. Двадцатый век назвали «веком очередей», что породило появление и развитие научных дисциплин, изучающих законы планирования работ, процессов, действий. В двадцать первом веке от науки о планировании требуются значительно более серьезные, сложные и эффективные решения. Это вполне объяснимо. Планетарный размах совместных действий социумов и коллективов вызывает необходимость жестко планировать их согласованные параллельно-последовательные действия во всех сферах жизни человека: производственной, экономической, социальной, военной и т.д. Это обстоятельство делает актуальным объектом исследований фундамент науки о планировании – классическую теорию расписаний (КТР), ориентированную на анализ закономерностей распределения условных абстрактных «заданий» между столь же условными и абстрактными «исполнителями [1].

Хотя распределительная задача (РЗ) концептуально проста в своей постановке и уже существует значительное количество разработанных методов ее решения, а также производственных, экономических, социальных, боевых и других примеров, их иллюстрирующих, исследование и разработка методов решения задач КТР сохраняют свою актуальность. Для КТР выделяют два типа задач, различающихся постановкой, областью приложения, способами решения: однородные РЗ (ОРЗ) и неоднородные – НРЗ. Постановка ОРЗ представляет собой существенно упрощенную форму любой РЗ. Поэтому именно она составляет фундамент самой КТР [1, 2]. Несмотря на внешнюю простоту, ОРЗ является NP-полной задачей с показательным ростом сложности при увеличении размерности [1-3]. Популярными и перспективными направлениями исследований в области ОРЗ являются следующие постановки задачи:

– повышение ресурсной (чаще всего, временной) эффективности алгоритмов точного решения оптимизационных РЗ;

– повышение точности работы алгоритмов приближенного решения, привлекательных высокой скоростью решения РЗ.

Указанные выше два направления исследования РЗ интенсивно развиваются [4-7]. Однако исследования показали, что для рассматриваемой области характерна внешне неочевидная, но весьма глубокая и обещающая серьезные перспективы ниша, скрывающая внутренние возможности РЗ, связанные с ее многоэкстремальностью [4]. Этот эффект порождает возможность ставить и решать РЗ, удовлетворяющие одновременно двум, а возможно и большему количеству экстремальных требований.

Разумеется, при этом лишь один из критериев будет иметь абсолютный экстремум, а остальные критерии будут экстремальны относительно, хотя возможны случаи совпадения относительного экстремума с абсолютным.

Поэтому можно сформулировать третье направление, которое пока не изучено, но заслуживает самого пристального внимания и выбрано объектом изучения и формализации в данной работе. Это направление может быть сформулировано как многоэкстремальная оптимизация решения РЗ, и связывается в этой статье с решением минимаксной РЗ при введении в рассмотрение второго критерия оптимизации, оценивающего равномерность распределения заданий между исполнителями.

Постановка задачи. В связи со сформулированной выше проблемой ставится задача повышения эффективности решения ОРЗ. Платформой для создания эффективного алгоритмического инструмента является свойство многоэкстремальности решений РЗ и селективный подход, разработанный для улучшения структуры решений ОРЗ, полученных по известному алгоритму Романовского (АР) [3]. Алгоритм селективного подхода весьма универсален и ранее [5, 7] был использован как эквивалентно-селективный, предназначенный для преобразования уже полученных оптимальных распределительных решений с одновременным их улучшением по выбранному дополнительному критерию, но без ухудшения оценки по исходному критерию. Поэтому в исследовании ставится цель окончательной формализации и подробной иллюстрации предложенного Романовским варианта перестановочного алгоритма [3], ориентированного на перестройку произвольного решения ОРЗ, оптимального по минимаксному критерию (ММК). Ввиду многоэкстремальности решения ОРЗ такая перестройка может привести либо к варианту совпадения экстремумов в одном решении, либо к варианту нахождения условного экстремума одного из критериев на фоне сохранения абсолютного экстремума другого.

Для доступного последовательного изложения существа предлагаемого подхода целесообразно кратко охарактеризовать математическое описание и основные свойства однородной исполнительной системы и решаемой для нее ОРЗ.

