

УДК 620.169.1

О.Г. ОСЯЕВ

ЭНТРОПИЙНЫЙ КРИТЕРИЙ ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ ДЛЯ ВЯЗКОУПРУГИХ МАТЕРИАЛОВ

Определены соотношения для энтропийного критерия длительной прочности и долговечности, выраженные через основные теплофизические и физико-механические константы материала.

Ключевые слова: критерий, длительная прочность, долговечность.

Введение. Процессы вязкоупругого сопротивления материалов при нагружении, сопровождающиеся ползучестью, релаксацией, диффузией, теплопроводностью, химическими реакциями, являются необратимыми. В рамках модели адиабатической системы такие процессы деформирования можно рассматривать как колебательные процессы упругого тела в вязкой среде газа фонов с начальной температурой T_1 . В результате внешнего возмущающего воздействия в среде будут инициированы затухающие колебания, в завершении которых температура газовой среды повысится до значения $T_2 > T_1$. Комбинированная модель твердого тела в виде термодинамической системы, обладающей квантовыми свойствами вещества, позволяет подойти к решению задачи длительной прочности на основе синтеза термодинамики необратимых процессов и кинетической теории прочности.

Основная часть. Второе начало термодинамики устанавливает, что разность энтропий для двух состояний системы $S_2 - S_1$ равна интегралу, взятому между этими состояниями по обратимому пути, и больше этого интеграла, если интеграл берется по необратимому пути [1]:

$$S_2 - S_1 > \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}, \quad (1)$$

где δQ - бесконечно малое изменение теплоты системы.

Вычисление рассматриваемой разности энтропий начального и конечного состояний системы деформирования тела в вязкой среде приводит к следующему выражению [1]:

$$S_2 - S_1 = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} > 0, \quad (2)$$

где C_v - объемная теплоемкость материала; T_1, T_2 - температура начального и конечного состояния.

Согласно кинетической теории прочности [2] удлинение межатомных связей ε_d^0 при температуре T и длительности процесса после возмущения и снятия нагрузки ($\sigma \rightarrow 0$) t определяется соотношением:

$$\varepsilon_d^0 = \frac{\alpha k T}{C} \ln \frac{t}{\tau_0}, \quad (3)$$

где C - атомная теплоемкость материала; α - коэффициент термического расширения объема, k - постоянная Больцмана; τ_0 - величина порядка периода тепловых атомных колебаний 10^{-13} с.

Если понимать ангармонизм межатомных взаимодействий как проявление тепловой флуктуации давления фоновонного газа, то атомная теплоемкость C в выражении (3) при снятии нагрузки $\sigma \rightarrow 0$ может рассматриваться как теплоемкость при постоянном объеме C_v . Тогда на основании (2) можно установить связь между величинами теплоемкости и энтропии:

$$C_v = \frac{S_2 - S_1}{\ln \frac{T_2}{T_1}}. \quad (4)$$

В соответствии с выражением (3) получим:

$$\varepsilon_d^0 = \frac{\alpha k T}{S_2 - S_1} \ln \frac{T_2}{T_1} \ln \frac{t}{\tau_0}. \quad (5)$$

Выражение (5) показывает, что флуктуационное удлинение межатомных связей со временем, после того как тело было выведено из состояния равновесия ($\sigma \rightarrow 0$), обратно пропорционально разности энтропий начального и конечного состояний $S_2 - S_1$. Время $t = t_2 - t_1$ характеризует длительность процесса установления затухающих колебаний от момента возмущения ($\sigma \rightarrow 0$) t_1 с начальной температурой $T_1(t_1)$ и энтропией $S_1(t_1)$ до момента установления t_2 , характеризуемого состоянием системы $T_2(t_2)$, $S_2(t_2)$. Тогда энергия межатомных связей между двумя рассматриваемыми состояниями в соответствии с кинетической теорией равна [2]:

$$U_0 = \frac{S_2 - S_1}{\alpha \ln \frac{T_2}{T_1}} \varepsilon_*, \quad (6)$$

где U_0 – энергия межатомной связи; $\varepsilon_* \approx 0,6$ – предельная деформация межатомной связи, при которой связь разрушается.

Подставляя полученное выражение (6) в основное уравнение кинетической теории прочности [2] (формула Журкова), определяем соотношения для напряжений σ_* и деформаций ε в теле, выраженные через термодинамические параметры рассматриваемой вязкоупругой системы:

$$\sigma_* = \frac{Ea}{\Delta} \left(\varepsilon_* - kT \frac{\alpha}{S_2 - S_1} \ln \frac{T_2}{T_1} \ln \frac{t}{\tau_0} \right); \quad (7)$$

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} + \frac{\alpha k T}{S_2 - S_1} \frac{a}{\Delta} \ln \frac{T_2}{T_1} \ln \frac{t}{\tau_0}, \quad (8)$$

где E – модуль упругости; a – межатомное расстояние; Δ – линейный размер дилатона.

Энтропийный критерий длительной прочности согласно [1] имеет вид:

$$s_0 + \Delta s = s_0 + \int_0^{t_*} \frac{W(t)}{T(t)} dt = s_*, \quad (9)$$

где s_0 – начальная энтропия тела; s_* – предельное значение плотности энтропии, при котором происходит разрушение рассматриваемого элементарного объема или единицы массы материала; Δs – энтропия, накопленная в процессе термостатического нагружения внутри элементарного объема материала; $W(t)$ – скорость диссипации энергии или функция рассеяния; $T(t)$ – температура тела; t_* – время до разрушения.

