

УДК 621.9.06-251:531.31

Моделирование динамики и балансировка гибкого ротора по n -й форме изгиба оси

О. О. Полушкин, О. А. Полушкин

(Донской государственный технический университет)

Посредством моделирования динамики гибкого ротора установлены закономерности, определяющие упругий прогиб его оси по собственным формам изгиба и связанные с этим распределённые дисбалансы. Разработана оригинальная методика идентификации параметров модели и балансировки таких роторов по собственным формам изгиба.

Ключевые слова: гибкие роторы, динамика, балансировка, моделирование.

Введение. Вследствие конечности изгибной жёсткости оси любого реального ротационного агрегата (ротора) машины он имеет бесконечное множество критических скоростей ω_{kpi} вращения, соответствующих каждой из $i = 1, 2, \dots, n, \dots$ собственных форм изгиба его оси [1]. Там же обосновывается, что к гибким следует относить роторы, максимальная эксплуатационная скорость ω_Σ которых отвечает условию $\omega_\Sigma > 0,857\omega_{kp1}$. Гибкий ротор балансируется по n -й форме изгиба [2], если $\omega_{kp(n-1)} < \omega_\Sigma \leq \omega_{kpn}$. При $n = 1$ $\omega_{kp(n-1)} = 0$ и гибкий ротор балансируется по 1-й форме изгиба, если $0,857\omega_{kp1} < \omega_\Sigma \leq \omega_{kp1}$.

У каждого реального ротора, сбалансированного на низкой скорости $\omega_\delta \ll \omega_{kp1}$ по традиционной технологии динамической балансировки с коррекцией дисбалансов в двух плоскостях коррекции у опор, объективно наличие исходного неупругого искривления оси, названного в [1] линией эксцентриситетов масс ротора. Эта линия представляет собой пространственную кривую отклонений (эксцентриситетов) центров масс элементарных сечений ротора, перпендикулярных его оси, от оси его вращения (прямой, соединяющей центры опор). Эту кривую можно разложить по собственным формам исходного неупругого изгиба [3], каждая из которых лежит в некоторой плоскости, содержащей ось вращения ротора.

Вследствие исходного изгиба оси ротора по каждой из собственных форм дисбалансы от него распределяются неравномерно по этой форме. С приведением ротора во вращение со скоростью $\omega > \omega_\delta$ усилия от этих дисбалансов ведут к упругой деформации оси по всем собственным формам её изгиба. Чем ближе ω к ω_{kpi} , $i = 1, 2, \dots, n, \dots$, тем значительнее эта деформация по i -й собственной форме. При $\omega = \omega_{kpi}$ наступает резонанс по i -й форме изгиба.

Существующие методы балансировки гибких роторов (высокочастотная балансировка) не имеют общей теоретической основы. Учёт упругих изгибных деформаций оси гибкого ротора при его балансировке и в эксплуатации «крайне усложняет процесс балансировки и затрудняет установление общей методики балансировки, пригодной для гибких роторов любой категории» [3].

Представленные ниже решения позволяют устранить эти недостатки и создать общий алгоритмический подход к последовательной балансировке гибкого ротора по каждой из $i = 1, 2, \dots, n$ собственных форм изгиба.

Моделирование динамики ротора, сбалансированного по $i = 1, 2, \dots, (n - 1)$ -й собственной форме. Объект исследования — двухопорный ротор в виде однородного гладкого кругового цилиндра с исходно изогнутой осью по всем собственным формам. Этот ротор предварительно сбалансирован динамически на низкой скорости вращения $\omega_\delta \ll \omega_{kp1}$ по традиционной

технологии в двух плоскостях коррекции у опор. Кроме того, он последовательно сбалансирован по $i = 1, 2, \dots, (n - 1)$ -й собственным формам по специальным методикам, о которых речь пойдёт ниже. Полагаем проведённые балансировки идеальными, поэтому вращение такого ротора со скоростью $\omega_{кр(n-1)} < \omega \leq \omega_{крn}$ не вызовет дополнительных прогибов оси по $i = 1, 2, \dots, (n - 1)$ -й собственным формам, а вызовет лишь дополнительный прогиб оси по $i = n$ -й собственной форме. Дополнительный упругий прогиб оси по более высоким формам изгиба при этом будет пренебрежимо малым.

