УДК 621.924.6:621.833

# ЗАТЫЛОВАНИЕ ЧЕРВЯЧНЫХ ФРЕЗ ДЛЯ ОБРАБОТКИ ЗУБЧАТЫХ КОЛЕС С ЭЛЛИПТИЧЕСКИМ ПРОФИЛЕМ В НОРМАЛЬНОМ СЕЧЕНИИ

**А.А. РЫЖКИН, В.В. ЗОТОВ, Д.В. МОИСЕЕВ**
(Донской государственный технический университет)

*Определяются уравнения затылованных поверхностей червячной фрезы на основе полученных ранее зависимостей координат профиля эллиптического зуба колеса и уравнения профиля червячной фрезы.*
***Ключевые слова:*** *зубчатые колеса, эллиптический профиль, червячные фрезы, инструментальная рейка.*

**Введение.** Данная работа – продолжение теоретических исследований по определению профиля инструментальной рейки червячной фрезы, обрабатывающей зубчатые колеса с эллиптическим профилем зуба [1 – 2], был найден профиль рейки и обоснованы конструктивные элементы червячной фрезы [3].

Для разработки конструкции фрезы необходимо решить вопросы затылования:

- найти уравнение затылованных поверхностей для правой и левой стороны зуба;
- найти осевые и нормальные сечения этих поверхностей;
- определить профильные углы затылованных инструментов и шаги затылованных поверхностей;
- отработать схему затылования спрофилированным шлифовальным кругом.

**Затылование фрезы. Определение профильного угла $\eta$ и $S_б$.** Примем, что зуб фрезы в осевом сечении очерчен плоскими кривыми [3], и поэтому затылованная поверхность будет нелинейчатой. В этой связи возникают проблемы с затылованием, так как возможно только радиальное затылование с профилем затылованного резца, который предстоит определить для этого тела фрезы.

Была использована методика Г.Г. Иноземцева для определения профильного угла резца $\eta$ и шага затылованной поверхности, суть которой состоит в том, что условно реальный профиль заменяется прямолинейным (рис. 1). Этот угол необходим для определения начала затылованной поверхности $S_{бп}$ и $S_{бл}$.

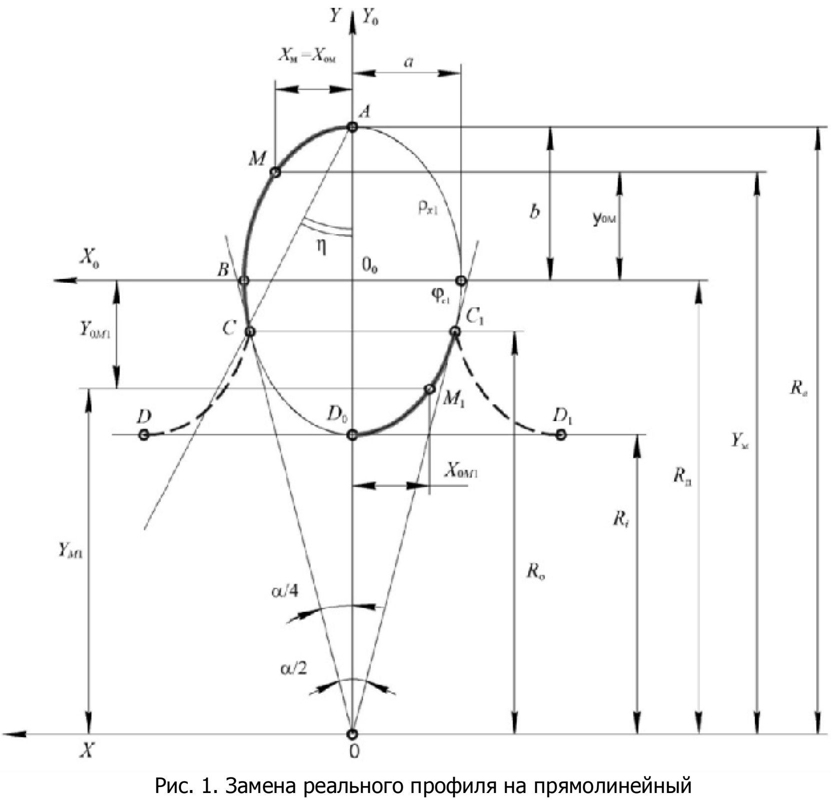


Рис. 1. Замена реального профиля на прямолинейный

Проведем прямую, соединив точки А и С. На профиле зуба (левая сторона основного червяка):