Математическая модель ОРЗ. Общая математическая модель (ММ) постановки и решения РЗ сформулирована наиболее четко в работе [8]. Построение ее версии применительно к ОРЗ основывается на понятии абстрактной исполнительной системы (ИС), состоящей из m идентичных, параллельно работающих исполнителей, составляющих множество $E=\{E_1,\dots,E_m\}$. Вторую составляющую ОРЗ образует множество независимых заданий $W=\{w_1,\dots,w_n\}$, которые необходимо распределить между исполнителями E_j ИС E. Известен ресурс выполнения каждого i-го задания, обозначаемый r_i, и он одинаков для любого j-го исполнителя e_j. Таким образом, n-множеству W сопоставлено n-множество ресурсов $R=\{r_1,\dots,r_n\}$. Решением ОРЗ является любое множество $D^W=\{W_1,\dots,W_m\}$, в котором подмножества заданий $W_j=\{w_k\,|w_k\in W\}$ отвечают обязательному свойству замкнутости РЗ, описываемому следующим отношением:

$$\forall j,k\in[1,m]\rightarrow\bigcup_{j=1}^{m}W_j=W;\,W_j\bigcap_{j\neq k}W_k=\varnothing\,.$$

Запланированная вариантом D^W загрузка заданиями каждого исполнителя E_j оценивается ресурсом R_j, определяемым аддитивным выражением $R_j=\sum r_k;\,r_k:w_k\in W_j$. Ресурсы R_j

составлены из множества закрепленных за ними заданий и образуют множества $R_j = \{ r_k | r_k \in R \}$, которые, как и W_j, отвечают обязательному свойству замкнутости:

$$\forall j,k \in [1,m] \rightarrow \bigcup_{j=1}^{m} R_j = R : R_j \bigcap_{j \neq k} R_k = \varnothing .$$

Таким образом, каждому решению РЗ в виде конкретного варианта D^W сопоставляется оценочное множество $D^R = \{ R_1, \ldots, R_m \}$. При этом качество распределения заданий по исполнителям оценивается ресурсом выполнения всего множества W и задается некоторым функционалом, дискретными аргументами которого являются ресурсы загрузки исполнителей R_j.

Для оценки решения РЗ D^W формируется функция или функционал $Q\left[D^R\right]$, отражающие требования к свойствам этого решения. Например, максимальная по ресурсу загрузка одного из исполнителей

$$Q^m\left[D^r\right] = \max_R \left\{ R_j \mid j = \overline{1,m} \right\} \tag{1}$$

представляет собой оценку ресурсоемкости решения и считается наиболее эффективной среди функционалов, а если в качестве ресурса выступает время, то выражение (1) является оценкой производительности ИС.

Другой известной и важной оценкой эффективности решения РЗ является выражение следующего вида:

$$Q^e\left[D^r\right] = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m}\left(R_j - \overline{R}\right)^2}{m-1}}, \quad \overline{R} = \frac{\sum_{j=1}^{m} R_j}{m}, \tag{2}$$

которое представляет собой СКО загрузок исполнителей от средней загрузки по ИС и служит оценкой равномерности загрузки исполнителей ИС.

Теоретически показано [1], что существует, хотя и конечное, но очень большое количество N возможных вариантов загрузки ИС. Оно зависит от размерности задачи, определяемой двумя параметрами: мощностью ИС – m и мощностью задания – n. Полное количество вариантов загрузки ИС вычисляется по формуле: $N = m^n$. Это и определяет NP-полноту алгоритма перебора вариантов решения, т.е. NP-полноту РЗ.

При любом критерии наилучшим способом конкретизации и обеспечения эффективности решения является оптимизационный подход. Например, от оценки (1) целесообразно задаться условиями минимальности значения в окончательном ее решении. Это порождает ММК оптимизации:

$$Q^{mm}\left[D^r\right] = \min_{E,W} \max_R \left\{ R_j \mid j = \overline{1,m} \right\}. \tag{3}$$

Аналогично минимизация оценки (2) порождает КРЗ

$$Q^{de}\left[D^r\right] = \min_{E,W} Q^e\left[D^r\right]. \tag{4}$$

При совместном использовании выражений (3) и (4) возможны различные варианты оптимизации решения. В условиях наличия такого интересного свойства решений ОРЗ, как многоэкстремальность [4-7], среди решений, экстремальных по ММК, могут оказаться решения, экстремальные по критерию равномерности загрузки (КРЗ). Если же таких вариантов не окажется, всегда существует условный экстремум КРЗ на фоне абсолютного оптимума решения по ММК.

