

УДК 681.536

Т.В. МИНКИНА

АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ КОЛЬЦЕВОЙ РОТОРНОЙ ПЕЧИ

Описана дискретная модель температурных полей кольцевой роторной печи. Составлена компьютерная программа для расчёта тепловых процессов и построена передаточная матрица рассматриваемого объекта. С помощью спектров Гершгорина исследованы характеристики передаточной матрицы тепловых полей рассматриваемой печи как объекта управления.

Ключевые слова: дискретная модель, передаточная матрица, диагональная доминантность.

Введение. В современных условиях наблюдается острая нехватка строительных материалов. Разработка нового современного высокопроизводительного оборудования для производства строительных материалов, безусловно, является актуальной задачей. Для производства извести применяют печи различных типов: шахтные, вращающиеся и др. Кроме этого используют установки для обжига извести во взвешенном состоянии, в кипящем слое, на специальных решётках и т.д.

Кольцевая роторная печь (рис.1), как показывают расчёты, является более энергосберегающей по сравнению с традиционными печами, применяемыми для производства 1 т извести. Основная задача технологического процесса заключается в термической обработке исходного материала (щебня), перемещаемого вдоль печи специальным устройством.

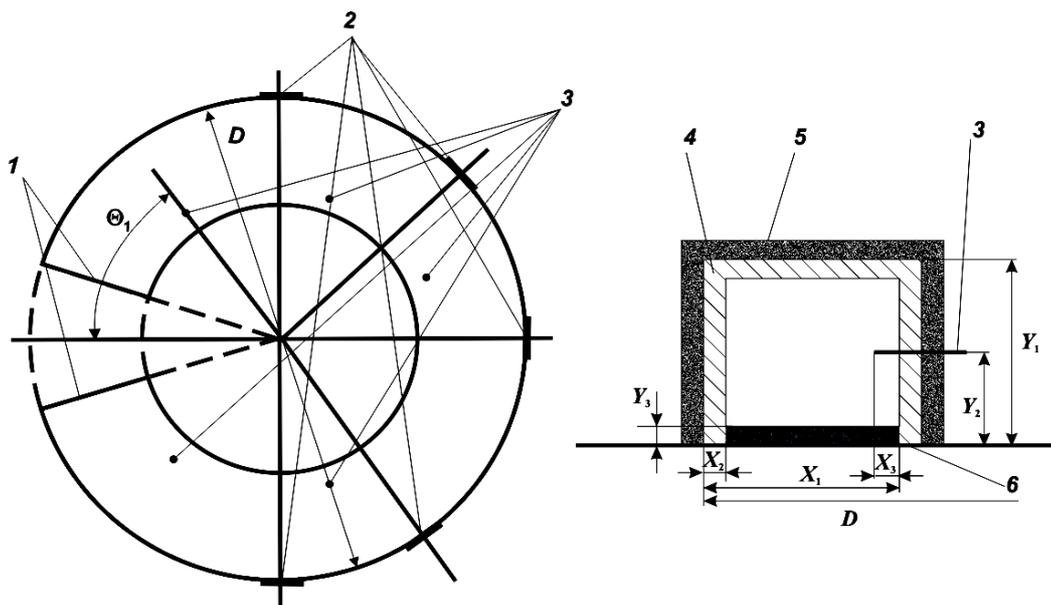


Рис.1. Схема объекта управления: 1 – вход и выход камеры; 2 – форсунки; 3 – датчики, измеряющие температуру в камере; 4 – кирпичная кладка; 5 – теплоизоляционная обмазка; D – диаметр наружной стенки кирпичной кладки; Θ_1 , X_1 , X_2 , X_3 , Y_1 , Y_2 , Y_3 – геометрические размеры печи

Температурное поле в печи должно соответствовать технологическим условиям обработки щебня. В связи с этим задача проектирования системы управления температурным полем печи приобретает особую важность.