$$\begin{cases} x = \left(R_д + b\cos\beta\cos\varphi_x\sqrt{\frac{1}{\sin^2\varphi_x + \cos^2\varphi_x\cos^2\beta}}\right)\operatorname{tg}\varepsilon_x, \\ y = R_д + b\cos\beta\cos\varphi_x\sqrt{\frac{1}{\sin^2\varphi_x + \cos^2\varphi_x\cos^2\beta}}, \\ 0 \le \varepsilon_x \le \frac{\alpha}{4}\ ;\ 0 \le \varphi \le 180^\circ - \operatorname{arctg}\frac{R_0\sin^{\alpha}/_4}{R_д - R_0\cos^{\alpha}/_4}, \end{cases} \tag{1}$$

$$\operatorname{tg}\eta = \frac{x_c - x_a}{y_a - y_c}.$$

Координаты точки *A:*

$$\varepsilon_A = 0;\ \varphi_A = 0;\ x_A = 0,$$

$$y_A = R_д + b\cos\beta 1\sqrt{\frac{1}{0 + 1\cos^2\beta}} = R_д.$$

Координаты точки *C:*

$$\begin{cases} x_C = \left(R_д + b\cos\beta\cos\varphi_c\sqrt{\frac{1}{\sin^2\varphi_c + \cos^2\varphi_c\cos^2\beta}}\right)\operatorname{tg}\frac{\alpha}{4}, \\ y_c = R_д + b\cos\beta\cos\varphi_c\sqrt{\frac{1}{\sin^2\varphi_c + \cos^2\varphi_c\cos^2\beta}}, \\ \varepsilon_c = \frac{\alpha}{4}\ ;\ \varphi = 180^\circ - \operatorname{arctg}\frac{R_0\sin^{\alpha}/_4}{R_д - R_0\cos^{\alpha}/_4}. \end{cases} \tag{2}$$

Из теории затылования червячных фрез (с прямолинейным профилем) известны следующие зависимости:

$$\begin{cases} S_{бп} = S \pm \frac{S + S_k}{S_k} kz \operatorname{tg}\eta_{бп}, \\ S_{бл} = S \mp \frac{S + S_k}{S_k} kz \operatorname{tg}\eta_{бл}, \end{cases} \tag{3}$$

где $k$ – величина затылования, $z$ – число витков (зубьев) фрезы

$$S = \pi D_д \operatorname{tg}\tau_д;\ S_k = \pi D_д \operatorname{tg}\omega = \pi D_д,$$

$K = \frac{\pi D_e}{z}\operatorname{tg}\alpha_e\cos\tau_д$, где $\alpha_e$ – заборный угол на диаметре $D_e$.

$$\operatorname{tg}\eta = \frac{x_c - x_a}{y_a - y_c} = \frac{\left(R_д + b\cos\beta\cos\varphi_c\sqrt{\frac{1}{\sin^2\varphi_c + \cos^2\varphi_c\cos^2\beta}}\right)\operatorname{tg}\frac{\alpha}{4}}{-b\cos\beta\cos\varphi_c\sqrt{\frac{1}{\sin^2\varphi_c + \cos^2\varphi_c\cos^2\beta}}};$$

$$\operatorname{tg}\eta = \left|\operatorname{tg}\frac{\alpha}{4}\left(1 + \frac{R_д}{b\cos\beta\cos\varphi_c\sqrt{\frac{1}{\sin^2\varphi_c + \cos^2\varphi_c\cos^2\beta}}}\right)\right|. \tag{4}$$

