

УДК 532.525.2: 532.517:532 : 59

К.С. АХВЕРДИЕВ, Е.Е. АЛЕКСАНДРОВА, Е.В. КРУЧИНИНА, М.А. МУКУТАДЗЕ**СТРАТИФИЦИРОВАННОЕ ТЕЧЕНИЕ ДВУХСЛОЙНОЙ СМАЗКИ
В ЗАЗОРЕ УПОРНОГО ПОДШИПНИКА,
ОБЛАДАЮЩЕГО ПОВЫШЕННОЙ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТЬЮ**

Предложен метод расчета упорного подшипника скольжения с адаптированным профилем опорной поверхности, обеспечивающей повышенную несущую способность подшипника, работающего на стратифицированной двухслойной смазке. Дана оценка влияния вязкостного отношения слоев и параметра, характеризующего границу раздела слоев на основные рабочие характеристики подшипника.

Ключевые слова: стратифицированное течение, двухслойная смазка, упорный подшипник, несущая способность.

Введение. Известно, что с помощью экспериментальных методик получена необходимая информация о межмолекулярном взаимодействии на границе раздела жидкости с твердым телом, в результате которого происходит образование структурированных пристенных слоев жидкости с иными (чем в объеме) свойствами [1-3].

Очевидно, что при наличии в смазочной жидкости подшипника скольжения частиц присадок или продуктов износа и окисления, а также за счет пристенной ориентации ее молекул происходит разделение смазки на слои с различной вязкостью. Известные решения [4,5] задач о стратифицированном течении вязкой несжимаемой жидкости в кольцевом пространстве, а также задач [6,7] о спектре фазовых скоростей внутренних волн в слабостратифицированной двухслойной жидкости и о внутренних волнах с турбулентной струей в стратифицированной жидкости не отражают специфику стратифицированного течения двухслойной жидкости в зазоре упорного подшипника, обладающего повышенной несущей способностью.

Цель работы – разработать аналитический метод расчета упорного подшипника с адаптированным профилем его опорной поверхности, обеспечивающей повышенную несущую способность подшипника, работающего на стратифицированной двухслойной смазке. Оценить влияние вязкостного отношения слоев и параметра, характеризующего адаптированный профиль опорной поверхности подшипника, а также параметра, характеризующего границу раздела слоев на основные рабочие характеристики подшипника.

Постановка задачи. Рассматривается установившееся стратифицированное течение двухслойной вязкой несжимаемой жидкости в зазоре упорного подшипника скольжения с адаптированным профилем опорной поверхности (рис.1). Предполагается, что ползун неподвижен, а шип движется в сторону сужения зазора с заданной скоростью u^* .

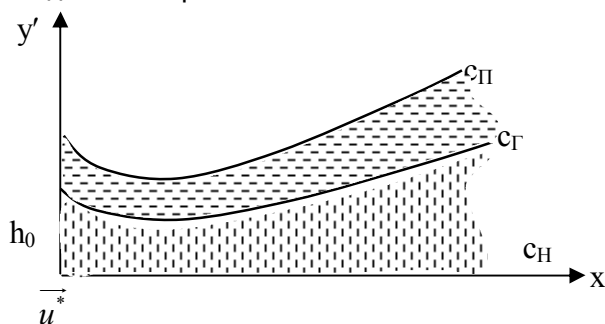


Рис. 1. Схематическое изображение двухслойной смазки в зазоре упорного подшипника

В декартовой системе координат $x'O'y'$ уравнения адаптированного контура ползуна C_n , границы раздела C_r , а также направляющей C_n можно записать в виде:

$$y' = h_0 + x' \operatorname{tg} \alpha - a' \sin \omega' x' = h'(x'); \quad y' = ah'(x'); \quad y' = 0. \quad (1)$$

Здесь $\alpha \in [0, 1]$, h_0 – начальный зазор; $\operatorname{tg} \alpha$ – угловой коэффициент линейного контура; a' и ω' – соответственно амплитуда и частота контурных возмущений, характеризующих степень отклонения контура ползуна от прямолинейного. Предполагается, что $l \operatorname{tg} \alpha$ и a' одного порядка малости; $\omega = \omega' l$ в дальнейшем определяется из условия максимума несущей способности подшипника; l – длина ползуна.

Точное схематическое изображение контуров C_n и C_r можно привести после определения оптимального значения (по несущей способности) параметра ω , характеризующего адаптированный нелинейный контур ползуна.

