

Параметрическое самовозбуждение динамической системы резания***В. Л. Заковоротный, Фам Тху Хыонг**

(Донской государственный технический университет)

Рассматривается проблема обеспечения устойчивости траекторий формообразующих движений инструмента относительно заготовки с учётом параметрического самовозбуждения. Анализируются факторы, вызывающие периодические изменения параметров в динамической системе резания. Они связаны с пространственной анизотропией свойств упругости в подсистеме обрабатываемой заготовки, с вариациями припуска по периметру вращения заготовки, с кинематическими возмущениями со стороны механической части приводов исполнительных элементов станка, с периодическими процессами в зоне резания. Приведена обобщённая динамическая модель системы с периодически изменяющимися параметрами. Выполнено изучение влияния периодически изменяющихся параметров на устойчивость траекторий. Раскрыты особенности потери устойчивости, специфические для динамических систем резания. В частности, показано, что за счёт параметрических эффектов по мере увеличения скорости резания при возрастании частоты вращения шпинделя всегда существует критическая частота, при которой система теряет устойчивость.

Ключевые слова: устойчивость, периодическое изменение параметров, параметрическое самовозбуждение.

Введение. Проблема обеспечения устойчивости траекторий формообразующих движений инструмента относительно заготовки является одной из самых важных при выборе технологических параметров и конструктивных особенностей подсистем инструмента и заготовки, взаимодействующих через процесс резания [1—3]. Существующие представления о потере устойчивости базируются на использовании в качестве математических моделей систем линейных или нелинейных дифференциальных уравнений динамики. Однако практика показывает, что существующие представления противоречат многим известным экспериментальным данным. Например, исходя из существующих представлений, по мере увеличения скорости резания запас устойчивости в системе должен возрастать. Однако практика показывает, что это справедливо при относительно малых частотах вращения шпинделя. При увеличении частоты до некоторой пороговой величины всегда наблюдается увеличение вибраций, свидетельствующих о потере устойчивости траекторий. В настоящей статье, основываясь на известных представлениях о динамической системе резания, рассматривается практически не анализируемый ранее вопрос о самовозбуждении системы за счёт периодического изменения параметров в математическом описании динамики системы.

Оснований для учёта переменности параметров в динамической системе резания множество. Во-первых, свойства упругости в подсистеме обрабатываемой детали не являются симметричными. Это связано, по крайней мере, с изменениями радиальной жёсткости детали, закреплённой, например, в трёхкулачковом патроне. Во-вторых, при обработке заготовки, имеющей периодические изменения припуска, параметры динамической характеристики процесса резания также являются периодически изменяющимися. В-третьих, траектории исполнительных элементов станка всегда являются периодически изменяющимися за счёт кинематических возмущений, зависящих от точности и конструктивных несовершенств механической части приводов. В-четвёртых, при обработке большинства материалов имеет место периодическое изменение сопротивления резанию, связанное с периодическим формированием поверхности скольжения в области первичной пластической деформации. Наконец, многие технологические режимы принципиально имеют периодические изменения параметров, например, процесс фрезерования. Все перечисленные факторы вызывают, по крайней мере, периодические изменения суммарной жёсткости в уравне-

* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

ниях взаимодействующих подсистем. В таких системах, как известно из теории колебаний, возможно параметрическое самовозбуждение системы, зависящее от частоты периодического изменения параметров.

Обобщённая математическая модель динамической системы резания как системы с периодическими изменениями параметров. Для изучения условий самовозбуждения динамической системы резания, параметры которой являются периодически изменяющимися функциями времени, необходимо рассмотреть обобщённую модель системы. Такая модель должна учитывать главные свойства системы, но не быть излишне сложной. Ограничимся случаем, когда рассматриваются периодические изменения элементов матрицы жёсткости. Кроме этого, примем во внимание гипотезы, используемые ранее при анализе динамики системы с постоянными параметрами [2]. Они включают три положения: силы, формируемые в зоне резания, пропорциональны площади срезаемого слоя; они имеют неизменную ориентацию в пространстве, задаваемую угловыми коэффициентами $\chi_i, i = 1, 2, 3$; модуль силы запаздывает по отношению к деформационными смещениями инструмента относительно заготовки. Таким требованиям соответствует следующая модель, рассматривающая динамику системы в вариациях относительно точки равновесия:

$$\begin{cases} m \frac{d^2 y_1}{dt^2} + h_{1,1} \frac{dy_1}{dt} + h_{2,1} \frac{dy_2}{dt} + h_{3,1} \frac{dy_3}{dt} + [c_{1,1} + \Delta_{1,1} \sin(\Omega_1 t)] y_1 + \\ + [c_{1,2} + \Delta_{1,2} \sin(\Omega_1 t + \theta_{1,2})] y_2 + [c_{3,1} + \rho \chi_1 t_{p,0} (1 + \mu \sin(\Omega_2 t))] y_3 + \rho \chi_1 S_{p,0} z_1 = 0; \\ m \frac{d^2 y_2}{dt^2} + h_{1,2} \frac{dy_1}{dt} + h_{2,2} \frac{dy_2}{dt} + h_{3,2} \frac{dy_3}{dt} + [c_{1,2} + \Delta_{1,2} \sin(\Omega_1 t + \theta_{1,2})] y_1 + \\ + [c_{2,2} + \Delta_{2,2} \sin(\Omega_1 t + \theta_{2,2})] y_2 + [c_{3,2} + \rho \chi_2 t_{p,0} (1 + \mu \sin(\Omega_2 t))] y_3 + \rho \chi_2 S_{p,0} z_1 = 0; \\ m \frac{d^2 y_3}{dt^2} + h_{1,3} \frac{dy_1}{dt} + h_{2,3} \frac{dy_2}{dt} + h_{3,3} \frac{dy_3}{dt} + c_{1,3} y_1 + c_{2,3} y_2 + \\ + [c_{3,3} + \rho \chi_3 t_{p,0} (1 + \mu \sin(\Omega_2 t))] y_3 + \rho \chi_3 S_{p,0} z_1 = 0; \\ T_1 \frac{dz_1}{dt} + z_1 = y_1, \end{cases} \quad (1)$$

где $y = \{y_1, y_2, y_3\}^T$ — вектор упругих деформационных смещений инструмента в пространстве, мм; ρ — давление стружки на переднюю поверхность инструмента, параметр, зависящий от физико-механических свойств обрабатываемого материала, геометрии инструмента и технологических режимов, кГ/мм²; $S_{p,0}, t_{p,0}$ — соответственно величины подачи и глубины резания, не учитывающие упругие деформационные смещения; $m = [m_{s,k}]$; $s, k = 1, 2, 3$; $m_{s,k} = 0$, при: $s \neq k$, $h = [h_{s,k}]$; $s, k = 1, 2, 3$, $c = [c_{s,k}]$; $s, k = 1, 2, 3$ — соответственно матрицы инерционных, диссипативных и упругих коэффициентов (они являются симметричными и положительно определёнными); T_1 — постоянная времени, моделирующая запаздывание вариаций модуля силы резания по отношению к деформационному смещению y_1 , с.

Таким образом, при установившемся состоянии в точке равновесия $z_1 = y_1 = 0$. Кроме этого, в (1) учитывается пространственная анизотропия упругости системы в виде матрицы:

$$\Delta = \begin{bmatrix} \Delta_{1,1} \sin(\Omega_1 t) & \Delta_{2,1} \sin(\Omega_1 t + \theta_{2,1}) & 0 \\ \Delta_{1,2} \sin(\Omega_1 t + \theta_{1,2}) & \Delta_{2,2} \sin(\Omega_1 t + \theta_{2,2}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

В (2) отсутствует переменная составляющая по направлению y_3 , так как кинематические возмущения по направлению оси вращения шпинделя формируются на основе следующего интегрального преобразования:

$$y_3 = \int_{t-T}^t v_3(t) dt,$$

где $v_3(t)$ — переменная составляющая скорости продольной подачи, мм/с.