Подставив выражения (4) в формулы (3), получим:

$$\begin{cases} S_{бп} = S + \frac{S + S_k}{S_k} kz\left(1 + \frac{R_д}{b\cos\beta\cos\varphi_c\sqrt{\frac{1}{\sin^2\varphi_c + \cos^2\varphi_c\cos^2\beta}}}\right), \\ S_{бл} = S - \frac{S + S_k}{S_k} kz\left(1 + \frac{R_д}{b\cos\beta\cos\varphi_c\sqrt{\frac{1}{\sin^2\varphi_c + \cos^2\varphi_c\cos^2\beta}}}\right), \\ \varphi_c = 180^\circ - \operatorname{arctg}\frac{R_0\sin^{\alpha}/_4}{R_д - R_0\cos^{\alpha}/_4}. \end{cases} \tag{5}$$

Примечания.

1. Полученный профиль зуба фрезы в виде некоторой плоской кривой (*ABCD*) заменен прямыми линиями с углами $\eta_1$ и $\eta_2$ (для выпуклой части и вогнутой части зуба), что является приближением, необходимым для определения $S_{бп}$ и $S_{бл}$ (5).

Такое приближение делает Г.Г. Иноземцев (значения углов для каждой точки криволинейного профиля *ABCD* будут свои).

2. Верхний знак в (3) – для правозаходных фрез, нижний – для левозаходных.

3. Затылование производится радиальными резцами с профильными углами $\eta_{бп}$ и $\eta_{бл}$ в осевом сечении.

Находим окончательные зависимости для определения необходимых соотношений для затылования.

Примем затылование шлифовальным кругом. Разместим круг в выступе между зубьями так, чтобы его профиль касался профиля боковой стороны, а угол установки круга был равен $\tau_д$ (рис. 2). Профиль осевого сечения круга совпадет с нормальной плоскостью к витку червяка.

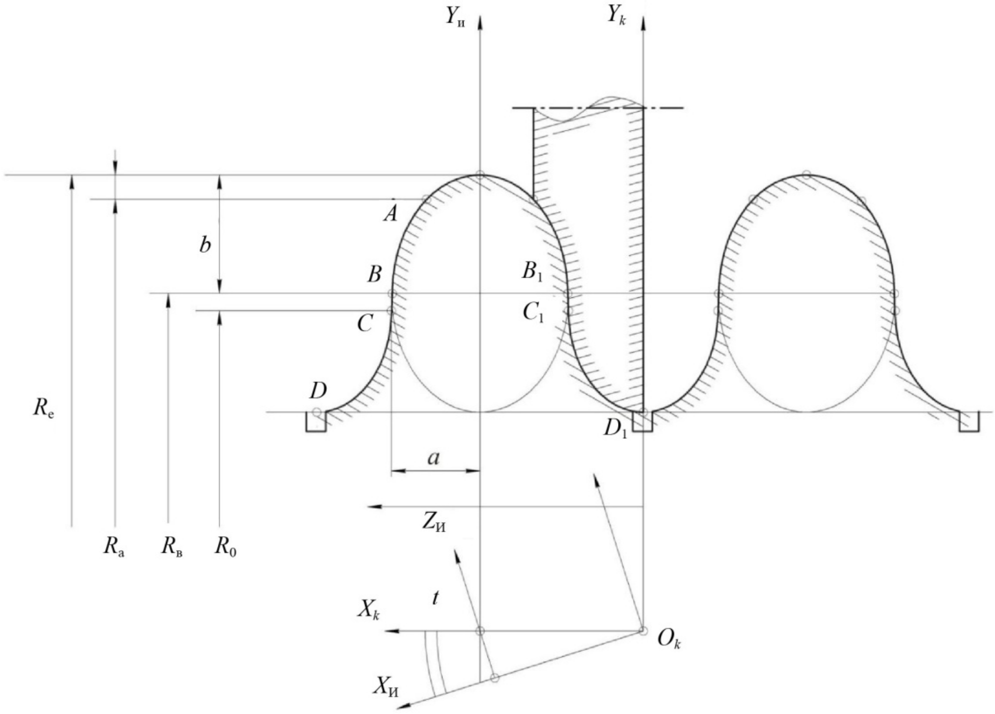


Рис. 2. Определение профиля шлифовального круга (по Г.Г. Иноземцеву)