Основные уравнения и граничные условия. В качестве основных уравнений берется безразмерная система уравнений движения вязкой несжимаемой жидкости для случая «тонкого слоя» и уравнение неразрывности:

$$\frac{\partial^2 v_0}{\partial y^2} = \frac{dp_i}{dx}, \quad \frac{\partial u_i}{\partial y} + \frac{\partial v_i}{\partial x} = 0, \quad (i = 1, 2), \quad (2)$$

где размерные величины x', y', v_i', u_i', p_i' в смазочном слое связаны с безразмерными x, y, v_i, u_i, p_i соотношениями:

$$y' = h_0 y; \quad x' = l \cdot x; \quad v_i' = u^* v_i; \quad u_i' = u^* \varepsilon u_i; \quad \varepsilon = \frac{h_0}{l}; \quad p_i' = p_i^* p_i; \quad p_i^* = \frac{l \mu_i u^*}{h_0^2}. \quad (3)$$

Здесь u_i', v_i' – компоненты вектора скорости; p_i' – гидродинамическое давление в смазочных слоях; μ_i – динамический коэффициент вязкости.

Граничные условия на поверхности ползуна и направляющей записываем в виде:

$$u_1 \Big|_{y=0} = 0; \quad v_1 = 1; \quad p_1(0) = p_1(1) = \frac{p_a \cdot h_0^2}{l \mu_1 u^*} = \widetilde{P}_g; \quad (4)$$

$$u_2 \Big|_{r=h(x)} = 0; \quad v_2 \Big|_{r=h(x)} = 0; \quad p_2(0) = p_2(1) = \frac{p_a h_0^2}{l \mu_2 u^*} = \widetilde{\widetilde{P}}_g. \quad (5)$$

На границе раздела слоев:

$$u_1 \Big|_{y=ah} = u_2 \Big|_{y=ah}; \quad v_1 \Big|_{y=ah} = v_2 \Big|_{y=ah}; \quad \frac{\partial v_1}{\partial y} \Big|_{y=ah} = \frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{\partial v_2}{\partial y} \Big|_{y=ah}; \quad (6)$$

$$\frac{u_1}{v_1} = ah'(x); \quad h(x) = 1 + \eta x - \eta_1 \sin \omega x; \quad \eta = \frac{l \operatorname{tg} \alpha}{h_0}; \quad \eta_1 = \frac{a'}{h_0}; \quad \omega = \omega' l. \quad (7)$$

Граничные условия (5) означают прилипание смазки к поверхности ползуна и направляющей. Условия (6) означают: равенство скоростей, касательных и нормальных напряжений на границе раздела слоев, а также условие существования слоистого течения смазки, т.е. требуется, чтобы скорость точек границы раздела слоев в каждой точке была направлена по касательной к контуру раздела слоев.

Точное автомодельное решение системы уравнений (2), удовлетворяющее граничным условиям (5) и (6) с учетом (7), ищется в виде:

$$u_i = -\frac{\partial \psi_i}{\partial x} + U_i(x, y); \quad v_i = \frac{\partial \psi_i}{\partial y} + V_i(x, y); \quad \psi_i = \widetilde{\psi}_i(\xi);$$

$$U_i(x, y) = -\tilde{u}_i(\xi)h'(x); \quad V_i(x, y) = \tilde{v}_i(\xi); \quad \xi = \frac{r}{h};$$

$$\frac{dp_1}{dx} = \frac{\tilde{c}_1}{h^2} + \frac{\tilde{c}_2}{h^3}; \quad \frac{dp_2}{dx} = \frac{\tilde{c}_1}{h^2} + \frac{\tilde{c}_2}{h^3}. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (2) и в граничные условия (5) и (6) с учетом (7), будем иметь:

$$\tilde{\psi}_1''' = \tilde{c}_2; \quad \tilde{v}_1'' = \tilde{c}_1; \quad \tilde{u}_1' + \xi \tilde{v}_1' = 0; \quad \tilde{\psi}_2''' = \tilde{c}_2; \quad \tilde{v}_2 = \tilde{c}_1; \quad \tilde{u}_2' + \xi \tilde{v}_2' = 0 \quad (9)$$

$$\tilde{\psi}_1'(0) = 0, \quad \tilde{u}_1(0) = 0, \quad \tilde{v}_1(0) = 1, \quad \tilde{\psi}_2'(1) = 0, \quad \tilde{u}_2(1) = 0,$$