На рис. 1, а сплошной линией представлена схема исходного искривления оси ротора по $i = n$ -й собственной форме, а пунктирной линией — её искривление по той же форме после приведения ротора во вращение со скоростью $\omega_{кр(n-1)} < \omega \leq \omega_{крn}$.

Представим исходное искривление оси ротора по n -й собственной форме изгиба как результат её пластической деформации под действием чередующихся по направлению и равных по модулю сил P , приложенных к ротору в n точках на его оси (см. рис. 1, б). Для описания этого искривления нашли реакции $R_A = 0,5P$, $R_B = (-1)^{n+1} \cdot 0,5P$ опор ротора от действия приложенных сил. Разбив балку на участки $1, 2, \dots, n + 1$, записали для каждого участка выражение для изгибающего момента и, используя известный из [4] метод расчёта деформаций балок, получили общие уравнения смещений y_n поперечных сечений оси балки, изогнутой под действием приложенной к ней совокупности усилий P :

$$y_n = (-1)^{i-1} \frac{P \left[x - (i-1) \frac{l}{n} \right]}{4EJ} \left\{ \frac{\left[x - (i-1) \frac{l}{n} \right]^2}{3} - \frac{l^2}{4n^2} \right\} - \text{для } (i-1) \frac{l}{n} \leq x \leq \frac{l}{2n} + (i-1) \frac{l}{n};$$

$$y_n = (-1)^{i-1} \frac{P}{4EJ} \left\{ -\frac{\left[x - (i-1) \frac{l}{n} \right]^3}{3} + \frac{l}{n} \left[x - (i-1) \frac{l}{n} \right]^2 - \frac{3l^2}{4n^2} \left[x - (i-1) \frac{l}{n} \right] + \frac{l^3}{12n^3} \right\} - \text{для}$$

$$\frac{l}{2n} + (i-1) \frac{l}{n} \leq x \leq i \frac{l}{n},$$

где $i = 1 \dots n$ — номер участка балки, содержащего выпуклую или вогнутую волну n -й собственной формы изгиба оси; E — модуль упругости материала упруго деформируемого вала ротора; J — момент инерции сечения вала ротора.

Экстремальное значение $y_{n \max}$ прогиба оси (стрелы прогиба) на каждой i -й волне n -й собственной формы изгиба оси ротора определили из (1) как

$$y_{n \max} = y_n \Big|_{x = \frac{l}{2n} + (i-1) \frac{l}{n}} = (-1)^i \frac{Pl^3}{48EJn^3}. \quad (2)$$

Из (2) нашли значение сил P , которыми нагружена балка по схеме рис. 1, б, которое обеспечивает стрелу прогиба $y_{n \max}$ при n -й собственной форме изгиба этой балки:

$$P = (-1)^i \frac{48EJn^3}{l^3} y_{n \max}. \quad (3)$$

Подставив модуль этой силы в (1), получили окончательные выражения для описания исходного неупругого искривления оси ротора по n -й собственной форме:



$$y_n = (-1)^{i-1} \frac{12n^3}{l^3} y_{n\max} \left[x - (i-1) \frac{l}{n} \right] \left\{ \frac{\left[x - (i-1) \frac{l}{n} \right]^2}{3} - \frac{l^2}{4n^2} \right\} - \text{для } (i-1) \frac{l}{n} \leq x \leq \frac{l}{2n} + (i-1) \frac{l}{n};$$

$$y_n = (-1)^{i-1} \frac{12n^3}{l^3} y_{n\max} \left\{ -\frac{\left[x - (i-1) \frac{l}{n} \right]^3}{3} + \frac{l}{n} \left[x - (i-1) \frac{l}{n} \right]^2 - \frac{3l^2}{4n^2} \left[x - (i-1) \frac{l}{n} \right] + \frac{l^3}{12n^3} \right\} - \text{для}$$

$$\frac{l}{2n} + (i-1) \frac{l}{n} \leq x \leq i \frac{l}{n}.$$

Построенная по этим уравнениям линия y_n исходного неупругого искривления оси ротора по n -й собственной форме изгиба представлена сплошной линией на рис. 1, а. Такое искривление оси ротора приводит к возникновению на каждом из его участков длиной l/n дисбалансов, распределённых с непостоянной интенсивностью:

$$\bar{d}_{ин}(x) = m_0 \bar{y}_n dx. \quad (5)$$

Используя последнее, нашли значение $\bar{D}_{ин}$ главного вектора дисбалансов, обусловленных исходным изгибом оси ротора на участке l/n . Для этого подставили в (5) первое из уравнений (4) и после проведения интегрирования получили

$$\bar{D}_{ин} = \int_0^{l/n} \bar{d}_{ин}(x) = 2m_0 \int_0^{l/2n} \bar{y}_n dx = \frac{5}{8} \frac{m}{n} \bar{y}_{n\max}. \quad (6)$$

