



# Вестник

**Донского  
государственного  
технического  
университета**

Теоретический  
и научно-  
практический  
журнал



**Vestnik of Don State Technical University**

Том **18**

Vol. **18**

ISSN 1992-5980



№ **3**

no. **3**

eISSN 1992-6006

2018

2018

1

**Механика**

**Mechanics**

2

**Машиностроение и машиноведение**

**Machine Building and Machine Science**

3

**Информатика, вычислительная техника и управление**

**Information Technology, Computer Science, and Management**

DOI 10.23947/1992-5980

[vestnik.donstu.ru](http://vestnik.donstu.ru)

**ВЕСТНИК**  
**ДОНСКОГО**  
**ГОСУДАРСТВЕННОГО**  
**ТЕХНИЧЕСКОГО**  
**УНИВЕРСИТЕТА**

**Т. 18, № 3**

**Теоретический  
и научно-практический журнал**

Издаётся с 1999 г.

Выходит 4 раза в год  
июль-сентябрь 2018 г.

ISSN 1992-5980  
eISSN 1992-6006  
DOI: 10.23947/1992-5980

*Учредитель и издатель — Донской государственный технический университет*

*Журнал включен в перечень рецензируемых научных изданий, в котором должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (Перечень ВАК) по следующим группам научных специальностей:*

*01.02.00 Механика*

*05.02.00 Машиностроение и машиноведение*

*05.13.00 Информатика, вычислительная техника и управление*

*Индексируется и архивируется в Российском индексе научного цитирования (РИНЦ),  
а также в международной базе EBSCO*

*Является членом Ассоциации научных редакторов и издателей (АНРИ) и Cross Ref*

*Свидетельство о регистрации средства массовой информации ПИ № ФС 77-66004 от 06.06.2016., выдано  
Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций*

**Подписной индекс в каталоге «Роспечать» 35578**

*Над номером работали:*

И. В. Бойко, М. П. Смирнова (англ. версия)

Подписано в печать 28.06.2018.,

дата выхода в свет 30.06.2018.

Формат 60×84/8. Гарнитура «Times New Roman»

Печать цифровая. Усл. печ. л. 22,6.

Тираж 1000 экз.

Заказ № 29/06 Цена свободная.

*Адрес учредителя, издателя и редакции:*

344000, Россия, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1,

тел. +7 (863) 2-738-372.

E-mail: [vestnik@donstu.ru](mailto:vestnik@donstu.ru)

<http://vestnik.donstu.ru/>



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.

**Редакционная коллегия :**

**Главный редактор — Б. Ч. Месхи**, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

заместитель главного редактора — **В. П. Димитров**, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

ответственный редактор — **М. Г. Комахидзе**, кандидат химических наук, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

ответственный секретарь — **Е. В. Петрова**, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

**Е. В. Агеев**, доктор технических наук, профессор, Юго-Западный государственный университет, (Курск);

**В. И. Андреев**, академик РААСН, доктор технических наук, профессор, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (Москва);

**И. Р. Антибас**, кандидат технических наук, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

**К. С. Ахвердиев**, доктор технических наук, профессор, Ростовский государственный университет путей сообщения (Ростов-на-Дону);

**С. М. Айзикович**, доктор физико-математических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

**Д. А. Безуглов**, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

**Бертрам Торстен**, доктор технических наук, профессор, Технический университет г. Дортмунд (Германия);

**В. Н. Варавка**, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет, (Ростов-на-Дону);

**И. М. Вернер**, доктор технических наук, профессор, Технологический институт в Израиле (Израиль);

**Н. Е. Галушкин**, доктор технических наук, профессор, Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) ДГТУ в г. Шахты (Шахты);

**Лару К. Гиллеспи**, доктор технических наук, профессор, Президент Общества машиностроителей (США);

**О. В. Дворников**, доктор технических наук, профессор, Белорусский государственный университет (Беларусь);

**Н. Г. Дюргеров**, доктор технических наук, профессор, Ростовский государственный университет путей сообщения (Ростов-на-Дону);

**К. О. Егназарян**, доктор технических наук, профессор, Технологический университет Тампере, (Тампере, Финляндия);

**С. В. Елисеев**, член-корреспондент Российской Академии Естествознания доктор технических наук, профессор, Иркутский государственный институт путей сообщения (Иркутск);

**В. А. Еремеев**, доктор физико-математических наук, профессор, Южный научный центр РАН (Ростов-на-Дону);

**В. Л. Заковоротный**, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

**В. В. Илясов**, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

**О. Я. Кравец**, доктор технических наук, профессор, Воронежский государственный технический университет (Воронеж);

**В. М. Курейчик**, доктор технических наук, профессор, Южный федеральный университет (Ростов-на-Дону);

**Г. В. Кузнецов**, доктор физико-математических наук, профессор, Томский политехнический университет (Томск);

**В. И. Марчук**, доктор технических наук, профессор, Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) ДГТУ в г. Шахты (Шахты);

**И. П. Мирошниченко**, кандидат технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

**М. А. Мукутадзе**, доктор технических наук, доцент, Ростовский государственный университет путей сообщения (Ростов-на-Дону);

**В. Г. Мокрозуб**, кандидат технических наук, профессор Тамбовский государственный технический университет (Тамбов);

**Донг Ань Нгуен**, доктор физико-математических наук, профессор, Институт механики Академии наук и технологий Вьетнама (Вьетнам);

**Р. А. Нейдорф**, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

**А. В. Остроух**, Академик Российской Академии Естествознания, доктор технических наук, профессор Московский автомобильно-дорожный институт (Москва);

**П. М. Огар**, доктор технических наук, профессор, Братский государственный университет (Братск);

**Н. Н. Прокопенко**, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

**В. Л. Попов**, доктор физико-математических наук, профессор, Институт механики Берлинского технического университета (Германия);

**А. А. Рыжкин**, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

**В. Н. Сидоров**, доктор технических наук, Российский университет транспорта (Москва);

**А. Н. Соловьёв**, доктор физико-математических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

**А. И. Сухинов**, доктор физико-математических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

**И. Б. Севостьянов**, доктор физико-математических наук, профессор, Университет штата Нью Мексико (США);

**М. А. Тамаркин**, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет, (Ростов-на-Дону);

**Г. А. Угольницкий**, доктор физико-математических наук, профессор, Южный федеральный университет (Ростов-на-Дону);

**М. Б. Флек**, доктор технических наук, профессор, ПАО «Роствертол» (Ростов-на-Дону);

**Л. В. Черкесова**, доктор физико-математических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

**А. Н. Чукарин**, доктор технических наук, профессор, Ростовский государственный университет путей сообщения (Ростов-на-Дону);

**Б. М. Языев**, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону).

## СОДЕРЖАНИЕ

### МЕХАНИКА

- Мирошниченко И. П., Сизов В. П.* Обобщенный метод скаляризации динамических упругих полей в трансверсально-изотропных средах и его новые применения ..... 258
- Пожарский Д. А., Золотов Н. Б., Семенов И. Е., Пожарская Е. Д., Чебаков М. И.* Контактная задача для двухслойного цилиндра ..... 265

### МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

- Харманда М. Г., Антибас И. Р.* Надежность оптимизации дизайна с использованием оптимальных факторов безопасности для крупномасштабных задач ..... 271
- Бурлакова В. Э., Дроган Е. Г., Тюрин А. И., Пирожкова Т. С.* Механические свойства сервовитных пленок, формирующихся при трении в водных растворах карбоновых кислот ..... 280
- Найзабеков А. Б., Лежнев С. Н., Койнов Т. А., Панин Е. А.* Экспериментальное исследование энергосиловых параметров совмещенного процесса «прокатка–равноканальное угловое прессование» ..... 289
- Дьяченко А. Г., Савостина Т. П., Саед Б. И.* Влияние объема древесных опилок на механические свойства композитного материала ..... 300
- Кудряшев С. Б., Закалюжный А. А.* Влияние ультразвука на процессы формирования и развития электрической искры при электроакустическом напылении ..... 306
- Людмирский Ю. Г., Ассауленко С. С.* Ремонт главного вала тостера сушилки ..... 311
- Першин В. А., Хиникадзе Т. А.* Методика функциональной унификации адаптивного модуля гидропривода с функцией стабилизации нагрузки на рабочем органе мобильных машин ..... 318

### ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

- Седых И. А.* Прогнозирование уровня подземных вод месторождения цементного сырья на основе динамических окрестностных моделей ..... 326
- Витенбург Е. А., Левцова А. А.* Выбор элементов комплекса защиты информационной системы предприятия на основе требований нормативно-правовых документов ..... 333
- Деундяк В. М., Мозилевская Н. С.* Дифференцирование полиномов нескольких переменных над полями Галуа нечетной мощности и приложения к кодам Рида-Маллера ..... 339

## МЕХАНИКА MECHANICS



УДК 531

<https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-258-264>

### Обобщенный метод скаляризации динамических упругих полей в трансверсально-изотропных средах и его новые применения\*

И. П. Мирошниченко<sup>1</sup>, В. П. Сизов<sup>2\*\*</sup>

<sup>1</sup>Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

<sup>2</sup>Ростовский-на-Дону научно-исследовательский институт радиосвязи, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

### General scalarization method of dynamic elastic fields in transversally isotropic media and its new applications\*\*\*

I. P. Miroshnichenko<sup>1</sup>, V. P. Sizov<sup>2\*\*</sup>

<sup>1</sup>Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

<sup>2</sup>Rostov Scientific Research Institute for Radiocommunication, Rostov-on-Don, Russian Federation

*Введение.* При исследовании тензорных упругих полей перемещений, напряжений и деформаций в слоистых конструкциях из различных материалов, включая трансверсально-изотропные композиты, успешно применяется эффективный метод скаляризации тензорных полей. Данные поля могут быть выражены через скалярные потенциалы, соответствующие квази-продольным, квазипоперечным и чисто поперечным волнам. Такая скаляризация возможна, если рассматриваемые объекты являются тензорами относительно подгруппы общих преобразований координат, когда локальный аффинный базис имеет один инвариантный вектор, который совпадает с осью материальной симметрии материала. При этом в известных работах рассматриваются конструкции, где этот вектор совпадает с нормалью к границе между слоями. Однако, для практики представляют интерес и другие случаи взаимного расположения оси материальной симметрии материала и границы между слоями.

Целью является дальнейшее развитие применения метода скаляризации в граничных задачах динамической теории упругости на случаи произвольного расположения оси материальной симметрии по отношению к границе между слоями.

*Методы исследования.* Предлагаемый научно-методический аппарат разработан на основе использования обобщенного метода скаляризации динамических упругих полей перемещений, напряжений и деформаций в трансверсально-изотропных средах.

*Результаты исследования.* Получены новые расчетные соотношения для определения полей перемещений, напряжений и деформаций в трансверсально-изотропных средах на случаи произвольного расположения осей

*Introduction.* An efficient technique of tensor field scalarization is successfully used while investigating tensor elastic fields of displacements, stresses and deformations in the layered structures of different materials, including transversally isotropic composites. These fields can be expressed through the scalar potentials corresponding to the quasi-longitudinal, quasi-transverse, and transverse-only waves. Such scalarization is possible if the objects under consideration are tensors relating to the subgroup of general coordinate conversions, when the local affine basis has one invariant vector that coincides with the material symmetry axis of the material. At this, the known papers consider structures where this vector coincides with the normal to the boundary between layers. However, other cases of the mutual arrangement of the material symmetry axis of the material and the boundaries between layers are of interest on the practical side.

*Materials and Methods.* The work objective is further development of the scalarization method application in the boundary value problems of the dynamic elasticity theory for the cases of an arbitrary arrangement of the material symmetry axis relative to the boundary between layers. The present research and methodological apparatus are developed through the general technique of scalarization of the dynamic elastic fields of displacements, stresses and strains in the transversally isotropic media.