$$\tilde{v}_2(1) = 0, \quad \tilde{\psi}_1'(\alpha) = \tilde{\psi}_2'(\alpha), \quad \tilde{v}_1(\alpha) = \tilde{v}_2(\alpha), \quad \tilde{u}_1(\alpha) = \tilde{u}_2(\alpha),$$

$$\tilde{v}_1'(\alpha) = \frac{\mu_2}{\mu_1} \tilde{v}_2'(\alpha), \quad \tilde{\psi}_1''(\alpha) = \frac{\mu_2}{\mu_1} \tilde{\psi}_2''(\alpha), \quad p_1 = \frac{\mu_2}{\mu_1} p_2, \quad \int_0^\alpha \tilde{v}_1(\xi) d\xi + \int_\alpha^1 \tilde{v}_2(\xi) d\xi = 0. \quad (10)$$

Учитывая, что расслоение смазки на слои происходит вблизи неподвижной твердой поверхности, т.е. при значениях α , близких к единице, условие раздельного течения смазки $(\tilde{u}_i(\alpha)/\tilde{v}_i(\alpha)) = \alpha h'(\theta)$ в принятом нами приближении удовлетворяется. На самом деле из граничного условия

$$\tilde{u}_2(\alpha) + \alpha \tilde{v}_2(\alpha) + \int_\alpha^1 \tilde{v}_2(\xi) d\xi = 0$$

следует

$$\tilde{v}_2(\alpha) \left[\frac{\tilde{u}_2(\alpha)}{\tilde{v}_2(\alpha)} + \alpha + \int_\alpha^1 \frac{\tilde{v}_2(\xi) d\xi}{\tilde{v}_2(\alpha)} \right] = 0.$$

Используя теорему о среднем значении, будем иметь

$$\tilde{v}_2(\alpha) \left[\frac{\tilde{u}_2(\alpha)}{\tilde{v}_2(\alpha)} + \alpha + \frac{\tilde{v}_2(\alpha^*)}{\tilde{v}_2(\alpha)} (1 - \alpha) \right], \quad \alpha^* \in (\alpha, 1).$$

Так как $\tilde{v}_2(\alpha^*) < \tilde{v}_2(\alpha)$, $(1 - \alpha) \ll 1$, следовательно, с точностью до членов $0 \left(\frac{\tilde{v}_2(\alpha^*)}{\tilde{v}_2(\alpha)} (1 - \alpha) \right)$ будем иметь:

$$\int_0^\alpha \tilde{v}_1(\xi) d\xi \approx 0, \quad \int_\alpha^1 \tilde{v}_2(\xi) d\xi \approx 0.$$

Решение задачи (9) – (10) находим непосредственным интегрированием. В результате будем иметь:

$$\begin{aligned} \tilde{\psi}_1' &= \tilde{c}_2 \frac{\xi^2}{2} + c_2 \xi + c_3, & \tilde{v}_1 &= \tilde{c}_1 \frac{\xi^2}{2} + c_6 \xi + c_7; \\ \tilde{\psi}_2' &= \tilde{c}_2 \frac{\xi^2}{2} + c_4 \xi + c_5, & \tilde{v}_2 &= \tilde{c}_1 \frac{\xi^2}{2} + c_8 \xi + c_9; \\ \tilde{u}_1 &= -\tilde{c}_1 \frac{\xi^3}{3} - c_6 \frac{\xi^2}{2} + c_{10}; & \tilde{u}_2 &= -\tilde{c}_1 \frac{\xi^3}{3} - c_8 \frac{\xi^2}{2} + c_{11}; \\ p_1 &= \tilde{c}_1 J_2(x) + \tilde{c}_2 J_3(x) + c_{12}; & p_2 &= \tilde{c}_1 J_2(x) + \tilde{c}_2 J_3(x) + c_{13}; \\ J_k(x) &= \int_0^x \frac{dx}{(1 + \eta x - \eta_1 \sin \omega x)^k}. \end{aligned} \quad (11)$$

