УДК 681.3+681.5

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КРИТЕРИЕВ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРИ РЕШЕНИИ НЕОДНОРОДНОЙ МИНИМАКСНОЙ ЗАДАЧИ СПИСОЧНЫМ АЛГОРИТМОМ

В.Г. КОБАК, М.А. МУРАТОВ
(Донской государственный технический университет)

Рассмотрен списочный алгоритм В.Н. Плотникова – В.Ю. Зверева. Использованы минимаксный, квадратичный и кубический критерии. Разработаны программные средства для анализа эффективности критериев.
***Ключевые слова:** списочные алгоритмы, минимаксный, квадратичный, кубический критерии.*

Введение. В последние годы все более широкое распространение получают многопроцессорные, многомашинные вычислительные комплексы, территориальное распределенные с различным программно-аппаратными платформами, объединённые в единую вычислительную систему. Необходимость поиска наилучшего распределения заданий определяется существенными возможностями экономии машинного времени. Теоретическая сложность нахождения наилучшего распределения связана с решением экстремальных задач комбинаторного типа, требующих больших вычислительных ресурсов.

Планирование выполнения функциональных операторов вычислительной системой. Имеется вычислительная система, состоящая из N несвязанных устройств (процессоров) $P=\{p_1,p_2,...,p_n\}$. На обработку поступает M – множество независимых параллельных заданий (работ, операторов) $T=\{t_1,t_2,...,t_m\}$, известно время решения $\tau(t_i p_j)$ каждого задания t_i на устройстве p_j – матрица T_τ. Устройства неоднородны, но каждое задание может выполняться на любом устройстве, время выполнения определяется значением $\tau(t_i p_j)$. Если задание не может быть выполнено на каком-либо из обслуживающих устройств совсем, то это устройство с избирательными свойствами и время выполнения задачи на этом устройстве определено как $\tau(t_i p_j)=\infty$ [1]. В каждый момент времени отдельный процессор обрабатывает не более одного задания и выполнение задания не прерывается для передачи на другой процессор. Требуется найти такое распределение заданий по процессорам, при котором суммарное время выполнения заданий на каждом из процессоров было бы минимальным.

Алгоритм В.Н. Плотникова – В.Ю. Зверева. При решении распределительной задачи эффективность полученного решения зависит от выбора алгоритма, который должен наилучшим образом учитывать структуру и характеристики вычислительных устройств. Широкое распространение получили простые и достаточно эффективные списочные расписания, основанные на эвристических алгоритмах. Среди таких алгоритмов можно выделить алгоритм, предложенный В.Н. Плотниковым и В.Ю. Зверевым. Это приближенный метод для поиска близкого к оптимальному решению использующий критерий минимакса.

1. Упорядочим строки матрицы T_τ по убыванию сумм всех элементов строки $\sum_{j=1}^{n}(\tau(t_1 p_j)) \ge \sum_{j=1}^{n}(\tau(t_2 p_j)) \ge \ \dots \ge \sum_{j=1}^{n}(\tau(t_m p_j))$. Этим достигается распределение на первых этапах алгоритмов с большим временем счета и более равномерная загрузка ими вычислительных машин.

2. В преобразованной матрице T_τ' выделим первую строку $i=1$ и найдем в ней $\min(\tau(t_1 p_j))$ – минимальный элемент. Примем этот элемент за элемент распределения и прибавим его к соответствующему элементу второй строки $\min(\tau(t_1 p_j)) + (\tau(t_2 p_j))$.

3. Вторая строка теперь учитывает предыдущее решение. Выберем из нее минимальный $\min(\tau(t_2 p_j))$,прибавим его к соответствующему элементу третьей строки $\min(\tau(t_2 p_j)) + (\tau(t_3 p_j))$ и т.д., получим матрицу T_τ''.

4. На выполнение назначается минимальный элемент строки $\min(\tau''(t_i p_j))$, такой что $\min(\tau(t_i p_j)) \neq 0$.