*Research Results.* New design ratios for the determination of the displacement fields, stresses and deformations in the transversally isotropic media are obtained for the cases of an arbitrary arrangement of the material symmetry axes of the layer



\* Работа выполнена в рамках Госзадания Минобрнауки РФ № 9.9770.2017/БЧ и при частичной поддержке гранта РФФИ № 16-08-00740.

\*\* E-mail: ipmir@rambler.ru

\*\*\* The research is done within the frame of government task of RF Ministry of Education and Science no. 9.9770.2017/ БЧ and is supported in part by RFFI grant no. 16-08-00740.

материальной симметрии материалов слоев по отношению к границам между слоями.

**Обсуждение и заключения.** Предлагаемый научно-методический аппарат успешно использован при определении напряженно-деформированного состояния в слоистых конструкциях, выполненных из трансверсально-изотропных материалов, и при анализе результатов диагностики состояния плоскостойких и слоистых цилиндрических конструкций, находящихся в эксплуатации.

**Ключевые слова:** метод скаляризации, трансверсально-изотропная среда, акустические волны, композиционные материалы.

**Образец для цитирования:** Мирошниченко, И. П. Обобщенный метод скаляризации динамических упругих полей в трансверсально-изотропных средах и его новые применения / И. П. Мирошниченко, В. П. Сизов // Вестник Донского гос. техн. ун-та. — 2018. — Т.18, №3. — С. 258–264. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-258-264>

**Введение.** При исследовании тензорных упругих полей перемещений, напряжений и деформаций в слоистых конструкциях из различных материалов, включая трансверсально-изотропные композиты [1–3], успешно применяется эффективный метод скаляризации тензорных полей, предложенный в [4], когда отмеченные поля могут быть выражены через скалярные потенциалы, соответствующие квазипродольным, квазипоперечным и чисто поперечным волнам соответственно.

Такая скаляризация возможна, если рассматриваемые объекты являются тензорами относительно подгруппы общих преобразований координат, когда локальный аффинный базис имеет один инвариантный вектор, который совпадает с осью материальной симметрии материала. В [5] рассматриваются конструкции, где этот вектор совпадает с нормалью к границе между слоями. Однако для практики представляют интерес и другие случаи взаимного расположения оси материальной симметрии материала и границы между слоями.

**Цель исследования.** Целью работы является дальнейшее развитие применения метода скаляризации в граничных задачах динамической теории упругости на случаи произвольного расположения оси материальной симметрии по отношению к границе между слоями.

**Постановка задачи.** Первоначально в системе координат с допустимым репером находятся компоненты тензоров перемещений и напряжений относительно этого репера. Затем, зная все компоненты тензорных полей в данной системе координат, можно путем перехода к системе координат, связанной с границей между слоями найти нормальные и касательные компоненты перемещений и напряжений, соответствующие площадке, лежащей на границе. Эти компоненты далее используются для удовлетворения граничным условиям задачи [5].

Более подробно изложим вышесказанное на примере решения задач для плоскостойких конструкций.

Рассмотрим случай, когда главная ось симметрии трансверсально-изотропного материала составляет угол  $\alpha$  по отношению к нормали поверхности плоской границы между слоями (рис. 1). При этом считаем, что поле не зависит от координаты  $\bar{y}$ .

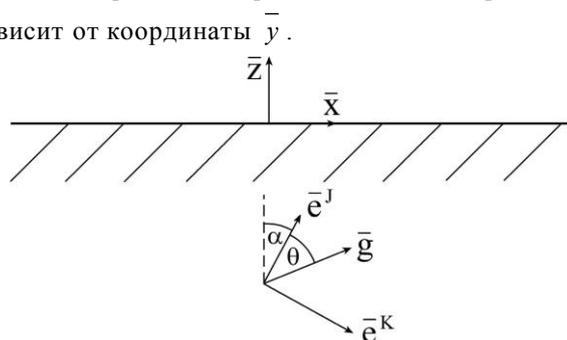


Рис. 1. Расчетная схема

materials with respect to the boundaries between layers.

**Discussion and Conclusions.** The present research and methodological apparatus are successfully used in determining the stress-strain state in the layered structures of transversally isotropic materials, and in analyzing the diagnosis results of the state of the plane-layered and layered cylindrical structures under operation.

**Keywords:** scalarization method, transversally isotropic medium, acoustic waves, composite materials.

**For citation:** I.P. Miroshnichenko, V.P. Sizov. General scalarization method of dynamic elastic fields in transversally isotropic media and its new applications. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no.3, pp. 258–264. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-258-264>

### Расчетные соотношения

В соответствии с [4]:

$$\begin{aligned}
 U_i = & \left( D_1 \nabla_i + \delta_i^J D_2 \nabla_J \right) \phi + \left( D_1 \frac{1}{g} \nabla_i \nabla_J + g \delta_i^J \right) w + \sqrt{g} (\delta_i^K \nabla^N - \delta_i^N \nabla^K) v; \\
 \sigma_{ij} = & (d_1 g_{ij} + d_2 \delta_i^J \delta_j^J + d_3 \delta_i^J \nabla_J \nabla_J + d_4 \nabla_i \nabla_j) \phi + \\
 & + (d_1 g_{ij} \nabla_J + d_2 \delta_i^J \delta_j^J \nabla_J + d_3 \delta_i^J \nabla_J + d_4 \nabla_i \nabla_J \nabla_J) w + \\
 & + 2\sqrt{g} [a_2 (\nabla_i \delta_j^K \nabla^N - \nabla_i \delta_j^N \nabla^K) + a_4 (\delta_i^J \delta_j^K \nabla^N - \delta_i^J \delta_j^N \nabla^K) \nabla_J] v.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Компоненты тензорных полей перемещений  $U_i$  и напряжений  $\sigma_{ij}$  в системе координат, связанной с анизотропией материала  $x^J, x^K$ , могут быть записаны следующим образом:

$$\begin{aligned}
 U_J = & i \xi \xi (D_1 + D_2) \phi + \left( -D_1 \frac{\xi^2}{g} + g \right) w; \\
 U_K = & i \beta D_1 \phi - D_1 \frac{\xi \beta}{g} w; \\
 \sigma_{JJ} = & [d_1 + d_2 - (d_3 + d_4) \xi^2] \phi + i \xi (d_1 + d_2 + d_3 - d_4 \xi^2) w; \\
 \sigma_{JK} = & -\left( \frac{1}{2} d_3 \xi \beta + d_4 \xi \beta \right) \phi + i \beta \left( \frac{1}{2} d_3 - d_4 \xi^2 \right) w; \\
 \sigma_{KK} = & (d_1 + d_4 \beta^2) \phi + i \xi (d_1 - d_4 \beta^2) w.
 \end{aligned} \tag{2}$$

Здесь потенциалы квазипродольных  $\phi$  и квазипоперечных  $w$  волн должны удовлетворять волновому уравнению с соответствующим волновым числом  $g$  ( $g^{(L)}$  или  $g^{(T)}$ ) и имеют вид:

$$\begin{aligned}
 \phi = & \phi_0 e^{i \xi x^J} e^{i \beta x^K}; \\
 w = & w_0 e^{i \xi x^J} e^{i \beta x^K},
 \end{aligned} \tag{3}$$

где  $\xi^2 + \beta^2 = g^2$ ;

$$(\Delta + g^2) \frac{\phi}{w} = 0. \tag{4}$$

Входящие в (2) коэффициенты  $D$  и  $d$ , определены в [5] и имеют вид:

$$\begin{aligned}
 D_1^{(L)} = & \frac{g^{(L)2} (C_{13} + C_{44})}{\omega^2 \rho - h^2 C_{44} - (g^{(L)2} - h^2) (C_{11} - C_{13} - C_{44})}; \\
 D_2^{(L)} = & \frac{g^{(L)2}}{h^2} \frac{\omega^2 \rho - h^2 (2C_{44} + C_{13}) - (g^{(L)2} - h^2) C_{11}}{\omega^2 \rho - h^2 C_{44} - (g^{(L)2} - h^2) (C_{11} - C_{13} - C_{44})} = \frac{g^{(L)2}}{g^{(L)2} - h^2} D_1^{(L)}; \\
 D_1^{(T)} = & \frac{-g^{(T)2} (C_{13} + C_{44})}{\omega^2 \rho - h^2 (2C_{44} + C_{13}) - (g^{(T)2} - h^2) C_{11}}; \\
 d_1^{(L)} = & -g^{(L)2} a_1 - h^2 a_3 (D_1 + D_2); \quad d_2^{(L)} = -g^{(L)2} a_3 - h^2 (2a_4 D_2 + a_5 D_2 + a_5 D_1); \\
 d_3^{(L)} = & 2a_2 D_2 + 2a_4 (2D_1 + D_2); \quad d_4^{(L)} = 2a_2 D_1; \\
 d_1^{(T)} = & a_1 g^{(T)} (1 - D_1) + a_3 \left( g^{(T)} - \frac{h^2}{g^{(T)}} D_1 \right);
 \end{aligned} \tag{5}$$

$$d_2^{(T)} = a_3^{(T)} g^{(T)} (1 - D_1^{(T)}) + 2a_4^{(T)} g^{(T)} + a_5^{(T)} \left( g^{(T)} - \frac{h^{(T)2}}{g^{(T)}} D_1^{(T)} \right);$$

$$d_3^{(T)} = 2a_2^{(T)} g^{(T)} + 2a_4^{(T)} \left( g^{(T)} - 2D_1^{(T)} \frac{h^{(T)2}}{g^{(T)}} \right); d_4^{(T)} = 2a_2^{(T)} D_1^{(T)} \frac{1}{g^{(T)}}; \quad (6)$$

$$a_1 = C_{11} - 2a_2; \quad a_2 = \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}); \quad a_3 = -\frac{1}{2}(C_{11} + C_{12}) + C_{13} + C_{44} - a_4;$$

$$a_4 = -\frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) + C_{44}; a_5 = C_{11} + C_{33} - 2(C_{13} + 2C_{44}), \quad (7)$$

где  $C_{ij}$  — модули упругости материала, записанные по свернутому индексу [6–7].

В формулах (5) и (6) для этих коэффициентов:

$$h = \frac{\cos \theta}{\cos(\alpha + \theta)} g_z; \quad \beta = \frac{\sin \theta}{\cos(\alpha + \theta)} g_z; \quad g = \frac{g_z}{\cos(\alpha + \theta)}.$$

В граничные условия динамических задач теории упругости входят компоненты перемещений  $\bar{U}_z$ ,  $\bar{U}_x$  и напряжений  $\bar{\sigma}_{zz}$ ,  $\bar{\sigma}_{zx}$ , записанные в системе координат  $\bar{z}$ ,  $\bar{x}$ , связанной с границей (рис. 1).

Системы координат  $\bar{z}$ ,  $\bar{x}$  и  $x^J$ ,  $x^K$  связаны между собой соотношениями [8]:

$$\bar{z} = -x^K \sin \alpha + x^J \cos \alpha; \quad \bar{x} = x^K \cos \alpha + x^J \sin \alpha \quad (8)$$

или:

$$x^K = \bar{x} \cos \alpha - \bar{z} \sin \alpha; \quad x^J = \bar{x} \sin \alpha + \bar{z} \cos \alpha. \quad (9)$$

Используя соотношения (8) и (9), по формулам [5]:

$$\bar{U}_i = \frac{\partial x^m}{\partial \bar{x}^i} U_m; \quad \bar{\sigma}_{ij} = \frac{\partial x^m}{\partial \bar{x}^i} \frac{\partial x^p}{\partial \bar{x}^j} \sigma_{mp}, \quad (10)$$

где коэффициенты с чертой относятся к системе координат  $\bar{z}$ ,  $\bar{x}$  (назовем их «новыми» координатами), а без черты к системе координат  $x^J$ ,  $x^K$  («старые» координаты).