Для определения постоянных c_i ($i = 2, 3, \dots, 13$) и $\tilde{c}_1, \tilde{c}_2, \tilde{\tilde{c}}_1, \tilde{\tilde{c}}_2$ придем к следующей алгебраической системе из 16 уравнений с 16 неизвестными:

$$\begin{aligned} c_7 &= 1; \quad c_{10} = 0; \quad c_3 = 0; \quad c_{12} = \tilde{p}_g; \quad c_{13} = \tilde{\tilde{p}}_g; \\ -\tilde{\tilde{c}}_1 \frac{1}{3} - c_8 \frac{1}{2} + c_{11} &= 0; \quad \tilde{\tilde{c}}_1 \frac{1}{2} + c_8 + c_9 = 0; \quad \tilde{\tilde{c}}_2 \frac{1}{2} + c_4 + c_5 = 0 \\ \tilde{c}_1 &= \frac{\mu_2}{\mu_1} \tilde{\tilde{c}}_1; \quad \tilde{c}_2 = \frac{\mu_2}{\mu_1} \tilde{\tilde{c}}_2; \quad \tilde{\tilde{c}}_2 = -\frac{\tilde{\tilde{c}}_1 J_2(1)}{J_3(1)}; \\ \tilde{c}_1 \alpha + c_6 &= \frac{\mu_2}{\mu_1} (\tilde{\tilde{c}}_1 \alpha + c_8); \quad \tilde{c}_2 \alpha + c_2 = \frac{\mu_2}{\mu_1} (\tilde{\tilde{c}}_2 \alpha + c_4); \\ \tilde{c}_2 \frac{\alpha^2}{2} + c_2 \alpha + c_3 - \tilde{\tilde{c}}_2 \frac{\alpha^2}{2} - c_4 \alpha - c_5 &= 0; \quad \tilde{c}_1 \frac{\alpha^2}{2} + c_6 \alpha + c_7 - \tilde{\tilde{c}}_1 \frac{\alpha^2}{2} - c_8 \alpha - c_9 = 0; \\ \tilde{c}_1 \frac{\alpha^3}{6} + c_6 \frac{\alpha^2}{2} + c_7 \alpha - \tilde{\tilde{c}}_1 \frac{\alpha^3}{6} - c_8 \frac{\alpha^2}{2} - c_9 \alpha + \tilde{\tilde{c}}_1 \frac{1}{6} + c_8 \frac{1}{2} + c_9 &= 0. \end{aligned} \quad (12)$$

Решение системы (12) сводится к решению следующего матричного уравнения

$$M \cdot \vec{x} = \vec{b}, \quad (13)$$

где $\vec{x} = \{\tilde{\tilde{c}}_1; c_4; c_5; c_8; c_9\}$; $\vec{b} = \{0; 0; -6\alpha; 0; -2\}$

$$M = \begin{vmatrix} -\frac{J_2(1)}{J_3(1)} & 2 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 2 & 2 \\ k\alpha^3 - \alpha^3 + 1 & 0 & 0 & 3k\alpha^2 - 3\alpha^2 + 3 & 6 - 6\alpha \\ (1-k)\alpha^2 \frac{J_2(1)}{J_3(1)} & 2\alpha(k-1) & -2 & 0 & 0 \\ \alpha^2(k-1) & 0 & 0 & 2\alpha(k-1) & -2 \end{vmatrix}$$

Решая матричное уравнение (13), получаем

$$\begin{aligned} \tilde{\tilde{c}}_1 &= \frac{6 + 6k\alpha^2 - 6\alpha^2}{\Delta}; \quad c_4 = \frac{\frac{J_2(1)}{J_3(1)}(3 - 6\alpha^2 + 3\alpha^4 + 3k^2\alpha^4 - 6k\alpha^4)}{(\alpha k - \alpha + 1)\Delta}; \\ c_5 &= \frac{-\frac{J_2(1)}{J_3(1)}\alpha(-3\alpha^2 - 3\alpha + 3\alpha^3 + 3 + 6k\alpha^2 - 3k + 3\alpha^3 k^2 - 3\alpha^2 k^2 - 6k\alpha^3 + 3\alpha k -}{(\alpha k - \alpha + 1)\Delta} \\ &\quad \frac{-3\alpha k\beta - 3\alpha^2 k^2 - 6k\alpha^3 + 3\alpha k}{\Delta}; \\ c_8 &= \frac{4 - \beta\alpha^2 - 4\alpha^3 + 4k\alpha^3}{\Delta}; \quad c_9 = \frac{-4\alpha^3 + 4k\alpha^3 - 3k\alpha^2 + 3\alpha^2 + 1}{\Delta}; \\ c_2 &= kc_4, \quad c_6 = kc_8 \\ \Delta &= -4\alpha^3 + 1 + \alpha^4 - 6k\alpha^2 + 4k\alpha^3 + k^2\alpha^4 + 4k\alpha - 2k\alpha^4 - 4\alpha + 6\alpha^2; \\ \frac{J_2(1)}{J_3(1)} &= 1 + \frac{1}{2}\eta + \frac{\eta_1}{\omega}(\cos \omega - 1); \quad \tilde{\tilde{c}}_2 = -\tilde{\tilde{c}}_1 \left(1 + \frac{1}{2}\eta + \frac{\eta_1}{\omega}(\cos \omega - 1)\right); \end{aligned}$$

$$\tilde{c}_1 = k\tilde{c}_1, \quad \tilde{c}_2 = -\tilde{c}_1 \left(1 + \frac{1}{2}\eta + \eta_1 (\cos \omega - 1) \right). \quad (14)$$

Перейдем к определению основных рабочих характеристик подшипника.