Современные методы решения ОРЗ. Для решения РЗ зарубежными и российскими учеными разработано множество алгоритмов, различающихся как областью приложения, так и эксплуатационными свойствами [1-3]. Главным классификационным отличием этих методов является результат решения. Методы, позволяющие находить абсолютный оптимум решения по критериям (3) или (4), называются *точными*, тогда как методы, не гарантирующие этого свойства, называются *приближенными*.

Применительно к ОРЗ наиболее известным, распространенным и универсальным методом точного решения является АР, описанный и исследованный во многих источниках, например [3, 4]. Методологически АР принадлежит к классу методов «ветвей и границ», которые пусть и не решают проблему NP-полноты, но значительно снижают ресурс решения РЗ по сравнению с алгоритмом прямого перебора. В большинстве случаев АР дает хорошие ресурсные показатели, и позволяет решать задачи довольно высокой размерности. Так, например, приведенное в [5] решение с помощью АР 30 случайно сгенерированных РЗ с параметрами $m=19$; $n=317$; $\min r_i=25$; $\max r_i=75$, дает время решения одной ОРЗ от 3 до 21 с, что вполне приемлемо для большинства приложений.

Таблица 1

Исходный массив заданий

$R=\{r_i \mid i=\overline{1,n}\}$;	i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$n=25$	r_i	50	42	55	40	48	48	58	41	38	47	48	48	37	64	60	49	59	44	44	51	51	57	48	36	60

Однако вариант решения ОРЗ с использованием АР является однозначным результатом поданной на его вход последовательности заданий. Случайный характер значений ресурсов этих заданий приводит к самым различным структурным свойствам решения АР при неизменном оптимуме их по ММК. Для проверки жесткости АР относительно связи структуры результата проведен эксперимент с исходной выборкой заданий (табл.1). Эта совокупность обрабатывалась АР при различных способах предварительной обработки массива и начальных условий самого алгоритма. Данный массив вводился на вход алгоритма и в отсортированном по убыванию виде, и в исходном, сгенерированном по случайному закону, причем как в прямом, так и в обратном порядке. Для каждого из варьируемых условий, кроме того, использовались различные способы исходного задания верхней границы поиска: стандартный (сумма ресурсов всех заданий), метод критического пути, обработка эволюционно-генетическим алгоритмом. Во всех случаях получена одна и та же структура матрицы загрузки (табл.2).

Таблица 2

Матрица загрузки исполнительной системы, построенная реализацией АР

Ресурс загрузки	175	177	163	177	177	177	177
Средняя загрузка	174,7						
Дефицит загрузки	2	0	14	0	0	0	0
Отклонение от среднего	-0,286	-2,286	11,71	-2,286	-2,286	-2,286	-2,286
Условный номер исполнителя	1	2	3	4	5	6	7
Ресурсы заданий исполнителей	64	60	57	50	48	48	48
	60	59	55	49	48	48	47
	51	58	51	42	44	41	44
	-	-	-	36	37	40	38

Анализ структуры загрузочной матрицы, полученной при работе АР, показывает, что из довольно большого множества структурно и параметрически различных оптимумов решения ОРЗ по критерию ММК выбирается не самое лучшее. Отклонение загрузки третьего исполнителя от оптимума, названное «дефицитом загрузки», составляет 14 при отклонении от среднего более чем в пять раз превышающем отклонение от него оптимума. При этом достаточно очевидно, что возможны значительно более равномерные варианты загрузочной матрицы, сохраняющие свойство оптимальности по ММК.

Возможные пути решения поставленной задачи. Для повышения эффективности работы любого алгоритма, в том числе и АР, необходимо его модифицировать таким образом, чтобы, сохраняя оптимум оценки (1) в соответствии с критерием (3), приблизить оценку (2) к оптимуму по критерию (4). При этом поставленную задачу можно решить двумя подходами:

1) кардинально перестроить ядро АР, обеспечив более эффективную процедуру формирования загрузок исполнителей заданиями, что неизбежно приведет к дополнительному перебору вариантов (в том или ином виде) и затягиванию процесса распределения, и без того достаточно длительного у этого алгоритма;

2) разработать алгоритм перекомпоновки данных решения ОРЗ с применением АР, реализующего тенденцию стремления оценки решения к оптимуму критерия (2) в соответствии с отношением (4).

