УДК 631.31:62-338

Динамика и моделирование транспортно-технологических машин для сельского хозяйства

В. П. Жаров
(Донской государственный технический университет)

Изложены научные основы динамики и механико-математического моделирования транспортно-технологических машин для сельского хозяйства как нестационарных колебательных систем с переменными параметрами, с голономными и неголономными связями при нестационарных случайных возмущениях, что позволило на основе предложенного метода использования множителей Лагранжа в качестве выходных переменных динамических систем сельскохозяйственных машин представить последние в виде матриц и графов.

Ключевые слова: *динамика, моделирование, переменные параметры, голономные и неголономные связи, нестационарные случайные возмущения, множители Лагранжа, матрицы, графы.*

Введение. Обзор работ по теме исследования [1] показал, что транспортно-технологические машины для сельского хозяйства представляют в общем виде нестационарные стохастические динамические системы с сосредоточенными и распределёнными параметрами, с голономными и неголономными связями при детерминированных и случайных возмущениях.

Ввиду отсутствия общих методов моделирования этих систем, используем метод учёта дополнительно налагаемых голономных и неголономных связей и их реакций с использованием множителей Лагранжа в качестве выходных переменных динамических систем сельскохозяйственных машин, что позволит представить уравнения движения в матрично-операторной форме или в виде графа.

Динамика и моделирование сельскохозяйственных машин. Предлагаемая форма записи уравнений движения нестационарной колебательной системы с переменными массами, конфигурация которой определяется совокупностью S обобщённых координат q_m ($m = 1, 2, \ldots, s$), подчинённой r голономным нестационарным идеальным связям, описываемым уравнением $F_\mu = F_\mu(q_1, q_2, \ldots, q_s, t) = 0$ ($\mu = 1, 2, 3, \ldots, r$), а также r^* неголономным нестационарным линейным идеальным связям, описываемым уравнениями вида $F_\nu = \sum_{m=1}^{s} \alpha_{\nu m} q'_m + \alpha_\nu = 0$, где $\nu = 1, 2, \ldots, r^*$; $\alpha_{\nu m}$, α_ν — коэффициенты, зависящие от обобщённых координат и времени, полученных из общего уравнения механики переменных масс с использованием принципа затвердевания в лагранжевых координатах, имеет вид:

$$\begin{cases} \dfrac{d^*}{dt}\left(\dfrac{\partial^* T}{\partial q'_m}\right) - \left(\dfrac{\partial^* T}{\partial q_m}\right) + \dfrac{\partial^* \Pi}{\partial q_m} + \dfrac{\partial^* \Phi}{\partial q'_m} - \sum\limits_{\mu=1}^{r} \lambda_\mu \dfrac{\partial F\mu}{\partial q_m} - \sum\limits_{\mu=1}^{r} \lambda_\nu \dfrac{\partial F\mu}{\partial q'_m} = f_m + \psi_m, \\ F_\mu = F_\mu(q_1, q_2, \ldots, q_s, t) = 0, \\ F_\nu = \sum\limits_{m=1}^{s} \alpha_{\nu m} q'_m + \alpha_\nu = 0, (\nu = 1, 2, \ldots, r^*), \end{cases} \quad (1)$$

где T, Π — кинетическая и потенциальная энергия системы; Φ — диссипативная функция Релея; f_m — обобщённые активные силы; ψ_m — обобщённые реактивные силы; $\dfrac{\partial^*}{\partial q_m}$, $\dfrac{\partial^*}{\partial q'_m}$ — частные производные по указанным переменным при группе переменных, принятых за независимые; λ_μ, λ_ν — множители Лагранжа соответственно для голономных и неголономных связей.

