

УДК 620.91

## **Математическая модель динамики вращения ветротурбины и поворота малой ветроэнергетической установки для фермерских хозяйств посредством автоматической системы ориентации**

**А. С. Гуринов, В. Л. Гапонов**

(Донской государственный технический университет)

Представлено математическое моделирование динамики вращения ветротурбины и поворота ветроэнергетической установки. Показано распределение углов атаки лопасти по азимуту вращения ветротурбины при угле косой обдувки  $30^\circ$ . Видно, что обтекание при наличии ветра несоосного с осью вращения приводит к существенной неравномерности углов атаки и, соответственно, к изменению сил на лопастях в процессе вращения.

**Ключевые слова:** ветроэнергетическая установка, моделирование динамики поворота, моделирование динамики вращения ветрогенератора, лопасть.

**Введение.** Эффективность горизонтально-осевой ВЭУ зависит от многих факторов. Одним из важных показателей является способность установки быстро перестраиваться навстречу ветру с наименьшим углом к нему. В то же время, вследствие инерционных сил, которые затрудняют перестройку ветроустановки вслед за изменениями метеорологической обстановки, ВЭУ постоянно находится в состоянии присутствия косой обдувки, т. е. наличия угла между осью вращения и направлением ветра. Свою лепту в наращивание величины вносит и трение в опоре горизонтально-осевой ВЭУ. Для того чтобы оценить влияние различных факторов и определить эффективность ВЭУ уже на стадии разработки, целесообразно иметь математическую модель ветроустановки. Для её создания необходимо рассмотреть основные силы, действующие на ветротурбину.

**Моделирование динамики поворота ВЭУ.** Как известно, вращение ветротурбины обусловлено наличием аэродинамических сил, создающих крутящий момент на валу генератора. Однако этому вращению препятствует момент генератора, появляющийся вследствие наличия сил трения в мультипликаторе, опорах вала и сил сопротивления вследствие электромагнитных сил.

Суммарное уравнение моментов на валу ветрогенератора можно представить следующим образом:

$$M_k - M_r - M_{y_{tp}} = (I_{BT} + nI_{MP}) \frac{d\omega_y}{dt}, \quad (1)$$

где  $M_k$  — крутящий момент, обусловленный наличием аэродинамических сил;  $M_r$  — момент сопротивления на генераторе, обусловленный наличием электрической нагрузки;  $M_{y_{tp}}$  — момент, обусловленный силами трения в мультипликаторе и опорах вала;  $I_{BT}$  — момент инерции ветротурбины;  $n$  — передаточное отношение мультипликатора генератора;  $I_{MP}$  — момент инерции ротора генератора;  $\omega_y$  — угловая скорость вращения ветротурбины.

При этом разворачивающий момент ВЭУ равен:

$$M_{per} - M_z - M_{gir} - M_{z_{tp}} = I_{z_{B\Theta}} \frac{d\omega_z}{dt}, \quad (2)$$

где  $M_z$  — момент от аэродинамических сил на ветротурбине, обусловленный косой обдувкой;  $M_{per}$  — момент от сил, действующих на оперение;  $M_{gir}$  — гирокопический момент ветротур-

бины;  $M_{z_{tp}}$  — момент от сил трения в опоре ветротурбины;  $I_{z_{B\mathcal{E}Y}}$  — момент инерции ветротурбины относительно оси поворота;  $\omega_z$  — угловая скорость поворота ВЭУ относительно вертикальной оси.

Момент генератора является функцией электрической нагрузки  $M_f = f(R)$ , трение в опоре величина постоянная

$$M_{z_{tp}} = k_n \frac{d_n}{2} m_{B\mathcal{E}Y} g, \quad (3)$$

где  $k_n$  — коэффициент трения в подшипнике;  $m_{B\mathcal{E}Y}$  — масса поворачивающейся части ВЭУ;  $d_n$  — диаметр сепаратора опорного подшипника.

