УДК 007:631.4

В.П. ДИМИТРОВ, Л.В. БОРИСОВА, И.Н. НУРУТДИНОВА

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ СОГЛАСОВАННОСТИ МОДЕЛЕЙ НЕЧЕТКИХ ЭКСПЕРТНЫХ ЗНАНИЙ

Рассмотрены некоторые аспекты методики расчета показателей различия и согласованности экспертной информации. Получены аналитические выражения указанных показателей для 13-ти типовых вариантов парного расположения функций принадлежности (ФП). Приведен пример использования методики.

Ключевые слова: *лингвистическая переменная, функция принадлежности, показатель различия, показатель согласованности.*

Введение. При построении интеллектуальных информационных систем поддержки принятия решений в сфере эксплуатации сложных машин широко используются базы знаний, основанные на нечетких знаниях, т. е. нечеткие продукционные системы [1]. Поэтому одним из актуальных является вопрос представления нечеткой экспертной информации. Блок приобретения и корректировки знаний – один из основных блоков интеллектуальных информационных систем (экспертных систем).

Нечеткая экспертная информация трудноформализуема в рамках традиционных математических формализмов. При отображении лингвистических значений качественных признаков на числовые элементы порядковых шкал информация огрубляется, теряется та ее ценная составляющая, которая характеризует индивидуальный опыт и знания эксперта. Приближенное представление значений функций принадлежности термов семантических пространств может приводить к неадекватности нечетких моделей субъективным суждениям и исходным данным.

Например, для описания признаков предметной области «технологическая регулировка зерноуборочных комбайнов» эксперты могут применять разные множества их лингвистических значений. В одном случае возникают трудности в связи с недостаточностью значений, в другом в связи с их избыточностью. В результате чего следует ожидать увеличения нечеткости и рассогласованности поступающей от экспертов информации. Естественным вопросом при оценивании экспертом проявлений признаков является вопрос: «По каким критериям должен производиться выбор оптимального множества значений лингвистической шкалы, которая применяется при оценивании того или иного признака?».

Описание критериев оптимальности выбора значений лингвистических переменных в [2] содержит следующие требования:

- минимальная неопределенность для экспертов при описании реальных объектов;
- максимальная согласованность экспертной информации.

Важной практической задачей является выбор оптимального множества лингвистической шкалы, используемой для оценивания факторов внешней среды, регулируемых параметров машины и показателей качества работы.

Постановка задачи. Для адекватного представления нечеткой экспертной информации о предметной области необходимо установить оптимальное число термов (m_0) лингвистической переменной (ЛП), учитывая ограничения снизу $inf\ m_0$ и сверху $sup\ m_0$. Сверху число термов ограничено соображениями точности измерения рассматриваемого параметра. Например, для лингвистической переменной «засоренность хлебной массы» эта точность не может быть высокой, а, следовательно, число термов не может быть большим. Если же выбрать число термов слишком малым, то затруднено выявление и описание взаимодействий данного фактора с показателями качества работы (такой случай приводит к вырождению данной зависимости). При решении рассматриваемой задачи целесообразно проводить оценку согласованности нечетких экспертных знаний.

Рассмотрим некоторые аспекты вопроса о выборе оптимального числа термов лингвистической переменной на примере ЛП «засоренность хлебной массы». В данном случае пять экспертов дали оценки функций принадлежности для трех термов («низкая», «средняя», «высокая»), для четырех термов («низкая», «средняя», «высокая», «очень высокая») и пяти термов («очень низкая», «низкая», «средняя», «высокая», «очень высокая»). Вид функций принадлежности и значения параметров трех моделей представлены в табл.1–4.

Номер эксперта будем обозначать индексом $i = 1, 2, ..., k$, а номер терма – индексом $l = 1, 2, ..., m$. Функцию принадлежности, которую задал i-й эксперт для l-го терма, обозначим $\mu_{il}(x)$.

Таблица 1

Вид функций принадлежности

Вид терма	Выражение для ФП
Левый терм	$\mu\ (x,a,b)=\begin{cases}1, & если \quad x\le a\\ \dfrac{b-x}{b-a}, & если \quad a<x<b\\ 0, & если \quad x\ge b\end{cases}$
Центральные термы	$\mu\ (x,a,b,c,d)=\begin{cases}0, & если \quad x\le a\\ \dfrac{x-a}{c-a}, & если \quad a<x<c\\ 1, & если \quad c\le x\le d\\ \dfrac{b-x}{b-d}, & если \quad d<x<b\\ 0, & если \quad x\ge b\end{cases}$
Правый терм	$\mu_1(x,a,b)=\begin{cases}0, & если \quad x\le a\\ \dfrac{x-a}{b-a}, & если \quad x<b\\ 1, & если \quad x\ge b\end{cases}$
	Область определения для x от 0 до 1 (нормированные значения). Область определения для a, b, c, d от 0 до 1.