Приведение рассматриваемого ротора во вращение со скоростью $\omega_{кр(n-1)} < \omega \leq \omega_{крn}$ вызовет дополнительное (к исходному) упругое искривление его оси по n -й собственной форме. Оно представлено пунктирной линией на рис. 1, а и вызвано действием лишь инерционных усилий от дисбалансов, распределённых по (5) и представленных на рис. 1, в. Найдём этот прогиб, оперируя значениями дисбалансов, а не инерционными усилиями, им пропорциональными.

Заменяя на каждом участке l/n распределённый дисбаланс эквивалентным ему главным вектором дисбалансов $\bar{D}_{ин}$, определённым по (6), нашли реакции опор:

$$\bar{D}_A = 0,5 \bar{D}_{ин}, \quad \bar{D}_B = (-1)^{n+1} 0,5 \bar{D}_{ин}. \quad (7)$$

Выделив на левом участке сечение с координатой x_1 (рис. 1, в), определили равнодействующий дисбаланс от распределённой нагрузки при $0 \leq x \leq x_1$ —

$$\bar{D}_{x_1} = \int_0^{x_1} m_0 \bar{y}_n dx,$$

что после подстановки первого из уравнений (4) с $i = 1$ и проведения интегрирования позволило получить

$$\bar{D}_{x_1} = \frac{m_0 n}{l} \bar{y}_{n\max} \left(\frac{n^2}{l^2} x_1^4 - \frac{3}{2} x_1^2 \right). \quad (8)$$

Координату плоскости приведения дисбаланса $\bar{D}_{x_1}$ определили как

$$x_{1c} = \frac{m_0}{D_{x_1}} \int_0^{x_1} x \cdot y_n dx,$$

что после подстановки (4), (8) и проведения интегрирования дало

$$x_{1c} = x_1 \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{15} \cdot \frac{x_1^2}{3 \frac{l^2}{n^2} - 2x_1^2} \right). \quad (9)$$

Изгибающий момент M_{u1} в сечении x_1 с учётом (7)...(9) привели к виду

$$M_{u1} = \frac{m}{n} y_{n\max} \left(\frac{5}{16} x_1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{n^2}{l^2} x_1^3 + \frac{1}{5} \cdot \frac{n^4}{l^4} x_1^5 \right). \quad (10)$$

Дифференциальное уравнение упругой оси ротора на участке $0 \leq x_1 \leq l/2n$ имеет вид

$$\frac{d^2 y}{dx_1^2} = \frac{\omega^2}{EJ} \cdot \frac{m}{n} y_{n\max} \left(\frac{5}{16} x_1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{n^2}{l^2} x_1^3 + \frac{1}{5} \cdot \frac{n^4}{l^4} x_1^5 \right).$$

Интегрируя дважды последнее уравнение с начальными условиями: $x_1 = 0 \rightarrow y = 0$, $x_1 = \frac{l}{2n} \rightarrow \frac{dy}{dx_1} = 0$, в первом приближении получили уравнение упруго деформированной оси ротора на участке $0 \leq x_1 \leq l/2n$ от действия неуровновешенности, обусловленной исходным неупругим искривлением этой оси по n -й собственной форме, при приведении ротора во вращение со скоростью $\omega_{кр(n-1)} < \omega \leq \omega_{крn}$ —

$$y^{(1)} = y_{ny}^{(1)} = \frac{\omega^2}{EJ} \cdot \frac{m}{n} y_{n\max} \left(\frac{61}{1920} \cdot \frac{l^2}{n^2} x_1 - \frac{5}{96} x_1^3 + \frac{1}{40} \cdot \frac{n^2}{l^2} x_1^5 - \frac{1}{210} \cdot \frac{n^4}{l^4} x_1^7 \right). \quad (11)$$

На участке $l/2n \leq x_1 \leq l/n$ упругий изгиб оси будет симметричным относительно точки $x_1 = l/2n$, в которой имеет место экстремум упругого прогиба оси (рис. 1, г):

$$y_{ny\max}^{(1)} = a_n \cdot y_{n\max}, \quad a_n = 0,01 \frac{\omega^2 m l^3}{EJ \cdot n^4}, \quad (12)$$

где a_n — коэффициент упругого приращения стрелы прогиба оси ротора по n -й собственной форме изгиба при его вращении со скоростью $\omega_{кр(n-1)} < \omega \leq \omega_{крn}$.