В общем виде система уравнений (1) с учётом условия физической реализуемости системы в матричной форме записи для активных обобщённых сил записывается как:

$$[M(t)]\cdot[q''(t)]+[R(t)]\cdot[q'(t)]+[C(t)]\cdot[q(t)]=[L(t)]\cdot[f''(t)]+[P(t)]\cdot[f'(t)]+[D(t)]\cdot[f(t)] \qquad (2)$$

где $[M(t)]$, $[R(t)]$, $[C(t)]$ — матрицы инерции, демпфирования и жёсткости системы соответственно; $[L(t)]$, $[P(t)]$, $[C(t)]$ — матрицы инерции, демпфирования и жёсткости возмущений соответственно; $[q(t)]$ — матрица-столбец выходных переменных системы; $[f(t)]$ — матрица-столбец входных переменных системы.

Аналогично записывается матричное уравнение для реактивных обобщённых сил.

Общий вид матричного уравнения (2) в компактной форме записи представлен на рис. 1.

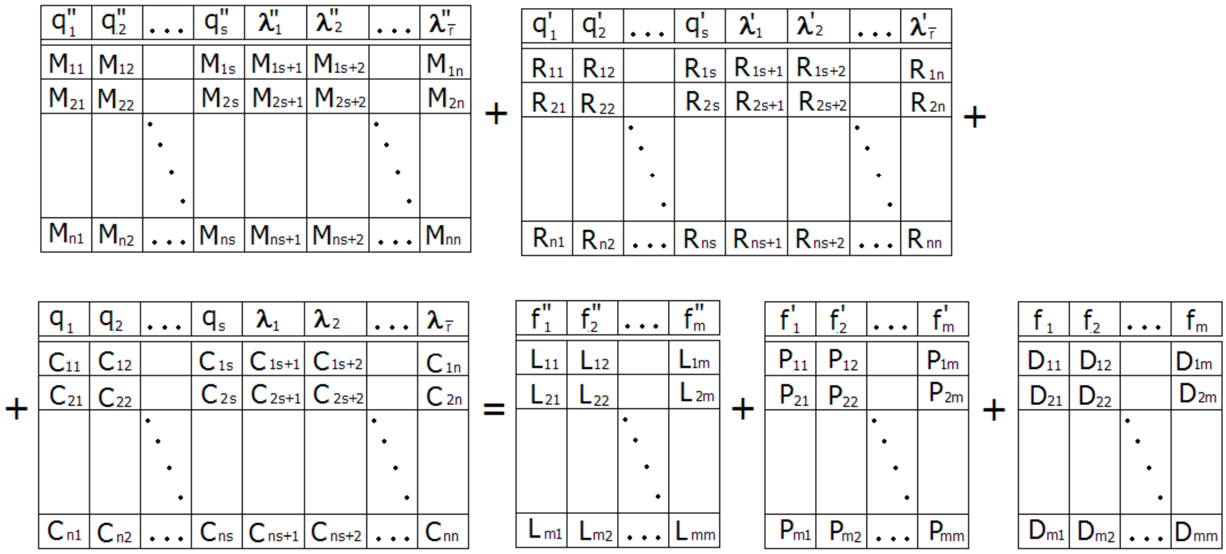

Рис. 1. Общий вид матричного уравнения движения нестационарной колебательной системы с голономными и неголономными связями в компактной форме записи (для упрощения записи аргумент времени везде опущен): $q_1, q_2, \ldots, q_s$ — обобщённые координаты; $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_{r^*}$ — неопределённые множители Лагранжа для голономных и неголономных связей ($s + r^* = n$); M_{kl}, $L_{\mu\nu}$ — элементы инерционных матриц, R_{kl}, $P_{\mu\nu}$ — диссипативных матриц, C_{kl}, $D_{\mu\nu}$ — жёсткостных матриц

Матричное уравнение (2) практически не ограничивает число входных и выходных переменных системы. Однако при очень большом числе степеней свободы колебательной системы её анализ и синтез встречают значительные трудности. В связи с этим большой практический интерес представляют вопросы упрощения колебательных систем в смысле уменьшения числа степеней свободы.