Таблица 2

Значения коэффициентов a, b, c, d функций принадлежности для различных экспертов

5 термов	Значения параметров ФП для различных экспертов				
Вид терма	1-й эксперт	2-й эксперт	3-й эксперт	4-й эксперт	5-й эксперт
1	2	3	4	5	6
Левый	a = 0,04 b = 0,10	a = 0,05 b = 0,12	a = 0,05 b = 0,14	a = 0,03 b = 0,10	a = 0,08 b = 0,16
Центральный	a = 0,04 b = 0,20 c = 0,10 d = 0,14	a = 0,05 b = 0,20 c = 0,12 d = 0,15	a = 0,05 b = 0,22 c = 0,14 d = 0,16	a = 0,03 b = 0,20 c = 0,10 d = 0,14	a = 0,08 b = 0,26 c = 0,16 d = 0,20

Окончание табл.2

1	2	3	4	5	6
Центральный	a = 0,14 b = 0,30 c = 0,20 d = 0,24	a = 0,15 b = 0,32 c = 0,20 d = 0,26	a = 0,16 b = 0,32 c = 0,22 d = 0,26	a = 0,14 b = 0,30 c = 0,20 d = 0,25	a = 0,20 b = 0,35 c = 0,26 d = 0,30
Центральный	a = 0,24 b = 0,44 c = 0,30 d = 0,36	a = 26 b = 0,44 c = 0,32 d = 0,38	a = 0,26 b = 0,46 c = 0,32 d = 0,36	a = 0,25 b = 0,42 c = 0,30 d = 0,36	a = 0,30 b = 0,44 c = 0,35 d = 0,38
Правый	a = 0,36 b = 0,44	a = 0,38 b = 0,44	a = 0,36 b = 0,46	a = 0,36 b = 0,42	a = 0,38 b = 0,44

Таблица 3

Значения коэффициентов a, b, c, d функций принадлежности
для различных экспертов

4 терма	Значения параметров ФП для различных экспертов				
Вид терма	1-й эксперт	2-й эксперт	3-й эксперт	4-й эксперт	5-й эксперт
Левый	a = 0,04 b = 0,12	a = 0,05 b = 0,12	a = 0,05 b = 0,14	a = 0,03 b = 0,10	a = 0,08 b = 0,16
Центральный	a = 0,04 b = 0,22 c = 0,12 d = 0,16	a = 0,05 b = 0,20 c = 0,12 d = 0,15	a = 0,05 b = 0,24 c = 0,14 d = 0,16	a = 0,03 b = 0,22 c = 0,10 d = 0,16	a = 0,08 b = 0,26 c = 0,16 d = 0,20
Центральный	a = 0,16 b = 0,44 c = 0,22 d = 0,34	a = 0,15 b = 0,40 c = 0,20 d = 0,34	a = 0,16 b = 0,36 c = 0,24 d = 0,28	a = 0,16 b = 0,36 c = 0,22 d = 0,28	a = 0,20 b = 0,44 c = 0,26 d = 0,32
Правый	a = 0,34 b = 0,44	a = 0,34 b = 0,40	a = 0,28 b = 0,36	a = 0,28 b = 0,36	a = 0,32 b = 0,44

Таблица 4

Значения коэффициентов a, b, c, d функций принадлежности
для различных экспертов

3 терма	Значения параметров ФП для различных экспертов				
Вид терма	1-й эксперт	2-й эксперт	3-й эксперт	4-й эксперт	5-й эксперт
Левый	a = 0,04 b = 0,16	a = 0,07 b = 0,20	a = 0,04 b = 0,14	a = 0,03 b = 0,15	a = 0,08 b = 0,19
Центральный	a = 0,04 b = 0,36 c = 0,16 d = 0,24	a = 0,07 b = 0,38 c = 0,20 d = 0,24	a = 0,04 b = 0,30 c = 0,14 d = 0,18	a = 0,03 b = 0,38 c = 0,15 d = 0,24	a = 0,08 b = 0,40 c = 0,19 d = 0,26
Правый	a = 0,24 b = 0,36	a = 0,24 b = 0,38	a = 0,18 b = 0,30	a = 0,24 b = 0,38	a = 0,26 b = 0,40

При анализе согласованности нечеткой экспертной информации вначале вычисляются аддитивный и мультипликативный показатели общей согласованности, а потом по их величинам формулируется суждение о согласованности моделей экспертного оценивания. Затем строится матрица парной согласованности моделей X_i и X_j экспертов.

Общая согласованность множества моделей экспертного оценивания признака определяется аддитивным k и мультипликативным $\widetilde{k}$ показателями [3]:

$$k=\frac{1}{m}\sum_{l=1}^{m}\frac{\int_0^1 \min\limits_{\forall i=1,2,\dots,k}\mu_{il}(x)dx}{\int_0^1 \max\limits_{\forall i=1,2,\dots,k}\mu_{il}(x)dx}; \tag{1}$$

$$\widetilde{k}=\sqrt[m]{\prod_{l=1}^{m}\frac{\int_0^1 \min\limits_{\forall i=1,2,\dots,k}\mu_{il}(x)dx}{\int_0^1 \max\limits_{\forall i=1,2,\dots,k}\mu_{il}(x)dx}}. \tag{2}$$

Очевидно, что $0\le k\le 1,\ \ 0\le \widetilde{k}\le 1$.

Если все модели $X_1, X_2, \dots, X_k$ совпадают (все эксперты одинаково определяют функции принадлежности у всех термов), то $k=\widetilde{k}=1$. Если нет пересечений у функций принадлежности всех термов, то $k=0$. Если нет пересечений у функций принадлежности хотя бы одного терма, то $\widetilde{k}=0$.

Показатель различия между моделями двух экспертов i-го и j-го в рамках l-го терма определяется как линейное расстояние (Хемминга) между нечеткими множествами с функциями принадлежности $\mu_{il}(x)$ и $\mu_{jl}(x)$ [1].

$$d=\int_0^1\left|\mu_{il}(x)-\mu_{jl}(x)\right|dx. \tag{3}$$

Показатель согласованности между этими же моделями определяется величиной k_{ij} [1]:

$$k_{ij}=\frac{\int_0^1 \min\,[\mu_{\widetilde{A}}(x),\,\mu_{\widetilde{B}}(x)]\,dx}{\int_0^1 \max\,[\mu_{\widetilde{A}}(x),\,\mu_{\widetilde{B}}(x)]\,dx}. \tag{4}$$

Затем строится матрица парной согласованности K моделей X_i и X_j экспертов. Очевидно, что на главной диагонали матрицы стоят единицы, и матрица симметрична.