Постановка задачи. Для проектирования системы управления температурным полем кольцевой роторной печи необходимо решить следующие задачи:

- описать математическую модель температурных полей кольцевой роторной печи;
- построить передаточную матрицу объекта управления, связывающую вектор входных воздействий (тепловые потоки форсунок) и вектор функций выхода (температуру в точках установки датчиков);
- рассмотреть возможные методы синтеза системы управления температурным полем рассматриваемого объекта;
- синтезировать систему управления.

Рассмотрим решение первых трех задач.

При разработке дискретной модели температурных полей кольцевой роторной печи сделаем следующие допущения:

- будем полагать, что температура на входе и выходе камеры 1 поддерживается постоянной; датчики измерения температуры 3 расположены внутри печи в точках $X_1-X_3, Y=Y_2, \Theta_{di}$ ($i=1, \dots, 5$);
- нижняя часть нагревательной камеры и боковые поверхности теплоизолированы; щебень рассыпан равномерно по дну печи;
- скорость движения щебня в нагревательной камере 0,0222 м/мин;
- управляющим (входным) воздействием служит тепловой поток, вырабатываемый путём сжигания природного газа в форсунках 2, а его плотность вычисляется по формуле $Q_i = P_i / X_3 Y_4$, P_i – мощность, выделяемая i -й форсункой.

Геометрические параметры рассматриваемой печи: $D=9,88$ м; $X_1=1,40$ м; $X_2=0,20$ м; $X_3=0,20$ м; $X_4=0,30$ м; $Y_2=0,4$ м; $Y_3=0,15$ м; $Y_4=0,8$ м; $\Theta_1=30^\circ$.

Дискретная модель. Схема дискретизации математической модели [1] рассматриваемого объекта управления приведена на рис. 2. В рассматриваемой задаче будем полагать, что по выбранной координате шаг дискретизации остается постоянным.

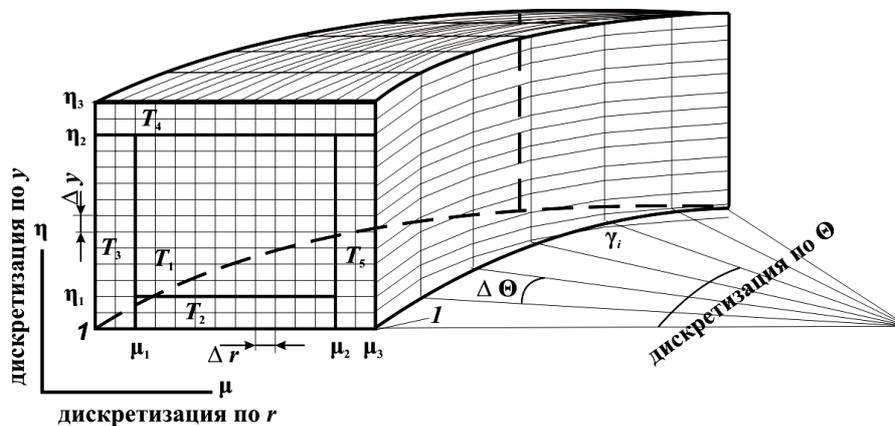


Рис. 2. Схема дискретизации математической модели объекта управления:

T_1-T_5 – температурные поля различных сред; μ – точки дискретизации по радиусу ($D/2$) ($\mu=1, \dots, \mu_3$); Δr – шаг дискретизации по радиусу r ; η – точки дискретизации по координате y ($\eta=1, \dots, \eta_3$); Δy – шаг дискретизации по y ; γ – точки дискретизации по Θ ($\gamma=1, \dots, \gamma_k$); $\Delta \Theta$ – шаг дискретизации по Θ

Согласно приведённой схеме дискретизации, математическая модель объекта управления в дискретном виде записывается следующим соотношением [1]:

$$\Delta T_{i,\mu,\eta,\gamma} = \Delta \tau a_i \left(\frac{T_{i,\mu-1,\eta,\gamma} - 2T_{i,\mu,\eta,\gamma} + T_{i,\mu+1,\eta,\gamma}}{\Delta r^2} + \frac{1}{D/2 - \Delta r \mu} \frac{T_{i,\mu-1,\eta,\gamma} - T_{i,\mu,\eta,\gamma}}{\Delta r} + \frac{T_{i,\mu,\eta-1,\gamma} - 2T_{i,\mu,\eta,\gamma} + T_{i,\mu,\eta+1,\gamma}}{\Delta y^2} + \frac{1}{D/2 - \Delta r \mu} \frac{T_{i,\mu,\eta,\gamma-1} - 2T_{i,\mu,\eta,\gamma} + T_{i,\mu,\eta,\gamma+1}}{\Delta \Theta^2} \right),$$