Первый подход гарантированно сложен в реализации и трудоемок. Он, фактически, приведет к построению нового точного алгоритма, наделенного типичными недостатками, ограничивающими его применение: перебор вариантов, NP-полнота, связанная с экспоненциальным ростом сложности решения при повышении размерности.

Предпочтительным представляется второй подход, который совершенно не затрагивает ядра АР, а сводится к построению дополнительной алгоритмической консоли, исправляющей, по возможности, исходно заложенную в нем однобокость распределения заданий по исполнителям, приводящую к неэффективности параметров и структуры загрузки исполнителей, недогруженных до минимакса. Такой перекос в решении типичен для методов, реализующих идеологию «ветвей и границ».

Перестановочный алгоритм биэкстремального решения ОРЗ. Предлагаемый в данной работе алгоритм является циклическим и состоит из трех последовательно повторяющихся шагов одинакового смыслового содержания.

I. Перестройка структуры матрицы загрузки (МЗ) в соответствии с набором правил, придающих ей форму, удобную для анализа.

II. Поэлементный параметрический сравнительный анализ ресурсов заданий исполнителей, наиболее перспективных для улучшающей оптимизируемую оценку перестановки.

III. Принятие решения либо о переставляемых заданиях и его реализация в анализируемом и оптимизируемом массиве, либо об отсутствии в анализируемом варианте МЗ дальнейших улучшающих замен и о завершении работы алгоритма.

Перестройка структуры матрицы загрузки. Из табл.3 виден результат перестройки табл.2, которая осуществляется в соответствии со следующими правилами.

Правило 1. Строки всех столбцов МЗ формируются в порядке убывания ресурсов назначенных исполнителям заданий, что возможно, так как в КТР порядок выполнения заданий не регламентируется (обычно при работе АР это получается автоматически).

Правило 2. Нижние строки столбцов загрузки исполнителей с меньшим количеством заданий дополняются нулями до размера наибольшего столбца МЗ.

Правило 3. В силу условности нумерации исполнителей для ОРЗ столбцы располагаются в порядке возрастания ресурса их загрузки (в результате исполнители с максимальной загрузкой оказываются в матрице последними).

Правило 4. При одинаковых ресурсах загрузки исполнители располагаются в порядке убывания ресурсов в первых строках.

Правило 5. При одинаковых ресурсах первых для исполнителей заданий они располагаются в порядке убывания ресурсов вторых заданий и т.д.

Таблица 3

Перестроенная на начальном (нулевом) шаге матрица загрузки исполнительной системы

Матрица загрузки ИС, перестроенная по возрастанию загрузок							
Ресурс загрузки	163	175	177	177	177	177	177
Средняя загрузка	174,7						
Дефицит загрузки	14	2	0	0	0	0	0
Отклонение от среднего	11,71	-0,286	-2,286	-2,286	-2,286	-2,286	-2,286
Условный номер исполнителя	1	2	3	4	5	6	7
Ресурсы заданий исполнителей	57	64	60	50	48	48	48
	55	60	59	49	48	48	47
	51	51	58	42	44	41	44
	0	0	0	36	37	40	38

Поэлементный параметрический сравнительный анализ ресурсов и управляющие решения по перестановкам в МЗ. Для анализа решаемой задачи понадобятся следующие понятия и их численные оценки:

– дефицит загрузки столбца, исследуемого на предмет замещения элемента: $\Delta R_j = R_{\max} - R_j$;

– элементарный прирост загрузки (ЭПЗ) – результат замещения задания исполнителя с дефицитом загрузки r_{kl} на задание другого исполнителя r_{ij}: $\Delta r_{kl}^{ij} = r_{ij} - r_{kl}$;

– целевой и оптимизационный пороги прироста (ЦПП и ОПП) – приросты загрузки, приводящие к нарушению постулатов биэкстремальной парадигмы решения ОРЗ: ЦПП – $\Delta r_{kl}^{ij} > 0$; ОПП – $\Delta r_{kl}^{ij} < \Delta R_j$;

– столбцы МЗ условно разбиваются на две группы: столбцы-клиенты, имеющие ресурс меньше значения минимакса и являющиеся претендентами на увеличение ресурса – они слева[©], и столбцы-доноры, имеющие ресурс, равный значению минимакса и рассматриваемые на возможность передачи части ресурса «клиентам» – они справа.