Запишем компоненты полей перемещений  $\bar{U}_z$ ,  $\bar{U}_x$  и напряжений  $\bar{\sigma}_{zz}$ ,  $\bar{\sigma}_{zx}$ , входящих в граничные условия через компоненты (2):

$$\begin{aligned} \bar{U}_z &= \cos \alpha U_J - \sin \alpha U_K; \\ \bar{U}_x &= \sin \alpha U_J + \cos \alpha U_K; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\bar{\sigma}_{zz} = \cos^2 \alpha \sigma_{JJ} - \sin 2\alpha \sigma_{JK} + \sin^2 \alpha \sigma_{KK};$$

$$\bar{\sigma}_{zx} = \frac{1}{2} \sin 2\alpha (\sigma_{JJ} - \sigma_{KK}) + (1 - 2\sin^2 \alpha) \sigma_{JK}. \quad (12)$$

В «новых» координатах потенциальные функции (3) имеют вид:

$$\begin{aligned} \bar{\phi} &= \phi_0 e^{i \xi^{(L)} (\bar{x} \sin \alpha + \bar{z} \cos \alpha)} e^{i \beta^{(L)} (\bar{x} \cos \alpha - \bar{z} \sin \alpha)}; \\ \bar{w} &= w_0 e^{i \xi^{(T)} (\bar{x} \sin \alpha + \bar{z} \cos \alpha)} e^{i \beta^{(T)} (\bar{x} \cos \alpha - \bar{z} \sin \alpha)}, \end{aligned}$$

а перемещения (11) запишутся следующим образом:

$$\bar{U}_z = \cos \alpha [i \xi^{(L)} (D_1 + D_2) \bar{\phi} + (-D_1 \frac{\xi^{(T)2}}{g^{(T)}} + g^{(T)}) \bar{w}] - \sin \alpha [i \xi^{(L)} D_1 \bar{\phi} + (-D_1 \frac{\xi^{(T)2}}{g^{(T)}} + g^{(T)}) \bar{w}] \quad (13)$$

$$\bar{U}_x = \sin \alpha [i (D_1 + D_2) \bar{\phi} + (-D_1 \frac{\xi^{(T)2}}{g^{(T)}} + g^{(T)}) \bar{w}] + \cos \alpha [i \beta^{(L)} D_1 \bar{\phi} - D_1 \frac{\xi^{(T)} \beta^{(T)}}{g^{(T)}} \bar{w}] \quad (14)$$

Здесь волновые числа  $\xi$ ,  $\beta$ ,  $g$  определены относительно «старого» репера (рис. 2).

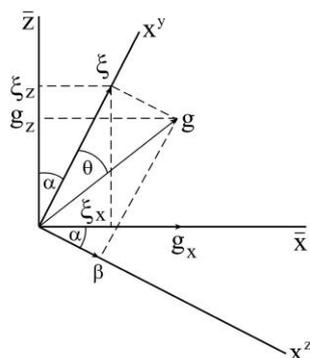


Рис. 2. Схема «взаимосвязи» волновых чисел

Волновые числа  $\xi$ ,  $\beta$ , которые являются проекциями вектора  $\bar{g}$  на «старый» репер  $x^j$ ,  $x^K$  и волновые числа  $g_x$ ,  $g_z$  которые являются проекциями вектора  $\bar{g}$  на «новый репер»  $\bar{z}$ ,  $\bar{x}$  связаны между собой следующими соотношениями:

$$\xi = \frac{\cos \theta}{\sin(\alpha + \theta)} g_x = \frac{\cos \theta}{\cos(\alpha + \theta)} g_z; \quad \beta = \frac{\sin \theta}{\sin(\alpha + \theta)} g_x = \frac{\sin \theta}{\cos(\alpha + \theta)} g_z; \\ g = \frac{g_x}{\sin(\alpha + \theta)} = \frac{g_z}{\cos(\alpha + \theta)}. \quad (15)$$

Подставляя (15) в (14), получим выражения для перемещений в «новых» координатах:

$$\bar{U}_z = i g_z \left( D_1 + \frac{\cos \theta \cos \alpha}{\cos(\alpha + \theta)} D_2 \right) \bar{\phi} + g_z \left( -\cos \theta D_1 + \frac{\cos \alpha}{\cos(\alpha + \theta)} \right) \bar{w}; \\ \bar{U}_x = i g_x \left[ \frac{\cos \theta \sin \alpha}{\cos(\alpha + \theta)} (D_1 + D_2) + \frac{\sin \theta \cos \alpha}{\cos(\alpha + \theta)} D_1 \right] \bar{\phi} + g_x \left[ -\frac{\sin(\alpha + \theta) \cos \theta}{\cos(\alpha + \theta)} D_1 + \frac{\sin \alpha}{\cos(\alpha + \theta)} \right] \bar{w} \quad (16)$$

где, в соответствии с (13) и (15):

$$\bar{\phi} = \phi_0 e^{i g_x \bar{x}} e^{i g_z \bar{z}}; \quad \bar{w} = w_0 e^{i g_x \bar{x}} e^{i g_z \bar{z}}. \quad (17)$$

Аналогично, используя (2), (14) и (15), из (12) получим соотношения для компонент напряжений, входящих в граничные условия задач:

$$\bar{\sigma}_{zz} = \left\{ \cos^2 \alpha \left[ d_1 + d_2 - (d_3 + d_4) \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2(\alpha + \theta)} g_z^2 \right] + \sin 2\alpha \left( \frac{1}{2} d_3 + d_4 \right) \frac{\cos \theta \sin \theta}{\cos^2(\alpha + \theta)} g_z^2 + \sin^2 \alpha \left( d_1 - d_4 \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2(\alpha + \theta)} g_z^2 \right) \right\} \bar{\phi} + \\ + \left\{ \cos^2 \alpha \frac{\cos \theta}{\cos(\alpha + \theta)} i g_z (d_1 + d_2 + d_3 - d_4) \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2(\alpha + \theta)} g_z^2 - \sin 2\alpha \frac{\sin \theta}{\cos(\alpha + \theta)} i g_z \left( \frac{1}{2} d_3 - d_4 \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2(\alpha + \theta)} g_z^2 \right) + \right. \\ \left. + \sin 2\alpha \frac{\cos \theta}{\cos(\alpha + \theta)} i g_z (d_1 - d_4) \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2(\alpha + \theta)} g_z^2 \right\} \bar{w}; \\ \bar{\sigma}_{xz} = \left\{ \frac{1}{2} \sin 2\alpha \left[ d_2 - (d_3 + d_4) \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2(\alpha + \theta)} g_z^2 + d_4 \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2(\alpha + \theta)} g_z^2 \right] - (1 - 2 \sin^2 \alpha) \left( \frac{1}{2} d_3 + d_4 \frac{\cos \theta \sin \theta}{\cos^2(\alpha + \theta)} g_z^2 \right) \right\} \bar{\phi} + \\ + \left\{ \frac{1}{2} \sin 2\alpha \frac{\cos \theta}{\cos(\alpha + \theta)} i (d_2 + d_3 - d_4) \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2(\alpha + \theta)} g_z^2 + (1 - 2 \sin^2 \alpha) \frac{\sin \theta}{\cos(\alpha + \theta)} i \left( \frac{1}{2} d_3 - d_4 \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2(\alpha + \theta)} g_z^2 \right) \right\} \bar{w}; \quad (18)$$

Таким образом, компоненты перемещений и напряжений, входящие в граничные условия (система координат  $\bar{z}$ ,  $\bar{x}$  связана с границей), определяются соотношениями (16)–(18), где проекции волнового вектора  $\bar{g}$  в системах координат  $\bar{z}$ ,  $\bar{x}$  и  $x^j$ ,  $x^K$  связаны соотношениями (15).

Используемые в [5] матрицы  $C$ , характеризующие волновые свойства слоев [9–10], и которые являются основными элементами при построении конкретных решений граничных задач в слоистых конструкциях в данном случае, когда оси  $\bar{z}$ ,  $\bar{x}$  образуют с компонентами репера  $\bar{e}^j$ ,  $\bar{e}^K$  угол  $\alpha$ , имеют вид:

$$C = \begin{pmatrix} c_{(1)} & c_{(2)} \\ c_{(3)} & c_{(4)} \end{pmatrix}, \quad (19)$$

где

$$C = \begin{pmatrix} C_{(1)} = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix} & C_{(2)} = \begin{pmatrix} -c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & -c_{22} \end{pmatrix} \\ C_{(3)} = \begin{pmatrix} c_{31} & c_{32} \\ c_{41} & c_{42} \end{pmatrix} & C_{(4)} = \begin{pmatrix} c_{31} & -c_{32} \\ -c_{41} & c_{42} \end{pmatrix} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e^{i g_z^{(L)} z} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{i g_z^{(T)} z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{-i g_z^{(L)} z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-i g_z^{(T)} z} \end{pmatrix} e^{i g_x x};$$

$$g_x = g_x^{(T)} = g_x^{(L)}; \quad (20)$$

$$C_{11} = i g_z^{(L)} (D_1 + \frac{\cos \theta \cos \alpha}{\cos(\alpha + \theta)} D_2);$$

$$C_{12} = g_z^{(T)} (-\cos \theta D_1 + \frac{\cos \alpha}{\cos(\alpha + \theta)});$$

$$C_{21} = i g_z^{(L)} [\frac{\cos \theta \sin \alpha}{\cos(\alpha + \theta)} (D_1 + D_2) + \frac{\sin \theta \cos \alpha}{\cos(\alpha + \theta)} D_1];$$

$$C_{22} = g_z^{(T)} [-\frac{\sin(\alpha + \theta) \cos \theta}{\cos(\alpha + \theta)} D_1 + \frac{\sin \alpha}{\cos(\alpha + \theta)}];$$

$$C_{31} = \cos^2 \alpha [d_1^{(L)} + d_2^{(L)} - (d_3^{(L)} + d_4^{(L)}) \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2(\alpha + \theta)} g_z^{(L)}] + \sin 2\alpha (\frac{1}{2} (d_3^{(L)} + d_4^{(L)}) \frac{\cos \theta \sin \theta}{\cos^2(\alpha + \theta)} g_z^{(L)} + \sin^2 \alpha (d_1^{(L)} - d_4^{(L)}) \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2(\alpha + \theta)} g_z^{(L)})$$

$$C_{32} = \cos^2 \alpha \frac{\cos \theta}{\cos(\alpha + \theta)} i g_z^{(T)} (d_1^{(T)} + d_2^{(T)} + d_3^{(T)} - d_4^{(T)}) \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2(\alpha + \theta)} g_z^{(T)} - \sin 2\alpha \frac{\sin \theta}{\cos(\alpha + \theta)} i g_z^{(T)} (\frac{1}{2} (d_3^{(T)} - d_4^{(T)}) \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2(\alpha + \theta)} g_z^{(T)} + \sin^2 \alpha \frac{\cos \theta}{\cos(\alpha + \theta)} i g_z^{(T)} (d_1^{(T)} - d_4^{(T)}) \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2(\alpha + \theta)} g_z^{(T)});$$

$$C_{41} = \frac{1}{2} \sin 2\alpha [d_2^{(L)} - (d_3^{(L)} + d_4^{(L)}) \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2(\alpha + \theta)} g_z^{(L)} + d_4^{(L)} \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2(\alpha + \theta)} g_z^{(L)}] - (1 - 2 \sin^2 \alpha) (\frac{1}{2} (d_3^{(L)} + d_4^{(L)}) \frac{\cos \theta \sin \theta}{\cos^2(\alpha + \theta)} g_z^{(L)});$$

$$C_{42} = \frac{1}{2} \sin 2\alpha \frac{\cos \theta}{\cos(\alpha + \theta)} i (d_2^{(T)} + d_3^{(T)} - d_4^{(T)}) \frac{\cos^2 \theta - \sin^2 \theta}{\cos^2(\alpha + \theta)} g_z^{(T)} + (1 - 2 \sin^2 \alpha) \frac{\sin \theta}{\cos(\alpha + \theta)} i (\frac{1}{2} (d_3^{(T)} - d_4^{(T)}) \frac{\cos^2 \theta}{\cos^2(\alpha + \theta)} g_z^{(T)}). \quad (21)$$

В случае, когда  $\alpha = 0$  элементы (21) матрицы  $C$  совпадают с соответствующими элементами этой матрицы для случая совпадения нормали к границе и направления оси симметрии материала, которые представлены формулами (3.82) в [5]. Если  $\alpha = \frac{\pi}{2}$ , то получается случай, когда ось симметрии материала касательна к поверхности границы и формулы (21) совпадают с выражениями (3.89)–(3.91) в [5].