**Моделирование динамики вращения горизонтально-осевой ветротурбины.** Крутящий момент, обусловленный наличием аэродинамических сил, зависит от характера обтекания ветротурбины и, в первую очередь, наличием косой обдувки. Он может быть рассчитан несколькими методами. Наиболее оптимальным, с точки зрения сложности и точности, является метод расчёта единичного элемента лопасти [1, 2, 3]. Этот метод расчёта основывается на допущении, что каждый элемент лопасти ветротурбины можно рассматривать как отрезок профиля,двигающийся по винтовой линии. Аэродинамические силы рассчитываются, исходя из результирующей скорости потока, обтекающего этот профиль. Причём считается, что прилегающие части лопасти не влияют на характеристики рассматриваемого отрезка профиля. Силы и крутящий момент винта получаются интегрированием элементарных сил и моментов отдельных элементов лопасти. Соответственно задача определения аэродинамических характеристик ветротурбины решается при следующих допущениях:

- лопасть является абсолютно жёсткой на изгиб и кручение;
- аэродинамические характеристики профиля сечения лопасти не зависят от скольжения потока вдоль лопасти и влияния центробежных сил на пограничный слой.

На элементе лопасти при вращении возникают аэродинамические силы, обусловленные наличием как окружной, так и набегающего потока через ветротурбину. Представленное на рис. 1 соотношение скоростей сечения лопасти соответствует лопасти, находящейся в верхнем положении с обдувкой набегающего потока под углом  $\alpha_b$  к оси вращения. В этом случае вертикальная составляющая скорости потока  $U_y$  отрицательна и угол атаки  $\alpha_p$  меньше угла установки.

Скорость продольного движения представляет собой сумму скорости набегающего потока и окружной скорости.

$$U_x = \omega r + W \sin \psi, \quad (4)$$

где  $r$  — текущее значение радиуса;  $\omega$  — угловая скорость несущего винта;  $W$  — скорость ветра;  $\psi$  — азимут лопасти.

Вертикальная составляющая в плоскости сечения профиля скорости элемента лопасти будет равна:

$$U_y = W \cos \alpha_b, \quad (5)$$

где  $\alpha_b$  — угол между осью вращения и направлением ветра.

Угол притекания имеет вид:

$$\beta = \Phi + \alpha_p \quad (6)$$

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{U_y}{U_x} \quad (7)$$

$$\alpha_p = \beta - \Phi \quad (8)$$

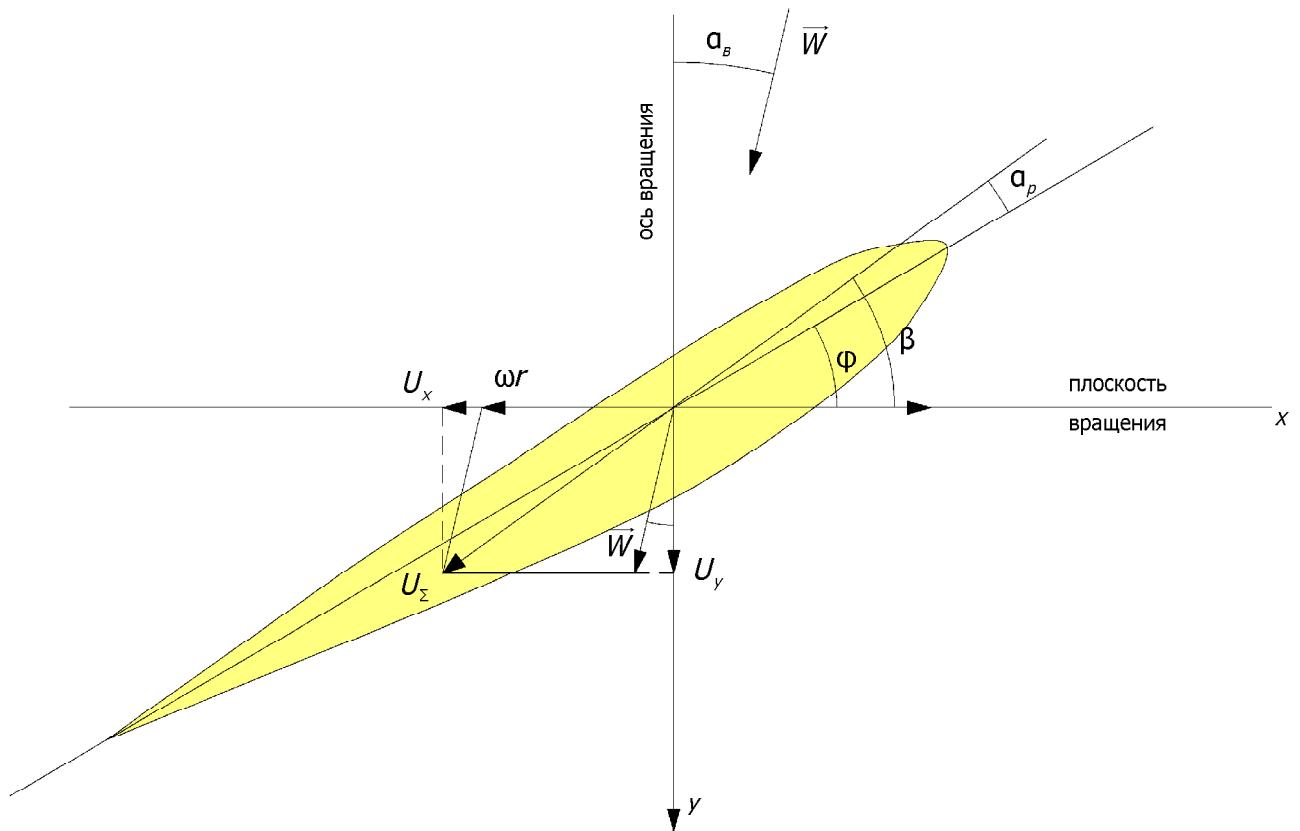


Рис. 1. Распределение аэродинамических скоростей и углов на сечении лопасти

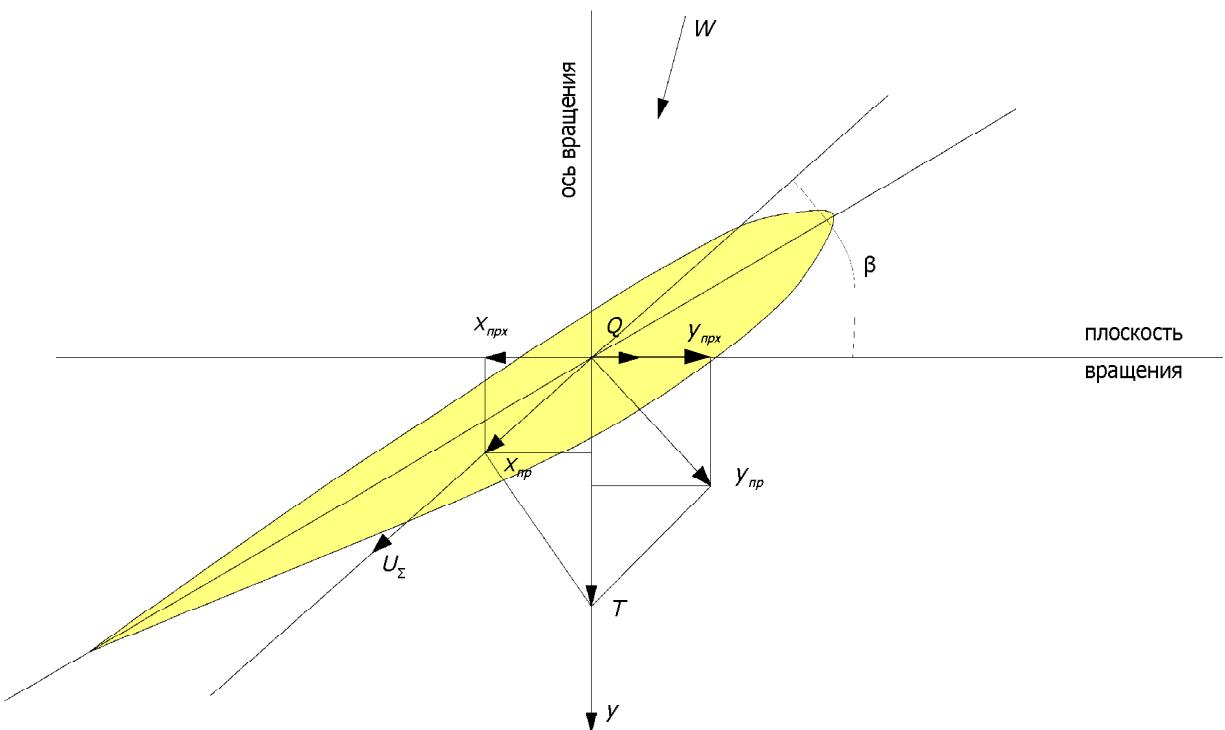


Рис. 2. Распределение аэродинамических сил на сечении лопасти

Значение осевой силы элемента лопасти равно:

$$dT = dX_{np} \sin \beta + dY_{np} \cos \beta. \quad (9)$$

Значение элемента силы, направленной на вращение ветротурбины:

$$dQ = dY_{np} \sin \beta - dX_{np} \cos \beta \quad (10)$$

$$dM_k = rdQ \quad (11)$$

$$dX_{np} = \frac{\rho U_{\Sigma}^2}{2} c_x b dr = \frac{\rho (U_x^2 + U_y^2)}{2} c_x b dr \quad (12)$$

$$dY_{np} = \frac{\rho U_{\Sigma}^2}{2} c_y b dr = \frac{\rho (U_x^2 + U_y^2)}{2} c_y b dr, \quad (13)$$

где  $c_y$  — коэффициент подъёмной силы профиля на участке элемента лопасти;  $c_x$  — коэффициент силы сопротивления профиля на участке элемента лопасти;  $U_{\Sigma}$  — суммарная скорость обтекания элемента лопасти;  $U_x$ ,  $U_y$  — проекции скорости движения элемента лопасти;  $b$  — хорда лопасти;  $\rho$  — плотность воздуха;  $dr$  — длина элемента лопасти вдоль радиуса.

Величина коэффициента подъёмной силы в линейной зоне может быть определена по формуле:

$$c_y = a_p a_{\infty} = a_{\infty} \left( \Phi + \frac{U_y}{U_x} \right), \quad (14)$$

