

УДК 51:621.891+06

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СЖИМАЕМОЙ МИКРОПОЛЯРНОЙ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОЙ СМАЗКИ РАДИАЛЬНОГО ПОДШИПНИКА С АДАПТИРОВАННЫМ ПРОФИЛЕМ ЕГО ОПОРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

М.А. МУКУТАДЗЕ

(Ростовский государственный университет путей сообщения)

Разработан аналитический метод гидродинамического расчета радиального подшипника с адаптированным профилем его опорной поверхности. Даны оптимальные интервалы изменения безразмерных параметров, присущих сжимаемым микрополярным смазкам, а также параметра, характеризующего адаптированный профиль опорной поверхности подшипника.

Ключевые слова: математическая модель, радиальный подшипник, сжимаемая смазка, опорная поверхность, микрополярная смазка.

Введение. Как известно, в качестве модели гидродинамической смазки в подшипниках скольжения в настоящее время широко используется сжимаемая микрополярная смазка. Естественно возникает необходимость не только аналитического прогнозирования оптимальных по несущей способности и силе трения значений характеристик, присущих сжимаемым микрополярным жидкостям, но и прогнозирование профиля опорной поверхности подшипника.

Основной целью данной работы является разработка аналитического метода расчета радиального подшипника с адаптированным профилем его опорной поверхности, работающего на сжимаемой микрополярной смазке. Оценка влияния параметра сжимаемости, параметров, присущих микрополярным смазкам, а также параметра, характеризующего адаптированный профиль опорной поверхности подшипника на основные рабочие характеристики подшипника.

Постановка задачи. Рассматривается установившееся движение сжимаемой микрополярной смазки в зазоре радиального подшипника с адаптированным профилем его опорной поверхности. В полярной системе координат с полюсом в центре вала, уравнения контуров вала и кругового подшипника записываются в виде (рис.1)

$$r' = r_0, \quad r' = r_1 + e \cos \theta - a \sin \omega^* \theta, \quad (1)$$

где r_0 – радиус вала; r_1 – радиус кругового вкладыша; e – эксцентриситет; a и ω соответственно амплитуда и частота контурных возмущений.

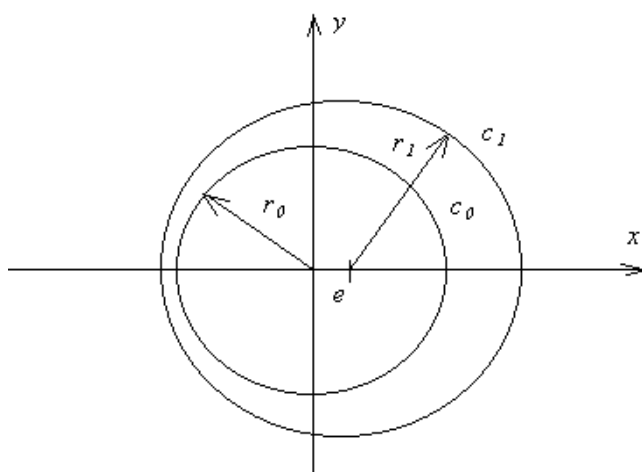


Рис.1. Схематическое изображение шипа в подшипнике с круговой опорной поверхностью:
 c_0 – контур вала; c_1 – круговой контур вкладыша

Более точное изображение адаптированного некругового контура опорной поверхности можно привести после определения оптимального (по несущей способности) значению параметра ω . В дальнейшем предполагается, что e и a одного порядка малости. За исходные параметры берется система безразмерных уравнений движения сжимаемой микрополярной смазки для «тонкого слоя», уравнение неразрывности и уравнение состояния [1]

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + N^2 \frac{\partial v}{\partial r} &= \frac{1}{\Lambda} \frac{dp}{d\theta}, \quad \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} - \frac{v}{N_1} - \frac{1}{N_1} \frac{\partial u}{\partial r} = 0, \\ \frac{\partial \rho \mu}{\partial \theta} + \frac{\partial \rho v}{\partial r} &= 0, \quad p = p.\end{aligned}\quad (2)$$