Определим параметры затылования в следующей последовательности:

1. Проводим плоскости, рассекающие круг и зуб фрезы в направлении, перпендикулярном оси круга. Сечением круга будет окружность, а сечение боковой стороны зуба – некоторая плоская кривая.

2. Решение уравнения окружности сечения шлифовального круга совместно с линией сечения основного червяка торцевой плоскости дает точку их касания.

3. Геометрическое место точек касания шлифовального круга и зуба фрезы дает линию контакта (характеристику – по определению Г.Г. Иноземцева).

4. Вращая полученную характеристику относительно оси круга, получаем необходимую поверхность и профиль круга.

**Уравнения боковых затылованных поверхностей фрезы в системе координат круга.** Круг расположен в системе координат $X_k O_k Y_k$, а расстояние между этой системой и системой фрезы $X_и O_и Y_и$ равно половине нормального шага червяка $t_н$ (рис. 3). Тогда плоскость $X_k O_k Y_k$ совмещена с нормальной плоскостью к веткам червяка. Проекция оси вращения шлифовального круга на горизонтальную плоскость *XOZ* с осью червяка составит угол $\tau_д$. Ось $O_k Z_k$ перпендикулярна плоскости $X_k O_k Y_k$.

Затылованная поверхность в координатной системе $X_и O_и Y_и$ рассчитана в [3]. Выразим эти зависимости во вспомогательной системе координат $x_k' y_k' z_k'$ с началом в точке $O_k$. Ось $O_k' X_k'$ совпадает с осью $O_k X_k$, ось $O_k' Y_k'$ – с осью $O_k Y_k$, а ось $O_k Z_k$ лежит в плоскости $X_k' O_k Y_k'$ (рис. 4).