где $\Delta \tau$ – шаг дискретизации по времени; a_i – коэффициент температуропроводности i -й среды,

$a_i = \frac{\lambda_i}{c\gamma}$; c – теплоемкость; λ_i – коэффициент теплопроводности; γ – плотность, $1 < \gamma < \gamma_k$;

i – номер среды, $i=1, 2, \dots, 5$; интервалы изменения параметров μ, η выбираются в соответствии со схемой на рис.3 (например, для $i=1$; $\mu_1 < \mu < \mu_2, \eta_1 < \eta < \eta_2$).

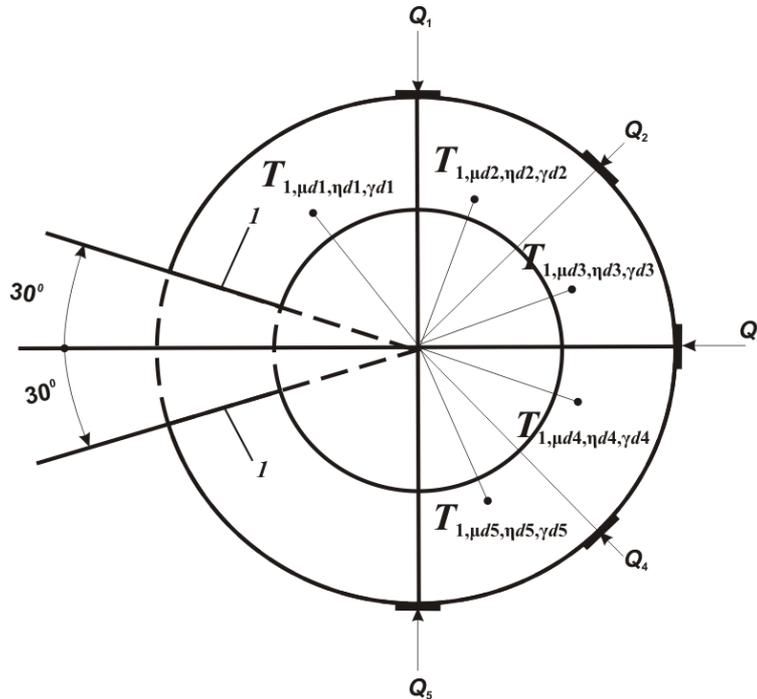


Рис. 3. Схема дискретизации функций выхода

Дискретные аналоги граничных условий [2] отражают неразрывность температур и температурных полей на границах раздела сред. Для фазовой переменной T_1 они могут быть записаны в виде следующих соотношений

$$\lambda_1 \frac{T_{1,\mu_1,\eta,\gamma} - T_{1,\mu_1+1,\eta,\gamma}}{\Delta r} = \lambda_3 \frac{T_{3,\mu_1-1,\eta,\gamma} - T_{1,\mu_1,\eta,\gamma}}{\Delta r};$$

$$\eta_1 < \eta < \eta_2, 1 < \gamma < \gamma_k;$$

$$\lambda_1 \frac{T_{1,\mu_2,\eta,\gamma} - T_{1,\mu_2+1,\eta,\gamma}}{\Delta r} = \lambda_5 \frac{T_{1,\mu_2,\eta,\gamma} - T_{5,\mu_2+1,\eta,\gamma}}{\Delta r};$$

