

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 519.6: 501

ПРИЛОЖЕНИЕ МОДЕЛЕЙ СВЕРХЗВУКОВЫХ РАДИАЦИОННЫХ ВОЛН ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПЛАМЕНИ В ПОРШНЕВЫХ ДВИГАТЕЛЯХ*

Е.Н. ЛАДОША, Д.С. ЦЫМБАЛОВ, О.В. ЯЦЕНКО

(Донской государственный технический университет)

Исследована связь различных авто- и солитонных моделей. Выявлена общность постановки задач горения, распространения сверхзвуковой радиационной волны и движения уединенной волны на мелкой воде. Обосновано использование известных математических результатов для описания волновых пламенных структур в заре поршневых двигателей.

Ключевые слова: солитоны, пламя, горение, радиационные волны, моделирование, аналогия.

Обычно пламенные структуры описываются уравнениями типа Колмогорова – Петровского – Пискунова [1]:

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} + v \frac{\partial c}{\partial z} + Wc^2(1-c) = 0, \quad c(-\infty) = 0, \quad c(\infty) = 1. \quad (1)$$

Автомодельная переменная z в (1) имеет вид волны $z = (x - vt)/\Delta$ шириной Δ , бегущей со скоростью v . Величина последней суть собственное значение краевой задачи. Искомая функция $c(z)$ ассоциируется с формой перемещающих в пространстве концентраций, температурой, иными параметрами, D – с коэффициентом диффузии, W – с темпом превращения, сгорания, заражения или другой локальной трансформации среды. Формализм (1) применим для описания различных авто- и волновых процессов: фотодиссоциации газа под действием интенсивного УФ излучения [2], единичной волны на мелкой воде [3], адсорбции газа пористой средой [4]. Это позволяет использовать известные решения формально подобных задач для содержательно оригинальных постановок.

Покажем сводимость задачи [2] к уравнению (1). Модельная система уравнений переноса излучения и химической кинетики для фотодиссоциации газа имеет вид:

$$\frac{\partial I}{\partial x} = -\sigma c I; \quad \frac{\partial c}{\partial t} = -\sigma c I; \quad I(-\infty, t) = I^0; \quad I(\infty, t) = 0; \quad c(-\infty, t) = 0; \quad c(\infty, t) = c^0, \quad (2)$$

где $x, t, I = I(x, t), c = c(x, t)$ – координата, время, интенсивность излучения и концентрация поглощающих частиц; σ – сечение поглощения.

Ее решением служит

$$I(x, t) = \frac{I^0}{1+g}; \quad c(x, t) = \frac{c^0 g}{1+g}; \quad g = \exp \left[\sigma c^0 \left(x - \frac{I^0}{c^0} t \right) \right]. \quad (3)$$

Решение (3) является автомодельным, что обусловлено законом сохранения частиц в элементарном фотохимическом акте. Автомодельной переменной служит $z = \sigma c^0 [x - (I^0/c^0) t]$, что соответствует движению профилей $I(z)$ и $c(z)$ в невозмущенный газ со скоростью $u_F = I^0/c^0$. Протяженность области фотореакции составляет $l = 1/\sigma c^0$. В переменных $\tilde{I} = I/I^0, \tilde{c} = c/c^0$ с учетом консервативности $\tilde{I} + \tilde{c} = 1$ уравнения (2) принимают вид:

$$\frac{\partial \tilde{I}}{\partial x} = -\sigma c^0 \tilde{I}(1-\tilde{I}); \quad \frac{\partial \tilde{c}}{\partial t} = -\sigma I^0 \tilde{c}(1-\tilde{c}). \quad (4)$$

* Работа выполнена при поддержке фонда ALCOA.

Дифференцируя уравнение (4) по автомодельной переменной, заменяя $\partial \tilde{I} / \partial z$ в правой части результата на $-\sigma c^0 \tilde{I}(1-\tilde{I})$ и умножая обе части результирующего уравнения на $(I^0/c^0)(1/\sigma c^0)$, получаем:

$$\frac{I^0}{c^0} \frac{1}{\sigma c^0} \frac{\partial^2 \tilde{I}}{\partial z^2} + \frac{I^0}{c^0} \frac{\partial \tilde{I}}{\partial z} + 2\sigma I^0 \tilde{I}^2 \times (1-\tilde{I}) = 0, \quad \tilde{I}(-\infty, t) = 1, \quad \tilde{I}(\infty, t) = 0. \quad (5)$$

Идентичность уравнений (5) и (1) очевидна: роль коэффициента диффузии D играет комплекс $(I^0/c^0)(1/\sigma c^0)$, темпа локальной перестройки среды W – величина $2\sigma I^0$. Собственное значение краевой задачи (2) $v = I^0/c^0$ совпадает с известной скоростью волны горения [1] $v = (WD/2)^{1/2}$.