С введенными оценками можно реализовать алгоритм поэлементного сравнительного анализа МЗ, принятия и реализации решений об улучшающих перестановках заданий между исполнителями. Сравнение осуществляется по формулам, записанным для произвольного столбца-

[©] Условно принятая в данной работе ориентация.

донора с номером l и столбца-клиента с номером j ($j < l$), а также их элементов – с номерами k и l соответственно:

$$\forall\, i = n_m, n_{m-1} \ldots \to \Delta r_{ij}^{kl} = r_{kl} - r_{ij} \to \begin{cases} \Delta r_{ij}^{kl} \le 0 \to j = j+1, & (a) \\ \Delta r_{ij}^{kl} \ge \Delta R_j \to i = i-1, & (б) \\ 0 < \Delta r_{ij}^{kl} < \Delta R_j \to r_{ij} \leftrightarrow r_{kl}. & (в) \end{cases} \tag{5}$$

Сравнительный анализ и перестановки осуществляются в соответствии со следующими правилами.

Правило 1. Анализ начинается с последнего столбца МЗ и его верхнего элемента. Этот элемент сравнивается поэлементно с ресурсами первого столбца (наименее загруженного).

Правило 2. Если перебор элементов столбца проходил без перестановки, и на очередном шаге привел к правомерности первого условия (5, а) – проверяемое задание столбца-клиента имеет больший ресурс, чем предполагаемое на замещение задание столбца-донора (а задания, расположенные выше, имеют ресурс, по крайней мере, не меньший), – то алгоритм переходит к рассмотрению следующего по номеру столбца-клиента с дефицитом загрузки.

Правило 3. Если перебор всех элементов столбца закончился без перестановки, и на очередном шаге привел к правомерности второго условия (5, б) – проверяемое задание столбца-клиента имеет слишком маленький ресурс, и перестановка приведет к тому, что ресурс исполнителя-клиента станет больше минимакса, т.е. превышается ОПП, – то алгоритм переходит к рассмотрению вышерасположенного элемента анализируемого столбца-клиента.

Правило 4. Последнее отношение (5, в) соответствует условию допустимости перестановки, поэтому алгоритм осуществляет перестановку заданий между исполнителями.

Правило 5. Если в пределах очередного шага происходит перестановка, алгоритм возвращается к этапу I, и если перестановка приводит к нарушению постулированной выше структуры МЗ, обеспечивающей корректность перечисленных правил ее анализа, осуществляется перенумерация исполнителей с последующим переходом к этапам II и III.

Правило 6. Если в ходе реализации правил 1-5 с перебором всех столбцов-клиентов не происходит перестановки, столбец-донор помечается как бесперспективный и исключается из поля действия алгоритма (в табл.3-10 столбцы, содержащие «неперестановочные» элементы, выделены общей жирной границей).

Применение перестановочного алгоритма биэкстремального решения ОРЗ. Результат применения данного алгоритма отражен в табл.3. Во-первых, в результате применения алгоритма из рассмотрения выведены четыре последних столбца таблицы. В результате столбцом-донором смог стать только третий столбец, а в первом столбце-клиенте выделен первый элемент, удовлетворяющий условию (5, *а*). Результат перестановки отражен в табл.4.

Ячейки с перспективными для перестановки элементами выделены одинарными зигзагообразными границами. Результат произведенной перестановки отмечен двойными зигзагообразными границами ячеек, содержащих переставленные элементы.

Перестановка привела к изменению структуры – в табл.4 третий исполнитель загружен меньше второго, а верхняя строка содержит задание с наименьшим ресурсом. Поэтому производится перестановка столбцов и заданий, отображенная в табл.5. При этом исполнители опять перенумеровываются.