Использование энтропийного критерия предполагает знание вида функции рассеивания $W(t)$ для принятой модели реологического тела или системы. Для линейных вязкоупругих материалов при одноосном напряженно-деформированном состоянии функция рассеяния определяется произведением коэффициента вязкости η и квадрата скорости деформации $\dot{\varepsilon}$.

Для модели Кельвина-Фойхта:

$$W = \eta \dot{\varepsilon}^2 \quad (10)$$

Тогда в соответствии с выражением (3) получим:

$$W = \eta \left(\frac{1}{t} \frac{\alpha k T}{C} \frac{a}{\Delta} \right)^2 \quad (11)$$

или с учетом (8) через энтропию:

$$W = \eta \left(\frac{1}{t} \frac{\alpha k T}{S_2 - S_1} \ln \frac{T_2}{T_1} \frac{a}{\Delta} \right)^2. \quad (12)$$

В соотношениях (11)-(12) время $t > t_{\varepsilon} > 0$, где t_{ε} - длительность возмущающего воздействия системы.

Для модели Максвелла:

$$W = \frac{1}{\eta} \sigma^2. \quad (13)$$

На основании кинетического подхода к определению напряжений [3] получим:

$$W = \frac{1}{\eta} \left[\left(\varepsilon + \frac{\alpha k T}{C} \frac{a}{\Delta} \ln \frac{t}{\tau_0} \right) + \eta \frac{1}{t} \frac{\alpha k T}{C} \frac{a}{\Delta} \right]^2 \quad (14)$$

или с учетом выражения (7) через энтропию:

$$W = \frac{1}{\eta} \left[E \left(\varepsilon_* - k T \frac{\alpha}{S_2 - S_1} \ln \frac{T_2}{T_1} \ln \frac{t}{\tau_0} \right) \frac{a}{\Delta} \right]^2. \quad (15)$$

Тогда для материалов Кельвина-Фойхта с делящимся тензором напряжений в соответствии с (9), (11) предельное соотношение (9) примет вид:

$$s_0 + \int_0^{t_*} \frac{\eta}{T(t)} \left(\frac{1}{t} \frac{\alpha k T}{C} \frac{a}{\Delta} \right)^2 dt = s_*. \quad (16)$$

Основываясь на экспериментально обоснованном предположении [1], что единственным источником производства энтропии являются необратимые деформации, в случае одноосного растяжения выражение для скорости диссипации энергии можно записать в виде:

$$W = \dot{\varepsilon}^n(t) \sigma(t). \quad (17)$$

Выражая скорость диссипации энергии через сомножители (17) в обоих случаях материалов различного вида, получаем интегральные соотношения в виде:

$$s_0(T) + \int_0^{t_*} \frac{\sigma^2}{\eta T} dt = s_* \quad (18)$$

При постоянном законе нагружения решение (18) определяется выражением:

$$s_0(T) + \frac{\sigma^2}{\eta T} t_* = s_*, \quad (19)$$

откуда находим соотношение для времени до разрушения:

$$t_* = \frac{[s_* - s_0(T)]}{\sigma^2} T \eta. \quad (20)$$

Если учесть выражение (4), то при условии, что начальному состоянию тела соответствуют начальная энтропия s_0 и температура T_0 , а предельному состоянию соответствуют s_* и T_* , то справедливо условие:

$$s_* - s_0 = C_v \ln \frac{T_*}{T_0} > 0. \quad (21)$$

Тогда выражение для долговечности при постоянном напряжении примет вид:

$$t_* = \frac{C_v}{\sigma^2} T \eta \ln \frac{T_*}{T_0}. \quad (22)$$

Выводы. На основании синтеза кинетической теории прочности и термодинамики необратимых процессов получены выражения энтропийного критерия длительной прочности и долговечности, связывающие наименьшее необходимое число величин, характеризующих тепловое и напряженное состояние тела.

Библиографический список

1. Гольденблат И.И. Длительная прочность в машиностроении. / И.И. Гольденблат, В.Л. Бажанов, В.А. Копнов. - М.: Машиностроение, 1977. – 248 с.
2. Журков С.Н. Дилатонный механизм прочности твердых тел / С.Н. Журков // Физика прочности и пластичности. - М.: Наука. – 1986. - С.5-10.
3. Осяев О.Г. Кинетический подход к расчету несущей способности полимерных многослойных конструкций, находящихся в длительной эксплуатации / О.Г. Осяев, А.В. Остапенко // Известия ЮФУ. Технические науки. - Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2008. - С.92-98.

Материал поступил в редакцию 10.02.2010.

O.G. OSYAEV

ENTROPIC CRITERION OF STRESS RUPTURE FOR VISCOELASTIC MATERIALS

Correlations for entropy criterion of stress rupture and durability expressed through the main heat physical and physicomechanical constants of the material are determined.

Key words: criterion, long toughness, longevity.

ОСЯЕВ Олег Геннадьевич (р. 1963), старший преподаватель кафедры материаловедения Ростовского военного института ракетных войск, кандидат технических наук (1995), доцент (2003). Окончил Ростовское высшее военное командно-инженерное училище ракетных войск (1985)

Область научных интересов - численные и экспериментальные методы исследования прочностной надежности несущих конструкций летательных аппаратов.

Автор более 90 научных работ.

osyevog@mail.ru