Размерные величины u' , v' , r' , p' , v' , ρ' связаны с безразмерными u , v , r , p , v , ρ соотношениями

$$\begin{aligned}u' &= \Omega r_0 u, \quad v' = \delta \Omega v, \quad p' = p_a p, \quad v' = \frac{r_0 \Omega}{2\delta} v, \\ p' &= \rho^* p, \quad \rho^* = \frac{2p_0}{\lambda \Omega^2 r_0^2}, \quad r' = r_0 + \delta r, \quad \delta = r_1 - r_0.\end{aligned}$$

Здесь

$$\Lambda = \frac{\mu \Omega r_0^2}{p_0 \cdot \delta^2}, \quad N^2 = \frac{\aleph}{2\mu + \aleph}, \quad N_1 = \frac{l^2}{\delta^2} \frac{2\mu}{\aleph}, \quad l^2 = \frac{\gamma}{4\mu}, \quad (3)$$

где Λ – параметр сжимаемости; $u'v'$ – компоненты вектора скорости; p' – гидродинамическое давление в смазочном слое; $\vec{v}$ – вектор скорости микровращения; μ – динамический коэффициент вязкости для ньютоновской сжимаемой смазки; γ , κ – коэффициенты вязкости сжимаемой микрополярной смазки; ρ' – плотность; Ω – угловая скорость вращения вала; ρ' – плотность смазки; p_d – давление подачи смазки в случае подшипника конечной длины.

Поскольку скорость движения направляющей считается достаточно большой, а поверхности рассматриваемой пары трения являются шероховатыми, то ситуация соответствует так называемой квадратичной области течения жидкости, в которой потери давления на трение пропорционально квадрату скорости (формула Вейсбаха-Дарси) [2]

$$p' = \frac{\lambda \Omega^2 r_0^2}{2} \rho',$$

где λ – коэффициент потерь на трение, определяется экспериментально.

Как видно из (2) и (3), помимо обычных безразмерных параметров, встречающихся в теории сжимаемой смазки, вводятся и другие параметры для сжимаемой микрополярной смазки. Параметр взаимодействия N стремится к нулю при $x \rightarrow 0$ и система уравнений (2) сводится к обычным уравнениям Навье-Стокса для сжимаемой смазки. Параметр l имеет размерность длины и его можно трактовать как некоторую характеристику, зависящую от размера молекул смазки. Полагают, что микрополярные эффекты должны играть значительную роль, чем больше значение l , по сравнению с минимальной толщиной слоя смазки. Если последняя считается фиксированной, то чем больше l (т.е. чем меньше N_1^{-1}), тем ярче будут выражены микрополярные эффекты.

Система уравнений (2) решается при следующих граничных условиях

$$\begin{aligned}u &= 1, \quad v = 0, \quad v = \frac{2\delta}{r_0} \quad \text{при } r = 0; \quad p(0) = p(2\pi) = 1, \\ u &= 0, \quad v = 0, \quad v = 0 \quad \text{при } r = h(x) = 1 + \eta \cos \theta - \eta_1 \sin \omega \theta,\end{aligned}\quad (4)$$

где $\eta = e/\delta$, $\eta_1 = a/\delta$, p_0 – давление питания в случае подшипника конечной длины.

Так как для сжимаемой микрополярной смазки $1/N_1 \ll 1$, то пренебрегая в системе (2) членами порядка $O(1/N_1)$, будем иметь

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + N^2 \frac{\partial v}{\partial r} = \frac{1}{\Lambda} \frac{dp}{d\theta}, \quad \frac{\partial^2 v}{\partial r^2} = 0, \quad \frac{\partial \rho v}{\partial r} + \frac{\partial \rho u}{\partial \theta} = 0, \quad p = \rho. \quad (5)$$