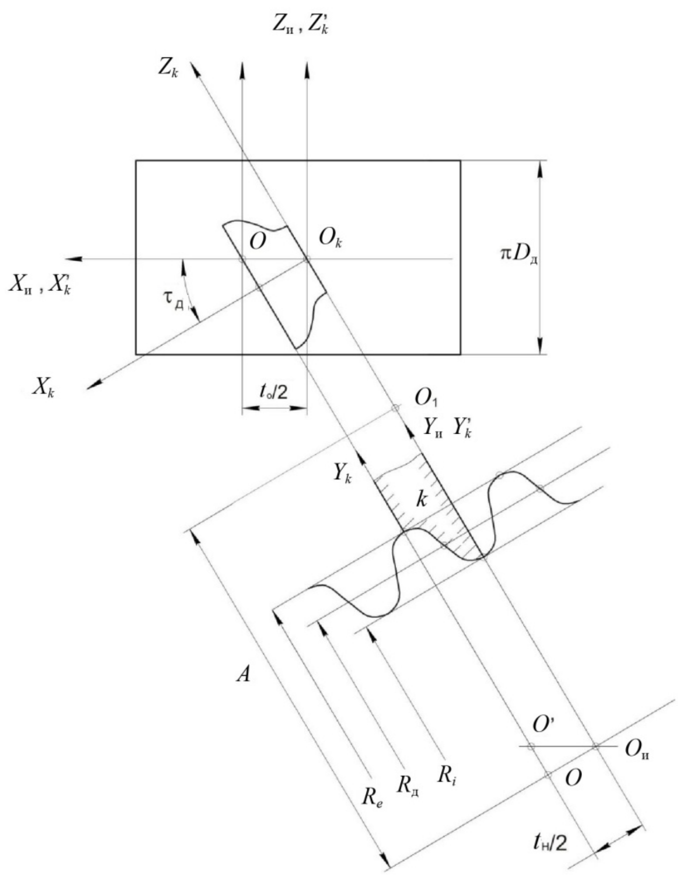


Рис. 3. Определение профиля шлифовального круга

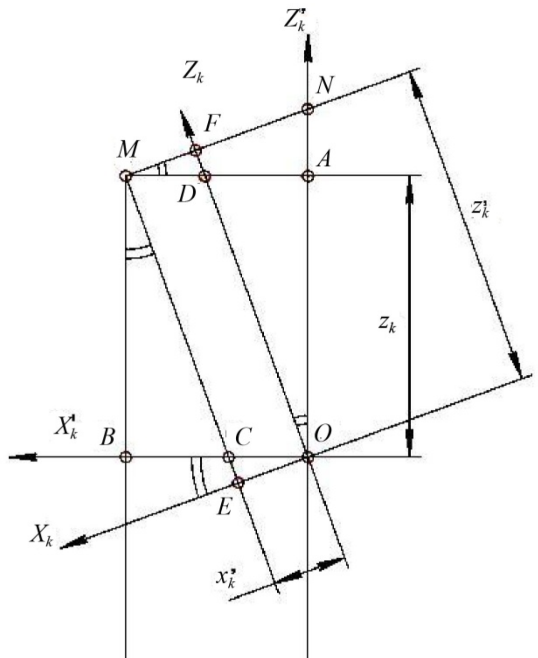


Рис. 4. Преобразование координат

Повернем систему координат $x_k^{'}y_k^{'}z_k^{'}$ вокруг оси $O_kY_k$ на угол $\tau_д$. Тогда связь между системами координат выражается зависимостями:

$$\begin{cases} x_k = x_k^{'}\cos\tau_д - z_k^{'}\sin\tau_д, \\ y_k = y_k^{'}, \\ z_k = x_k^{'}\sin\tau_д + z_k^{'}\cos\tau_д. \end{cases} \quad (6)$$

Проверка формулы (6):

$$x_k = OE = OC\cos\tau_д = (OB - BC)\cos\tau_д = \left(x_k^{'} - z_k^{'}\operatorname{tg}\tau_д\right)\cos\tau_д = x_k^{'}\cos\tau_д - z_k^{'}\sin\tau_д,$$

$$z_k = OF = ON\cos\tau_д = (OA + AN)\cos\tau_д = \left(x_k'\operatorname{tg}\tau_д + z_k'\right)\cos\tau_д = x_k'\sin\tau_д + z_k'\cos\tau_д.$$

Уравнения затылованных поверхностей в координатной системе $x_k^{'}y_k^{'}z_k^{'}$ имеет вид:

**Правая сторона**

Выпуклая часть

$$\begin{cases} x_k' = \frac{S_{бп}}{2\pi}\theta - \frac{S_{бп}+S_k}{S+S_k}\left[\left(r_x\sin\varepsilon_x + \frac{t_н}{2}\right)\cos\tau_д\right], \\ y_k{}' = r_x\left[\cos\varepsilon_x\sin\theta + \sin\varepsilon_x\cos\theta\sin\tau_д\right], \\ z_k' = -r_x\left[\cos\varepsilon_x\sin\theta - \sin\varepsilon_x\cos\theta\sin\tau_д\right], \\ \theta = 2\pi\frac{r_x\sin\varepsilon_x\cos\tau_д}{S+S_k}. \end{cases} \quad (7)$$