Аналогичные рассуждения позволяют установить связь уравнений (1) и (2) с солитонной моделью *Кортевега – де Вриза* (КдВ), описывающей эволюцию единичной волны на мелкой воде [4]. Введя новую функцию $g(z) = dc(z)/dz$, дифференцированием (1) и подстановкой в результат известного решения [1] $c(z) = [1 + \text{th}(z/\Delta)]/2$ получаем уравнение КдВ:

$$g'_t + A g g'_x + B g'''_{xxx} = 0, \quad g(-\infty, t) = 0, \quad g(\infty, t) = 0. \quad (6)$$

Здесь, если отвлечься от связи между скоростью, амплитудой и шириной импульса в солитоне КдВ, оказывается $A = 3 (WD/2)^{1/2}$, $B = (2D^3/W)^{1/2}$ и соответственно $v = A/3$, $\Delta = (12B/A)^{1/2}$.

Практическая ценность проведенного в данной работе анализа состоит в выявлении реальной возможности распространить теоретические результаты работ [2, 5, 6] на описание автоволновых структур при горении в поршневых двигателях. В частности, предлагаются модели [2, 5, 6] адаптивирования для пламени с параллельно и последовательно протекающими реакциями в условиях обратимости тепловыделения при наличии источников вещества и энергии.

Библиографический список

1. Колмогоров А.Н. Исследование уравнения диффузии, соединенного с возрастанием количества вещества и его применение к одной биологической проблеме / А.Н. Колмогоров, И.Г. Петровский, Н.С. Пискунов // Бюллетень МГУ. Сер. А., 1937. Т. 1 Вып. 6. – С. 1–26.
2. Давлетшин Р.Ф. Кинетика фотопревращений в молекулярном газе, облучаемом мощным источником УФ-излучения / Р.Ф. Давлетшин, Н.Н. Кудрявцев, О.В. Яценко // Кинетика и катализ. 1993. Т. 34. № 5. – С. 780–782.
3. Ньюэлл А. Солитоны в математике и физике / А. Ньюэлл. – М.: Мир, 1989.
4. Тихонов А.Н. Поглощение газа из воздуха слоем зернистого материала / А.Н. Тихонов, А.А. Жуховицкий, Я.Л. Забежинский // ЖФХ. 1946. Т. 20. Вып. 10. – С. 1113–1121.
5. Давлетшин Р.Ф. Теоретическое исследование радиационных волн в газе. Часть 2 / Р.Ф. Давлетшин, О.В. Яценко // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Ест. науки. 1997. № 1. С. 53–57.
6. Яценко О.В. Теоретическое исследование радиационных волн в газе. Часть 3 / О.В. Яценко // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2001. № 1. – С. 50–52.

Материал поступил в редакцию 31.05.11.

References

1. Kolmogorov A.N. Issledovanie uravneniya diffuzii, soedinyonnogo s vozzrastaniem kolichestva veshhestva, i ego primenenie k odnoj biologicheskoy probleme / A.N. Kolmogorov, I.G. Petrovskij, N.S. Piskunov // Byulleten` MGU. Ser. A., 1937. T. 1. Vy`p. 6. – S. 1–26. – In Russian.
2. Davletshin R.F. Kinetika fotoprevrashhenij v molekulyarnom gaze, obluchaemom moshhny`m istochnikom UF-izlucheniya / R.F. Davletshin, N.N. Kudryavcev, O.V. Yacenko // Kinetika i kataliz. 1993. T. 34. # 5. – S. 780–782. – In Russian.
3. N`yue`ll A. Solitony` v matematike i fizike / A. N`yue`ll. – M.: Mir, 1989. – In Russian.
4. Tixonov A.N. Pogloshhenie gaza iz vozduxa sloem zernistogo materiala / A.N. Tixonov, A.A. Zhuxoviczkij, Ya.L. Zabezinskij // ZHFX. 1946. T. 20. Vy`p. 10. – S. 1113–1121. – In Russian.
5. Davletshin R.F. Teoreticheskoe issledovanie radiacionny`x voln v gaze. Chast` 2 / R.F. Davletshin, O.V. Yacenko // Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Est. nauki. 1997. # 1. S. 53–57. – In Russian.
6. Yacenko O.V. Teoreticheskoe issledovanie radiacionny`x voln v gaze. Chast` 3 / O.V. Yacenko // Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki. 2001. # 1. – S. 50–52. – In Russian.

APPLICATION OF SUPERSONIC RADIATION WAVE MODELS TO FLAMES SPECIFICATION IN RECIPROCATOR

E.N. LADOSHA, D.S. TSYMBALOV, O.V. YATSENKO

(Don State Technical University)

Some relations between various auto- and soliton models are investigated. Common features in the problem formulation of combustion, supersonic radiation wave propagation and moving of soliton wave on soundings are revealed. Realization of the known mathematical solutions for wave flame structure characterization in the reciprocating motor grain is proved.

Keywords: solitons, flame, combustion, radiation waves, modeling, analogy.