Нетрудно показать, что в $y_3(t)$ все переменные составляющие, равные или кратные периоду вращения шпинделя T , равны нулю. Причём в (1) учитываются переменные составляющие, обусловленные вариациями координаты суппорта, в направлении, ортогональном к направлению его движения, а также вариации припуска, периодические с частотой вращения шпинделя

$$c_p(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \rho x_1 t_{p,0} (1 + \mu \sin(\Omega_2 t)) \\ 0 & 0 & \rho x_2 t_{p,0} (1 + \mu \sin(\Omega_2 t)) \\ 0 & 0 & \rho x_3 t_{p,0} (1 + \mu \sin(\Omega_2 t)) \end{bmatrix}. \quad (3)$$

В (1) частоты Ω_1 и Ω_2 равны или кратны частоте вращения шпинделя. Поэтому для анализа устойчивости системы (1) можно использовать теорию Флоке [4]. При изучении областей устойчивости использовался метод прямого цифрового интегрирования систем дифференциальных уравнений, основанный на методе Рунге — Кутты четвёртого порядка. Потеря устойчивости фиксировалась по траекториям решений дифференциальных уравнений.

Особенности параметрического самовозбуждения в динамической системе резания. Система (1) отличается от традиционно анализируемой системы следующими основными особенностями:

- в реальной динамической системе резания всегда имеет место изменение параметров, обусловленное различными причинами, поэтому, как правило, имеется несколько частотных составляющих изменения параметров, кратных частоте вращения шпинделя;
- вариации сил запаздывают по отношению к изменениям упругих деформационных смещений, причём запаздывание зависит как от технологических режимов, так и от геометрии инструмента и физико-механических свойств обрабатываемого материала. Поэтому даже без параметрических эффектов система может потерять устойчивость. Периодические же изменения параметров, как правило, дополнительно способствуют потере устойчивости;
- упругие свойства подсистемы заготовки без процесса резания являются линейными и матрицы упругости являются симметричными и положительно определёнными. Поэтому в пространстве для моделирования упругости можно на основе матрицы поворота выделить оси коллинеарного и ортогонального направлений, которые вращаются при повороте шпинделя при заданной анизотропии свойств упругости. Это обстоятельство может вызывать параметрическое самовозбуждение системы, которое дополняет условия самовозбуждения за счёт влияния циркуляционных сил, формируемых динамической связью процесса обработки.

Для дальнейшего анализа приведём некоторые характерные примеры параметрического самовозбуждения системы. Для этого рассмотрим различные диаграммы параметрического самовозбуждения в плоскости

$$\eta = \omega/\omega_0 - \mu,$$

где ω_0 — собственная частота основного колебательного контура системы, Гц; ω — частота параметрического возбуждения, Гц; μ — уровень параметрического возбуждения ($\mu \leq 1$).

Для более наглядного выяснения влияния различных особенностей системы на потерю устойчивости, сначала рассмотрим скалярный аналог системы (1). Проанализируем для этого случая влияние двухчастотного параметрического возбуждения для системы:

$$\begin{cases} m \frac{d^2 y}{dt^2} + h \frac{dy}{dt} + c(1 + \mu_1 \sin \omega t + \mu_2 \sin 3\omega t) y = -c_p z; \\ T \frac{dz}{dt} + z = y, \end{cases} \quad (4)$$

где m , h , c — соответственно масса, коэффициент демпфирования и жёсткости подсистемы; c_p — жёсткость процесса резания, кГ/мм; T — постоянная времени стружкообразования, с.

Рассмотрим изменение области параметрического возбуждения системы на плоскости параметров (μ_1, η) при варьировании μ_2 от нуля до 0,8 и при заданных значениях параметров динамической системы $c_p = 500$ кГ/мм, $T = 0,1$ мс, $h = 0,10$ кГ/мм. Соответствующие диаграммы параметрического возбуждения системы приведены на рис. 1.