Безразмерные расходы Q_1 и Q_2 двухслойной смазочной жидкости определяются выражениями:

$$Q_1 = \tilde{c}_2 \frac{\alpha^3}{6} + c_2 \frac{\alpha^2}{2} + c_3 \alpha; \quad Q_2 = \frac{\tilde{c}_2}{6} + \frac{c_4}{2} + c_5 - c_6 \frac{\alpha^3}{6} - c_4 \frac{\alpha^2}{2} - c_5 \alpha. \quad (15)$$

С использованием формул (12) и (14) для безразмерного гидродинамического давления p_1 , безразмерной поддерживающей силы $\tilde{R}_y$ и безразмерного момента трения $\tilde{L}_{mp}$, получим выражения:

$$\begin{aligned} p_1 &= \tilde{c}_1 \left[\frac{1}{2} \eta x^2 - \frac{1}{2} \eta x + \frac{\eta_1}{\omega} (\cos \omega x - 1) - \frac{\eta_1 x}{\omega} (\cos \omega - 1) \right]; \\ \tilde{R}_y &= \frac{R_y}{p_1^* l} = \int_0^1 p_1(x) dx = \tilde{c}_1 \left[\frac{\eta}{12} + \frac{\eta_1}{\omega} - \frac{\eta_1 \sin \omega}{\omega^2} + \frac{\eta_1 (\cos \omega - 1)}{2\omega} \right]; \\ \tilde{L}_{mp} &= \frac{L_{mp} l}{\mu u^*} = \int_0^1 \left(\frac{\tilde{\psi}_1''(0)}{h^2(x)} + \frac{\tilde{v}'(0)}{h(x)} \right) dx = \\ &= c_2 \left[1 - \eta - \frac{2\eta_1}{\omega} (\cos \omega - 1) \right] + c_6 \left[1 - \frac{\eta}{2} - \frac{\eta_1}{\omega} (\cos \omega - 1) \right]. \end{aligned} \quad (16)$$

Прежде чем привести результаты численного анализа, отметим, что предлагаемая модель имеет смысл, если область $0 \leq \xi \leq 1$ охвачена вязким течением.

Результаты численного анализа полученных аналитических выражений (16) для основных рабочих характеристик, показывают:

1) такой реально существующий фактор, как сложная двухслойная структура смазочной жидкости, приводит к изучению влияния структурного параметра α и вязкостного отношения k на основные рабочие характеристики подшипника, прежде всего, на поддерживающую силу;

2) как и ожидалось, при $\alpha=0$, $\alpha=1$ имеет место единый смазочный слой. В первом случае зазор заполняется более вязкой жидкостью, во втором случае менее вязкой. В первом случае несущая способность значительно выше. Граница раздела, определяемая параметром α , зависит от расхода $Q=Q_1+Q_2$ и вязкостного отношения $k=\mu_2/\mu_1$;

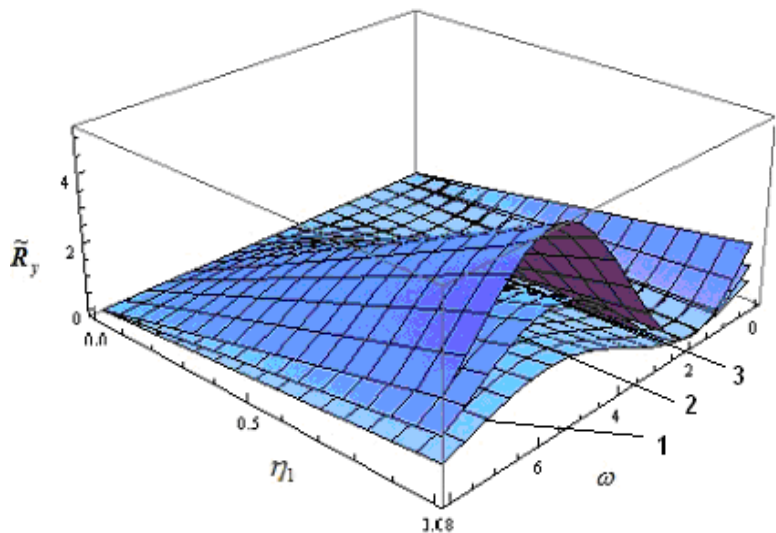


Рис.2. Зависимость безразмерной несущей способности от конструктивного параметра $\eta = \eta_1$ и от параметра ω , характеризующего адаптированный нелинейный контур опорной поверхности подшипника