$$\eta_1 < \eta < \eta_2, 1 < \gamma < \gamma_k;$$

$$\lambda_1 \frac{T_{1,\mu,\eta_2,\gamma} - T_{1,\mu,\eta_2-1,\gamma}}{\Delta y} = \lambda_4 \frac{T_{4,\mu,\eta_2+1,\gamma} - T_{1,\mu,\eta_2,\gamma}}{\Delta y};$$

$$\mu_1 < \mu < \mu_2, 1 < \gamma < \gamma_k;$$

$$\lambda_1 \frac{T_{1,\mu,\eta_1+1,\gamma} - T_{1,\mu,\eta_1,\gamma}}{\Delta y} = \lambda_2 \frac{T_{1,\mu,\eta_1,\gamma} - T_{2,\mu,\eta_1-1,\gamma}}{\Delta y},$$

$$\mu_1 < \mu < \mu_2, 1 < \gamma < \gamma_k,$$

где λ_1 – коэффициент теплопроводности первой среды.

Аналогичными соотношениями записываются граничные условия и для других фазовых переменных:

$$T_{i,\mu,\eta,1} = 0; T_{i,\mu,\eta,\gamma_k} = 0; \mu=1,\dots, \mu_3, \eta=1,\dots, \eta_3.$$

Дискретный аналог входного воздействия Q_j ($i=1,\dots, 5$) на объект управления (см.рис.3) записывается в виде следующих соотношений:

$$-\lambda_1 \frac{T_{1,\mu_1,\eta,\gamma} - T_{1,\mu_1+1,\eta,\gamma}}{\Delta r} = Q_j,$$

$$\eta_1 < \eta < \eta_2, \gamma_j < \gamma < \gamma_{j+1}; j=1,\dots, 5,$$

где Q_j – тепловой поток, выделяемый j -й форсункой ($j=1,\dots, 5$).

Функцией выхода служат значения температурного поля в точках установки датчиков $T_{i,\mu d_i, \eta d_i, \gamma d_i}$ ($\mu d_i, \eta d_i, \gamma d_i$ ($i=1,\dots, 5$) – координаты точек установки датчиков) (рис.3), Q_j – количество теплоты, выделяемое j -й форсункой ($j=1,\dots, 5$).

При моделировании объекта были использованы следующие значения геометрических и физических параметров:

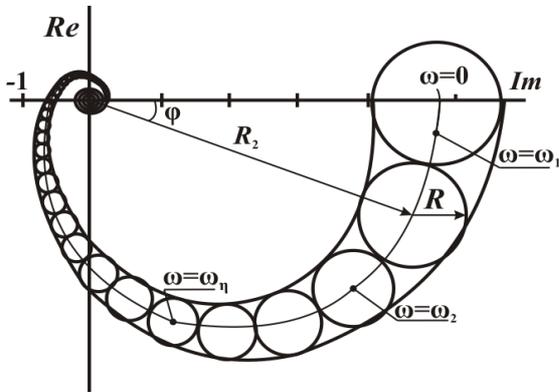
$$\begin{aligned} D &= 9,7; & X_1 &= 1,42; & X_2 &= 0,22; & X_3 &= 0,4; \\ Y_1 &= 0,8; & Y_2 &= 0,4; & Y_3 &= 0,12; & Y_4 &= 0,8; \\ \mu_1 &= 3; & \mu_2 &= 15; & \mu_3 &= 17; \\ \eta_1 &= 3; & \eta_2 &= 14; & \eta_3 &= 18; \\ \Delta r &= 0,1; & \Delta y &= 0,06; & \Theta &= 2,5^0; & \gamma_k &= 120; \\ \gamma_1 &= 23, \gamma_2 = 25, \gamma_3 = 41, \gamma_4 = 43, \gamma_5 = 59, \gamma_6 = 61, \\ \gamma_7 &= 77, \gamma_8 = 79, \gamma_9 = 95, \gamma_{10} = 97; \\ d &= 14, \eta d = 8, (i=1,\dots,5); \\ \gamma d_1 &= 8, \gamma d_2 = 26, \gamma d_3 = 44, \gamma d_4 = 62, \gamma d_5 = 90. \\ Q &= 1000W \\ a_1 &= 0,014 & - & \text{воздух;} \\ a_2 &= 0,016 & - & \text{кирпич;} \\ a_3 &= 0,008 & - & \text{щебень;} \\ ld_1 &= 18 & - & \text{воздух;} \\ ld_2 &= 23 & - & \text{кирпич;} \\ ld_3 &= 20 & - & \text{щебень;} \\ V &= 0,00037 & - & \text{м/с.} \end{aligned}$$