Последний результат получили подстановкой $x = l/2n$ в (11). Анализируя его, отметим, что значение a_n представляет собой не что иное, как аналитическое выражение квадрата отношения $\omega/\omega_{крn}$, так что

$$\omega_{крn} = 10n^2 \sqrt{\frac{EJ}{ml^3}} = \omega_{кр1} \cdot n^2. \quad (13)$$

Поэтому для рассматриваемого ротора любая n -я критическая скорость больше первой критической $\omega_{кр1}$ в n^2 раз, и поскольку $\omega_{кр(n-1)} < \omega \leq \omega_{крn}$, то $a_n \leq 1$.

Как отмечено выше, уравнения (11), (12) позволяют лишь в первом приближении оценить дополнительный упругий прогиб оси ротора от исходного её искривления по n -й собственной форме со стрелой $y_{n\max} \neq 0$ (рис. 1, а). Найденные по этим уравнениям значения $y_{ny}^{(1)}(x_1)$ и $y_{ny\max}^{(1)}$ приводят к появлению новых распределённых неравномерно дисбалансов (показаны на рис. 1, г) дополнительно к дисбалансам от исходного неупругого искривления оси ротора по n -й собственной форме. Эти дополнительные дисбалансы ведут к новому дополнительному упругому прогибу оси ротора по n -й собственной форме и т. д. Учитывая это и используя формулу суммы членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии, нашли стрелу прогиба оси ротора в установившемся его вращении со скоростью ω :

$$\bar{y}_{ny \max}^{(\omega)} = \bar{y}_{n \max} \sum_{k=1}^{\infty} a_n^k = \frac{a_n \cdot \bar{y}_{n \max}}{1 - a_n}, \quad a_n < 1. \quad (14)$$

Заметим, что при $a_n \rightarrow 1$ стрела дополнительного упругого прогиба оси нежёсткого ротора по n -й собственной форме $y_{ny \max}^{(\omega)} \rightarrow \infty$. При отсутствии исходного неупругого искривления оси ротора по n -й собственной форме ($y_{n \max} = 0$) расчёт по (14) даёт $y_{ny \max}^{(\omega)} = 0$ при $a_n < 1$. При $a_n = 1$ тот же случай приводит к неопределённости, отражающей неустойчивое состояние ротора, когда бесконечно малое значение $y_{n \max}$ приводит к неограниченному росту $y_{ny \max}^{(\omega)}$, характерному для резонансного режима.

Поскольку упругий и исходный (неупругий) прогибы оси ротора по каждой n -й собственной форме ($n = 1, 2, \dots$) лежат в одной осевой плоскости, суммарная стрела прогиба оси по n -й собственной форме определится как

$$\bar{Y}_{n \max}^{(\omega)} = \bar{y}_{n \max} + \bar{y}_{ny \max}^{(\omega)} = \frac{\bar{y}_{n \max}}{1 - a_n}. \quad (15)$$

При $a_n > 1$ расчёт по (14) даёт $y_{ny \max}^{(\omega)} < 0$ и (15) приводит к $Y_{n \max}^{(\omega)} < y_{n \max}$. Это согласуется с теорией колебаний валов, констатирующей уменьшение неупругой деформации валов при их вращении со скоростями выше критических. Однако при пуске машины переход $\omega = \omega_{крn}$ может привести к негативным для всей конструкции машины последствиям и потому недопустим без проведения балансировки по n -й собственной форме.

Для жёстких роторов $a_n \approx 0$, и потому для них $y_{ny \max}^{(\omega)} = 0$ и $Y_{n \max}^{(\omega)} = y_{n \max}$.