На основе матрицы парной согласованности моделей для всех термов находим матрицу согласованности моделей X_i и X_j по всем термам. Ее элементы определяются формулой [2]:

$$\widetilde{k}_{ij}=\frac{1}{m}\sum_{l=1}^{m}\widetilde{k}_{ij}^{\,l}, \tag{5}$$

где m – число термов.

Типичные случаи показателей различия. Рассмотрим возможные случаи определения выражений (3) и (4) для различных вариантов взаимного расположения функций принадлежности $\mu_{il}(x)$ и $\mu_{jl}(x)$.

1. Крайний левый терм

Носитель обеих функций принадлежности $\mu_{il}(x)$ и $\mu_{jl}(x)$ включает точку x = 0. На тех интервалах, где $\mu_{il}(x)=\mu_{jl}(x)$ =1 или $\mu_{il}(x)=\mu_{jl}(x)$ =0, подинтегральная функция равна 0. Из интервала [0, 1] интегрирования (3) остаются только участки:

а) где одна из функций $\mu_{il}(x)$ или $\mu_{jl}(x)$ тождественно равна 1, а другая является убывающей линейной функцией;

б) где обе функции $\mu_{il}(x)$ и $\mu_{jl}(x)$ являются убывающими линейными функциями;

в) где одна из функций $\mu_{il}(x)$ или $\mu_{jl}(x)$ тождественно равна 0, а другая является убывающей линейной функцией;

г) где одна из функций $\mu_{il}(x)$ или $\mu_{jl}(x)$ равна 1, а другая равна 0.

2. Крайний правый терм

Носитель обеих функций принадлежности $\mu_{il}(x)$ и $\mu_{jl}(x)$ включает точку x = 1. На тех интервалах, где $\mu_{il}(x) = \mu_{jl}(x)$ =1 или $\mu_{il}(x) = \mu_{jl}(x)$ =0, подинтегральная функция в формуле (3) равна 0. Из интервала [0, 1] интегрирования (3) остаются только участки:

а) где одна из функций $\mu_{il}(x)$ или $\mu_{jl}(x)$ тождественно равна 1, а другая является линейно возрастающей функцией;

б) где обе функции $\mu_{il}(x)$ и $\mu_{jl}(x)$ являются линейно возрастающими функциями;

в) где одна из функций $\mu_{il}(x)$ или $\mu_{jl}(x)$ тождественно равна 0, а другая является линейно возрастающей функцией;

г) где одна из функций $\mu_{il}(x)$ или $\mu_{jl}(x)$ равна 1, а другая равна 0.

3. Центральный терм

На тех интервалах, где $\mu_{il}(x) = \mu_{jl}(x)$ =1 или $\mu_{il}(x) = \mu_{jl}(x)$ =0, подинтегральная функция в формуле (3) равна 0. Из интервала [0, 1] интегрирования остаются следующие участки:

а) одна из функций $\mu_{il}(x)$ или $\mu_{jl}(x)$ тождественно равна 1, а другая является линейно убывающей или линейно возрастающей;

б) обе функции $\mu_{il}(x)$ и $\mu_{jl}(x)$ являются линейно возрастающими или линейно убывающими;

в) одна из функций $\mu_{il}(x)$ или $\mu_{jl}(x)$ тождественно равна 0, а другая является линейно возрастающей или линейно убывающей;

г) одна из функций $\mu_{il}(x)$ и $\mu_{jl}(x)$ является линейно возрастающей, а другая линейно убывающей;

д) одна из функций $\mu_{il}(x)$ или $\mu_{jl}(x)$ тождественно равна 0, а другая равна 1.

Подразумевая в дальнейшем использование для расчетов показателей согласованности конкретной ЛП, приведем результаты для типичных случаев.

Толерантное нечеткое число рассматриваемого признака символически запишем в виде четвёрки чисел:

$$\widetilde{\mathrm{A}} \equiv (a_1, a_2, a_L, a_R) \tag{6}$$

или

$$\mu_{\widetilde{A}}(x) \equiv (a_1, a_2, a_L, a_R),$$

где a_1, a_2 – границы толерантности; a_L, a_R – левый и правый коэффициенты нечёткости.

Аналогично

$$\widetilde{\mathrm{B}} \equiv (b_1, b_2, b_L, b_R)$$

или

$$\mu_{\widetilde{\mathrm{B}}}(x) \equiv (b_1, b_2, b_L, b_R).$$

Типичные случаи показателей различия. В дальнейшем используются следующие переобозначения параметров применяемых типовых функций (см. табл.1) соответственно:

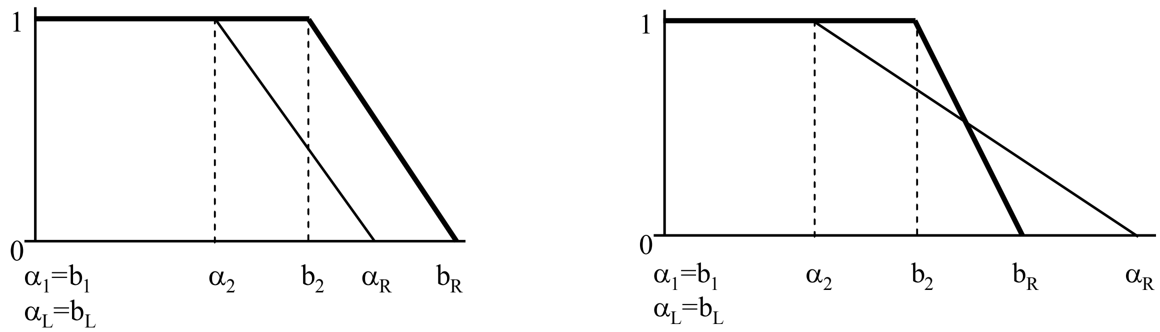
- для левого терма – a есть a_2 (для эксперта «1») или b_2 (для эксперта «2»); b есть a_R или b_R;

