КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

УДК 631.31:62-338

Динамика механизмов сельскохозяйственных машин при значительном разбросе параметров в процессе производства

В. П. Жаров
(Донской государственный технический университет)

Предложен метод расчёта динамики шарнирно-рычажных механизмов сельскохозяйственных машин, силы инерции которых, ввиду значительного разброса некоторых параметров в процессе производства, носят случайный характер.
Ключевые слова: *динамика, силы инерции, случайные процессы.*

Введение. Механизмы сельскохозяйственных машин в процессе производства характеризуются случайным разбросом параметров, и для расчёта их динамики силы инерции звеньев необходимо представить в виде случайных функций и разработать с учётом этого общий метод расчёта.

Динамика механизмов сельскохозяйственных машин. Сельскохозяйственные машины выпускаются обычно серийно или массово. При этом разброс параметров машин носит случайный характер. При значительном разбросе параметров механизмов случайные функции его неуравновешенности можно описывать системой (1), где амплитуды и фазы следует считать случайными величинами. Главный вектор и главный момент сил инерции каждого механизма, при незначительном разбросе его масс в процессе производства и эксплуатации, можно представить в виде периодических функций, которые в проекциях и относительно осей координат *x*, *y*, *z* будут иметь вид:

$$\begin{cases} P_{ux} = \sum\limits_{\nu=1}^{k} P_{u_{x\nu}} \cos\left(\omega_\nu t + \varphi_{x\nu}\right) = \sum\limits_{\mu}^{n}\sum\limits_{\nu}^{k} P_{u_{x\mu\nu}} \cos\left(\omega_\nu t + \varphi_{\mu\nu x}\right), \\ P_{uy} = \sum\limits_{\nu=1}^{k} P_{u_{y\nu}} \cos\left(\omega_\nu t + \varphi_{y\nu}\right) = \sum\limits_{\mu}^{n}\sum\limits_{\nu}^{k} P_{u_{y\mu\nu}} \cos\left(\omega_\nu t + \varphi_{\mu\nu y}\right), \\ P_{uz} = \sum\limits_{\nu=1}^{k} P_{u_{z\nu}} \cos\left(\omega_\nu t + \varphi_{z\nu}\right) = \sum\limits_{\mu}^{n}\sum\limits_{\nu}^{k} P_{u_{z\mu\nu}} \cos\left(\omega_\nu t + \varphi_{\mu\nu z}\right), \\ M_{ux} = \sum\limits_{\nu=1}^{k} M_{u_{x\nu}} \cos\left(\omega_\nu t + \varphi'_{x\nu}\right) = \sum\limits_{\mu}^{n}\sum\limits_{\nu}^{k} M_{u_{x\mu\nu}} \cos\left(\omega_\nu t + \varphi'_{\mu\nu x}\right), \\ M_{uy} = \sum\limits_{\nu=1}^{k} M_{u_{y\nu}} \cos\left(\omega_\nu t + \varphi'_{y\nu}\right) = \sum\limits_{\mu}^{n}\sum\limits_{\nu}^{k} M_{u_{y\mu\nu}} \cos\left(\omega_\nu t + \varphi'_{\mu\nu y}\right), \\ M_{uz} = \sum\limits_{\nu=1}^{k} M_{u_{z\nu}} \cos\left(\omega_\nu t + \varphi'_{z\nu}\right) = \sum\limits_{\mu}^{n}\sum\limits_{\nu}^{k} M_{u_{z\mu\nu}} \cos\left(\omega_\nu t + \varphi'_{\mu\nu z}\right), \end{cases} \quad (1)$$

где $Pu_{x\nu}$, $Pu_{y\nu}$, $Pu_{z\nu}$, $Mu_{x\nu}$, $Mu_{y\nu}$, $Mu_{z\nu}$ — амплитудные значения гармоник главного вектора и главного момента сил инерции механизма; $\varphi_{x\nu}$, $\varphi_{y\nu}$, $\varphi_{z\nu}$, $\varphi'_{x\nu}$, $\varphi'_{y\nu}$, $\varphi'_{z\nu}$ — фазовые углы гармонических составляющих главного вектора и главного момента сил инерции механизма; ω — угловая скорость вращения ведущего вала механизма; ν — номер гармоники; *k* — число гармоник; $Pu_{x\mu\nu}$, $Pu_{y\mu\nu}$, $Pu_{z\mu\nu}$, $Mu_{x\mu\nu}$, $Mu_{y\mu\nu}$, $Mu_{z\mu\nu}$ — амплитудные значения гармоник главного вектора и главного момента сил инерции μ-звена; $\varphi_{\mu\nu x}$, $\varphi_{\mu\nu y}$, $\varphi_{\mu\nu z}$, $\varphi'_{\mu\nu x}$, $\varphi'_{\mu\nu y}$, $\varphi'_{\mu\nu z}$ — фазовые углы гармонических составляющих главного вектора и главного момента сил инерции μ-звена.

Так как структура всех уравнений системы (1) одинакова, рассмотрим сначала одну гармонику, а затем результат обобщим на их сумму. Обычно «гармоническое» колебание со случайной амплитудой $A_{\nu_{сл}}$ и случайной фазой $\varphi_{\nu_{сл}}$ называют квазидетерминированным случайным процессом, который имеет вид:

$$f(t) = A_{\nu_{сл}} \cos\left(\omega_\nu t + \varphi_{\nu_{сл}}\right), \qquad (2)$$

где угловая скорость ω_ν считается постоянной величиной; $A_{\nu_{сл}}$, $\varphi_{\nu_{сл}}$ — случайными величинами, не зависящими от времени.