Вогнутая часть

$$\begin{cases} x_k = \frac{S_{бп}}{2\pi}\theta - \frac{S_{бп}+S_k}{S+S_k}\left[\left(r_{x1}\sin\left(\frac{\alpha}{2} - \varepsilon_{x1}\right) + \frac{t_н}{2}\right)\cos\tau_д\right], \\ y_k = r_{x1}\left[\cos\left(\frac{\alpha}{2} - \varepsilon_{x1}\right)\cos\theta - \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \varepsilon_{x1}\right)\sin\theta\sin\tau_д\right], \\ z_k = -r_{x1}\left[\cos\left(\frac{\alpha}{2} - \varepsilon_{x1}\right)\sin\theta + \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \varepsilon_{x1}\right)\cos\theta\sin\tau_д\right], \\ \theta = 2\pi\frac{r_{x1}\sin\varepsilon_x\cos\tau_\partial}{S+S_k}. \end{cases} \quad (8)$$

**Левая сторона**

Выпуклая часть

$$\begin{cases} x_k = \frac{S_{бп}}{2\pi}\theta + \frac{S_{бп}+S_k}{S+S_k}\left[\left(r_x\sin\varepsilon_x + \frac{t_н}{2}\right)\cos\tau_д\right], \\ y_k = r_x\left[\cos\varepsilon_x\sin\theta - \sin\varepsilon_x\cos\theta\sin\tau_д\right], \\ z_k = r_x\left[\cos\varepsilon_x\sin\theta - \sin\varepsilon_x\cos\theta\sin\tau_д\right], \\ \theta = -2\pi\frac{r_x\sin\varepsilon_x\cos\tau_д}{S+S_k}. \end{cases} \quad (9)$$

Вогнутая часть

$$\begin{cases} x_k = \frac{S_{бп}}{2\pi}\theta + \frac{S_{бп}+S_k}{S+S_k}\left[\left(r_{x1}\sin\left(\frac{\alpha}{2} - \varepsilon_{x1}\right) + \frac{t_н}{2}\right)\cos\tau_д\right], \\ y_k = r_{x1}\left[\cos\left(\frac{\alpha}{2} - \varepsilon_{x1}\right)\cos\theta - \sin\left(\frac{\alpha}{2} - \varepsilon_{x1}\right)\sin\theta\sin\tau_д\right], \\ z_k = -r_{x1}\left[\cos\left(\frac{\alpha}{2} - \varepsilon_{x1}\right)\sin\theta + \sin\left(\frac{\alpha}{2} + \varepsilon_{x1}\right)\cos\theta\sin\tau_д\right]\cos\tau_д, \\ \theta = -2\pi\frac{r_{x1}\sin\varepsilon_x\cos\tau_д}{S+S_k}. \end{cases} \quad (10)$$

**Правая сторона**

Выпуклая часть

$$\begin{cases} x_k = \left\{\frac{S_{бп}}{2\pi}\theta - \frac{S_{бп}+S_k}{S+S_k}\left[\left(r_x\sin\varepsilon_x + \frac{t_н}{2}\right)\cos\tau_д\right]\right\}\cos\tau_д + r_x\left[\cos\varepsilon_x\sin\theta - \sin\varepsilon_x\cos\theta\sin\tau_д\right]\sin\tau_д, \\ y_k = r_x\left[\cos\varepsilon_x\sin\theta + \sin\varepsilon_x\cos\theta\sin\tau_д\right], \\ z_k = \left\{\frac{S_{бп}}{2\pi}\theta - \frac{S_{бп}+S_k}{S+S_k}\left[\left(r_x\sin\varepsilon_x + \frac{t_н}{2}\right)\cos\tau_д\right]\right\}\sin\tau_д - r_x\left[\cos\varepsilon_x\sin\theta - \sin\varepsilon_x\cos\theta\sin\tau_д\right]\cos\tau_д, \\ \theta = 2\pi\frac{r_x\sin\varepsilon_x\cos\tau_д}{S+S_k}. \end{cases} \quad (11)$$