- для правого терма – a есть a_L (для эксперта «1») или b_L (для эксперта «2»); b есть a_1 или b_1;

- для центрального терма – a есть a_L (для эксперта «1») или b_L (для эксперта «2»); b есть a_R или b_R; с есть a_1 (для эксперта «1») или b_1 (для эксперта «2»); d есть a_2 (для эксперта «1») или b_2 (для эксперта «2»).

1. *Крайний левый терм*

Пусть переменные $\tilde{A}$ и $\tilde{B}$ описывают крайний левый терм, задаваемый разными экспертами. Тогда $a_1 = b_1 = 0$ и $a_L = b_L = 0$, (рис.1).



а) б)

Рис.1. Графическое изображение варианта

Рассмотрим случай, когда $a_2 \le b_2;\ a_R \le b_R$ (см. рис.1,а), тогда:

$$d = \frac{(b_2 + b_R) - (a_2 + a_R)}{2}; \tag{7}$$

$$k_{ij} = \frac{a_2 + a_R}{b_2 + b_R}. \tag{8}$$

Для случая, когда $a_2 \ge b_2,\ a_R \ge b_R$ используются формулы (7) и (8) с учетом переобозначения a и b.

Рассмотрим случай, когда $a_2 \le b_2,\ a_R > b_R$ (см. рис.1,б), тогда:

$$d = \frac{(b_2 - a_2)^2 + (a_R - b_R)^2}{2(b_2 - a_2 + a_R - b_R)}; \tag{9}$$

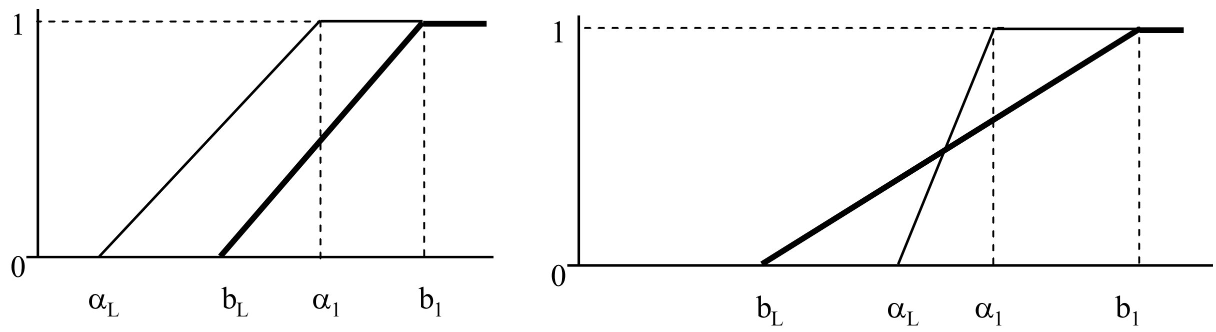
$$k = \frac{(a_R + a_2) - \dfrac{(a_R - b_R)^2}{b_2 - a_2 + a_R - b_R}}{(a_R + a_2) + \left(\dfrac{(b_2 - a_2)^2}{b_2 - a_2 + a_R - b_R}\right)}. \tag{10}$$

2. *Крайний правый терм*

Если $a_L \le b_L;\ a_1 \le b_1$ (рис.2,а), тогда:

$$d = \frac{b_1 - a_1 + b_L - a_L}{2}; \tag{11}$$

$$k = \frac{2-(b_1+b_L)}{2-(a_1+a_L)}. \qquad (12)$$



а) б)

Рис.2. Иллюстрация для крайнего правого терма

Для случая, если $a_L \ge b_L$, $a_1 \ge b_1$, путем переобозначения получаем формулы (11)-(12).

Если $a_L \ge b_L$; $a_1 \le b_1$ (рис.2,б), тогда:

$$d = \frac{(b_1-a_1)^2+(a_L-b_L)^2}{2(b_1-a_1+a_L-b_L)}; \qquad (13)$$

$$k = \frac{2-(b_1+b_L)-\dfrac{(a_L-b_L)^2}{(b_1-a_1+a_L-b_L)}}{2-(b_1+b_L)+\dfrac{(b_1-a_1)^2}{(b_1-a_1+a_L-b_L)}}. \qquad (14)$$

Если $a_L \le b_L$, $a_1 \ge b_1$ используются формулы (13)-(14) с учетом переобозначения.