Таблица 4

Перестановка в матрице загрузки исполнительной системы на первом шаге

1-й вариант перестановки МЗ ИС							
Ресурс загрузки	166	175	174	177	177	177	177
Средняя загрузка	174,7						
Дефицит загрузки	11	2	3	0	0	0	0
Отклонение от среднего	8,714	-0,286	0,714	-2,286	-2,286	-2,286	-2,286
Условный номер исполнителя	1	2	3	4	5	6	7
Ресурсы заданий исполнителей	60	64	57	50	48	48	48
	55	60	59	49	48	48	47
	51	51	58	42	44	41	44
	0	0	0	36	37	40	38

Таблица 5

Перестроенная на первом шаге матрица загрузки исполнительной системы

1-й вариант МЗ ИС – по возрастанию загрузок и убыванию ресурсов							
Ресурс загрузки	166	174	175	177	177	177	177
Средняя загрузка	174,7						
Дефицит загрузки	11	3	2	0	0	0	0
Отклонение от среднего	8,714	0,714	-0,286	-2,286	-2,286	-2,286	-2,286
Условный номер исполнителя	1	2	3	4	5	6	7
Ресурсы заданий исполнителей	60	59	64	50	48	48	48
	55	58	60	49	48	48	47
	51	57	51	42	44	41	44
	0	0	0	36	37	40	38

Далее, по изложенным выше правилам, находится новая пара заданий, образующих улучшающую критерий (2) перестановку: в первом столбце-клиенте и третьем столбце-доноре (табл.5).

Результат второй перестановки показан в табл.6. Перестановка снова привела к нарушению постулированной структуры по положению столбцов. Второй и третий столбец меняются местами и перенумеровываются. Результат отражен в табл.7, в которой также показаны новые задания для перестановки. Отличием от первых двух шагов здесь является то, что как в столбце-доноре, так и в столбце-клиенте под вариант (5, *в*) подошли уже только вторые элементы. Результат их перестановки показан в табл.8. Поскольку опять нарушена нормальная структура, делается перестроение как столбцов, так и элементов (табл.9).

Таблица 6

Перестановка в матрице загрузки исполнительной системы на втором шаге

2-й вариант МЗ ИС – после перестановки заданий							
Ресурс загрузки	170	174	171	177	177	177	177
Средняя загрузка	174,7						
Дефицит загрузки	7	3	6	0	0	0	0
Отклонение от среднего	4,714	0,714	3,714	-2,286	-2,286	-2,286	-2,286
Условный номер исполнителя	1	2	3	4	5	6	7
Ресурсы заданий исполнителей	64	59	60	50	48	48	48
	55	58	60	49	48	48	47
	51	57	51	42	44	41	44
	0	0	0	36	37	40	38

Таблица 7

Перестроенная на втором шаге матрица загрузки исполнительной системы

2-й вариант МЗ ИС - по возрастанию загрузок и убыванию ресурсов							
Ресурс загрузки	170	171	174	177	177	177	177
Средняя загрузка	174,7						
Дефицит загрузки	7	6	3	0	0	0	0
Отклонение от среднего	4,714	3,714	0,714	-2,286	-2,286	-2,286	-2,286
Условный номер исполнителя	1	2	3	4	5	6	7
Ресурсы заданий исполнителей	64	60	59	50	48	48	48
	55	60	58	49	48	48	47
	51	51	57	42	44	41	44
	0	0	0	36	37	40	38

Таблица 8

Перестановка в матрице загрузки исполнительной системы на третьем шаге

3-й вариант МЗ ИС – после перестановки заданий							
Ресурс загрузки	173	171	171	177	177	177	177
Средняя загрузка	174,7						
Дефицит загрузки	4	6	6	0	0	0	0
Отклонение от среднего	1,714	3,714	3,714	-2,286	-2,286	-2,286	-2,286
Условный номер исполнителя	1	2	3	4	5	6	7
Ресурсы заданий исполнителей	64	60	59	50	48	48	48
	58	60	55	49	48	48	47
	51	51	57	42	44	41	44
	0	0	0	36	37	40	38

Анализ перестроенной по разработанным правилам МЗ (табл.8) заставляет перейти ко второму столбцу как клиенту и так же, как и в предыдущем случае, приводит к выделению вторых элементов столбцов. Их перестановка является завершающим этапом выравнивания загрузок исполнителей, так как приводит к неулучшаемому варианту МЗ (табл.10).