Зная выражения для матриц  $C$ , можно построить решения различных задач, используя научно-методический аппарат, описанный в [5].

**Выводы.** Предлагаемый научно-методический аппарат успешно использован при определении напряженно-деформированного состояния в слоистых конструкциях, выполненных из трансверсально-изотропных материалов, и при анализе результатов диагностики состояния плоскостойких и слоистых цилиндрических конструкций, находящихся в эксплуатации.

#### Библиографический список

1. Тарнопольский, Ю. М. Пространственно-армированные композиционные материалы / Ю. М. Тарнопольский, И. Г. Жигун, В. А. Поляков. — Москва : Машиностроение. — 1987. — 224 с.
2. Справочник по композиционным материалам. Кн.1 / Под ред. Б. Э. Геллера. — Москва : Машиностроение. — 1988. — 448 с.
3. Васильев, В. В. Композиционные материалы. Справочник / В. В. Васильев, В. Д. Протасов, В. В. Болотин и др. — Москва : Машиностроение. — 1990. — 512 с.

4. Сизов, В. П. О скаляризации динамических упругих полей в трансверсально-изотропных средах / В. П. Сизов // Известия РАН. Механика твердого тела. — 1988. — № 5. — С. 55–58.
5. Сизов, В. П. Возбуждение упругих волн в слоистых анизотропных конструкциях. Монография / В. П. Сизов, И. П. Мирошниченко. — Saarbrücken : LAP LAMBERT Academic Publishing. — 2012. — 270 с.
6. Сиротин, Ю. И. Основы кристаллофизики / Ю. И. Сиротин, М. П. Шаскольская. — Москва : Наука. — 1979. — 640 с.
7. Федоров, Ф. И. Теория упругих волн в кристаллах / Ф. И. Федоров. — Москва : Наука. — 1965. — 386 с.
8. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров / Г. Корн, Т. Корн. — Москва : Наука. — 1968. — 720 с.
9. Бреховских, Л. М. Волны в слоистых средах / Л. М. Бреховских. — Москва : АН СССР. — 1957. — 502 с.
10. Виноградова, М. Б. Теория волн / М. Б. Виноградова, О. В. Руденко, А. П. Сухоруков. — Москва : Наука. — 1979. — 384 с.

Поступила в редакцию 18.06.2018

Сдана в редакцию 19.06.2018

Запланирована в номер 05.07.2018

Received 18.06.2018

Submitted 19.06.2018

Scheduled in the issue 05.07.2018

#### **Об авторах:**

**Мирошниченко Игорь Павлович**,  
заведующий кафедрой «Основы конструирования машин» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, доцент,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9450-2500>  
[ipmir@rambler.ru](mailto:ipmir@rambler.ru)

**Сизов Валерий Павлович**,  
ведущий научный сотрудник Ростовского-на-Дону научно-исследовательского института радиосвязи (РФ, 344038, г. Ростов-на-Дону, ул. Нансена 130), доктор технических наук, профессор,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4816-0145>

#### **Authors:**

**Miroshnichenko, Igor P.**,  
Head of the Machine Design Principles  
Department, Don State Technical University (1, Gagarin Square, Rostov-on-Don, 344000, RF), Cand.Sci. (Eng.), associate professor,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9450-2500>  
[ipmir@rambler.ru](mailto:ipmir@rambler.ru)

**Sizov, Valery P.**,  
Leading research scholar, Rostov Scientific Research Institute for Radiocommunication (130, Nansena St., Rostov-on-Don, 344038, RF), Dr.Sci. (Eng.), professor,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4816-0145>

## МЕХАНИКА MECHANICS



УДК 539.3

<https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-265-270>

### Контактная задача для двухслойного цилиндра\*

Д. А. Пожарский<sup>1</sup>, Н. Б. Золотов<sup>2</sup>, И. Е. Семенов<sup>3</sup>, Е. Д. Пожарская<sup>4</sup>, М. И. Чебаков<sup>5\*\*</sup>

<sup>1,3,4</sup> Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

<sup>2,5</sup> Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

### Contact problem for a two-layered cylinder\*\*\*

D. A. Pozharskii<sup>1</sup>, N. B. Zolotov<sup>2</sup>, I. Ye. Semenov<sup>3</sup>, E. D. Pozharskaya<sup>4</sup>, M. I. Chebakov<sup>5\*\*</sup>

<sup>1,2,4</sup> Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

<sup>2,5</sup> Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russian Federation

*Введение.* Актуальность исследования контактных задач для цилиндрических тел обусловлена необходимостью проведения инженерных расчетов на контактную прочность валов, стержней и трубопроводов. В настоящей работе изучается новая контактная задача статической теории упругости о взаимодействии жесткого банджа с бесконечным двухслойным цилиндром, состоящим из внутреннего сплошного и внешнего полого цилиндров, между которыми выполняются условия гладкого контакта. Наружный цилиндрический бандж посажен с натягом и имеет конечную длину. При помощи интегрального преобразования Фурье задача сводится к интегральному уравнению относительно неизвестного контактного давления.

*Материалы и методы.* Рассматриваются разные комбинации линейно-упругих материалов составного цилиндра. Исследуется асимптотика функции-символа ядра интегрального уравнения в нуле и бесконечности, играющая важную роль для использования аналитических методов решения. Для решения интегрального уравнения вводится основной безразмерный геометрический параметр и применяется сингулярный асимптотический метод.

*Результаты исследования.* В соответствии со свойствами функции-символа предложена специальная легко факторизуемая аппроксимация этой функции, пригодная в широком диапазоне изменения параметров задачи. При помощи метода Монте-Карло рассчитаны параметры этой аппроксимации. Получены асимптотические формулы как для контактных давлений, так и для их интегральной характеристики. Расчеты сделаны для разных материалов и относительных толщин цилиндрического слоя, в том числе для тонкостенных слоев.

*Обсуждение и заключения.* Полученные асимптотические решения эффективны для относительно широких банджей, когда размер области контакта превышает диаметр составного цилиндра. Важно, что используемый метод остается применимым и для случаев, когда внешний ци-

*Introduction.* The investigation of the contact problems for cylindrical bodies is urgent due to the engineering contact strength analysis on shafts, cores and pipe-lines. In the present paper, a new contact problem of elastostatics on the interaction between a rigid band and an infinite two-layered cylinder, which consists of an internal continuous cylinder and an outer hollow one, with a frictionless contact between the cylinders, is studied. The outer cylindrical band of finite length is press fitted. By using a Fourier integral transformation, the problem is reduced to an integral equation with respect to the unknown contact pressure.

*Materials and Methods.* Different combinations of linearly elastic materials of the composite cylinder are considered. Asymptotics of the symbol function of the integral equation kernel at zero and infinity is analyzed. This plays an important role for the application of the analytical solution methods. A key dimensionless geometric parameter is introduced, and a singular asymptotic technique is employed to solve the integral equation.

*Research Results.* On the basis of the symbol function properties, a special easily factorable approximation being applicable in a wide variation range of the problem parameters is suggested. The Monte-Carlo method is used to determine the approximation parameters. The asymptotic formulas are derived both for the contact pressure, and for its integral characteristic. Calculations are made for different materials and for various relative thickness of the cylindrical layer including thin-walled layers.

*Discussion and Conclusions.* The asymptotic solutions are effective for relatively wide bands when the contact zone length is bigger than the diameter of the composite cylinder. It is significant that the method is applicable also for those cases

\* Работа выполнена по гранту РФФИ 18-01-00017.

\*\* E-mail: pozharda@rambler.ru, zolotov.nikita.borisovich@gmail.com, ivan.sk6@gmail.com, pozharskaya.elizaveta@rambler.ru, chebakov@math.sfedu.ru

\*\*\* The research is supported by the RFBR Grant 18-01-00017.



линдрический слой можно рассматривать как цилиндрическую оболочку. Асимптотические решения можно рекомендовать инженерам для анализа контактной прочности упругих деталей цилиндрической формы с упругим покрытием из другого материала.

when the outer cylindrical layer is treated as a cylindrical shell. The asymptotic solutions can be recommended to engineers for the contact strength analysis of the elastic barrels with a flexible coating of another material.

**Ключевые слова:** теория упругости, контактные задачи, составной цилиндр, аппроксимация, асимптотика.

**Keywords:** elasticity theory, contact problems, composite cylinder, approximation, asymptotics.

**Образец для цитирования:** Пожарский, А. Д. Контактная задача для двухслойного цилиндра / Д. А. Пожарский [и др]. — Вестник Донского гос. техн. ун-та. — 2018. — Т.18, №3. — С. 265–270. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-265-270>

**For citation:** D.A. Pozharskii, N.B. Zolotov, I.Ye. Semenov, E.D. Pozharskaya, M.I. Chebakov *zuko*. Contact problem for a two-layered cylinder. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no.3, pp. 265–270. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-265-270>

**Введение.** Динамическая контактная задача для преднапряженного упругого цилиндра, наполненного жидкостью, изучалась в работе [1]. Статические контактные задачи для однородных упругих тел цилиндрической формы рассматривались в работах [2–6] при помощи регулярного и сингулярного асимптотических методов. Было установлено [4], что для цилиндрических тел символы ядер интегральных уравнений контактных задач характеризуются более сложным асимптотическим поведением в нуле и бесконечности, чем, например, в контактных задачах для упругой полосы. Это потребовало применения усложненных аппроксимаций этих символов легко факторизуемыми функциями при использовании сингулярного асимптотического метода. Особенно усложняется аппроксимация для полых тонкостенных цилиндров [6]. Предложенная аппроксимация [6] эффективна даже для случаев, когда тонкостенный упругий цилиндр можно рассматривать как цилиндрическую оболочку [7]. Исследовалась контактная задача о взаимодействии упругого кольца с упругим цилиндром [8]. Износ упругого цилиндра анализировался в работе [9]. Цель настоящего исследования — получить решение контактной задачи для составного двухслойного упругого цилиндра на основе сингулярного асимптотического метода и эффективной аппроксимации символа ядра интегрального уравнения.