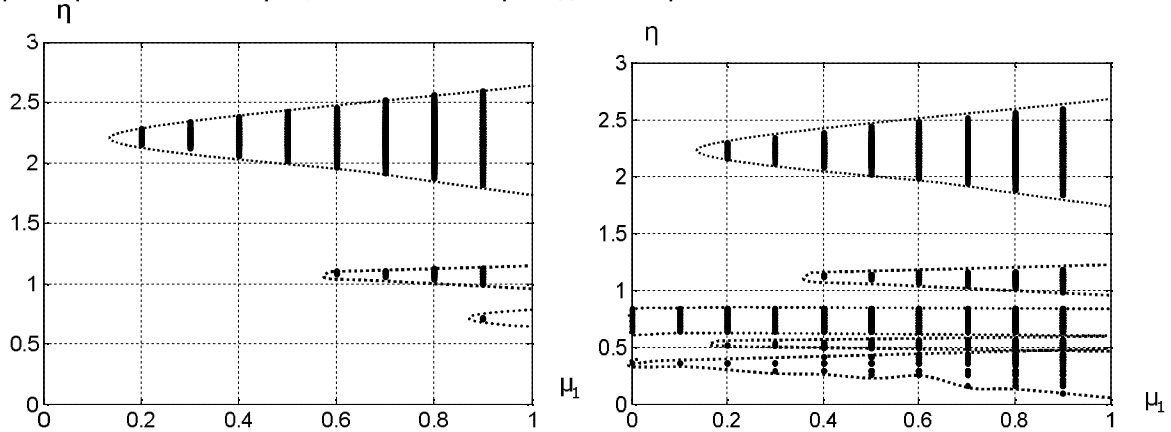


Рис. 1. Пример изменения области параметрического возбуждения системы на плоскости параметров (μ_1, η) для случаев $\mu_2 = 0,0$ (левая диаграмма) и $\mu_2 = 0,8$ (правая диаграмма)

Приведённый пример вычислен для системы, имеющей собственную частоту консервативной системы $\omega_0 = 150,0 \text{ с}^{-1}$. Если рассматривать частоту вращения шпинделя равную 3000 об/мин, то есть 50 Гц, то вторая диаграмма уже находится в области параметрического самовозбуждения системы. Однако, если рассматривается скалярный случай, то параметрическое самовозбуждение системы наблюдается при высоких частотах вращения шпинделя, характерных лишь для скоростного резания. Ситуация принципиально меняется, если анализировать векторный случай пространственных колебательных смещений.

Приведём пример условий параметрического самовозбуждения системы для случая, когда деформационные смещения инструмента происходят в плоскости. Линеаризованное уравнение в вариациях для этого случая имеет вид:

$$\begin{cases} m \frac{d^2 y_1}{dt^2} + h \frac{dy_1}{dt} + c \cdot [1 + \mu \sin(\omega t + \theta_{1,1})] y_1 + \frac{1}{2} c \cdot \mu \sin(\omega t + \theta_{1,2}) y_2 = -X_1 c_p z_1, \\ m \frac{d^2 y_2}{dt^2} + h \frac{dy_2}{dt} + \frac{1}{2} c \cdot \mu \sin(\omega t + \theta_{1,2}) y_1 + c \cdot [1 + \mu \sin(\omega t + \theta_{2,2})] y_2 = -X_2 c_p z_2, \\ T_1 \frac{dz_1}{dt} + z_1 = y_1, \\ T_2 \frac{dz_2}{dt} + z_2 = y_2, \end{cases} \quad (5)$$

где $c_p = \rho S_p$.

В системе (5) дополнительно учитывается, что запаздывание сил по двум ортогональным направлениям отличается. Обратим внимание на то, что в системе (5) имеет место вращение угла ориентации эллипса жёсткости. Этот факт вызывает дополнительные условия параметрического самовозбуждения системы резания.