Данный алгоритм применяется для неоднородной вычислительной системы, т. е. тогда когда время выполнения одного и того же задания может отличаться на разных вычислительных устройствах. Алгоритм отличается наибольшим по сравнению с точными быстродействием, простотой и позволяет получить приемлемые по точности решения [2].

Адаптация алгоритма В.Н. Плотникова – В.Ю. Зверева к квадратичному критерию.

1. Упорядочим строки матрицы T_τ по убыванию сумм всех элементов строки $\sum_{j=1}^{n}(\tau(t_1 p_j)) \geq \sum_{j=1}^{n}(\tau(t_2 p_j)) \geq \ \ldots \geq \sum_{j=1}^{n}(\tau(t_m p_j))$. Этим достигается распределение на первых этапах алгоритмов с большим временем счета и более равномерная загрузка ими вычислительных машин.
2. Объявим строку β – строкой текущего состояния.
3. Для каждого элемента столбца посчитаем квадратичный критерий $\mu_i = \sum\left(\bar{\beta} + \left(\tau\left(t_1 p_j\right)\right)\right)^2$.
4. К строке β добавим элемент строки $(\tau(t_1 p_j))$ такой, что μ_i минимально.
5. Повторить последовательно для всех строк матрицы.

Адаптация алгоритма В.Н. Плотникова – В.Ю. Зверева к кубическому критерию. Упорядочим строки матрицы T_τ по убыванию сумм всех элементов строки $\sum_{j=1}^{n}(\tau(t_1 p_j)) \geq \sum_{j=1}^{n}(\tau(t_2 p_j)) \geq \ \ldots \geq \sum_{j=1}^{n}(\tau(t_m p_j))$. Этим достигается распределение на первых этапах алгоритмов с большим временем счета и более равномерная загрузка ими вычислительных машин.

1. Объявим строку β – строкой текущего состояния.
2. Для каждого элемента столбца посчитаем кубический критерий $\mu_i = \sum\left(\bar{\beta} + \left(\tau\left(t_1 p_j\right)\right)\right)^3$.
3. К строке β добавим элемент строки $(\tau(t_1 p_j))$ такой, что μ_i минимально.
4. Повторить последовательно для всех строк матрицы [3].

Пример решения по трем критериям. Приведем пример решения задачи с использованием минимаксного критерия на примере следующей матрицы (заранее упорядоченной). Квадратными скобками [x] будем выделять распределенные элементы.

$$T' = \begin{vmatrix} 24 & 14 & 22 \\ 9 & 22 & 24 \\ 6 & 23 & 14 \\ 19 & 13 & 9 \\ 6 & 1 & 10 \end{vmatrix} \qquad T' = \begin{vmatrix} 24 & [14] & 22 \\ [9] & 22 & 24 \\ 6 & 23 & [14] \\ 19 & 13 & [9] \\ [6] & 1 & 10 \end{vmatrix}.$$

Используя минимаксный критерий, получаем распределение (15, 14, 23); теперь используем квадратичный критерий.

$$T' = \begin{vmatrix} 24 & [14] & 22 \\ [9] & 22 & 24 \\ [6] & 23 & 14 \\ 19 & 13 & [9] \\ 6 & [1] & 10 \end{vmatrix} \qquad Z' = \begin{vmatrix} 576 & [196] & 484 \\ [277] & 1296 & 772 \\ [421] & 1450 & 473 \\ 1352 & 954 & [502] \\ 718 & [531] & 782 \end{vmatrix}.$$

На приведенной матрице Z', в правой части представлен подсчет квадратичного критерия критерия. В результате вычисления получили распределение (15, 15, 9).