**Материалы и методы.** В цилиндрических координатах  $r, z$  (при осевой симметрии) рассмотрим бесконечный упругий составной цилиндр внешнего радиуса  $R$ , который состоит из внутреннего сплошного цилиндра радиуса  $R_1 < R$  с упругими параметрами  $\nu_1, G_1$  (коэффициент Пуассона и модуль сдвига) и внешнего цилиндрического слоя с упругими параметрами  $\nu, G$ . Между слоем и внутренним цилиндром выполняются условия скользящей заделки. Рассмотрим контактную задачу о взаимодействии описанного составного цилиндра с жестким бандажом по области  $|z| \leq a$ . При заданном натяге бандажа  $\delta$  требуется определить контактные давления

$$\sigma_r = -q(z) \quad (|z| \leq a).$$

Используя интегральное преобразование Фурье для решения собственно смешанной (контактной) краевой задачи для уравнений Ламе упругого равновесия и вводя безразмерные обозначения (штрихи далее опускаем)

$$\lambda = \frac{R}{a}, \quad \delta' = \frac{\delta}{a}, \quad \zeta' = \frac{z}{a}, \quad q'(\zeta') = \frac{q(\zeta)(1-\nu)}{G}, \quad \varepsilon = \frac{G_1}{G}, \quad k = \frac{R_1}{R} < 1, \quad (1)$$

получим следующее интегральное уравнение относительно  $q(\zeta)$ :

$$\int_{-1}^1 q(\xi) k \left( \frac{\zeta - \xi}{\lambda} \right) d\xi = \pi \delta \quad (|\zeta| \leq 1), \quad k(t) = \int_0^\infty L(u) \cos(ut) du, \quad (2)$$

где символ ядра имеет вид

$$L(u) = -\frac{d_1}{d} I_1 - \frac{d_2}{d} K_1, \quad (3)$$

$$\begin{aligned} d = & (A_{55}A_{66} - A_{56}A_{65})[(A_{12}A_{31} - A_{11}A_{32})(A_{23}A_{44} - A_{24}A_{43}) - \\ & - A_{13}A_{31}(A_{22}A_{44} - A_{24}A_{42}) + A_{14}A_{31}(A_{22}A_{43} - A_{23}A_{42}) + \\ & + A_{13}A_{32}(A_{21}A_{44} - A_{24}A_{41}) - A_{14}A_{32}(A_{21}A_{43} - A_{23}A_{41})] + \\ & + A_{35}A_{56}[(A_{23}A_{44} - A_{24}A_{43})(A_{12}A_{61} - A_{11}A_{62}) + \\ & + (A_{22}A_{44} - A_{24}A_{42})(A_{11}A_{63} - A_{13}A_{61}) + (A_{22}A_{43} - A_{23}A_{42})(A_{14}A_{61} - A_{11}A_{64}) + \\ & + (A_{21}A_{44} - A_{24}A_{41})(A_{13}A_{62} - A_{12}A_{63}) + (A_{21}A_{43} - A_{23}A_{41})(A_{12}A_{64} - A_{14}A_{62}) + \\ & + (A_{21}A_{42} - A_{22}A_{41})(A_{14}A_{63} - A_{13}A_{64})], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 d_1 &= (A_{13}A_{44} - A_{14}A_{43})[A_{32}(A_{56}A_{65} - A_{55}A_{66}) - A_{35}A_{56}A_{62}] - \\
 &- A_{35}A_{56}[A_{12}(A_{43}A_{64} - A_{44}A_{63}) - A_{42}(A_{13}A_{64} - A_{14}A_{63})], \\
 d_2 &= -(A_{13}A_{44} - A_{14}A_{43})[A_{31}(A_{56}A_{65} - A_{55}A_{66}) - A_{35}A_{56}A_{61}] + \\
 &+ A_{35}A_{56}[A_{11}(A_{43}A_{64} - A_{44}A_{63}) - A_{41}(A_{13}A_{64} - A_{14}A_{63})], \\
 A_{11} &= uI_0 - 2(1-\nu)I_1, \quad A_{12} = -uK_0 - 2(1-\nu)K_1, \quad A_{13} = uI_1, \quad A_{14} = -uK_1, \\
 A_{21} &= (3-2\nu)uI_0 - (u^2 + 4(1-\nu))I_1, \quad A_{22} = -(3-2\nu)uK_0 - (u^2 + 4(1-\nu))K_1, \\
 A_{23} &= u(I_1 - uI_0), \quad A_{24} = -u(K_1 + uK_0), \\
 A_{31} &= 2(1-\nu)I_1^*, \quad A_{32} = 2(1-\nu)K_1^*, \quad A_{35} = -4(1-\nu_1)I_1^*, \\
 A_{41} &= ukI_0^* - 2(1-\nu)I_1^*, \quad A_{42} = -ukK_0^* - 2(1-\nu)K_1^*, \quad A_{43} = uI_1^*, \quad A_{44} = -uK_1^*, \\
 A_{55} &= ukI_0^* - 2(1-\nu_1)I_1^*, \quad A_{56} = uI_1^*, \\
 A_{61} &= (3-2\nu)uI_0^* - (u^2k + 4(1-\nu)k^{-1})I_1^*, \\
 A_{62} &= -(3-2\nu)uK_0^* - (u^2k + 4(1-\nu)k^{-1})K_1^*, \\
 A_{63} &= uk^{-1}I_1^* - u^2I_0^*, \quad A_{64} = -uk^{-1}K_1^* - u^2K_0^*, \\
 A_{65} &= -\varepsilon[(3-2\nu_1)uI_0^* - (u^2k + 4(1-\nu_1)k^{-1})I_1^*], \quad A_{66} = -\varepsilon u(I_1^*k^{-1} - uI_0^*), \\
 I_n &= I_n(u), \quad K_n = K_n(u), \quad I_n^* = I_n(uk), \quad K_n^* = K_n(uk), \quad n = 0, 1.
 \end{aligned}$$

Здесь  $I_n(u)$ ,  $K_n(u)$  — модифицированные функции Бесселя. Безразмерный параметр  $\lambda$  характеризует относительную ширину области контакта.

Функция  $L(u)$  в нуле и бесконечности ведет себя следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \lim_{u \rightarrow 0} L(u) &= L(0) = \frac{(\nu-1)(1+\varepsilon-\nu_1+\varepsilon\nu_1) + k^2\varepsilon_1}{2(\nu-1)[(\nu+1)(1+\varepsilon-\nu_1+\varepsilon\nu_1) + k^2\varepsilon_1]}, \\
 \varepsilon_1 &= (\nu+1)(\nu_1-1) - \varepsilon(\nu-1)(\nu_1+1). \tag{4} \\
 L(u) &= \frac{1}{u} + \frac{D}{u^2} + o(u^{-2}) \quad (u \rightarrow +\infty), \quad D = 1 - 2\nu.
 \end{aligned}$$

При  $k=0$  значение  $L(0)$  совпадает с известным для однородного сплошного цилиндра [4].

Для решения уравнения (2) применим сингулярный асимптотический метод [3,4], эффективный при достаточно малых значениях  $\lambda$ . С целью применения метода Винера–Хопфа [10] использовалась легко факторизуемая аппроксимация функции  $L(u)$  (3) выражением

$$L^*(u) = \frac{\sqrt{u^2 + B^2}}{u^2 + C^2} \exp\left(\frac{D}{\sqrt{u^2 + 10^4}}\right) \frac{u^2 + A^2G^2}{u^2 + G^2}, \quad C^2 = \frac{A^2B}{L(0)} \exp\left(\frac{D}{10^2}\right). \tag{5}$$

При расчетах брали два случая: 1) железо внутри, цинк снаружи ( $\varepsilon=2,126$ ,  $\nu=0,27$ ,  $\nu_1=0,28$ ); 2) алюминий внутри, цинк снаружи ( $\varepsilon=0,779$ ,  $\nu=0,27$ ,  $\nu_1=0,34$ ). В таблице 1 даны значения параметров аппроксимации (5), ее относительная погрешность на действительной оси  $\theta$  (%), рассчитанные при использовании метода Монте-Карло при разных относительных толщинах внешнего слоя  $k$ .

Таблица 1

Параметры аппроксимации

$k$	$A$	$B$	$G$	$\theta$	$A$	$B$	$G$	$\theta$
	Железо внутри цинка				Алюминий внутри цинка			
0,10	1,230	1,549	4,638	2,5	0,451	6,113	3,394	3
0,30	1,291	1,563	4,042	2,5	0,888	5,977	3,029	3
0,50	1,296	1,851	5,006	3,0	2,399	1,467	2,524	5
0,70	1,258	2,057	6,376	3,0	0,720	7,945	2,512	7
0,90	1,024	4,360	92,381	5,0	1,481	9,890	9,369	5
0,99	3,540	24,178	5,347	7,0	1,178	5,535	235,946	10

Поскольку, как следует из (4),

$$\lim_{k \rightarrow 1} L(0) = \frac{1 - \nu_1}{2\varepsilon(1 - \nu)(1 + \nu_1)}, \quad (6)$$

то в случае малых  $\varepsilon$  аппроксимация, рассчитываемая по формуле (5), для тонких внешних слоев должна усложняться путем увеличения числа входящих в нее параметров.

**Результаты исследования.** В результате применения метода Винера–Хопфа главный член асимптотического решения интегрального уравнения (2) при малых  $\lambda$  можно построить в форме

$$q(\zeta) = \frac{\delta}{\lambda} \left[ \omega\left(\frac{1+\zeta}{\lambda}\right) + \omega\left(\frac{1-\zeta}{\lambda}\right) - \frac{1}{L(0)} \right] \quad (|\zeta| \leq 1), \quad (7)$$

$$\omega(s) = \frac{W(s) + I(s)}{\sqrt{L(0)}}, \quad I(s) = -\frac{D}{\pi} \int_0^s W(s-\tau) K_0(10^2 \tau) d\tau,$$

$$W(s) = \frac{\exp(-Bs)}{\sqrt{\pi s}} + \frac{C}{\sqrt{B}} \operatorname{erf}(\sqrt{Bs}) + \left(\frac{1}{A} - 1\right) Q(AG, s),$$

$$Q(F, s) = \frac{F - C}{\sqrt{B - F}} \exp(-Fs) \operatorname{erf}(\sqrt{(B - F)s}) + \frac{C}{\sqrt{B}} \operatorname{erf}(\sqrt{Bs}).$$

Здесь  $\operatorname{erf}(x)$  — интеграл вероятностей.

Для интегральной характеристики решения

$$P = \int_{-1}^1 q(\zeta) d\zeta \quad (8)$$

на основании формул (7) получим выражение

$$\frac{P}{\delta} = \frac{2}{\sqrt{L(0)}} \left[ Z\left(\frac{2}{\lambda}\right) + J\left(\frac{2}{\lambda}\right) \right] - \frac{2}{\lambda L(0)}, \quad J(s) = -\frac{D}{\pi} \int_0^s Z(s-\tau) K_0(10^2 \tau) d\tau, \quad (9)$$

$$Z(s) = \frac{C}{\sqrt{B}} \left[ \left( s - \frac{1}{2B} + \frac{1}{C} \right) \operatorname{erf}(\sqrt{Bs}) + \sqrt{\frac{s}{\pi B}} \exp(-Bs) \right] + \left( \frac{1}{A} - 1 \right) T(AG, s),$$

$$T(F, s) = \frac{C}{\sqrt{B}} \left[ \left( s - \frac{1}{2B} + \frac{1}{C} - \frac{1}{F} \right) \operatorname{erf}(\sqrt{Bs}) + \sqrt{\frac{s}{\pi B}} \exp(-Bs) \right] - \left( 1 - \frac{C}{F} \right) \frac{\exp(-Fs)}{\sqrt{B - F}} \operatorname{erf}(\sqrt{(B - F)s}).$$

Как показывают расчеты, погрешность асимптотик (7), (9) при  $\lambda < 1$  не превышает  $(5 + \theta)\%$ , где  $\theta$  — погрешность аппроксимации (5).

В таблице 2 приведены значения интегральной характеристики  $P\delta^{-1}$ , рассчитанные по формулам (9) при разных значениях  $k$  и  $\lambda$ .

Таблица 2

Значения  $P\delta^{-1}$

$\lambda =$	2	1	0,5	0,25	2	1	0,5	0,25
$k$	Железо внутри цинка				Алюминий внутри цинка			
0,10	3,25	5,77	10,9	21,1	3,22	5,71	10,8	20,9
0,30	3,37	6,02	11,4	22,2	3,20	5,65	10,7	20,7
0,50	3,67	6,65	12,7	24,8	3,09	5,51	10,5	20,4
0,70	4,22	7,78	15,0	29,4	2,96	5,33	10,2	19,9
0,90	5,60	10,3	19,6	38,2	2,93	5,28	9,99	19,4
0,99	6,91	12,3	23,2	44,9	2,99	5,31	9,94	19,2

**Заключение.** Как видно из таблицы 2, с уменьшением  $\lambda$  интегральная характеристика контактных давлений возрастает, что связано с увеличением площади области контакта. Для случая более прочного материала внутри цинка (железа) контактные давления больше, чем для алюминия внутри цинка. С утончением слоя цинка вокруг железа (при возрастании  $k$ ) контактные давления существенно возрастают. При утончении слоя цинка вокруг алюминия этого не наблюдается, поскольку модуль продольной упругости (а также модуль

сдвига) у алюминия немного меньше, чем у цинка. Найденные асимптотики можно рекомендовать инженерам для анализа контактных прочностных характеристик деталей цилиндрической формы с покрытием.