Рассмотрим конкретный пример (рис. 2). Исходные данные: матрица инерционных коэффициентов $m = 5,63 \cdot 10^{-4}$ кг²/мм; матрица диссипативных коэффициентов $h = 0,1$ кг/мм; матрица жёсткости $c = 2000$ кг/мм; $c_p = 500$ кг/мм; первая собственная частота системы $\omega_0 = 150$ Гц; вектор коэффициентов ориентации сил $\chi = \{\chi_1, \chi_2\}^T = \{0,5; 0,8\}^T$. Диаграмма построена по отношению к первой собственной частоте системы без резания. Угол ориентации эллипса жёсткости рассматривается при $\mu = 0$.

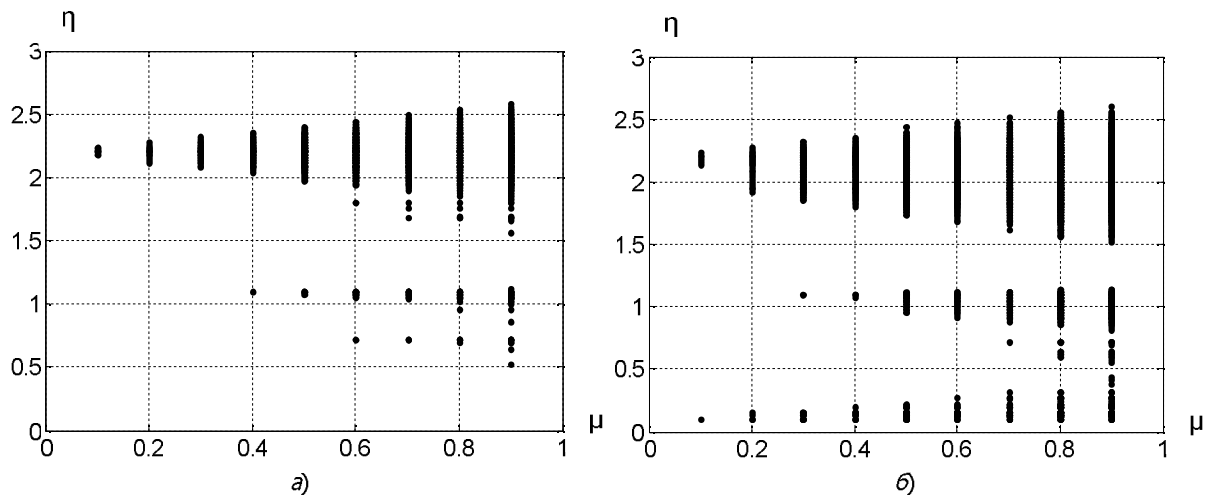


Рис. 2. Изменение области параметрического возбуждения в плоскости (η, μ) при варьировании угла ориентации эллипса жёсткости: а — $\alpha = 0^\circ$; б — $\alpha = 45^\circ$

Здесь большое значение в механизме самовозбуждения имеют условия обмена силовыми потоками между подсистемами, рассматривающими колебательные смещения в двух ортогональных направлениях в плоскости, нормальной к оси вращения шпинделя. Приведённые данные показывают, что в рассматриваемой системе параметрическое самовозбуждение наблюдается уже при частотах вращения шпинделя, равных (400,0—500,0) об/мин. Более скрупулёзный анализ показывает, что на условия самовозбуждения в этом случае оказывают влияние следующие факторы:

1) Известно [2], что за счёт реакции со стороны процесса обработки суммарная матрица упругости становится несимметричной. Поэтому без параметрических эффектов ($\mu = 0$) в системе естественным образом формируются циркуляционные силы. В зависимости от направления действия циркуляционных сил (сил, ортогональных к направлению деформационных смещений) и направления вращения эллипса жёсткости могут формироваться условия, способствующие самовозбуждению, или направленные на стабилизацию равновесия.