Теперь используем **кубический критерий**:

$$T' = \begin{vmatrix} 24 & [14] & 22 \\ [9] & 22 & 24 \\ [6] & 23 & 14 \\ 19 & 13 & [9] \\ 6 & [1] & 10 \end{vmatrix} \qquad Z' = \begin{vmatrix} 13824 & [2744] & 10648 \\ [3473] & 46656 & 16568 \\ [6119] & 51382 & 6217 \\ 42048 & 23058 & [6848] \\ 12734 & [7479] & 12978 \end{vmatrix}.$$

На приведенной матрице Z', в правой части представлен подсчет кубического критерия. Используя кубический критерий, получаем следующее распределение (15, 15, 9).

Так как алгоритм, предложенный В.Н. Плотниковым и В.Ю. Зверевым, использует минимаксный критерий, а авторы предлагают использовать кубический и квадратичный критерий, необходимо определить, какой критерий даст более приемлемый результат. Аналитически доказать, какой лучше критерий, авторам не удалось. Поэтому для ответа на данный вопрос были проведены вычислительные эксперименты при размерностях задачи из интервала [25, 30]. Минимальное количество экспериментов по каждой размерности равнялось 1000. Результат представлен в табл.1.

Таблица 1

Сравнение кубического, квадратичного и минимаксного критерия

Наименование/nxm	2x31	3x31	4x31	2x131	3x131	4x131	2x531	3x531	4x531
Средний t max по куб. крит.	415	289	214	1737	1157	858	6999	4613	3421
Средний t max по минимак. крит.	418	291	215	1750	1181	882	7130	4749	3525
Средний t max по квадрат. крит.	414	288	212	1731	1151	853	6977	4596	3408

Для большого числа приборов результаты представлены в табл.2.

Таблица 2

Сравнение кубического, квадратичного и минимаксного критерия

Наименование/nxm	7x31	8x31	9x31	7x131	8x131	9x131	7x531	8x531	9x531
Средний t max по куб. крит.	128	104	102	491	438	388	1949	1705	1522
Средний t max по минимак. крит.	129	107	102	500	442	391	2029	1773	1566
Средний t max по квадрат. крит.	128	104	101	488	434	385	1938	1702	1498

Выводы. Для алгоритма В.Н. Плотникова – В.Ю. Зверева наиболее приемлемым критерием является квадратичный, так как применение его дает лучшие результаты. Преимуществом данного критерия является то, что при увеличении размерности задачи применение квадратичного критерия приводит к получению результатов на порядок лучше, чем минимаксный и более предпочтительный, чем кубический.

Библиографический список

1. Алексеев О.Т. Комплексное применение методов дискретной оптимизации / О.Т. Алексеев. – М.: Наука, 1987.
2. Плотников В.Н. Техническая кибернетика / В.Н. Плотников, В.Ю. Зверев.– 1974. – №3.
3. Кобак В.Г. Использование алгоритма В.Н. Плотникова – В.Ю. Зверева по кубическому критерию для решения неоднородных задач / В.Г. Кобак, М.А. Муратов // ММТТ-24. – 2011.

Материал поступил в редакцию 08.06.2011.

References

1. Alekseev O.T. Kompleksnoe primenenie metodov diskretnoj optimizacii / O.T. Alekseev. – M.: Nauka, 1987. – In Russian.
2. Plotnikov V.N. Texnicheskaya kibernetika / V.N. Plotnikov, V.Yu. Zverev.– 1974. – #3. – In Russian.
3. Kobak V.G. Ispol`zovanie algoritma V.N. Plotnikova – V.Yu. Zvereva po kubicheskomu kriteriyu dlya resheniya neodnorodny`x zadach / V.G. Kobak, M.A. Muratov // MMTT-24. – 2011. – In Russian.

COMPARATIVE ANALYSIS OF PERFORMANCE CRITERIA IN SOLUTION OF NONUNIFORM MINIMAX PROBLEM BY LIST ALGORITHM

V.G. KOBAK, M.A. MURATOV
(Don State Technical University)

V.N.Plotnikov - V.J.Zverev list algorithm is examined. Minimax, quadratic and cubic criteria are used. The software for the analysis of criteria efficiency is developed.
Keywords: *list algorithms, minimax, quadratic, cubic criteria.*