По результатам расчетов получена передаточная матрица W рассматриваемого объекта, связывающая вектор входных воздействий (тепловые потоки форсунок) и вектор функций выхода (температуру в точках установки датчиков):

$$W = \begin{bmatrix} \frac{0,015}{2060S+1} e^{-70S} & \frac{0,0125}{5020S+1} e^{-290S} & \frac{0,0095}{6900S+1} e^{-550S} & \frac{0,0065}{8400S+1} e^{-1000S} & \frac{0,004}{8600S+1} e^{-1700S} \\ \frac{0,051}{2380S+1} e^{-10S} & \frac{0,050}{4460S+1} e^{-70S} & \frac{0,0385}{6920S+1} e^{-240S} & \frac{0,0265}{8520S+1} e^{-540S} & \frac{0,0155}{8940S+1} e^{-1030S} \\ \frac{0,042}{5140S+1} e^{-130S} & \frac{0,0765}{4276S+1} e^{-12S} & \frac{0,068}{5880S+1} e^{-60S} & \frac{0,0465}{7700S+1} e^{-250S} & \frac{0,027}{8200S+1} e^{-600S} \\ \frac{0,0315}{7440S+1} e^{-380S} & \frac{0,059}{6740S+1} e^{-130S} & \frac{0,083}{4984S+1} e^{-8S} & \frac{0,067}{5700S+1} e^{-50S} & \frac{0,039}{6800S+1} e^{-250S} \\ \frac{0,016}{8600S+1} e^{-1100S} & \frac{0,030}{8480S+1} e^{-560S} & \frac{0,042}{6920S+1} e^{-240S} & \frac{0,0555}{4700S+1} e^{-50S} & \frac{0,056}{2486S+1} e^{-7S} \end{bmatrix}.$$

Выделим два сложившихся в настоящее время подхода для построения замкнутых систем управления рассматриваемым объектом, передаточная матрица которого приведена выше: решение методами *сосредоточенных систем* и решение методами *систем с распределёнными параметрами*.

Решение методами *сосредоточенных систем* основывается на свойстве диагональной доминантности передаточных матриц объекта управления [2,3]. Положим, что в результате экспериментальных исследований получена передаточная матрица, связывающая j -й вход с i -м выходом:



$W(s) = [W_{i,j}(s)]$. Исследуем полученную передаточную матрицу. Полагая $s=j\omega$, где ω – круговая частота, определим модули и фазы элементов матрицы W . Если модули диагональных элементов матрицы W намного больше суммы модулей остальных элементов соответствующей строки, то матрица W обладает свойством диагональной доминантности [3]. Исследование диагональной доминантности может быть осуществлено с помощью спектров Гершгорина для заданной передаточной матрицы. При этом для каждого значения $\omega = \omega_n$ могут быть построены круги Гершгорина, объединяя которые, получим спектр Гершгорина (спектр Гершгорина, построенный для i -й строки диагонально-доминантной матрицы, приведен на рис. 4).

Рис.4. Построение спектра Гершгорина:
 ω_n – заданные значения круговой частоты ω ;
 $\varphi = \arctg(\text{Im}(W_{i,j}(j\omega)) / \text{Re}(W_{i,j}(j\omega)))$;
 $R_2 = [(\text{Im}(W_{i,j}(j\omega)))^2 + (\text{Re}(W_{i,j}(j\omega)))^2]^{1/2}$;
 $R = \sum_{j=1, j \neq i}^m [(\text{Im}(W_{i,j}(j\omega)))^2 + (\text{Re}(W_{i,j}(j\omega)))^2]^{1/2}$;
 $i, j = 1, 2, \dots, m, m \times m$ – размерность матрицы W

Для диагонально-доминантных матриц разработана частотная методика синтеза многомерных систем управления [3]. В рассматриваемой задаче диагональная доминантность отражает взаимовлияние j -го входного воздействия на i -й выход.