Таблица 9

Перестроенная на третьем шаге матрица загрузки исполнительной системы

3-й вариант МЗ ИС - по возрастанию загрузок и убыванию ресурсов							
Ресурс загрузки	171	171	173	177	177	177	177
Средняя загрузка	174,7						
Дефицит загрузки	6	6	4	0	0	0	0
Отклонение от среднего	3,714	3,714	1,714	-2,286	-2,286	-2,286	-2,286
Условный номер исполнителя	1	2	3	4	5	6	7
Ресурсы заданий исполнителей	60	59	64	50	48	48	48
	60	57	58	49	48	48	47
	51	55	51	42	44	41	44
	0	0	0	36	37	40	38

Таблица 10

Перестановка в матрице загрузки исполнительной системы на четвертом шаге

4-й вариант МЗ ИС – после перестановки заданий							
Ресурс загрузки	171	172	172	177	177	177	177
Средняя загрузка	174,7						
Дефицит загрузки	6	5	5	0	0	0	0
Отклонение от среднего	3,714	2,714	2,714	-2,286	-2,286	-2,286	-2,286
Условный номер исполнителя	1	2	3	4	5	6	7
Ресурсы заданий исполнителей	60	59	64	50	48	48	48
	60	58	57	49	48	48	47
	51	55	51	42	44	41	44
	0	0	0	36	37	40	38
Вариант, оптимальный как по ММК, так и по КРЗ							

В верхней строке каждого блока строк, иллюстрирующего состояние соответствующего этапа коррекции загрузки, указаны сумма ресурсов всех заданий и текущие загрузки исполнителей. В следующей строке – условная средняя загрузка исполнителей, которая (как и сумма ресурсов) должна быть неизменной при любом корректно выполненном перераспределении, а далее – избыток загрузки исполнителя относительно средней. В исходном блоке этот показатель достигал 23,2, а в конечном варианте снизился до 2,2, т.е. уменьшился в 10 раз.

Выводы*.* Эффективность алгоритма селективного перестановочного обмена заданиями достаточно высока: в пять этапов решена задача оптимизации распределения по минимаксному критерию при начальном 7%-м отклонении оценки решения распределительной задачи от виртуального абсолютного оптимума. Такой результат позволяет надеяться, что теоретическое исследование и практическая проверка предложенного селективно-минимизирующего метода улучшения и оптимизации решений распределительных задач вполне целесообразны. При этом необходимо формализовать методику отыскания перспективных совокупностей взаимно обмениваемых заданий, а также методику контроля корректности совершаемых замен.

Библиографический список

1. Конвей Р.В. Теория расписаний / Р.В. Конвей, В.Л. Максвелл, Л.В. Миллер. – М.: Наука, 1975. – 360 с.

2. Коффман Э.Г. Теория расписания и вычислительные машины / Э.Г. Коффман. – М.: Наука, 1987. – 334 с.

3. Романовский И.В. Алгоритмы решения экстремальных задач / И.В. Романовский. – М.: Наука, 1977. – 352 с.

4. Будиловский Д.М. Оптимизация решения задач теории расписаний на основе эволюционно-генетической модели распределения заданий: дис. … канд. техн. наук. – Ростов н/Д, 2007.

5. Филиппов А.В. Эквивалентно-селективный метод повышения эффективности работы распределительных алгоритмов / А.В. Филиппов, З.Х. Ягубов, Р.А. Нейдорф // «Инновация, экология и ресурсосберегающие технологии на предприятиях машиностроения, авиастроения, транспорта и сельского хозяйства»: Тр. IX междунар. науч.-техн. конф. – Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2010. – С.366-373.

6. Филиппов А.В. Ресурсно-точностной анализ алгоритма критического пути / А.В. Филиппов // Тр. 1-го Междунар. семинара студентов, аспирантов и ученых «Системный анализ, управление и обработка информации» / под общ. ред. Р.А. Нейдорфа. – Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2010. – С.98-106.

7. Нейдорф Р.А. Селективно-минимизирующий метод повышения эффективности работы приближенных распределительных алгоритмов / Р.А. Нейдорф, А.В. Филиппов, З.Х. Ягубов // Тр. 1-го междунар. семинара студентов, аспирантов и ученых «Системный анализ, управление и обработка информации» / под общ. ред. Р.А. Нейдорфа. – Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2010. – С.106-115.