где  $a_{\infty}$  — производная коэффициента подъёмной силы по углу атаки;  $a_p$  — текущий угол атаки сечения относительно точки нулевой подъёмной силы профиля;  $\Phi$  — угол установки профиля.

Текущий угол установки профиля представляет собой:

$$\Phi_T = \Phi_0 + \Delta\Phi_T = \Phi_0 + \Delta\Phi \frac{(r_T - R_0)}{R - R_0}. \quad (15)$$

Принимая во внимание тот факт, что помимо вращения ветротурбины, присутствует и второе вращательное движение, а именно вращение всей установки ветрогенератора, тогда скорость продольного движения, а также вертикальная составляющая скорости элемента лопасти принимают несколько иной вид.

Плечо скорости вращения  $V_{bp}$ , действующей на произвольную точку лопасти, равно:

$$r_m = \sqrt{r^2 + m^2}, \quad (16)$$

где  $r_m$  — плечо вращающей силы;  $r$  — расстояние от центра лопасти до точки приложения сил;

$m$  — расстояние от оси вращения ветрогенератора до его ветротурбины.

$$\gamma = \arctg \frac{m}{r} \quad (17)$$

$$V_{bp} = \omega_z r_m \cos \gamma \quad (18)$$

$$U_x = \omega r + W \sin \alpha_b \cos \psi \quad (19)$$

$$U_y = W \cos \alpha_b + V_{bp} \sin \psi \quad (20)$$

Для проведения интегрирования величины аэродинамических сил ветротурбины по радиусу необходимо учесть потерю эффективности ветротурбины на краю диска вследствие перетекания воздуха на концах лопастей. Вследствие разницы давления воздух перетекает с нижней поверхности на верхнюю, уменьшается разница в давлении и уменьшаются и силы в области концов

лопастей. Зона распространения концевых потерь зависит от удельной нагрузки на лопасть и на всю ветротурбину.