С этой целью представим колебательную систему, описываемую матричным уравнением (2), в виде графа. Для этого используем основные положения теории графов [2, 3] и их связь с матричной формой записи уравнений движения рассматриваемой колебательной системы.

Как известно, линейной или приводящейся к линейной системе соответствует сигнальный, или ориентированный, граф, отражающий причинно-следственные связи между входными и выходными переменными (сигналами) системы. Вершины (узлы) этого графа соответствуют сигналам, а соединяющие их ветви (дуги) — коэффициентам передач ветвей. Применительно к рассматриваемым колебательным системам вершинам-источникам (независимым или свободным переменным) соответствуют входные возмущения и их производные, а зависимым (базисным) вершинам (вершинам-стокам и смешанным вершинам) — выходные переменные и их производные. Смешанным вершинам инцидентны как входящие, так и исходящие ветви. Минимальное количество смешанных вершин (содержащих максимальное количество входящих и исходящих ветвей), при разрыве которых рвутся все контуры общего графа, называются существенными точками графа.

Отметим, что в зависимости от выбора существенных точек графа, для одного и того же матричного уравнения (или системы уравнений) можно построить множество равносильных графов.

Используя известные правила связи сигнальных графов с системами линейных и линеаризованных уравнений, представим колебательную систему, описываемую матричным уравнением (2) в виде графа. При этом в качестве существенных точек графа выберем вторые производные выходных переменных системы, а с целью простоты изображения исключим петли (замкнутые ветви, связывающие вершину саму с собой), то есть построим нормализованный сигнальный граф, общий вид которого представлен на рис. 2.