#### Библиографический список

1. Belyankova, T. I. The dynamic contact problem for a prestressed cylindrical tube filled with a fluid / T.I. Belyankova, V.V. Kalinchuk // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. — 2009. — Vol. 73, No. 2. — P. 209–219. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jappmathmech.2009.04.011>.
2. Александров, В. М. Контактные задачи в машиностроении / В. М. Александров, Б. Л. Ромалис. — Москва : Машиностроение, 1986. — 176 с.
3. Aizikovich, S.M. The axisymmetric contact problem of the indentation of a conical punch into a half-space with a coating inhomogeneous in depth / S.M. Aizikovich, A.S. Vasil'ev, S.S. Volkov // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. — 2015. — Vol. 79, No. 5. — P. 500–505. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jappmathmech.2016.03.011>.
4. Krenev, L.I. Indentation of a functionally graded coating on an elastic substrate by a shpero-conical indenter / L.I. Krenev, E.V. Sadyrin, S.M. Aizikovich, T.I. Zubar / Springer Proceedings in Physics. — 2017. — Vol. 193. — P. 397–405. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-319-56062-5\\_33](https://doi.org/10.1007/978-3-319-56062-5_33).
5. Пожарский, Д. А. К одной задаче Белокопя А. В. / Д. А. Пожарский, Н. Б. Золотов // Вестник Донского гос. техн. ун-та. — 2017. — Т. 17, № 2. — С. 7–11. DOI: <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2017-17-2-7-11>.
6. Золотов, Н. Б. К контактнм задачам для цилиндра / Н. Б. Золотов, Д. А. Пожарский, Е. Д. Пожарская // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки. — 2017. — № 2. — С. 12–14. DOI: <https://doi.org/10.23683/0321-3005-2017-2-12-14>.
7. Григолюк, Э. И. Контактные задачи теории пластин и оболочек / Э. И. Григолюк, В. М. Толкачев. — Москва : Машиностроение, 1980. — 411 с.
8. Arutyunyan, N.Kh. On the contact interaction of an elastic ring with an elastic cylinder / N.Kh. Arutyunyan // Mechanics of Solids. — 1994. — Vol. 29, No. 2. — P. 194–197.
9. Goriacheva, I. G. Contact problem in the presence of wear for a piston ring inserted into cylinder / I.G. Goriacheva // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. — 1980. — Vol. 44, No. 2. — P. 255–257.
10. Нобл, Б. Метод Винера-Хопфа / Б. Нобл. — Москва : Изд-во иностранной литературы, 1962. — 276 с.

Поступила в редакцию 29.01.2018  
Сдана в редакцию 30.01.2018  
Запланирована в номер 21.06.2018

Received 29.01.2018  
Submitted 30.01.2018  
Scheduled in the issue 21.06.2018

#### Об авторах:

**Пожарский Дмитрий Александрович**,  
заведующий кафедрой «Прикладная математика»  
Донского государственного технического университе-  
та (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),  
доктор физико-математических наук, профессор,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6372-1866>  
[pozharda@rambler.ru](mailto:pozharda@rambler.ru)

**Золотов Никита Борисович**,  
магистрант Института математики, механики и  
компьютерных наук им. И.И. Воровича Южного  
федерального университета (РФ, 344090,  
г. Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 8-а),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2193-0616>  
[zolotov.nikita.borisovich@gmail.com](mailto:zolotov.nikita.borisovich@gmail.com)

#### Authors:

**Pozharskii, Dmitry A.**,  
Head of the Applied Mathematics Department, Don State  
Technical University (1, Gagarin Square, Rostov-on-Don,  
344000, RF), Dr.Sci. (Phys.-Math.), professor,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6372-1866>  
[pozharda@rambler.ru](mailto:pozharda@rambler.ru)

**Zolotov, Nikita B.**,  
graduate student, Vorovich Institute for Mathematics,  
Mechanics, and Computer Science, Southern Federal  
University (8-a, ul. Milchakova, Rostov-on-Don,  
344090, RF),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-2193-0616>  
[zolotov.nikita.borisovich@gmail.com](mailto:zolotov.nikita.borisovich@gmail.com)

**Семенов Иван Евгеньевич,**

студент кафедры «Прикладная математика» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1)  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9247-0055>  
[ivan.sk6@gmail.com](mailto:ivan.sk6@gmail.com)

**Пожарская Елизавета Дмитриевна,**

студентка кафедры «Прикладная математика» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5745-6135>  
[pozharskaya.elizaveta@rambler.ru](mailto:pozharskaya.elizaveta@rambler.ru)

**Чебаков Михаил Иванович,**

главный научный сотрудник Института математики, механики и компьютерных наук им. И. И. Воровича Южного федерального университета (РФ, 344090, г. Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 8-а), доктор физико-математических наук, профессор,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2075-1760>  
[chebakov@math.sfedu.ru](mailto:chebakov@math.sfedu.ru)

**Semenov, Ivan E.,**

student of the Applied Mathematics Department, Don State Technical University (1, Gagarin Square, Rostov-on-Don, 344000, RF),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-9247-0055>  
[ivan.sk6@gmail.com](mailto:ivan.sk6@gmail.com)

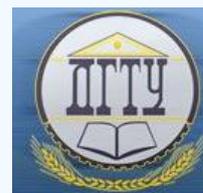
**Pozharskaya, Elizaveta D.,**

student of the Applied Mathematics Department, Don State Technical University (1, Gagarin Square, Rostov-on-Don, 344000, RF),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5745-6135>  
[pozharskaya.elizaveta@rambler.ru](mailto:pozharskaya.elizaveta@rambler.ru)

**Chebakov, Mikhail I.,**

Chief Research Scholar, Vorovich Institute for Mathematics, Mechanics, and Computer Science, Southern Federal University (8-a, ul. Milchakova, Rostov-on-Don, 344090, RF), Dr.Sci. (Phys.-Math.), professor,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-2075-1760>  
[chebakov@math.sfedu.ru](mailto:chebakov@math.sfedu.ru)

# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 631.517:631.415.330.138.1

<https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-271-279>

## Reliability-based design optimization using optimum safety factors for large-scale problems\*

Ghias Kharmanda<sup>1</sup>, I. R. Antypas<sup>2\*\*</sup>

<sup>1</sup> Lund University, Lund, Sweden

<sup>2</sup> Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

## Надежность оптимизации дизайна с использованием оптимальных факторов безопасности для крупномасштабных задач\*\*\*

Харманда М. Г.<sup>1</sup>, Антибас И. Р.<sup>2\*\*</sup>

<sup>1</sup> Лундский университет, г. Лунд, Швеция

<sup>2</sup> Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

*Введение.* Модель, основанная на оптимизации надёжности, (RBDO) уменьшает структурный вес в некритических регионах, обеспечивает не только улучшенную конструкцию, но и более высокий уровень уверенности в дизайне.

*Материалы и методы.* Классический подход RBDO может быть выполнен в двух отдельных пространствах: физическом пространстве и нормированном пространстве. Поскольку в вышеупомянутых двух пространствах требуется очень много повторных исследований, расчётное время для такой оптимизации является большой проблемой. Эффективный метод, называемый Optimum Safety Factor (OSF), разработан и успешно применяется к нескольким инженерным приложениям.

*Результаты исследования.* Численное приложение по крупномасштабной задаче при усталостной нагрузке показывает эффективность разработанного метода RBDO относительно детерминированной оптимизации дизайна (DDO). Эффективность метода OSF также распространяется на несколько режимов отказоустойчивости для управления несколькими выходными параметрами, такими как структурный объем и атрибут повреждения.

*Обсуждение и заключения.* Упрощенная стратегия внедрения структуры OSF состоит из единственной задачи по оптимизации оценки проектной точки и прямой оценки оптимального решения с учетом составов OSF. Он предоставляет разработчикам эффективные решения, которые должны быть экономичными, удовлетворяющими требуемому уровню надежности с сокращённым расчётным временем.

*Introduction.* Reliability-Based Design Optimization (RBDO) model reduces the structural weight in uncritical regions, does not only provide an improved design but also a higher level of confidence in the design.

*Materials and Methods.* The classical RBDO approach can be carried out in two separate spaces: the physical space and the normalized space. Since very many repeated researches are needed in the above two spaces, the computational time for such an optimization is a big problem. An efficient method called Optimum Safety Factor (OSF) method is developed and successfully put to use in several engineering applications.

*Research Results.* A numerical application on a large scale problem under fatigue loading shows the efficiency of the developed RBDO method relative to the Deterministic Design Optimization (DDO). The efficiency of the OSF method is also extended to multiple failure modes to control several output parameters, such as structural volume and damage criterion.

*Discussion and Conclusions.* The simplified implementation framework of the OSF strategy consists of a single optimization problem to evaluate the design point, and a direct evaluation of the optimum solution considering OSF formulations. It provides designers with efficient solutions that should be economic, satisfying a required reliability level with a reduced computing time.

**Ключевые слова:** оптимизация на основе надежности, структурная надежность, факторы безопасности

**Keywords:** Reliability-Based Design Optimization, Structural Reliability, Safety Factors



\* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

\*\* E-mail: ghias.kharmanda@bme.lth.se, imad.antypas@mail.ru

\*\*\* The research is done within the frame of the independent R&D.

**Образец для цитирования:** Харманда, М. Г. Надежность оптимизации дизайна с использованием оптимальных факторов безопасности для крупномасштабных задач / М. Г. Харманда, И. Р. Антибас // Вестник Донского гос. техн. ун-та. — 2018. — Т.18, №3. — С. 271–279. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-271-279>

**For citation:** Kharmanda Ghias, I.R. Antypas Imad. Reliability-based design optimization using optimum safety factors for large-scale problems. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no.3, pp. 271–279. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-271-279>

## 1. Introduction

When Deterministic Design Optimization (DDO) methods are used, deterministic optimum designs are usually pushed to the design constraint boundary, leaving little or no room for tolerances (or uncertainties) in design, manufacture, and operating processes. So, deterministic optimum designs obtained without consideration of uncertainties may lead to unreliable designs, therefore calling for Reliability-Based Design Optimization (RBDO). An RBDO solution that reduces the structural weight in uncritical regions does not only provide an improved design but also a higher level of confidence in the design. The basic idea is to couple the reliability analysis with optimization problems. This coupling is a complex task, drawing on a high computing time and convergence stability, which seriously limits its applicability in real problems. To overcome these difficulties, several methods have been elaborated [1]. These methods can be classified into two categories: numerical and semi-numerical methods. An efficient numerical method called Hybrid Method is based on simultaneous solution to the reliability and the optimization problem. It has successfully reduced the computational time problem. The advantage of the hybrid method allows us to satisfy a required reliability level for different cases (static, dynamic, ...), but the vector of variables here contains both deterministic and random variables. To overcome both difficulties, an efficient semi-numerical method called Optimum Safety Factor (OSF) method has been proposed to solve problems in statics [2], and also an efficient alternative semi-numerical method called Safest Point Method (SP) has been proposed to solve problem in dynamics [3]. Recently, a Robust Hybrid Method (RHM) is also developed to overcome the HM difficulties in order to solve multiaxial fatigue damage analysis problems [4]. The RHM leads to robust solution comparing with the HM, but the computing time is still a big drawback.

## 2. Reliability-Based Design Optimization

### 2.1 Developments

The computational cost of sequential RBDO approaches is much higher than the DDO procedure. Several developments accelerated the use of the RBDO model. The Reliability Index Approach (RIA) and the Performance Measure Approach (PMA) have been proposed [5]. Next, the sequential optimization and reliability assessment (SORA) is developed to improve the efficiency of probabilistic optimization [6]. The SORA method employs a single-loop strategy with a serial of cycles of deterministic optimization and reliability assessment. The major difficulty lies in the evaluation of the probabilistic constraints, which is prohibitively expensive and even diverges for many applications. It is clear that efforts were directed towards the development of efficient techniques to perform the reliability analysis. Here, the reliability index is computed iteratively that leads to an enormous amount of computer time in the whole design process.