2) Рассматриваемая система имеет две резонансные частоты, которые разделены в частотной области антирезонансом. При сближении этих частот в системе формируются формы колебаний типа биений с частотой, равной разности резонансных частот. В результате может существенно снижаться частота вращения шпинделя, при которой наблюдается эффект параметрического самовозбуждения.

Аналогичный эффект наблюдается и в том случае, когда в динамической системе резания рассматривается влияние двух физических процессов, вызывающих изменения параметров. Как и ранее, рассмотрим пример (рис. 3). В этом примере в отличие от (5) матрица жёсткости равна

$$C = C \begin{bmatrix} \left[1 + \mu_1 \sin(\omega_1 t + \theta_{1,1}) + \mu_2 \sin(\omega_2 t + \theta_{1,1}) \right] & \frac{1}{2} \left[\mu_1 \sin(\omega_1 t + \theta_{2,1}) + \mu_2 \sin(\omega_2 t + \theta_{1,2}) \right] \\ \frac{1}{2} \left[\mu_1 \sin(\omega_1 t + \theta_{1,2}) + \mu_2 \sin(\omega_2 t + \theta_{2,2}) \right] & \left[1 + \mu_1 \sin(\omega_1 t + \theta_{2,2}) + \mu_2 \sin(\omega_2 t + \theta_{1,2}) \right] \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Здесь удобно ввести в рассмотрение коэффициент $k_\omega = \frac{\omega_2}{\omega_1}$, изменение которого определяет соотношение частот параметрического возбуждения. Приведённые на иллюстрации данные получены при $\mu_2 = 0,5$. На приведённых иллюстрациях не показана высокочастотная область, как наименее интересная для рассматриваемых прикладных задач.

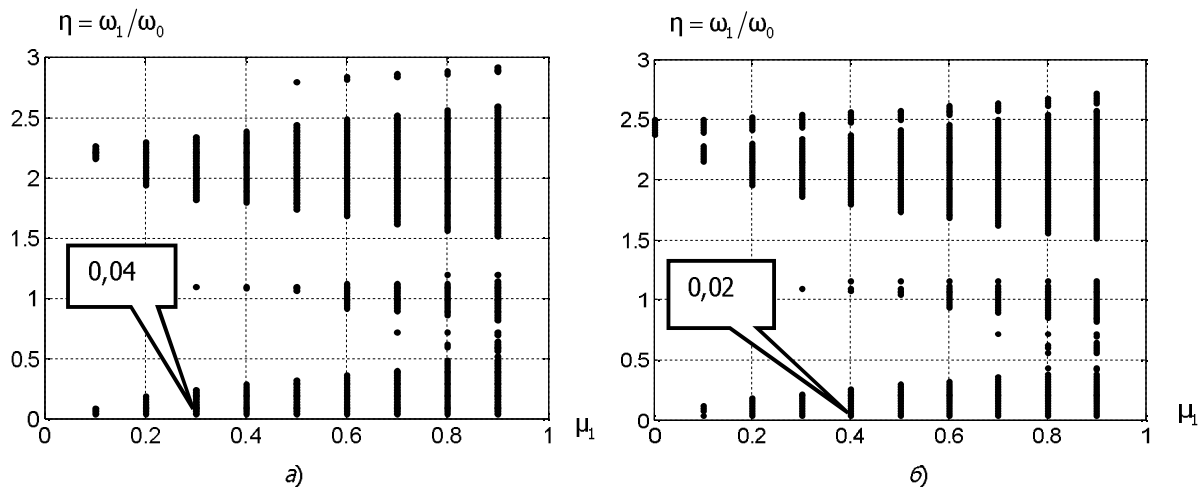


Рис. 3. Изменение области параметрического возбуждения в плоскости (η, μ_1) при варьировании

частотного отношения $k_\omega = \frac{\omega_2}{\omega_1}$: а — $k_\omega = 0,2$; б — $k_\omega = 0,9$

Здесь также обнаруживается существенное снижение нижней частоты вращения шпинделя, при которой наблюдается параметрическое самовозбуждение системы, по мере сближения частот параметрического возбуждения. В реальной динамической системе резания, имеющей большее число степеней свободы и условий, вызывающих периодические изменения параметров, картина параметрического самовозбуждения существенно расширяется.