Механико-математическая модель неуравновешенности ротора, балансируемого по $n > 1$ -й собственной форме изгиба. На каждом участке ротора, имеющем длину l/n , деформации оси на скорости ω будут приводить к возникновению результирующего локального вектора $\bar{D}_{ин}^{(\omega)}$ распределённых неравномерно дисбалансов (рис. 1, *г*), определяемого с помощью (6) как

$$\bar{D}_{ин}^{(\omega)} = \frac{5}{8} \cdot \frac{m}{n} \bar{Y}_{n \max}^{(\omega)} = \frac{5}{8} \cdot \frac{m}{n} \cdot \frac{\bar{y}_{n \max}}{1 - a_n}, \quad (16)$$

где $\bar{Y}_{n \max}^{(\omega)}$ определено по (15), а $a_n < 1$ по (12). Приложен $\bar{D}_{ин}^{(\omega)}$ в центре каждого рассматриваемого участка ротора длиной l/n (аналогично тому, как приложены векторы $\bar{D}_{ин}$ на рис. 1, *в*).

Приведём всю совокупность определённых по (16) результирующих дисбалансов $\bar{D}_{ин}^{(\omega)}$ к главному вектору $\bar{D}_{стn}^{(\omega)}$ и главному моменту $\bar{M}_{Dn}^{(\omega)}$ дисбалансов ротора в целом, имеющих место при вращении его со скоростью $\omega_{кр(n-1)} < \omega \leq \omega_{крn}$:

$$\bar{D}_{стn}^{(\omega)} = \frac{1 - (-1)^n}{2} \bar{D}_{ин}^{(\omega)}, \quad \bar{M}_{Dn}^{(\omega)} = \frac{1 - (-1)^{n+1}}{2} \bar{D}_{ин}^{(\omega)} \cdot \frac{l}{2}. \quad (17)$$

При принятой на рис. 1 системе отсчёта деформаций оси ротора, когда на первом слева участке оси протяжённостью l/n имеет место $y \leq 0$, $\bar{D}_{стn}^{(\omega)}$ будет всегда направлен в сторону $\bar{y}_{n \max}$ на этом участке и приложен в центре пролёта l между опорами ротора. При этом $\bar{D}_{стn}^{(\omega)} \neq 0$ и $\bar{M}_{Dn}^{(\omega)} = 0$ будет иметь место лишь для нечётных номеров n собственных форм изгиба оси ротора. Главный момент $\bar{M}_{Dn}^{(\omega)}$ дисбалансов ротора будет иметь место лишь для чётных значений n при

$\overline{D}_{стп}^{(\omega)} = 0$. Этот момент лежит в плоскости исходной деформации оси ротора по чётной n -й собственной форме изгиба и при принятой и оговорённой выше системе отсчёта этих деформаций он будет направлен против часовой стрелки. При отсутствии исходного искривления оси ротора по n -й собственной форме стрела такого искривления на участке l/n оси ротора $y_{n\max} = 0$, и значения $\overline{D}_{стп}^{(\omega)}$, $\overline{M}_{Dn}^{(\omega)}$ обращаются в ноль при любом $\omega_{кр(n-1)} < \omega \leq \omega_{крn}$.

Если рассматриваемый ротор при $y_{n\max} \neq 0$ привести во вращение со скоростью ω на балансировочном станке, то измерительная система станка зафиксирует в плоскостях коррекции 1, 2 необходимость установки в них корректирующих дисбалансов $\overline{D}_{kn1}^{(\omega)}$, $\overline{D}_{kn2}^{(\omega)}$, параллельных при нечётном и антипараллельных при чётном n :

$$\overline{D}_{kn1}^{(\omega)} = -\overline{D}_{стп}^{(\omega)} \frac{0,5l - C}{B} - \frac{\overline{M}_{Dn}^{(\omega)}}{B}, \quad \overline{D}_{kn2}^{(\omega)} = -\overline{D}_{стп}^{(\omega)} \frac{0,5l - A}{B} + \frac{\overline{M}_{Dn}^{(\omega)}}{B}, \quad (18)$$

где A , C — расстояния от опор ротора до ближайших плоскостей коррекции; B — расстояние между плоскостями коррекции; $l = A + B + C$.