3. Центральный терм

Вариант 1 (рис.3). Для случая $a_L \le b_L$, $a_1 \le b_1$, $a_2 \ge b_2$, $a_R \ge b_R$ выражения для расчета значения индекса нечеткости и показателя согласованности имеют вид:

$$d = \frac{(b_1+b_L)+(a_2+a_R)-(a_1+a_L)-(b_2+b_R)}{2}; \qquad (15)$$

$$k = \frac{(b_2+b_R)-(b_1+b_L)}{(a_2+a_R)-(a_1+a_L)}. \qquad (16)$$

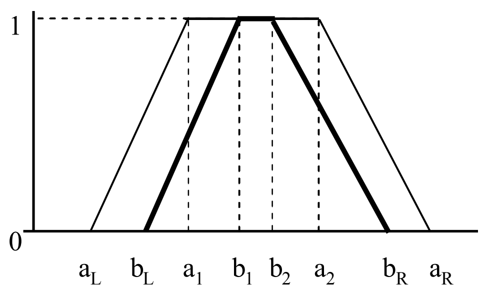


Рис.3. Иллюстрация к варианту 1

Вариант 2 (рис.4). Для случая $a_L \geq b_L,\ a_1 \leq b_1,\ a_2 \leq b_2,\ a_R \leq b_R$ выражения для расчета значения индекса нечеткости и показателя согласованности имеют вид:

$$d = \frac{(a_L - b_L)^2 + (b_1 - a_1)^2}{2(b_1 - a_1 + a_L - b_L)} + \frac{(b_2 + b_R) - (a_2 + a_R)}{2}; \tag{17}$$

$$k = \frac{(a_R - a_L) + (a_2 - a_1) - \dfrac{(b_1 - a_1)^2}{(b_1 - a_1 + a_L - b_L)}}{(b_R - b_L) + (b_2 - b_1) + \dfrac{(b_1 - a_1)^2}{(b_1 - a_1 + a_L - b_L)}}. \tag{18}$$

Вариант 3 (рис.5). Для случая $a_L \geq b_L,\ a_1 \geq b_1,\ a_2 \geq b_2,\ a_R \geq b_R$ выражения для расчета значения индекса нечеткости и показателя согласованности имеют вид:

$$d = \frac{(a_1 + a_L + a_2 + a_R) - (b_1 + b_L + b_2 + b_R)}{2}; \tag{19}$$

$$k = \frac{(b_2 + b_R) - (a_1 + a_L)}{(a_2 + a_R) - (b_1 + b_L)}. \tag{20}$$

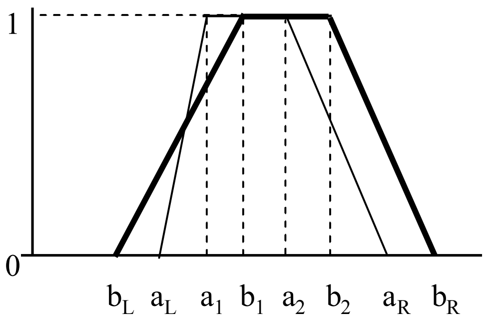


Рис.4. Иллюстрация для варианта 2

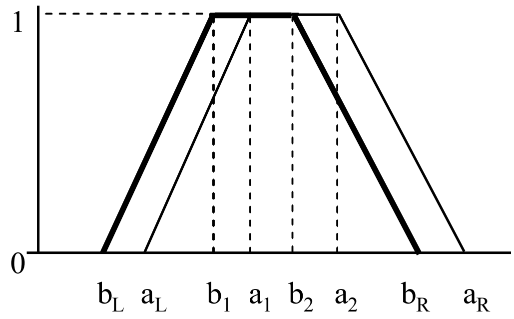


Рис.5. Иллюстрация для варианта 3

Вариант 4 (рис.6). Для случая $a_L \leq b_L,\ a_1 \leq b_1,\ a_2 \leq b_2,\ a_R \leq b_R\ (b_1 > a_2)$ выражения для расчета значения индекса нечеткости и показателя согласованности имеют вид:

$$d = \frac{(a_R - a_L) + (a_2 - a_1) + (b_R - b_L) + (b_2 - b_1)}{2} - \frac{(a_R - b_L)^2}{(b_1 - a_2) + (a_R - b_L)}; \tag{21}$$

$$k = \frac{\dfrac{(a_R - b_L)^2}{(b_1 - a_2 + a_R - b_L)}}{(a_R - a_L) + (a_2 - a_1) + (b_R - b_L) + (b_2 - b_1) + \dfrac{(a_R - b_L)^2}{(b_1 - a_2 + a_R - b_L)}}. \tag{22}$$

Вариант 5 (рис.7). Для случая $a_L \leq b_L,\ a_1 \geq b_1,\ a_2 \leq b_2,\ a_R \leq b_R$ выражения для расчета значения индекса нечеткости и показателя согласованности имеют вид:

$$d = \frac{(b_L - a_L)^2 + (a_1 - b_1)^2}{2(a_1 - b_1 + b_L - a_L)} + \frac{(b_2 + b_R) - (a_2 + a_R)}{2}; \tag{23}$$

$$k=\frac{(a_R-b_R+a_2-b_1)-\dfrac{(a_1-b_1)^2}{(a_1-b_1+b_L-a_L)}}{(b_R-a_L+b_2-a_1)+\dfrac{(a_1-b_1)^2}{(a_1-b_1+b_L-a_L)}}. \quad (24)$$