Вогнутая часть

$$\begin{cases} x_k = \left\{\frac{S_{\text{бп}}}{2\pi}\theta - \frac{S_{\text{бп}}+S_k}{S+S_k}\left[\left(r_{x1}\sin\left(\frac{\alpha}{2}-\varepsilon_{x1}\right)+\frac{t_{\text{н}}}{2}\right)\cos\tau_{\text{д}}\right]\right\}\cos\tau_{\text{д}} + r_{x1}\left[\cos\left(\frac{\alpha}{2}-\varepsilon_{x1}\right)\sin\theta - \sin\left(\frac{\alpha}{2}-\varepsilon_{x1}\right)\cos\theta\sin\tau_{\text{д}}\right]\sin\tau_{\text{д}}, \\ y_k = r_{x1}\left[\cos\left(\frac{\alpha}{2}-\varepsilon_{x1}\right)\cos\theta - \sin\left(\frac{\alpha}{2}-\varepsilon_{x1}\right)\sin\theta\sin\tau_{\text{д}}\right], \\ z_k = -r_{x1}\left[\cos\left(\frac{\alpha}{2}-\varepsilon_{x1}\right)\sin\theta + \sin\left(\frac{\alpha}{2}+\varepsilon_{x1}\right)\cos\theta\sin\tau_{\text{д}}\right]\cos\tau_{\text{д}}, \\ \theta = -2\pi\frac{r_{x1}\sin\varepsilon_x\cos\tau_{\text{д}}}{S+S_k}. \end{cases} \tag{12}$$

**Левая сторона**

Выпуклая часть

$$\begin{cases} x_k = \left\{\frac{S_{\text{бп}}}{2\pi}\theta + \frac{S_{\text{бп}}+S_k}{S+S_k}\left[\left(r_x\sin\varepsilon_x+\frac{t_{\text{н}}}{2}\right)\cos\tau_{\text{д}}\right]\right\}\cos\tau_{\text{д}} - r_x\left[\cos\varepsilon_x\sin\theta - \sin\varepsilon_x\cos\theta\sin\tau_{\text{д}}\right]\sin\tau_{\text{д}}, \\ y_k = r_x\left[\cos\varepsilon_x\sin\theta - \sin\varepsilon_x\cos\theta\sin\tau_{\text{д}}\right], \\ z_k = \left\{\frac{S_{\text{бп}}}{2\pi}\theta - \frac{S_{\text{бп}}+S_k}{S+S_k}\left[\left(r_x\sin\varepsilon_x+\frac{t_{\text{н}}}{2}\right)\cos\tau_{\text{д}}\right]\right\}\sin\tau_{\text{д}} + r_x\left[\cos\varepsilon_x\sin\theta - \sin\varepsilon_x\cos\theta\sin\tau_{\text{д}}\right]\cos\tau_{\text{д}}, \\ \theta = -2\pi\frac{r_x\sin\varepsilon_x\cos\tau_{\text{д}}}{S+S_k}. \end{cases} \tag{13}$$

Вогнутая часть

$$\begin{cases} x_k = \left\{\frac{S_{\text{бп}}}{2\pi}\theta + \frac{S_{\text{бп}}+S_k}{S+S_k}\left[\left(r_{x1}\sin\left(\frac{\alpha}{2}-\varepsilon_{x1}\right)+\frac{t_{\text{н}}}{2}\right)\cos\tau_{\text{д}}\right]\right\}\cos\tau_{\text{д}} + r_{x1}\left[\cos\left(\frac{\alpha}{2}-\varepsilon_{x1}\right)\sin\theta + \sin\left(\frac{\alpha}{2}+\varepsilon_{x1}\right)\cos\theta\sin\tau_{\text{д}}\right]\sin\tau_{\text{д}}, \\ y_k = r_{x1}\left[\cos\left(\frac{\alpha}{2}-\varepsilon_{x1}\right)\cos\theta - \sin\left(\frac{\alpha}{2}-\varepsilon_{x1}\right)\sin\theta\sin\tau_{\text{д}}\right], \\ z_k = \left\{\frac{S_{\text{бп}}}{2\pi}\theta + \frac{S_{\text{бп}}+S_k}{S+S_k}\left[\left(r_{x1}\sin\left(\frac{\alpha}{2}-\varepsilon_{x1}\right)+\frac{t_{\text{н}}}{2}\right)\cos\tau_{\text{д}}\right]\right\}\sin\tau_{\text{д}} - r_{x1}\left[\cos\left(\frac{\alpha}{2}-\varepsilon_{x1}\right)\sin\theta + \sin\left(\frac{\alpha}{2}+\varepsilon_{x1}\right)\cos\theta\sin\tau_{\text{д}}\right]\cos\tau_{\text{д}}, \\ \theta = -2\pi\frac{r_{x1}\sin\varepsilon_x\cos\tau_{\text{д}}}{S+S_k}. \end{cases} \tag{14}$$