Уравнения (17), (18) и соотношения (12), (16), раскрывающие входящие в них величины, представляют собой механико-математическую модель неуравновешенности ротора, балансируемого по $(n > 1)$ -й собственной форме изгиба. Входом этой модели является варьируемое значение $\omega_{кр(n-1)} < \omega \leq \omega_{крn}$. Собственные свойства модели характеризуются значением и углом стрелы $\overline{y}_{n\max}$ исходного искривления оси ротора по n -й собственной форме изгиба, а также параметрами m , E , J , l , A , B , C конструкции ротора, определяющими по (12) комплексную характеристику a_n и входящими в (18). Выходы модели — характеристики неуравновешенности ротора ($\overline{D}_{ин}^{(\omega)}$, $\overline{D}_{стп}^{(\omega)}$, $\overline{M}_{Dn}^{(\omega)}$, $\overline{D}_{kn1}^{(\omega)}$, $\overline{D}_{kn2}^{(\omega)}$), определяемые по (16)...(18) при любом $\omega_{кр(n-1)} < \omega \leq \omega_{крn}$.

Идентификация параметров механико-математических моделей неуравновешенности роторов и их балансировка. Практическое использование построенной модели неуравновешенности для решения задач балансировки ротационных агрегатов машин при их проектировании, производстве, эксплуатации, ремонте требует знания всех характеристик и параметров собственных свойств. К ним относятся отмеченные выше $\overline{y}_{i\max}$ — стрелы исходного неупругого прогиба оси ротора по $i = 1, 2, \dots, n, \dots$ собственным формам изгиба, а также значения m , E , J , l , A , B , C . Все эти характеристики для полного множества ротационных агрегатов каждого наименования являются случайными величинами с различными уровнями рассеивания их значений.

На проектной стадии создания ротационного агрегата конструктор имеет дело с оценочными (практически предельными, наиболее вероятными) значениями характеристик и параметров собственных свойств объекта моделирования, что позволяет прогнозировать с помощью модели неуравновешенное состояние ротационного агрегата на работающей машине и обеспечивать тем самым принятие обоснованных решений по его балансировке. Поэтому все параметры модели неуравновешенности проектируемого ротационного агрегата могут быть с той или иной достоверностью определены по различного рода справочным источникам. При этом в расчётах должны приниматься такие их значения, которые обеспечивают прогнозирование практически предельного возможного неуравновешенного состояния проектируемого ротора.

Использование модели неуравновешенности для проведения балансировки конкретного типоразмера ротора требует знания точных значений всех параметров и характеристик собственных свойств модели каждого балансируемого экземпляра ротора. Если этот типоразмер ротора необходимо балансировать по $i = n$ -й собственной форме, то он должен проходить балансировку

последовательно по $i = 1, 2, \dots, n$ -й собственным формам. При этом для каждой из форм должна быть построена модель неуравновешенности с точными значениями всех параметров и характеристик собственных свойств.

Выражение для a_n по (12) можно представить как

$$a_n = \beta_n \cdot \omega^2; \quad \beta_n = 0,01 \frac{m l^3}{E J \cdot n^4} = \frac{\beta_1}{n^4}, \quad (19)$$

получив выражение для комплексной характеристики β_n собственных свойств модели неуравновешенности ротора, балансируемого на любой n -й собственной форме. По своему физическому смыслу β_n — величина обратная квадрату $\omega_{крn}$ по (13). Эта характеристика определяется параметрами m, l, E, J модели, о которых речь велась выше. При балансировке ротора по любой собственной форме точному определению должны подвергаться значения $\bar{y}_{n\max}$ и β_n , т. к. именно эти характеристики и определяют выходы модели по (16)–(19) как функции ω .

Балансировка по 1-й собственной форме изгиба требует проведения низкочастотной балансировки на скорости $\omega_0 \ll \omega_{кр1}$, что предопределяет специфику балансировки роторов по этой форме, теоретически обоснованную и практически апробированную [1]. Там же представлена методика идентификации значения β_1 , входящего в (19).

С решением последней задачи и расчётом β_n по последнему уравнению, идентификации подлежит лишь параметр $\bar{y}_{n\max}$ — стрела исходного искривления оси ротора по n -й собственной форме изгиба (рис. 1, а).

Приводя ротор во вращение на балансировочном станке со скоростью $\omega_{кр(n-1)} < \omega \leq \omega_{крn}$, будем иметь зафиксированными измерительной системой станка значения и углы корректирующих дисбалансов $\bar{D}_{kn1}^{(\omega)}, \bar{D}_{kn2}^{(\omega)}$ в плоскостях коррекции у опор ротора. Для нечётных значений $n > 1$ эти дисбалансы будут параллельными, для чётных — антипараллельными.