8. Нейдорф Р.А. Методологические проблемы теории расписаний/ Р.А. Нейдорф, В.Г. Кобак // Системный анализ, управление и обработка информации: 1-й межвуз. сб. науч. ст. / ДГТУ; ТТИ ЮФУ. – Ростов н/Д, 2007. – С.101-108.

Материал поступил в редакцию 20.04.2011.

References

1. Konvej R.V. Teoriya raspisanij / R.V. Konvej, V.L. Maksvell, L.V. Miller. – M.: Nauka, 1975. – 360 s. – In Russian.

2. Koffman E`.G. Teoriya raspisaniya i vy`chislitel`ny`e mashiny` / E`.G. Koffman. – M.: Nauka, 1987. – 334 s. – In Russian.

3. Romanovskij I.V. Algoritmy` resheniya e`kstremal`ny`x zadach / I.V. Romanovskij. – M.: Nauka, 1977. – 352 s. – In Russian.

4. Budilovskij D.M. Optimizaciya resheniya zadach teorii raspisanij na osnove e`volyucionno-geneticheskoj modeli raspredeleniya zadanij: dis. … kand. texn. nauk. – Rostov n/D, 2007. – In Russian.

5. Filippov A.V. E`kvivalentno-selektivny`j metod povy`sheniya e`ffektivnosti raboty` raspredelitel`ny`x algoritmov / A.V. Filippov, Z.X. Yagubov, R.A. Nejdorf // «Innovaciya, e`kologiya i resursosberegayushhie texnologii na predpriyatiyax mashinostroeniya, aviastroeniya, transporta i sel`skogo xozyajstva»: Tr. IX mezhdunar. nauch.-texn. konf. – Rostov n/D: Izdatel`skij centr DGTU, 2010. – S.366-373. – In Russian.

6. Filippov A.V. Resursno-tochnostnoj analiz algoritma kriticheskogo puti / A.V. Filippov // Tr. 1-go мezhdunar. seminara studentov, aspirantov i uchyony`x «Sistemny`j analiz, upravlenie i obrabotka informacii» / pod obshh. red. R.A. Nejdorfa. – Rostov n/D: Izdatel`skij centr DGTU, 2010. – S.98-106. – In Russian.

7. Nejdorf R.A. Selektivno-minimiziruyushhij metod povy`sheniya e`ffektivnosti raboty` priblizhyonny`x raspredelitel`ny`x algoritmov / R.A. Nejdorf, A.V. Filippov, Z.X. Yagubov // Tr. 1-go mezhdunar. seminara studentov, aspirantov i uchyony`x «Sistemny`j analiz, upravlenie i obrabotka informacii» / pod obshh. red. R.A. Nejdorfa. – Rostov n/D: Izdatel`skij centr DGTU, 2010. – S.106-115. – In Russian.

8. Nejdorf R.A. Metodologicheskie problemy` teorii raspisanij / R.A. Nejdorf, V.G. Kobak // Sistemny`j analiz, upravlenie i obrabotka informacii: 1-j mezhvuz. sb. nauch. st. / DGTU; TTI YUFU. – Rostov n/D, 2007. – S.101-108. – In Russian.

EXCHANGE ALGORITHM OF BIEXTREMAL SOLUTION TO HOMOGENEOUS ALLOCATION PROBLEM

R.A. NEYDORF
(Don State Technical University),
A.V. FILIPPOV, Z.K. YAGUBOV
(Ukhta State Technical University)

An effective algorithm of constructing optimal solutions to homogeneous allocation problems is developed. It is called a biextremal solution algorithm because it permits to find the distribution carrying an extremum to two popular distribution evaluations simultaneously: uniformity of distribution criterion and minimax criterion. The principle of its operation consists in formalizing structure transformation of the core-image matrix derived by Romanovsky's algorithm with further formalized rearrangement of tasks between their executors. An example of incremental solution to the particular problem is provided.
Keywords: *algorithm, theory of scheduling, allocation problem, homogeneous system, optimization criterion, biextremal solution, permutable rule.*