### 2.2 Basic RBDO formulations

Traditionally, for the reliability-based design optimization procedure, two spaces are used: the physical space and the normalized space [7,8]. Therefore, the reliability-based design optimization is performed by nesting the following two problems:

1. Optimization problem:

$$\begin{aligned} \min_x \quad & f(x) \\ \text{subject to} \quad & g_k(x) \leq 0, \quad k = 1, \dots, K \\ \text{and} \quad & \beta(x, u) \geq \beta_t \end{aligned} \quad (1)$$

where  $f(x)$  is the objective function,  $g_k(x) \leq 0$  are the associated constraints,  $\beta(x, u)$  is the reliability index of the structure, and  $\beta_t$  is the target reliability.

2. Reliability analysis: the reliability index  $\beta(x, u)$  is the minimum distance between the limit state function  $H(\mathbf{u})$  and the origin, see Figure 1b. This index is determined by solving the minimization problem:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{u}} \quad & d(\mathbf{u}) \\ \text{subject to} \quad & H(\mathbf{u}) = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

where  $d(\mathbf{u})$  is the distance in the normalized random space, given by  $d = \sqrt{\sum u_i^2}$ , and  $H(\mathbf{u})$  is the performance function (or limit state function) in the normalized space, defined such that  $H(\mathbf{u}) \leq 0$  implies failure, see Figure 1b. In the physical space, the image of  $H(\mathbf{u})$  is the limit state function  $G(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ , see Figure 1a. Using the classical approach, the RBDO process is carried out in two spaces. That leads to a high computational time problem. Therefore, there is a strong need to develop efficient methods [9].

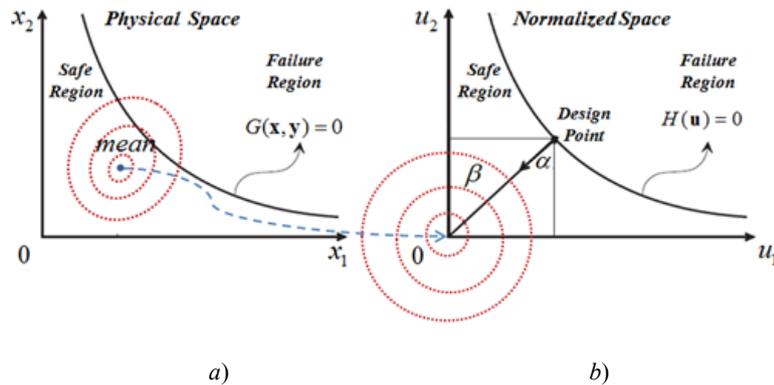


Fig. 1. Physical and normalized spaces

In the field of reliability-based design optimization, we distinguish between two types of variables:

1. **The optimization variables**, which are deterministic variables to be adjusted with a view to optimizing the sizing; they represent the control parameters of the mechanical system (i.e. dimensions, materials, loads, etc.), and the probabilistic model (i.e. means and standard deviations of random variables);
2. **The random variables**, which represent the uncertainties in the system. Each of these variables is identified by the type of distribution law and the associated parameters. These variables may be the geometric dimensions, the characteristics of the material or the external loads.
3. **Optimum Safety Factor (OSF)**

The Partial Safety Factors (PSF) presented in [10] use the calibration methods that need to propose some constraints during the calibration process to increase the efficiency and the accuracy. The resulting solution when using PSF may not represent a global or even local optimum. It may satisfy the required reliability level because of the efficiency of the used optimization algorithm. An efficient OSF method essentially depends on the satisfaction of the optimality conditions of the reliability index problem (2). This method provides the designer at least with a local reliability-based optimum without additional computing cost. This method has been basically developed for a normal distribution case [11]. In this work, it is generalized to be applied to a single and multiple failure cases.

### 3.1 Single Failure Mode (SFM)

The SFM reliability problem can be written as:

$$\beta^{SFM} = \min d(u_i) = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2} \quad \text{s.t.:} \quad H(u_1, u_2, \dots, u_n) \leq 0 \quad (3)$$

where  $d(u_i)$  is the minimum distance between the design point and the optimal solution. And  $H(u_i) \leq 0$  represent the failure mode. The corresponding analytical formulation using OSF can be written as follows:

$$u_i^* = \beta_i \sqrt{\frac{\left| \frac{\partial G}{\partial y_i} \right|}{\sum_{j=1}^n \left| \frac{\partial G}{\partial y_j} \right|}}, \quad i = 1, \dots, n \quad (4)$$

where the sign of  $\pm$  depends on the sign of the derivative, i.e.,

$$\frac{\partial G}{\partial y_i} > 0 \Leftrightarrow u_i^* > 1 \quad \text{and} \quad \frac{\partial G}{\partial y_i} < 0 \Leftrightarrow u_i^* < 1, \quad i = 1, \dots, n$$

Formulation (4) provides different optimum values of the normalized variables at the design point and taking into account a single failure mode. In [2], a similar formulation can be found for several distributions.

### 3.2 Multiple Failure Mode (MFM)

Using the same OSF developments for a single failure mode [2], the MFM problem can be written as:

$$\beta^{MFM} = \min d(u_i) = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2} \quad \text{s.t.:} \quad H_j(u_1, u_2, \dots, u_m) \leq 0 \quad (5)$$

$H_j(u_i) \leq 0$  represent the different failure modes. The corresponding analytical formulation using OSF can be written as follows:

$$u_i^* = \pm \beta_i \sqrt{\frac{\left| \sum_{j=1}^m \frac{\partial G_j}{\partial y_i} \right|}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \left| \frac{\partial G_j}{\partial y_i} \right|}} \quad (6)$$

Formulation (6) provides different optimum values of the normalized variables at the design point and taking into account several failure modes.

### 3.3 OSF algorithm

The Optimum Safety Factor (OSF) algorithm can be easily implemented in three principal steps (Fig. 2). The first step is to determine the design point considering the most active constraint as a limit state function  $G(y)$ . The optimization problem is to minimize the objective function subject to the limit state and the deterministic constraints. The resulting solution is termed the design point. The second step is to compute the safety factors using the equations (4) and (6). The third step is to calculate the optimal solution including the values of the safety factors in the computation of the values of the design variables and then determine the optimum design of the structure.

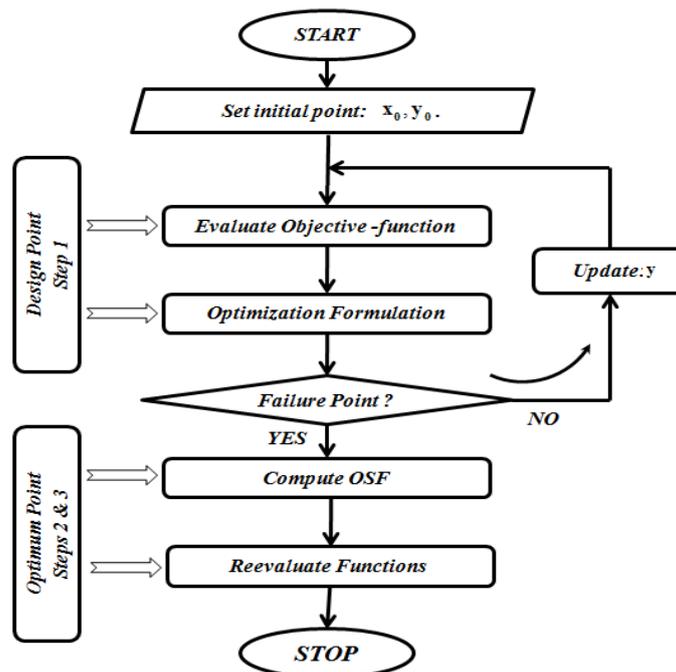


Fig. 2. OSF algorithm

#### 4. Numerical Application

The objective of this application is to show the advantage of the RBDO by OSF relative to the DDO when dealing with SFM and MFM. The corresponding material properties are: Young's modulus  $E = 206.8\text{GPa}$ , Poisson's ratio  $\nu = 0.29$  and density  $\rho = 7820\text{ kg/m}^3$ . The endurance limits for the reversed tension stress and torsion stress  $f\text{-}1$  and  $t\text{-}1$  stated after 2.106 cycles are equal to 252MPa and 182MPa, respectively. For more details about the fatigue data and methods of this example, the interested reader can refer to [12]. The length and the height of the studied plate are:  $L=0.14\text{ m}$  and  $H=0.1\text{ m}$ , respectively (Fig. 3a). In finite element analysis, the plate is supposed simply fixed on its four edges and is modelled by 32 eight-node square elements which produce no out-of-plane stress (Fig. 3b). Here, the thickness of each element  $T_i$  is considered as a random variable and its mean as a deterministic variable that leads to 32 deterministic variables and 32 random variables.

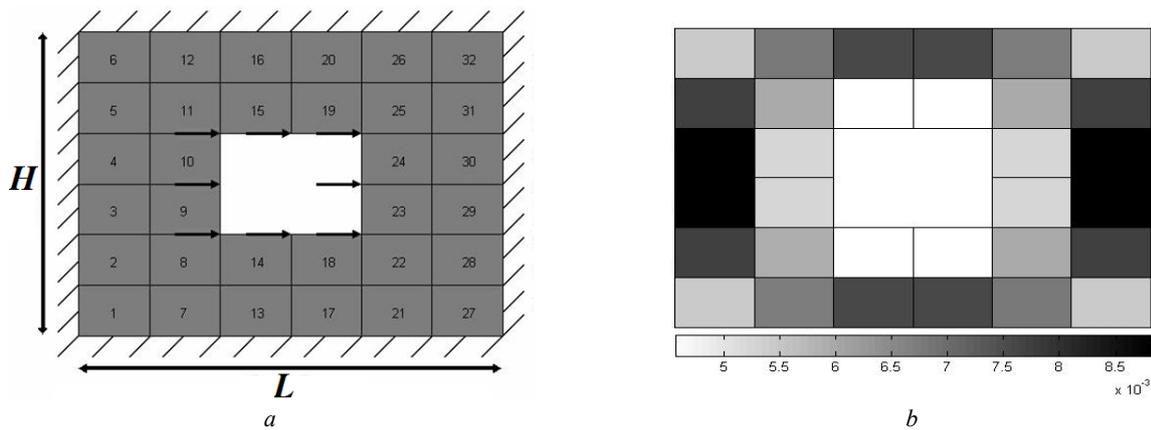


Fig. 3:

a - Dimensions of the perforated plate and  
 b - Thickness distribution for resulting optimum design

The objective of the DDO procedure is to minimize the volume subject to the fatigue damage constraints. Here, we consider a global safety factor  $S_f = 1.25$  applied to the damage  $D_{\max}$  and based on the engineering experience. The RBDO procedure cannot control not only the reliability level but several output parameters. In [2], the reliability level has been controlled considering a target reliability level, however, here we seek to control the other output parameters such as the structural volume and the damage criterion.