По общим правилам теории случайных функций [1, 2] определим корреляционную функцию квазидетерминированного колебания, описываемого уравнением (2):

$$R(t,\tau) = M\left\{A^2_{\nu_{сл}} \cos\left(\omega_\nu t + \varphi_{\nu_{сл}}\right) \cdot \cos\left(\omega t + \omega\tau + \varphi_{\nu_{сл}}\right)\right\}, \qquad (3)$$

где M — знак математического ожидания; τ — время сдвига.

После ряда преобразований уравнение (3) примет вид:

$$R(t,\tau) = \frac{1}{2} M\left\{A^2_{\nu_{сл}} \cos\omega_\nu\tau\right\} + \frac{1}{2} M\left\{A^2_{\nu_{сл}} \cos\left(2\omega_\nu t + 2\varphi_{\nu_{сл}} + \omega\tau\right)\right\}, \qquad (4)$$

Выражение (4) определяет корреляционную функцию квазидетерминированного колебания в самом общем случае. Определим её вид для стационарного процесса. Как известно, для стационарности в широком смысле необходимо равенство нулю средних значений (математических ожиданий) случайных величин $A_{\nu_{сл}}$ и $\varphi_{\nu_{сл}}$, а также зависимость корреляционной функции только от одного параметра τ. Для стационарного процесса математического ожидания $M\left\{A_{\nu_{сл}}\right\} = D_\nu = \sigma^2_\nu$, где D_ν — дисперсия, σ_ν — среднеквадратичное отклонение.

При независимых $A_{\nu_{сл}}$ и $\varphi_{\nu_{сл}}$ математическое ожидание второго слагаемого выражения (4) равно нулю, так как математическое ожидание косинусоиды за период даже со случайной начальной фазой равно нулю.

Таким образом, корреляционная функция квазидетерминированного стационарного колебания имеет вид:

$$R(\tau) = \frac{\sigma^2_\nu}{2} \cos\omega_\nu\tau, \qquad (5)$$

В соответствии с общими условиями эргодичности, процесс (2) будет эргодичным, если амплитуда постоянная. Только в этом случае (имеется в виду равномерное распределение фазы) вероятностные характеристики процесса, полученные усреднением по множеству реализаций и по времени, будут совпадать.

Выполним преобразование Фурье корреляционной функции (5), используя дельта-функцию:

$$S(\omega) = \pi\sigma^2_\nu \left\{\delta\left(\omega + \omega_\nu\right) + \delta\left(\omega - \omega_\nu\right)\right\}, \qquad (6)$$

Спектральная плотность $S(\omega)$ в этом случае представляет две дискретные линии с бесконечной интенсивностью на частотах $\pm\omega_\nu$.

Учитывая, что главный вектор и главный момент неуравновешенных сил инерции представляют суммы функций вида (1), обобщим полученные результаты:

$$\sum_{\nu=1}^{k} f_\nu(t) = \sum_{\nu=1}^{k} A_{\nu_{сл}} \cos\left(\omega_\nu t + \varphi_{\nu_{сл}}\right). \qquad (7)$$

Корреляционная функция суммарного стационарного процесса (7) будет иметь вид:

$$R(\tau) = \sum \frac{\sigma_v^2}{2} \cos \omega_v \tau. \qquad (8)$$

При этом все слагаемые, входящие в выражение (7), должны удовлетворять перечисленным выше условиям стационарности.

Спектральная плотность процессов (7), как преобразование Фурье корреляционной функции (8), с использованием дельта-функций запишется:

$$S(\omega) = \sum_{v=1}^{k} \pi \sigma_v \left\{ \delta(\omega + \omega_v) + \delta(\omega - \omega_v) \right\}. \qquad (9)$$

Используя дельта-функции формально, можно записать корреляционные функции и спектральные плотности для периодических процессов системы (1). Для этого в выражениях (8) и (9) следует положить $\sigma_v = A_v$, где A_v — амплитудное значение силы или момента.

Заключение. Таким образом, все виды возмущений могут быть представлены их спектральными плотностями, что в случае необходимости позволит применять единые методы расчёта динамики механизмов сельскохозяйственных машин.

Библиографический список

1. Свешников, А. А. Прикладные методы теории случайных функций: учеб. пособие / А. А. Свешников. — Москва: Лань, 2011. — 464 с.

2. Химмельблау, Д. Анализ процессов аналитическими методами / Д. Химмельблау. — Москва: Мир, 1973. — 960 с.

Материал поступил в редакцию 23.12.2011.

References

1. Sveshnikov, A. A. Prikladny`e metody` teorii sluchajny`x funkcij: ucheb. posobie / A. A. Sveshnikov. — Moskva: Lan`, 2011. — 464 s. — In Russian.

2. Ximmel`blau, D. Analiz processov analiticheskimi metodami / D. Ximmel`blau. — Moskva: Mir, 1973. — 960 s. — In Russian.

DYNAMICS OF AGRICULTURAL MACHINERY MECHANISMS WITH SIGNIFICANT PARAMETER SPREAD DURING PRODUCTION

V. P. Zharov
(Don State Technical University)

The technique for calculating the dynamics of link-lever mechanisms of the agricultural machinery, whose inertial forces due to significant parameter spread during production occur at random, is offered.

Keywords: *dynamics, inertial forces, random processes.*