Имея определёнными эти дисбалансы, исходя из (17), (18), получили общее выражение для значения $D_{ин}^{(\omega)}$ результирующего вектора $\bar{D}_{ин}^{(\omega)}$ распределённых неравномерно на участке l/n дисбалансов ротора:

$$D_{ин}^{(\omega)} = \left(D_{kn1}^{(\omega)} + D_{kn2}^{(\omega)} \right) \left[\frac{1 - (-1)^n}{2} + \frac{1 + (-1)^n}{2} \cdot \frac{B}{l} \right]. \quad (20)$$

Последнее с помощью (16) позволяет идентифицировать значение параметра $\bar{y}_{n\max}$ как

$$y_{n\max} = \frac{8}{5} \cdot \frac{n}{m} \left(D_{kn1}^{(\omega)} + D_{kn2}^{(\omega)} \right) \left[\frac{1 - (-1)^n}{2} + \frac{1 + (-1)^n}{2} \cdot \frac{B}{l} \right] \left(1 - \frac{\beta_1}{n^4} \omega^2 \right). \quad (21)$$

Угол γ_{n1} вектора $\bar{y}_{n\max}$ на первой волне в системе координат, связанной с ротором, определяется как $\gamma_{n1} = \phi_1 + \pi$, где ϕ_1 — зафиксированный балансировочным станком угол корректирующего дисбаланса $\bar{D}_{kn1}^{(\omega)}$.

Последующая балансировка ротора по каждой из $i = 2, 3, \dots, n$ форм изгиба сводится к установке во всех n точках экстремума изгиба его оси корректирующих дисбалансов $\bar{D}_o = -\bar{D}_{ин}$, определённых по (6).

Заключение. Для ротора, имеющего $\omega_{кр(n-1)} < \omega \leq \omega_{крn}$ и потому требующего последовательной балансировки по $i = 1, 2, \dots, n$ -й собственным формам изгиба оси, все параметры его механико-математических моделей неуравновешенности при балансировке по каждой собственной форме

определяются по представленным выше соотношениям. Эти модели могут успешно использоваться для решения задач балансировки как при проектировании роторов, так и в их производстве и эксплуатации.

Библиографический список

1. Полушкин, О. О. Балансировка нежёстких роторов: монография / О. О. Полушкин. — Ростов-на-Дону: Изд. центр ДГТУ, 2011. — 169 с.
2. ГОСТ 19534-74. Балансировка вращающихся тел. Термины. — Москва: Изд-во стандартов, 1974. — 29 с.
3. Левит, М. Справочник по балансировке / М. Левит. — Москва: Машиностроение, 1992. — 464 с.
4. Дарков, А. В. Сопротивление материалов / А. В. Дарков, Г. С. Шпиро. — 3-е изд. — Москва: Высшая школа, 1969. — 734 с.

Материал поступил в редакцию 16.12.2011.

References

1. Polushkin, O. O. Balansirovka nezhyostkix rotorov: monografiya / O. O. Polushkin. — Rostov-na-Donu: Izd. centr DGTU, 2011. — 169 s. — In Russian.
2. GOST 19534-74. Balansirovka vrashhayushhixsya tel. Terminy`. — Moskva: Izd-vo standartov, 1974. — 29 s. — In Russian.
3. Levit, M. Spravochnik po balansirovke / M. Levit. — Moskva: Mashinostroenie, 1992. — 464 s. — In Russian.
4. Darkov, A. V. Soprotivlenie materialov / A. V. Darkov, G. S. Shpiro. — 3-e izd. — Moskva: Vysshaya shkola, 1969. — 734 s. — In Russian.

DYNAMIC SIMULATION AND FLEXIBLE ROTOR BALANCING IN n^{th} BEND SHAPE

O. O. Polushkin, O. A. Polushkin
(Don State Technical University)

Some mechanisms of determining the flexible rotor axis elastic buckling in the eigenmode bend and thereto related distributed unbalances are specified through its dynamic simulation. A new method of identifying the model parameters and balancing of such rotors in the eigenmode bend is evolved.

Keywords: flexible rotors, dynamics, balancing, modeling.