Заключение. Параметрические эффекты в динамической системе резания играют заметную роль в формировании области устойчивости траекторий формообразующих движений. Если следовать традиционному представлению о повышении устойчивости, то по мере увеличения скорости резания, связанной с возрастанием частоты вращения шпинделя, область устойчивости должна расширяться. На практике это не соответствует данным экспериментов. По мере увеличения частоты вращения шпинделя, начиная с некоторого её критического значения, система вновь теряет устойчивость. Это обусловлено параметрическим самовозбуждением. Поэтому в зависимости от состояния станка, вызывающего кинематические возмущения траекторий, и его конструктивных особенностей, по мере увеличения скорости резания существует ограниченный частотный диапазон вращения шпинделя, при котором в низкочастотной области теряется устойчивость процесса резания за счёт влияния, прежде всего, запаздывающих аргументов. В высокочастотной области устойчивость вновь теряется за счёт параметрического самовозбуждения системы.

Библиографический список

1. Кудинов, В. А. Динамика станков / В. А. Кудинов. — Москва : Машиностроение, 1967. — 367 с.
2. Заковоротный, В. Л. Динамика процесса резания. Синергетический подход / В. Л. Заковоротный, М. Б. Флек. — Ростов-на-Дону : Терра, 2006. — 876 с.
3. Заковоротный, В. Л. Системный синергетический синтез управления динамикой металлорежущих станков с учётом эволюции связей / В. Л. Заковоротный [и др.]. — Ростов-на-Дону : Изд. центр Дон. гос. техн. ун-та, 2008. — 324 с.
4. Хартман, Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения / Ф. Хартман. — Москва : Мир, 1970. — 720 с.

Материал поступил в редакцию 2.04.2013.

References

1. Kudinov, V. A. Dinamika stankov. [Machine dynamics.] Moscow : Mashinostroyeniye, 1967, 367 p. (in Russian).
2. Zakovorotniy, V. L., Flek, M. B. Dinamika protsessa rezaniya. Sinergeticheskiy podkhod. [Cutting dynamics. Synergetic approach.] Rostov-on-Don : Terra, 2006, 876 p. (in Russian).
3. Zakovorotniy, V. L., et al. Sistemnyy sinergeticheskiy sintez upravleniya dinamikoy metallovezhushchikh stankov s uchetom evolyutsii svyazey. [System synergetic synthesis of cutting machine dynamics control with account for bond evolution.] Rostov-on-Don : DSTU Publ. Centre, 2008, 324 p. (in Russian).
4. Hartman, F. Obyknovennyye differentsialnyye uravneniya. [Ordinary differential equations.] Moscow : Mir, 1970, 720 p. (in Russian).

PARAMETRIC SELF-EXCITATION OF CUTTING DYNAMIC SYSTEM*

V. L. Zakovorotniy, Pham Thu Huong

(Don State Technical University)

The problem on stabilizing the toolpath generation relative to the workpiece taking into account the parametric self-excitation is considered. Factors causing the cyclic parameter variations in the cutting dynamic system are analyzed. These factors are related to the spatial anisotropy of elastic properties in the workpiece subsystem, allowance on workpiece rotation perimeter variations, kinematic perturbations from the drive hardware of the machine executive elements, and to the periodic processes in the cutting zone. The generic dynamic model of the periodic system is given. The effect of the periodically varying parameters on the path stability is studied. Buckling collapse features specific for cutting dynamic systems are disclosed. It is also shown that through the parametric actions, with increase in cutting speed under the spindle row growth, there always exists critical frequency at which the system loses its stability.

Keywords: *stability, cyclic parameter variations, parametric self-excitation.*

* The research is done within the frame of the independent R&D.