1 – $k=1$; 2 – $k=1,5$; 3 – $k=4$

3) при значении $\omega \approx 4$ несущая способность подшипника при любом значении $\alpha \in [0,1]$ практически в два раза выше, чем при $\omega=0$ (рис.2);

4) с увеличением значения вязкостного отношения k несущая способность подшипника резко возрастает при значениях $\alpha \in [0,95-0,99]$.

Выводы. Предложено точное автомодельное решение задачи о стратифицированном течении смазки в зазоре радиального подшипника с адаптированным профилем опорной поверхности. Теоретически обоснован профиль, обеспечивающей повышенную несущую способность подшипника.

Библиографический список

1. Дерягин Б.В. К теории граничного трения / Б.В. Дерягин // Развитие теории трения и изнашивания. - М.: Изд. АН СССР, 1957. – С.15-26.
2. Ахматов А.С. Молекулярная физика граничного трения. / А.С. Ахматов. – М.: Физматгиз, 1963.
3. Аэро Э.Л. Микромеханика межконтактных структурированных слоев жидкости / Э.Л.Аэро, Н.М. Бессонов // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа. - М.: ВИНТИ. - 1989. - №23. - С.116-236.
4. Мирзаджанзаде А.Х. Вопросы гидродинамики вязких и вязкопластичных жидкостей в нефтедобыче. / А.Х. Мирзаджанзаде. - Баку: Азнефтеиздат, 1959.
5. Барыкин Н.П. Математическое моделирование течения многослойных смазочных покрытий в процессах обработки металлов давлением / Н.П. Барыкин, А.К. Галимов // Трение и износ. - 1966. - Т.17. - №3. - С.287-291.
6. Макаренко Н.И. О спектре фазовых скоростей внутренних волн в слабостратифицированной двухслойной жидкости. / Н.И. Макаренко, Ж.Л. Мальцева. // Механика жидкости и газа. - 2009. - №2. - С.125-145.
7. Дружинин О.А. Изучение внутренних волн турбулентной струей в стратифицированной жидкости / О.А. Дружинин // Механика жидкости и газа. - 2008. - №2. - С.46-59.

Материал поступил в редакцию 10.02.2010

K.S. AKHVERDIEV, E.E. ALEKSANDROVA, E.V. KRUCHININA, M.A. MUKUTADZE

STRATIFICATED FLOW OF TWO-LAYER LUBRICATION IN THE CLEARANCE OF THRUST BEARING WITH THE INCREASED BEARING CAPACITY

A method of calculation of the thrust plain bearing with adapted profile of the bearing capacity, providing the increased bearing capacity of the bearing, working on the stratified two-layer lubrication in the presence of the porous layer on the surface of the guide is suggested.

Key words: stratified current, two-layer lubrication, thrust bearing, bearing ability.

АХВЕРДИЕВ Камил Самедович (1938), заведующий кафедрой «Высшая математика-2» Ростовского государственного университета путей сообщения (РГУПС), доктор технических наук (1984), профессор (1984). Окончил Азербайджанский государственный университет (1962), Область научных интересов: трение и износ в машинах. Автор 450 научных статей и 9 монографий.

КРУЧИНИНА Екатерина Владимировна, доцент (1995) кафедры «Высшая математика-1» РГУПС, кандидат технических наук (1995). Окончила Кубанский государственный университет (1976).

Область научных интересов: трение и износ в машинах.

Автор 20 научных статей.

АЛЕКСАНДРОВА Екатерина Евгеньевна, аспирантка кафедры «Высшая математика-2» РГУПС. Окончила РГУПС (2007).

Область научных интересов: трение и износ в машинах.

Автор 6 научных статей.

МУКУТАДЗЕ Мурман Александрович (1963), доцент (2001) кафедры «Высшая математика-2» РГУПС, кандидат технических наук (1995). Окончил РГУПС (1986),

Область научных интересов: трение и износ в машинах.

Автор 41 научной статьи.

vm_2kaf.@rgups.ru