На рис.5 показан спектр Гершгорина для первой строки передаточной матрицы рассматриваемого объекта (W). Аналогично могут быть построены спектры Гершгорина и для остальных строк матрицы.

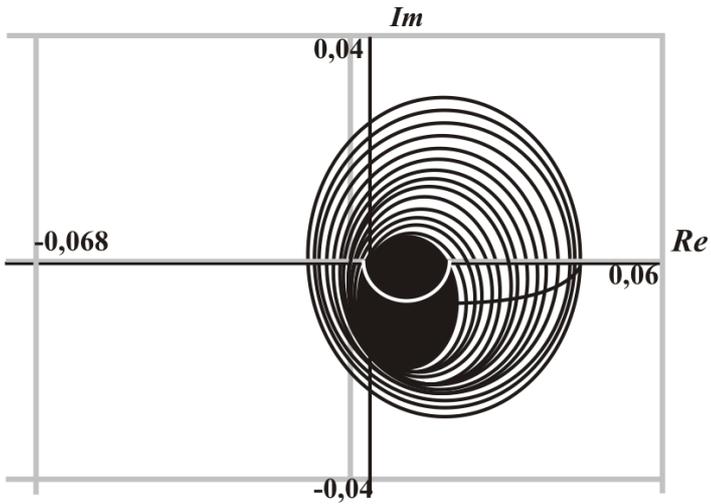


Рис. 5. Спектр Гершгорина для первой строки матрицы W

Выводы. В рассматриваемой статье описана дискретная модель температурных полей кольцевой роторной печи и построена передаточная матрица рассматриваемого объекта. С помощью спектров Гершгорина исследованы характеристики передаточной матрицы. Результаты расчётов показали, что передаточная матрица рассматриваемого объекта не обладает свойством диагональной доминантности, т.е. взаимосвязи между j -м входным воздействием и i -й функцией выхода достаточно существенны, и их нельзя не учитывать. Следовательно, методика синтеза регуляторов многомерных систем управления, опирающаяся на диагональную доминантность передаточной матрицы объекта управления, не может быть использована. В рассматриваемом случае может быть использована методика синтеза систем с распределёнными параметрами, описанная в [4].

Библиографический список

1. Минкина Т.В. Математическая модель кольцевой роторной печи / Т.В. Минкина // Управление и информационные технологии: межвуз. науч. сб. – Пятигорск, 2008. – С.121-128.
2. Воронов А.А. Основы теории автоматического управления/ А.А. Воронов // Автоматическое регулирование непрерывных линейных систем. – М.: Энергия, 1980. – 309 с.
3. Солодовников В.В. Частотный метод анализа и синтеза многомерных систем автоматического управления: учеб. пособие / В.В. Солодовников, Н.А. Чулин. – М.: Высшая школа, 1981. – 46 с.
4. Малков А.В. Синтез распределённых регуляторов для систем управления гидролитосферными процессами / А.В. Малков, И.М. Першин. – М.: Научный мир, 2007. – 252 с.

Материал поступил в редакцию 02.02.10.

T.V. MINKINA

MATHEMATIC MODEL'S ANALYSIS OF CIRCULAR ROTOR STOVE

The discrete model of the temperature levels of circular rotor stove is described. The computer program for calculation of thermal processes is made on the basis of the model. According to the results of calculations the transmission matrix of the examined object is got and the spectrum of Gershgorina of thermal fields of the considered furnace as object of management is investigated.

МИНКИНА Татьяна Владимировна, ассистент кафедры прикладной информатики и естественнонаучных дисциплин Ставропольского института им. В.Д. Чурсина. Окончила Ставропольский государственный университет (2002).

Область научных интересов: системный анализ, управление и обработка информации, автоматизация и управление технологическими процессами и производствами.

Автор 10 научных работ.

n.min@mail.ru