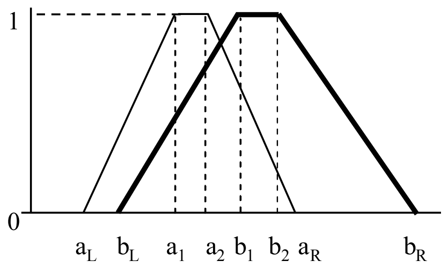


Рис.6. Иллюстрация для варианта 4

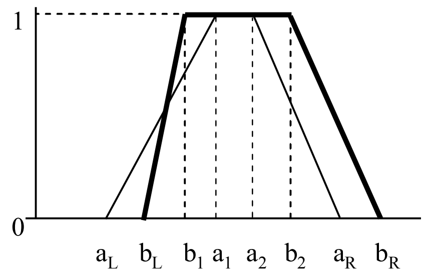


Рис.7. Иллюстрация для варианта 5

Вариант 6 (рис.8). Для случая $a_L \le b_L$, $a_1 \le b_1$, $a_2 \ge b_2$, $a_R \le b_R$ выражения для расчета значения индекса нечеткости и показателя согласованности имеют вид:

$$d=\frac{(b_1+b_L)-(a_1+a_L)}{2}+\frac{(a_2-b_2)^2+(b_R-a_R)^2}{2(a_2-b_2+b_R-a_R)}; \quad (25)$$

$$k=\frac{(b_R-b_L)+(b_2-b_1)-\dfrac{(b_R-a_R)^2}{(a_2-b_2+b_R-a_R)}}{(a_R-a_L)+(a_2-a_1)+\dfrac{(b_R-a_R)^2}{(a_2-b_2+b_R-a_R)}}. \quad (26)$$

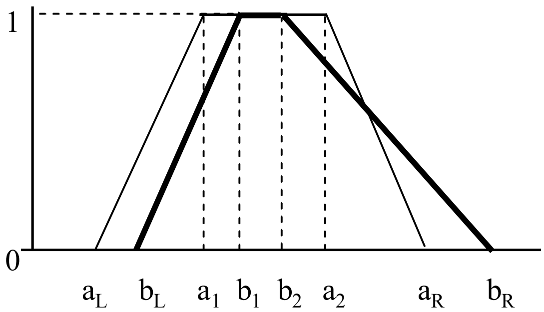


Рис.8. Иллюстрация для варианта 6 среднего терма

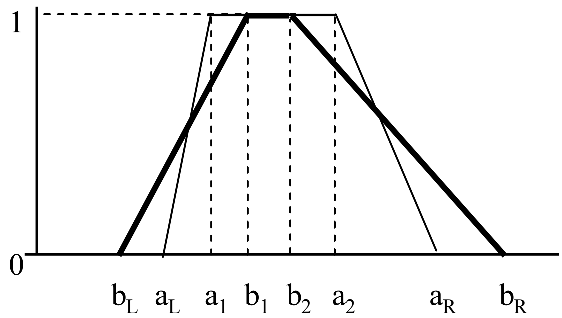


Рис.9. Иллюстрация для варианта 7 среднего терма

Вариант 7 (рис.9). Для случая $a_L \ge b_L$, $a_1 \le b_1$, $a_2 \ge b_2$, $a_R \le b_R$ выражения для расчета значения индекса нечеткости и показателя согласованности имеют вид:

$$d=\frac{(a_L-b_L)^2+(b_1-a_1)^2}{2(b_1-a_1+a_L-b_L)}+\frac{(a_2-b_2)^2+(b_R-a_R)^2}{2(a_2-b_2+b_R-a_R)}; \quad (27)$$

$$k=\frac{(b_R-b_L)+(b_2-b_1)-\dfrac{(b_1-a_1)^2}{(b_1-a_1+a_L-b_L)}-\dfrac{(b_R-a_R)^2}{(a_2-b_2+b_R-a_R)}}{(a_R-a_L)+(a_2-a_1)+\dfrac{(b_1-a_1)^2}{(b_1-a_1+a_L-b_L)}+\dfrac{(b_R-a_R)^2}{(a_2-b_2+b_R-a_R)}}. \quad (28)$$

Вариант 8 (рис.10). Для случая $a_L \ge b_L$, $a_1 \le b_1$, $a_2 \ge b_2$, $a_R \ge b_R$ выражения для расчета значения индекса нечеткости и показателя согласованности имеют вид:

$$d = \frac{(a_L - b_L)^2 + (b_1 - a_1)^2}{2(b_1 - a_1 + a_L - b_L)} + \frac{(a_2 + a_2) - (b_2 + b_R)}{2}; \tag{29}$$

$$k = \frac{(b_R - b_L) + (b_2 - b_1) - \dfrac{(a_L - b_L)^2}{(b_1 - a_1 + a_L - b_L)}}{(a_R - a_L) + (a_2 - a_1) + \dfrac{(a_L - b_L)^2}{(b_1 - a_1 + a_L - b_L)}}. \tag{30}$$

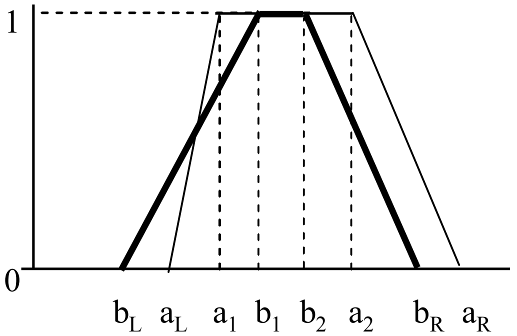


Рис.10. Иллюстрация для варианта 8 среднего терма

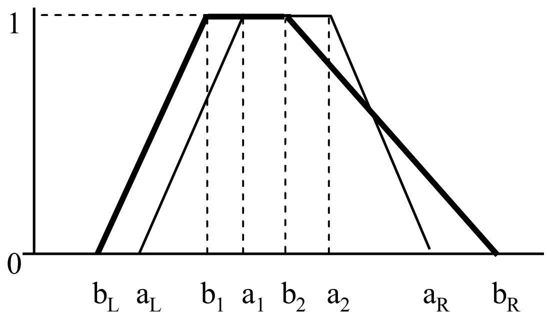


Рис.11. Иллюстрация для варианта 9 среднего терма

Вариант 9 (рис.11). Для случая $a_L \ge b_L$, $a_1 \ge b_1$, $a_2 \ge b_2$, $a_R \le b_R$ выражения для расчета значения индекса нечеткости и показателя согласованности имеют вид:

$$d = \frac{(a_1 + a_L) - (b_1 + b_L)}{2} + \frac{(a_2 - b_2)^2 + (b_R - a_R)^2}{2(a_2 - b_2 + b_R - a_R)}; \tag{31}$$

$$k = \frac{(a_R - a_L) + (a_2 - a_1) - \dfrac{(a_2 - b_2)^2}{(a_2 - b_2 + b_R - a_R)}}{(b_R - b_L) + (b_2 - b_1) + \dfrac{(a_2 - b_2)^2}{(a_2 - b_2 + b_R - a_R)}}. \tag{32}$$