Интегрируя второе уравнение системы (5), с учетом граничных условий (4), будем иметь

$$v = \frac{-2\delta r}{r_0 h(\theta)} + \frac{2\delta}{r_0}. \quad (6)$$

Интегрируя первое уравнение системы (5), с учетом (4) и (6), получим

$$u = \frac{N^2 \delta r^2}{r_0 h} + \frac{1}{\Lambda} \frac{dp}{d\theta} \frac{r^2}{2} - \frac{N^2 \delta}{r_0} r - \frac{1}{\Lambda} \frac{dp}{d\theta} \frac{hr}{2} - \frac{r}{h} + 1. \quad (7)$$

В случае уравнений (5), интегрируя по r уравнение неразрывности от 0 до $h(\theta)$ с учетом (7), приходим к следующему уравнению

$$\frac{d}{d\theta} \left[-\frac{h^3}{12\Lambda} \frac{p dp}{d\theta} - \frac{1}{6} N^2 \frac{\delta}{r_0} p h^2 + \frac{p h}{2} \right] = 0.$$

Интегрируя это уравнение, будем иметь

$$\frac{dp}{d\theta} = \frac{12\Lambda}{h^3 p} \left[p \left(\frac{h}{2} - \frac{1}{6} N^2 \frac{\delta}{r_0} h^2 \right) - c \right]. \quad (8)$$

При больших угловых скоростях вращения вала, таких как $\Omega \rightarrow \infty (\Lambda \rightarrow \infty)$, градиент гидродинамического давления остается ограниченным при условии

$$p \left(\frac{h}{2} - \frac{1}{6} N^2 \frac{\delta}{r_0} h^2 \right) - c \rightarrow 0. \quad (9)$$

Отсюда, в рассматриваемом экстремальном случае для гидродинамического давления (с точностью до членов $O\left(N^2 \frac{\delta}{r_0} \eta_1\right)$), будем иметь

$$p = \frac{2\beta}{2\beta - \eta} \left[1 - \frac{1}{2\beta} (\eta \cos \theta - \eta_1 \sin \omega \theta) \right], \quad \beta = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} N^2 \frac{\delta}{r_0}. \quad (10)$$

Рассмотрим случай промежуточных значений угловой скорости вращения вала ($\omega \rightarrow \infty$, $\Lambda \rightarrow \infty$).

Точное автомодельное решение системы (5), удовлетворяющее граничным условиям (4), будем искать в виде [3]

$$\begin{aligned} \rho u &= \frac{\partial \Psi}{\partial r} + U(r, \theta), \quad \rho v = -\frac{\partial \Psi}{\partial \theta} + V(r, \theta), \quad v = \tilde{v}(\xi), \\ \psi &= \tilde{\psi}(\xi), \quad U = \tilde{u}(\xi, \theta), \quad V(\xi, \theta) = \tilde{v}(\xi, \theta) h'(\theta), \\ \frac{p}{\Lambda} \frac{dp}{d\theta} + 2N^2 \frac{p}{h} \frac{\delta}{r_0} &= \frac{\tilde{c}_1(\theta)}{h^2} + \frac{\tilde{c}_2}{h^3}, \quad \xi = \frac{r}{h(\theta)}, \quad \tilde{c}_2 = \text{const.} \end{aligned} \quad (11)$$

Подставляя (11) в (5) и (4), получим

$$\frac{d^3 \tilde{\psi}}{d\xi^3} = \tilde{c}_2, \quad \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial \xi^2} = \tilde{c}_1(\theta), \quad \frac{d^2 \tilde{v}}{d\xi^2} = 0, \quad \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{v}}{\partial \theta} - \xi \frac{\partial \tilde{u}}{\partial \xi} = 0. \quad (12)$$

$$\tilde{\psi}' = 0 \quad \text{при} \quad \xi = 0, \quad \xi = 1; \quad \tilde{u}(\xi, \theta) = P, \quad \tilde{v} = 0 \quad \text{при} \quad \xi = 0;$$

$$\tilde{u}(\xi, \theta) = 0, \quad \tilde{v} = 0 \quad \text{при} \quad \xi = 1; \quad \int_0^1 \tilde{u}(\xi, \theta) d\xi = 0,$$

$$p(0) = p(2\pi) = \frac{p_\theta}{p_a}, \quad \tilde{v} = \frac{2\delta}{r_0} \quad \text{при} \quad \xi = \theta; \quad v = 0 \quad \text{при} \quad \xi = 1. \quad (13)$$