Однако мало нагруженные ветротурбины можно рассчитывать при принятии некоторых простых допущений, касающихся концевых потерь. Одним из них является допущение о том, что часть лопасти длиной, равной половине концевой хорды, не создаёт аэродинамических сил. В этом случае относительный радиус рабочей части лопасти равен:

$$B = 1 - \frac{b}{2R}. \quad (21)$$

Осевое усилие на ветротурбине равно:

$$T = z \int_0^{360} d\psi \int_{r_0}^{BR} dT. \quad (22)$$

Интегрированное значение момента лопасти определяется так:

$$M_z = z \int_0^{360} d\psi \int_{r_0}^{BR} r_m dT, \quad (23)$$

где  $z$  — количество лопастей.

Таким образом, момент ветротурбины представляет собой:

$$\begin{aligned} M_z = z \int_0^{360} d\psi \int_{r_0}^{BR} & \left( \left( \frac{\rho((\omega r + W \sin \alpha_b \cos \psi)^2 + (W \cos \alpha_b + \omega r_m \cos \gamma \sin \psi)^2)}{2} c_x b dr \right) \sin \beta + \right. \\ & \left. + \left( \frac{\rho((\omega r + W \sin \alpha_b \cos \psi)^2 + (W \cos \alpha_b + \omega r_m \cos \gamma \sin \psi)^2)}{2} c_y b dr \right) \cos \beta \right) r_m dr \end{aligned} \quad (24)$$

Крутящий момент определяется следующим образом:

$$M_k = z \int_0^{360} d\psi \int_{r_0}^{BR} r dQ. \quad (25)$$

При численном интегрировании лопасть разбивается на элементы длиной:

$$dr_M = \frac{(BR - R_0)}{n_b}, \quad (26)$$

где  $n_b$  — количество отрезков, на которые разбивается лопасть.

Радиус  $i$ -го элемента лопасти равен:

$$r_{M1} = R_0 + \frac{dr}{2}, \quad (27)$$

$$r_{Mi} = r_{M(i-1)} + dr_M. \quad (28)$$

**Выводы.** На основании предложенной выше методики было выполнено моделирование экспериментальной ветротурбины диаметром 2 м на разных углах косой обдувки. На рис. 3 показано распределение углов атаки лопасти по азимуту вращения при угле косой обдувки  $30^\circ$ . Видно, что обтекание при наличии ветра, несоосного с осью вращения, приводит к существенной неравномерности углов атаки и, соответственно, распределения сил на лопастях в процессе вращения. Причём если угол между направлением вращения и направлением ветра присутствует в горизонтальной плоскости, то основной перекос аэродинамических усилий присутствует в вертикальной плоскости.