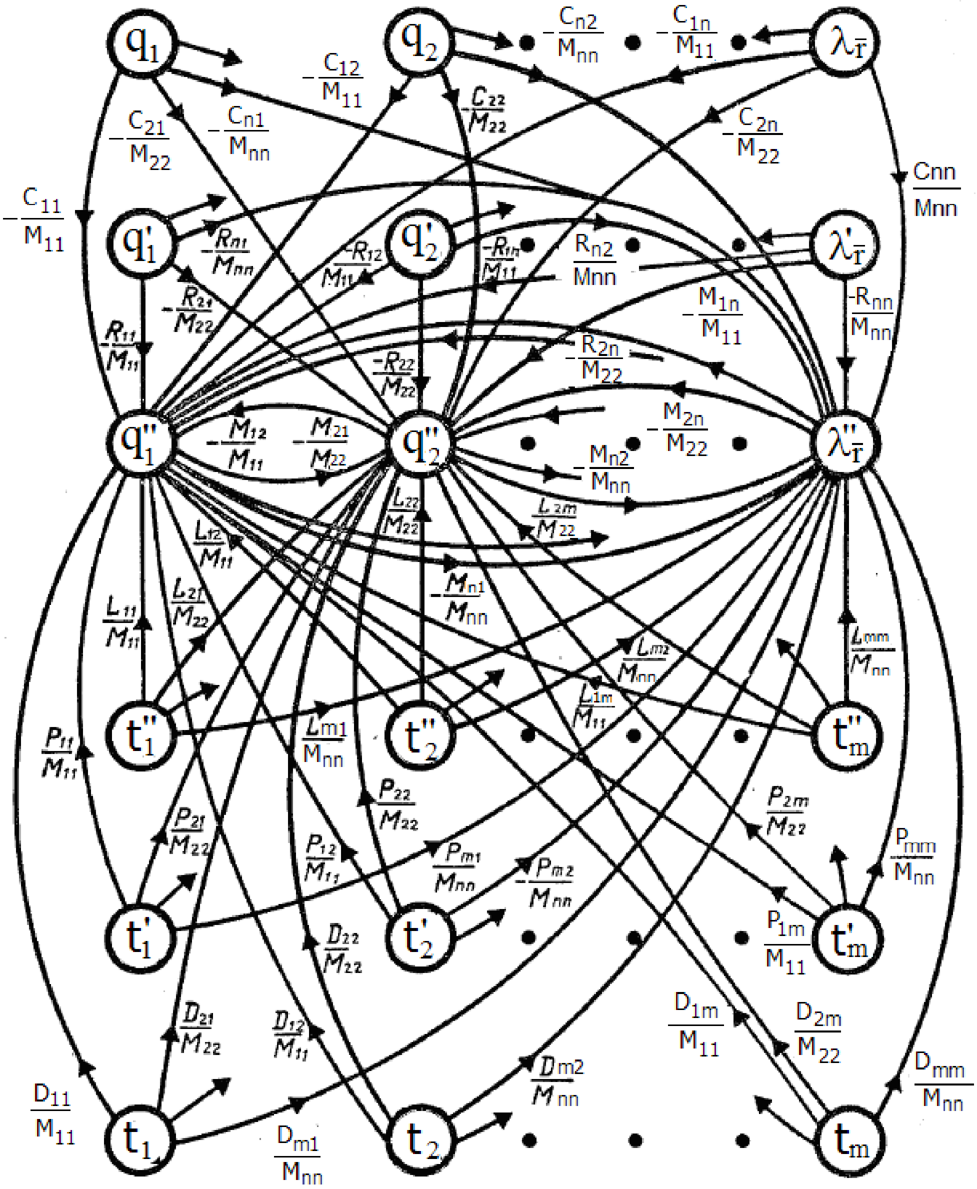

Рис. 2. Общий вид нормализованного сигнального графа нестационарной колебательной системы, матричное уравнение движения которой представлено на рис. 1

Заключение. Таким образом, математическое моделирование нестационарной динамической системы матричным уравнением типа (2) или соответствующим ему сигнальным графом позволяет решить вопросы как моделирования, так и упрощения этих колебательных систем.

Библиографический список

1. Жаров, В. П. Планирование виброизмерений для оценки некоторых параметров и класса колебательных систем сельскохозяйственных машин / В. П. Жаров // Комплексная механизация и автоматизация сельскохозяйственного производства. — Ростов-на-Дону, 1975. — С. 145—153.
2. Оре, О. Теория графов / О. Оре. — Москва: Наука, 1980. — 336 с.
3. Сучилин, А. М. Применение направленных графов к задачам электротехники / А. М. Сучилин. — Ленинград: Энергия, 1971. — 104 с.

Материал поступил в редакцию 09.12.2011.

References

1. Zharov, V. P. Planirovanie vibroizmerenij dlya ocenki nekotory`x parametrov i klassa kolebatel`ny`x sistem sel`skoxozyajstvenny`x mashin / V. P. Zharov // Kompleksnaya mexanizaciya i avtomatizaciya sel`skoxozyajstvennogo proizvodstva. — Rostov-na-Donu, 1975. — S. 145—153. — In Russian.
2. Ore, O. Teoriya grafov / O. Ore. — Moskva: Nauka, 1980. — 336 s. — In Russian.
3. Suchilin, A. M. Primenenie napravlenny`x grafov k zadacham e`lektrotexniki / A. M. Suchilin. — Leningrad: E`nergiya, 1971. — 104 s. — In Russian.

DYNAMICS AND MODELING OF TRANSPORT TECHNOLOGICAL MACHINES FOR AGRICULTURE

V. P. Zharov
(Don State Technical University)

The scientific basis for the dynamics and mechanical-mathematic simulation of the transport technological machines for agriculture as the multivariable oscillatory systems with holonomic and nonholonomic constraints under the non-stationary random perturbations is described. It has permitted to represent the output variable dynamic systems of the agricultural machines, on the ground of Lagrange multiplier me-thod, in matrices and graphically.
Keywords: *dynamics, modeling, variables, holonomic and nonholonomic constraints, non-stationary random disturbances, Lagrange multipliers, matrices, graphs.*