Для рассматриваемых функций принадлежности (см. табл.2-4) результаты расчетов аддитивных и мультипликативных показателей по формулам (1) и (2) представлены в табл.5.

Таблица 5

Результаты расчета показателей k и $\tilde{k}$

Модель	k	$\tilde{k}$
3-термовая	0,655	0,628
4-термовая	0,542	0,503
5-термовая	0,509	0,460

Анализ полученных показателей общей согласованности экспертной информации показывает, что наиболее согласованной является 3-термовая модель, менее согласована 4-термовая и еще менее – 5-термовая. При этом различие в степени согласованности 4- и 5-термовых моделей незначительно. Одна из причин этого заключается в том, что увеличение числа термов влечет за собой и усиление рассогласованности экспертной информации.

Сопоставим полученные результаты с результатами определения оптимального числа термов ЛП методом минимизации средневзвешенного квадратического отклонения Fm индивидуальных параметров, задаваемых экспертами, от усредненных значений этих параметров. Результаты расчетов Fm для лингвистической переменной «засоренность хлебной массы» представлены в [3], и оптимальное число термов согласно этим расчетам равно трем. Наблюдаемая корреляция результатов, полученных методом минимизации и путем вычисления показателей общей согласованности, подтверждает, что такой выбор числа термов ЛП позволяет получить адекватное представление нечеткой экспертной информации о предметной области.

Однако, следует учитывать, что выбор оптимального числа термов для каждой ЛП индивидуален. Например, выбор 3-термовой модели относится только к ЛП «засоренность хлебной массы». В других случаях ограничение 3-термовой моделью может затруднить установление взаимосвязей данного фактора с регулируемыми параметрами машины и показателями качества ее работы.

После выбора в качестве оптимальной 3-термовой модели выполним расчеты показателей согласованности экспертных моделей для всех термов ФП. Результаты вычислений показателей различия $d(\widetilde{A},\widetilde{B})$ и показателей парной согласованности $\widetilde{k}_{AB}$ представим в виде соответствующих матриц, которые обозначим *D* и *K*.

Для крайних левых термов *D* и *K* имеют вид:

$$D=\begin{pmatrix} 0 & 0{,}035 & 0{,}01 & 0{,}01 & 0{,}035 \\ 0{,}035 & 0 & 0{,}045 & 0{,}045 & 0{,}005 \\ 0{,}01 & 0{,}045 & 0 & 0{,}005 & 0{,}045 \\ 0{,}01 & 0{,}045 & 0{,}05 & 0 & 0{,}045 \\ 0{,}035 & 0{,}005 & 0{,}045 & 0{,}045 & 0 \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} 0{,}09 \\ 0{,}13 \\ 0{,}105 \\ 0{,}15 \\ 0{,}13 \end{pmatrix},\ K=\begin{pmatrix} 1 & 0{,}74 & 0{,}9 & 0{,}9 & 0{,}74 \\ 0{,}74 & 1 & 0{,}67 & 0{,}67 & 0{,}96 \\ 0{,}9 & 0{,}67 & 1 & 0{,}95 & 0{,}67 \\ 0{,}9 & 0{,}67 & 0{,}95 & 1 & 0{,}67 \\ 0{,}74 & 0{,}96 & 0{,}67 & 0{,}67 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 4{,}28 \\ 4{,}04 \\ 4{,}20 \\ 4{,}19 \\ 4{,}04 \end{pmatrix}$$

Для центральных термов D и K имеют вид:

$$D=\begin{pmatrix} 0 & 0{,}05 & 0{,}07 & 0{,}02 & 0{,}07 \\ 0{,}05 & 0 & 0{,}11 & 0{,}05 & 0{,}03 \\ 0{,}07 & 0{,}11 & 0 & 0{,}08 & 0{,}14 \\ 0{,}02 & 0{,}05 & 0{,}08 & 0 & 0{,}07 \\ 0{,}07 & 0{,}03 & 0{,}14 & 0{,}07 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0{,}21 \\ 0{,}24 \\ 0{,}40 \\ 0{,}22 \\ 0{,}31 \end{pmatrix},\ K=\begin{pmatrix} 1 & 0{,}79 & 0{,}67 & 0{,}91 & 0{,}72 \\ 0{,}79 & 1 & 0{,}48 & 0{,}80 & 0{,}87 \\ 0{,}67 & 0{,}48 & 1 & 0{,}69 & 0{,}44 \\ 0{,}91 & 0{,}80 & 0{,}69 & 1 & 0{,}73 \\ 0{,}72 & 0{,}87 & 0{,}44 & 0{,}73 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4{,}09 \\ 3{,}94 \\ 3{,}28 \\ 4{,}13 \\ 3{,}76 \end{pmatrix}.$$