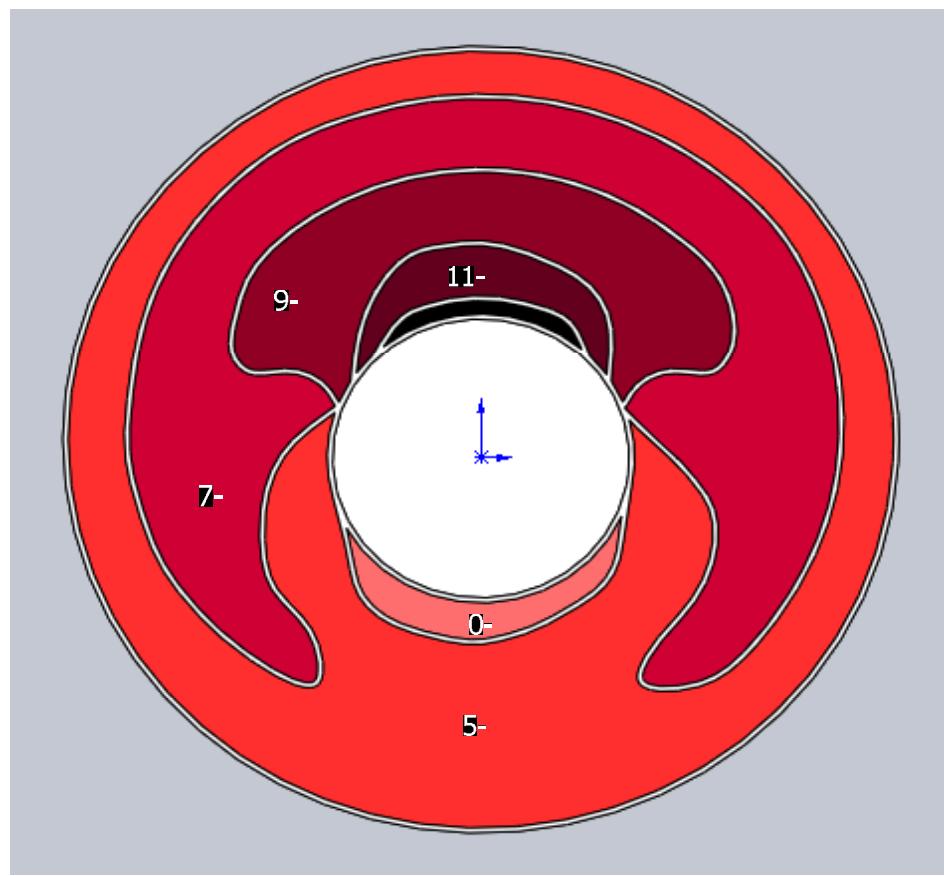


Рис. 3. Распределение аэродинамических углов атаки профиля ветротурбины диаметром 2 м (ветер 6 м/с, угол косой обдувки  $30^\circ$ )