**Выводы.** Разработана методика нахождения аналитических зависимостей для определения профиля боковых поверхностей червячной фрезы, что позволяет приступить к изготовлению данного типа фрез.

**Библиографический список**


1. Рыжкин А.А. Определение координат боковых сторон зубьев колес с эллиптическим профилем / А.А. Рыжкин [и др.] // Вестн. Донск. гос. техн. ун-та. – 2009. – Т. 9. – № 4. – С. 284–295.
2. Рыжкин А.А. К вопросу аналитической оценки профиля эллиптического зуба колеса / А.А. Рыжкин, Д.В. Моисеев // Вестн. Донск. гос. техн. ун-та. – 2009. – Т. 9. – № 4. – С. 172–186.
3. Рыжкин А.А. Определение профиля червячной фрезы для изготовления зубчатых колес эллиптического профиля / А.А. Рыжкин [и др.] // Вестн. Донск. гос. техн. ун-та. – 2010. – Т. 10. – № 5. – С. 731–734.
4. Иноземцев Г.Г. Профилирование червячных фрез для передач Новикова / Г.Г. Иноземцев, Е.П. Сергиенко. – Саратов: Приволж. книжное изд-во, 1968. – 143 с.
5. Грубин А.Н. Зуборезный инструмент / А.Н. Грубин, М.Б. Лихциер, М.С. Полоцкий. – М.: Машгиз, 1946. – Ч. II.


Материал поступил в редакцию 13.07.11.

**References**

1. Ry`zhkin A.A. Opredelenie koordinat bokovy`x storon zub`ev kolyos s e`llipticheskim profilem / A.A. Ry`zhkin [i dr.] // Vestn. Donsk. gos. texn. un-ta. – 2009. – T. 9. – # 4. – S. 284–295. – In Russian.

2. Ry`zhkin A.A. K voprosu analiticheskoj ocenki profilya e`llipticheskogo zuba kolesa / A.A. Ry`zhkin, D.V. Moiseev // Vestn. Donsk. gos. texn. un-ta. – 2009. – T. 9. – # 4. – S. 172–186. – In Russian.

3. Ry`zhkin A.A. Opredelenie profilya chervyachnoj frezy` dlya izgotovleniya zubchaty`x kolyos e`llipticheskogo profilya / A.A. Ry`zhkin [i dr.] // Vestn. Donsk. gos. texn. un-ta. – 2010. – T. 10. – # 5. – S. 731–734. – In Russian.

4. Inozemcev G.G. Profilirovanie chervyachny`x frez dlya peredach Novikova / G.G. Inozemcev, E.P. Sergienko. – Saratov: Privolzh. knizhnoe izd-vo, 1968. – 143 s. – In Russian.

5. Grubin A.N. Zuborezny`j instrument / A.N. Grubin, M.B. Lixcier, M.S. Poloczkij. – M.: Mashgiz, 1946. – Ch. II. – In Russian.

## HOB BACKOFF FOR GEAR MACHINING WITH NORMAL ELLIPTIC PROFILE

**A.A. RYZHKIN, V.V. ZOTOV, D.V. MOISEYEV**

(Don State Technical University)

*The equations of the hob relief, based on the earlier dependences of the section coordinates of the elliptic tooth-wheel profile, and the equations of the hob cutting profile are defined.*

***Keywords:*** *gear-wheel, elliptical section, hob cutters, profile of rack-type tool.*