Для крайних правых термов D и K имеют вид:

$$D=\begin{pmatrix} 0 & 0{,}01 & 0{,}06 & 0{,}01 & 0{,}03 \\ 0{,}01 & 0 & 0{,}07 & 0 & 0{,}02 \\ 0{,}06 & 0{,}07 & 0 & 0{,}07 & 0{,}09 \\ 0{,}01 & 0 & 0{,}07 & 0 & 0{,}02 \\ 0{,}03 & 0{,}02 & 0{,}09 & 0{,}02 & 0 \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} 0{,}11 \\ 0{,}1 \\ 0{,}29 \\ 0{,}1 \\ 0{,}16 \end{pmatrix},\ K=\begin{pmatrix} 1 & 0{,}986 & 0{,}92 & 0{,}986 & 0{,}96 \\ 0{,}986 & 1 & 0{,}91 & 1 & 0{,}97 \\ 0{,}92 & 0{,}91 & 1 & 0{,}91 & 0{,}88 \\ 0{,}986 & 1 & 0{,}91 & 1 & 0{,}97 \\ 0{,}96 & 0{,}97 & 0{,}88 & 0{,}97 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 4{,}852 \\ 4{,}866 \\ 4{,}62 \\ 4{,}866 \\ 4{,}78 \end{pmatrix}$$

Показатель общей согласованности моделей (5) попарно по всем термам имеет вид:

$$K=\begin{pmatrix} 1 & 0{,}84 & 0{,}87 & 0{,}93 & 0{,}81 \\ 0{,}84 & 1 & 0{,}69 & 0{,}82 & 0{,}94 \\ 0{,}83 & 0{,}69 & 1 & 0{,}85 & 0{,}66 \\ 0{,}93 & 0{,}82 & 0{,}85 & 1 & 0{,}79 \\ 0{,}81 & 0{,}94 & 0{,}66 & 0{,}79 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4{,}45 \\ 4{,}29 \\ 4{,}03 \\ 4{,}39 \\ 4{,}2 \end{pmatrix}$$

В столбцах справа приведены соответствующие суммы элементов строк матриц.

Анализируя суммы элементов матриц *D* или *K* по строкам или столбцам можно выделить экспертные модели наиболее попарно согласованные с остальными (наименьшая построчная сумма элементов матрицы *D* или наибольшая матрицы *K*) и наименее согласованные (наибольшая построчная сумма элементов матрицы *D* или наименьшая матрицы *K*). Однако отметим, что значимость этого различия следует проверять в рамках статистического подхода, поскольку при построении обобщенной (усредненной) ФП исключение одной или более экспертных моделей влечет за собой потерю возможно ценной экспертной информации.

Выводы. В результате анализа различных вариантов расположения функций принадлежности выявлены типовые случаи, для которых получены выражения (7)-(32) для расчета коэффициентов нечеткости и согласованности. Полученные результаты будут использованы при разработке алгоритмов модификации в подсистеме ввода нечетких экспертных знаний интеллектуальной информационной системы для технологической регулировки машин.

Библиографический список

1. Борисова Л.В. К вопросу построения нечеткой экспертной системы продукционного типа для технологической регулировки машин / Л.В. Борисова, В.П. Димитров, А.К. Тугенгольд // Вестник ДГТУ. - 2008. -Т.8. - №3(38). - С.278-287.

2. Димитров В.П. Оценка параметров лингвистических переменных факторов внешней среды / В.П. Димитров, Л.В. Борисова // Искусственный интеллект в XXI веке. Решения в условиях неопределенности: сб. ст. V междунар. науч.-техн. конф.- Пенза, 2007.- С.30-32.

3. Обработка нечеткой информации в системах принятия решений/ А.Н. Борисов, А.В. Алексеев, Г.В. Меркурьев и др. – М.: Радио и связь, 1989. – 394 с.

Материал поступил в редакцию 26.02.2010.

V.P. DIMITROV, L.V. BORISSOVA, I.N. NURUTDINOVA

METHODS FOR ESTIMATING COORDINATION OF FUZZY EXPERT KNOWLEDGE MODELS

Some aspects of the methods for calculating indices of expert information difference and coordination are considered. Analytical expressions of the mentioned indices for 13 typical variants of belonging functions' pair arrangement have been obtained. The methods applying example is given.
Key words: linguistic variable, membership function, difference rate, cooperation index.

ДИМИТРОВ Валерий Петрович (р. 1953), декан факультета «Приборостроение и техническое регулирование», заведующий кафедрой «Управление качеством», доктор технических наук (2002), профессор (2003). Окончил РИСХМ (1975).
Сфера научных интересов: системы информационного обеспечения жизненного цикла продукции, экспертные системы, техническое обслуживание машин.
Имеет 349 публикаций (в том числе 32 учебных пособий и монографий).

vdimitrov@dstu.edu.ru

БОРИСОВА Людмила Викторовна, заведующая кафедрой «Экономика и менеджмент машиностроения» Института энергетики и машиностроения (ИЭиМ) ДГТУ, доктор технических наук (2008), профессор (2010). Окончила РГАСХМ (1991).
Сфера научных интересов: статистика, системы информационного обеспечения жизненного цикла продукции, менеджмент качества.
Имеет 219 публикаций (в том числе 14 учебных пособий и монографий).

borisovalv09@mail.ru

НУРУТДИНОВА Инна Николаевна, доцент кафедры «Математика» Института энергетики и машиностроения (ИЭиМ) ДГТУ, кандидат физико-математических наук (1991). Окончила РГУ (1982).
Сфера научных интересов: математическое моделирование процессов и систем.
Имеет 70 публикаций.

nurutdinova@bk.ru