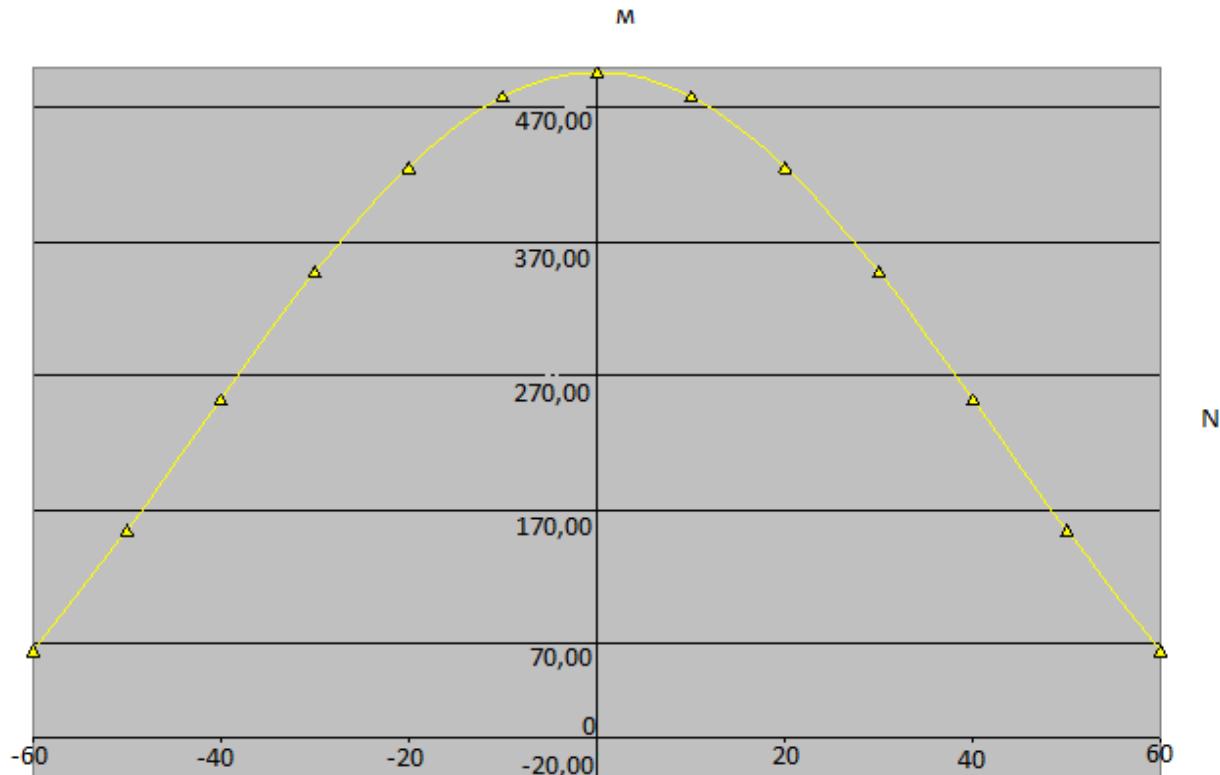


Рис. 4. Мощность на валу ВЭУ в зависимости от угла косой обдувки

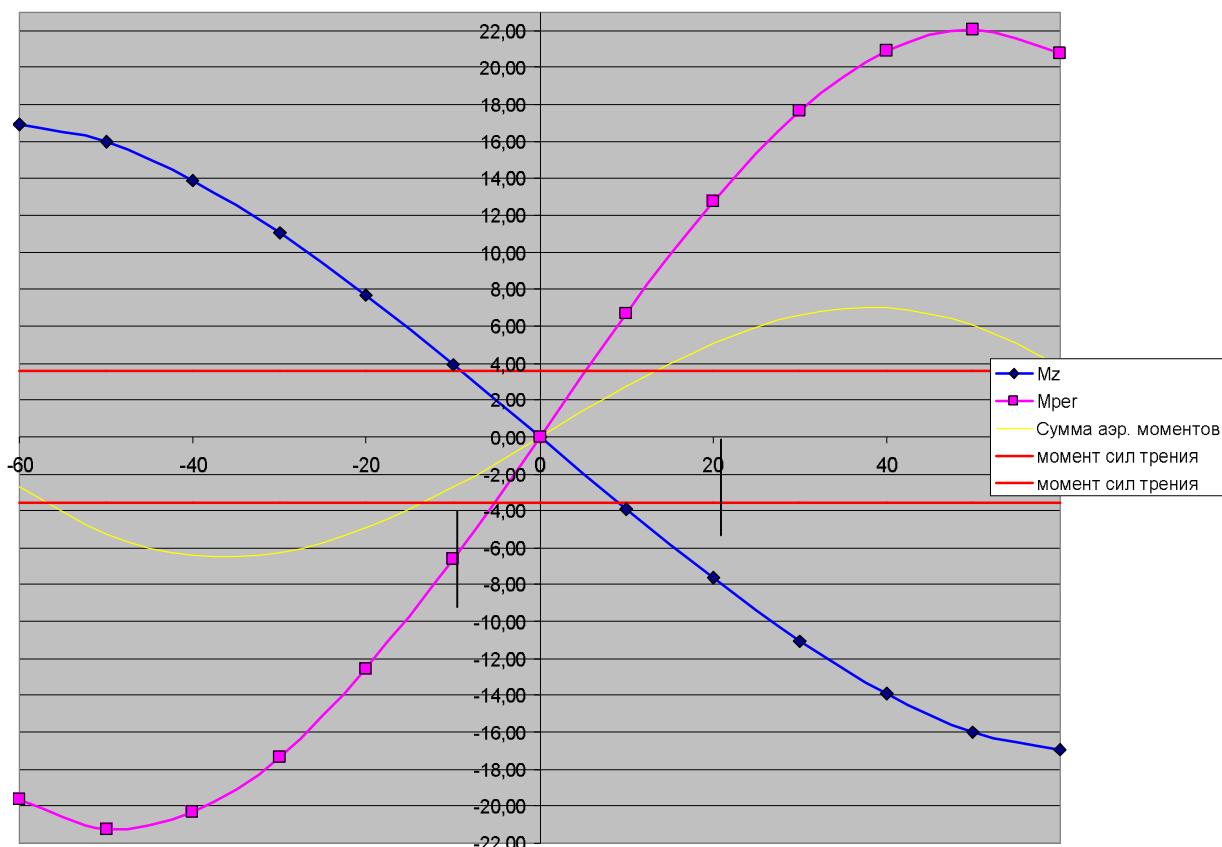


Рис. 5. Значения моментов на ВЭУ от аэродинамических сил и сил трения

Расчёт крутящего момента при этом показал, что косая обдувка приводит к существенному снижению эффективности ВЭУ. Так, при угле  $15^\circ$  снижение вырабатываемой мощности составляет 11 %, а при  $30^\circ$  эта величина вырастает до 35 % (рис. 4).

Выполненные далее расчёты поворота всего ветрогенератора при постоянной частоте вращения позволили определить моменты аэродинамических сил на ветроколесе и стабилизаторе (рис. 5). Значение момента трения выглядит как две горизонтальные линии. Это фактически зона нечувствительности ВЭУ к повороту. Видно, что до значения угла косой обдувки  $14^\circ$  ВЭУ не будет совершать поворот относительно своей вертикальной оси.

Таким образом, можно констатировать, что ВЭУ всегда находится в зоне косой обдувки не только вследствие инерционных сил, но и сил трения.

#### Библиографический список

1. Дудник, В. В. Определение оптимального азимута установки лопастей соосного сверхлёгкого вертолёта / В. В. Дудник, В. А. Колот // Вестник ДГТУ. — 2011. — Т. 11, № 5 (56). — С. 667—675.
2. Вертолёты. Расчёт и проектирование. В 3 книгах. Книга 1. Аэродинамика / М. Л. Миль [и др.]; под ред. М. Л. Милья. — Москва: Машиностроение, 1966. — 450 с.