Интегрируя систему (12) с учетом граничных условий (13), будем иметь

$$\tilde{\psi}' = \frac{\tilde{c}_2}{2}(\xi^2 - \xi), \quad \tilde{v}(\xi) = \frac{2\delta}{r_0}(1 - \xi), \quad \tilde{u}(\xi, \theta) = \tilde{c}_1 \frac{\xi^2}{2} - \left(\frac{\tilde{c}_1}{2} + p \right) \xi + p, \quad (14)$$

где $\tilde{c}_1 = 6p$, а $\tilde{c}_2$ в дальнейшем определится из условия $p(0) = p(2\pi) = \frac{p_\theta}{p_a}$. Для определения гид-

родинамического давления приходим к следующему нелинейному дифференциальному уравнению первого порядка

$$\frac{p}{\Lambda} \frac{dp}{d\theta} + 2N^2 \frac{p}{h} \frac{\delta}{r_0} = \frac{6p}{h^2} + \frac{\tilde{c}_2}{h^3}.$$

Уравнение (14) решается численно при следующих граничных условиях $p = \frac{p_\theta}{p_a}$, при $\theta = 0, \theta = 2\pi$. Компоненты поддерживающей силы, сила трения, а также расход смазки определяются выражениями

$$R_y = -r_0 p_\theta \int_0^{2\pi} p \cos \theta d\theta, \quad R_x = -r_0 p_a \int_0^{2\pi} p \sin \theta d\theta, \\ L_{mp} = \frac{\mu \Omega r_0}{\delta} \int_0^{2\pi} \frac{1}{p} \left[-\frac{\tilde{c}_2}{2h^2} - \frac{4p}{h} \right] d\theta, \quad Q = \Omega r_0 \delta \int_0^1 \tilde{\psi}'(\xi) d\xi. \quad (15)$$

В экстремальном случае (т.е. при $\Lambda \rightarrow \infty$) компоненты поддерживающей силы согласно (10), будем иметь

$$R_x = -\frac{r_0 p_a \beta^* \eta_1}{4\beta} \left[\frac{\sin(\omega - 1)2\pi}{\omega - 1} - \frac{\sin(\omega + 1)2\pi}{\omega + 1} \right], \\ R_y = \frac{r_0 p_a \beta^*}{2\beta} \left\{ \eta \pi + \frac{\eta_1}{2} \left[\frac{\cos(\omega - 1)2\pi - 1}{\omega - 1} + \frac{\cos(\omega + 1)2\pi - 1}{\omega + 1} \right] \right\} \\ \beta^* = \frac{2\beta}{2\beta - \eta}, \quad \beta = \frac{1}{2} - \frac{1}{6} N^2 \frac{\delta}{r_0}. \quad (16)$$

Численный анализ аналитических выражений (15) и (16), приведенных на рис.2, показывает:

1. При $\omega = 1/2$ условие периодичности гидродинамического давления (условие замкнутости смазочного слоя) выполняется. При этом значении ω несущая способность подшипника на 40-50% выше, чем при $\omega = 0$.