3. Расчёт распределения рабочих и испытательных нагрузок на лопасть крупной ВЭУ / Н. В. Белан [и др.]. — Харьков: ХАИ, 2006. — 49 с.

Материал поступил в редакцию 01.12.2011.

**References**

1. Dudnik, V. V. Opredelenie optimal`nogo azimuta ustanovki lopastej soosnogo sverxlyogkogo vertolyota / V. V. Dudnik, V. A. Kolot // Vestnik DGTU. — 2011. — T. 11, # 5 (56). — S. 667—675. — In Russian.
2. Vertolyoty` . Raschyt i proektirovanie. V 3 knigax. Kniga 1. Ae`rodinamika / M. L. Mil` [i dr.]; pod red. M. L. Milya. — Moskva: Mashinostroenie, 1966. — 450 s. — In Russian.
3. Raschyt raspredeleniya rabochix i ispy`atel`ny`x nagruzok na lopast` krupnoj VE`U / N. V. Belan [i dr.]. — Xar`kov: XAI, 2006. — 49 s. — In Russian.

**MATHEMATICAL MODEL OF ROTATIONAL DYNAMICS OF WIND TURBINE AND SMALL AEROGENERATOR TURN FOR FARMS USING AUTOMATIC ORIENTATION SYSTEM**

**A. S. Gurinov, V. L. Gaponov**

(Don State Technical University)

*The mathematical simulation of wind turbine rotation and gondola turning is presented. The blade angle-of-attack distribution in azimuth of the wind turbine rotation with 30° angle of lateral wind is shown. The study shows that the nonaxial rotation flow causes critical irregularity of the angles of attack and appropriately force variation on the blades during the rotation.*

**Keywords:** aerogenerator, turn dynamic simulation, wind turbine rotation dynamic simulation, blade.