2. С увеличением значения параметра связи N и параметра сжимаемости Λ несущая способность подшипника возрастает. Наиболее оптимальными по

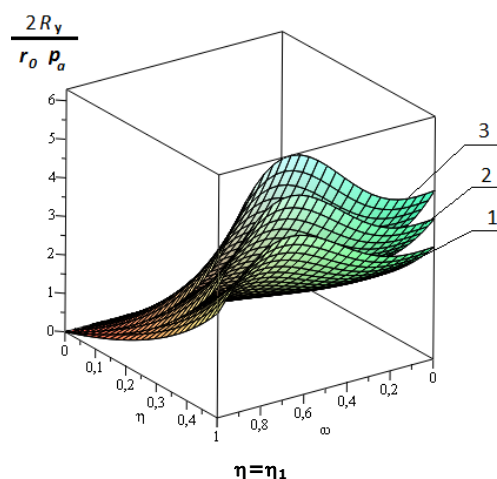


Рис.2. Зависимость безразмерной несущей способности от параметров η и ω при различных значениях параметра связи N и параметра сжимаемости Λ : 1 – $N^2=0,8$; $\Lambda=100$; 2 – $N^2=0,8$; $\Lambda=200$; 3 – $N^2=0,95$; $\Lambda \rightarrow \infty$

несущей способности и силе трения значения параметра N принадлежат интервалу $N \in [0,95; 0,98]$.

3. При $\omega=1/2$ предложенная конструкция подшипника с адаптированным профилем опорной поверхности имеет не только повышенную несущую способность, но и меньшие габариты, по сравнению с подшипником с круговой ($\omega=0$) опорной поверхностью.

Выводы. Предложено точное автомодельное решение задачи о гидродинамическом расчете радиального подшипника, работающего на сжимаемой микрополярной смазке. Найдены оптимальные по несущей способности подшипника значения параметров, присущих микрополярным смазкам. Теоретически обоснован профиль подшипника, обеспечивающий повышенную его несущую способность.

Библиографический список

1. Ахвердиев К.С. Аналитический метод прогнозирования значений критериев микрополярной смазки, обеспечивающих устойчивый режим работы радиального подшипника скольжения / К.С. Ахвердиев, А.Ю. Вовк, М.А. Мукутадзе [и др.] // Трение и износ. – 2008. – Т.29, №2. – С.184-191.

2. Bashta T.M., Rudnev S.S., Nekrasov B.B. «Hydraulic Machines and Hydraulic Drives: textbook for machine building higher school». – М.: Mashinostroenie, 1982.

3. Вовк А.Ю. Точное автомодельное решение линейной задачи гидродинамического расчета радиального подшипника, работающего на микрополярной смазке / А.Ю. Вовк, И.В. Лебедева, И.С. Семенко // Тр. РГУПС. – 2006. – №1. – С.9-12.

Материал поступил в редакцию 29.09.2011.

References

1. Axverdiev K.S. Analiticheskij metod prognozirovaniya znachenij kriteriev mikropolyarnoj smazki, obespechivayushhix ustojchivyj rezhim raboty radial'nogo podshipnika skol'zheniya / K.S. Axverdiev, A.Yu. Vovk, M.A. Mukutadze [i dr.] // Trenie i iznos. – 2008. – T.29, #2. – S. 184-191. – In Russian.

2. Bashta T.M., Rudnev S.S., Nekrasov B.B. «Hydraulic Machines and Hydraulic Drives: textbook for machine building higher school». – М.: Mashinostroenie, 1982.

3. Vovk A.Yu. Tochnoe avtomodel'noe reshenie linejnoj zadachi gidrodinamicheskogo raschyota radial'nogo podshipnika, rabotayushhego na mikropolyarnoj smazke / A.Yu. Vovk, I.V. Lebedeva, I.S. Semenko // Tr. RGUPS. – 2006. – #1. – S.9-12. – In Russian.

MATHEMATICAL MODEL OF COMPRESSIBLE MICROPOLAR HYDRODYNAMIC LUBRICATION FOR RADIAL BEARING WITH ADAPTED PROFILE OF ITS SURFACE

M.A. MUKUTADZE

(Rostov State Transport University)

The analytical hydrodynamic calculations of the radial bearing with the adapted profile of its contact surface are made. Some optimal intervals of the nondimensional parameters typical for the compressible micropolar lubricants, as well as the parameter characterizing the adapted profile of the bearing contact surface, are resulted.

Keywords: mathematical model, radial bearing, compressible lubricant, bearing surface, micropolar lubricant.