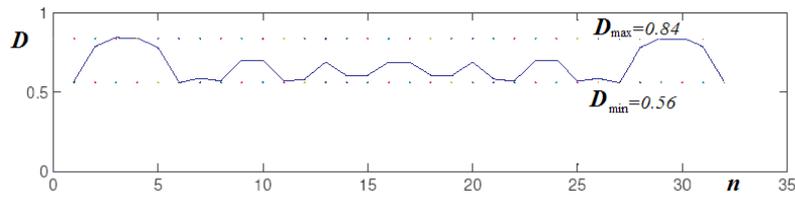
The DDO and RBDO results in table (1) show that the DDO cannot provide the designer with a required reliability level while RBDO by OSF allow controlling the safety levels. According to the problems 3 and 5, the value of the global safety factor is applied to the upper damage limit  $D_U = 1$  to be  $S_f = 1.25$ . This way the allowable damage will be:  $D_w = 0.8$ . The standard deviations are considered as proportional of the mean values:  $\sigma_i = 0.5m_i, i=1, \dots, 32$ . After having optimized the structure, the resulting DDO volume (Table 1) was found to be  $V_{DDO} = 105.64\text{ cm}^3$ . The corresponding reliability index was found to be:  $\beta_{DDO} = 2.73$ . This resulting value does not belong to the standard structural engineering norm  $\beta_{DDO} = 2.73 \notin [3-4.25]$ . However, for the same optimum volume, the RBDO for multiple failure modes (using 5 and 6) provides the designer with a more reliable optimum structure with  $\beta_{RBDO^v} = 3.64$ . Figures 4a and b show the interval of the damage distribution of all structure thickness for DDO and RBDO in the same volume  $V_{DDO} \approx V_{RBDO}^v$ . The resulting damage distribution interval of RBDO by OSF [0.52,0.8] is better than the resulting one by DDO [0.4,0.8]. While Figures 4b and c show the interval of the damage distribution of all structure thickness for DDO and RBDO for the same maximum damage values  $D_{DDO} = D_{RBDO}^v = 0.8$ . The RBDO by OSF provides the designer with an optimum structure with an increase 7% but more reliable by 45% relative to the resulting structure by DDO ( $\beta_{RBDO^p} = 3.78 > \beta_{DDO} = 2.73$ ). Here, the resulting damage distribution interval of RBDO by OSF [0.56,0.84] is also better than the resulting one by DDO [0.4,0.8]. Thus, when obtaining a better damage distribution interval, the volume is reduced in the non-critical structural regions that leads to economic and reliable designs.

Table 1

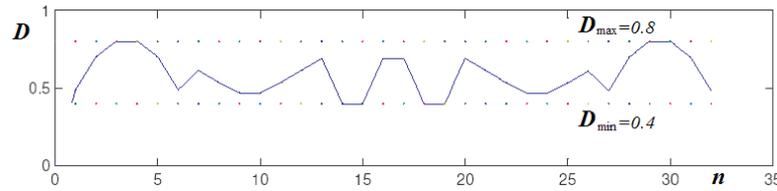
DDO and RBDO results for  $\beta^{SFM}$

Parameters	Design Point	Optimum Solutions		
		RBDO <sup>V</sup>	DDO	RBDO <sup>D</sup>
Volume	81.9770	105.53	105.64	112.70
$D_{U_{max}}$	$0.9945 \approx 1$	0.84	0.8	0.8
$\beta^{SFM}$	0	3.64	2.73	3.78
$T_1$	5.5784	8.914	7.7839	9.665
$T_2$	7.7249	11.477	9.2979	12.434
$T_3$	8.7796	8.340	10.1057	8.732
$T_4$	8.7876	8.328	10.1055	8.718
$T_5$	7.7435	11.571	9.2976	12.536
$T_6$	5.604	9.001	7.7838	9.759
$T_7$	6.8081	12.024	8.6421	13.129
$T_8$	6.0581	8.675	8.1291	9.265
$T_9$	5.3822	3.715	7.5599	3.738
$T_{10}$	5.3866	3.745	7.5597	3.770
$T_{11}$	6.0644	8.678	8.1290	9.266
$T_{12}$	6.8267	12.063	8.6422	13.169
$T_{13}$	7.605	10.503	9.2265	11.214
$T_{14}$	4.7228	4.081	7.1685	4.157
$T_{15}$	4.7194	4.061	7.1689	4.136
$T_{16}$	7.608	10.507	9.2268	11.218
$T_{17}$	7.6074	10.504	9.2267	11.214
$T_{18}$	4.7191	4.057	7.1688	4.131
$T_{19}$	4.7231	4.082	7.1685	4.159
$T_{20}$	7.6056	10.509	9.2264	11.220
$T_{21}$	6.8256	12.057	8.6421	13.162
$T_{22}$	6.0637	8.675	8.1290	9.262
$T_{23}$	5.3861	3.738	7.5597	3.762
$T_{24}$	5.3825	3.721	7.5599	3.745
$T_{25}$	6.0588	8.680	8.1291	9.270
$T_{26}$	6.8093	12.031	8.6421	13.137
$T_{27}$	5.6029	8.992	7.7838	9.749
$T_{28}$	7.7425	11.557	9.2976	12.521
$T_{29}$	8.7871	8.311	10.1055	8.699
$T_{30}$	8.7799	8.351	10.1057	8.744
$T_{31}$	7.7257	11.491	9.2979	12.450
$T_{32}$	5.5794	8.922	7.7839	9.674

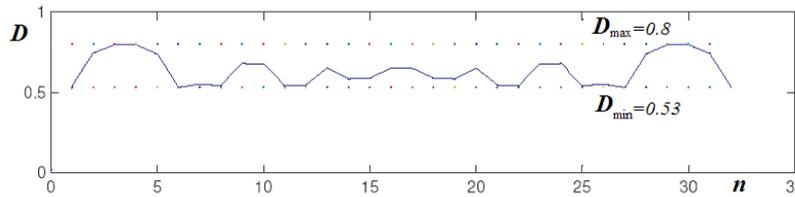
The structural reliability level is improved because the OSF-based solution essentially depends on the sensitivity study which determines the role of each parameter relative to the failure probability. For the computing time, the DDO procedure needs to solve two sequential optimization problems (1) and (2) while the RBDO by OSF can realize the operation in only one single optimization problem.



a) Optimum Solution by  $RBDO^V$ ,  $D_{max}=0.84$  Volume=105,  $\beta = 3.64$ ,  $D \in [0.56, 0.84]$



b) Optimum Solution by DDO,  $D_{max}=0.8$ , Volume=105,  $\beta = 2.73$ ,  $D \in [0.4, 0.8]$



c) Optimum Solution by  $RBDO^P$ ,  $D_{max}=0.8$ , Volume=112,  $\beta = 3.78$ ,  $D \in [0.53, 0.8]$

Figure 4. Resulting damage distribution intervals by DDO and RBDO procedures

Table 2 presents the different OSF results considering the linear and nonlinear distributions (normal, lognormal, uniform, Weibull and Gumbel distributions), see [2], satisfying a required reliability level  $\beta = 3$ . The required reliability level can be considered as a given data and the algorithm converges to the optimum design that verifies the requirements (controllable designs: reliability, volume, damage ...). For the computing time consumption, for a single failure mode, when using DDO procedure, two optimization processes are used (the first is to find the optimum solution and the second is to find the design point). The problem becomes much more complex for multiple failure modes where each failure mode needs a separate optimization process to find the corresponding design point. However, the RBDO by OSF needs only a single optimization process to find the design point and next the optimum solution is analytically computed using OSF-SFM or OSF-MFM formulations. The RBDO by OSF is then carried out without additional computing time because it has a single variable vector that defines the design point.

Table 2

Linear and nonlinear RBDO result for required reliability index  $\beta = 3$

Structural Parameters	Design Point	Optimum RBDO solutions				
		Normal	Lognormal	Uniform	Weibull	Gumbel
Volume	81.97	86.63	86.92	88.22	85.59	83.28
$D_{max}$	$0.99 \approx 1$	0.94	0.93	0.92	0.95	0.98
$\beta$	0	3.00	3.00	3.00	3.00	3.00
$P_f$	50%	$\approx 0.1\%$	$\approx 0.1\%$	$\approx 0.1\%$	$\approx 0.1\%$	$\approx 0.1\%$
$T_1$	5.5784	5.8679	5.8890	5.9694	5.7954	5.6604
$T_2$	7.7249	8.1947	8.2203	8.3520	8.0980	7.8541
$T_3$	8.7796	9.3409	9.3684	9.5255	9.2330	8.9342
$T_4$	8.7876	9.3488	9.3763	9.5334	9.2407	8.9428
$T_5$	7.7435	8.2130	8.2387	8.3704	8.1160	7.8739

$T_6$	5.6040	5.8933	5.9145	5.9949	5.8204	5.6873
$T_7$	6.8081	7.1965	7.2204	7.3293	7.1097	6.9176
$T_8$	6.0581	6.3822	6.4046	6.4950	6.3039	6.1518
$T_9$	5.3822	5.6633	5.6836	5.7618	5.5934	5.4579
$T_{10}$	5.3866	5.6677	5.6880	5.7662	5.5978	5.4625
$T_{11}$	6.0644	6.3885	6.4109	6.5013	6.3101	6.1584
$T_{12}$	6.8267	7.2148	7.2389	7.3476	7.1277	6.9374
$T_{13}$	7.6050	8.0591	8.0848	8.2121	7.9634	7.7337
$T_{14}$	4.7228	4.9483	4.9670	5.0288	4.8862	4.7866
$T_{15}$	4.7194	4.9451	4.9638	5.0257	4.8831	4.7830
$T_{16}$	7.6080	8.0621	8.0877	8.2151	7.9663	7.7369
$T_{17}$	7.6074	8.0615	8.0872	8.2145	7.9657	7.7362
$T_{18}$	4.7191	4.9448	4.9635	5.0254	4.8828	4.7827
$T_{19}$	4.7231	4.9486	4.9673	5.0291	4.8864	4.7869
$T_{20}$	7.6056	8.0597	8.0854	8.2127	7.9640	7.7343
$T_{21}$	6.8256	7.2137	7.2378	7.3466	7.1267	6.9362
$T_{22}$	6.0637	6.3878	6.4103	6.5007	6.3094	6.1577
$T_{23}$	5.3861	5.6672	5.6875	5.7657	5.5973	5.4620
$T_{24}$	5.3825	5.6636	5.6838	5.7620	5.5937	5.4583
$T_{25}$	6.0588	6.3828	6.4052	6.4956	6.3045	6.1525
$T_{26}$	6.8093	7.1976	7.2216	7.3304	7.1109	6.9189
$T_{27}$	5.6029	5.8922	5.9135	5.9938	5.8193	5.6861
$T_{28}$	7.7425	8.2121	8.2378	8.3695	8.1151	7.8729
$T_{29}$	8.7871	9.3483	9.3759	9.5329	9.2402	8.9422
$T_{30}$	8.7799	9.3412	9.3687	9.5257	9.2332	8.9345
$T_{31}$	7.7257	8.1954	8.2210	8.3527	8.0987	7.8550
$T_{32}$	5.5794	5.8689	5.8899	5.9704	5.7964	5.6615

The OSF method is shown as a distinctive tool for RBDO problems. It shows the following advantages:

- The obtained reliability-based optimum solutions should be more reliable than those obtained by DDO procedure for the same optimum volumes,
- The OSF procedure needs only a single optimization process for the design point without additional computing time because it has a single variable vector that defines the design point while the DDO procedure needs two optimization processes.
- Since the major difficulty lies in the evaluation of the probabilistic constraints, which is prohibitively expensive and even diverges for many applications, the OSF procedure provides the designer with an analytical evaluation with small computing time relative to DDO and other RBDO procedures.
- All reliability index evaluations for RBDO-MFM studies can be analytically carried out for different probabilistic distributions. There is no need to optimization processes.

## 7. Conclusions

The RBDO using OSF has several advantages: small number of optimization variables, good convergence stability, small computing time, satisfaction of the required reliability levels and global optima and more economic solution for the same reliability index relative to the DDO process. The OSF-MFM formulation can be applied easily to different distribution laws. In fatigue analysis, the use of the classical method leads to an extremely high computing time and also local optima.

## References

1. Kharmanda, G., El-Hami, A. Reliability-Based Design Optimization, In edited book *Multidisciplinary Design Optimization in Computational Mechanics*. Piotr Breitkopf and Rajan Filomeno Coelho, eds. Chapter 11: Wiley & Sons, April 2010, ISBN: 9781848211384, Hardback, 576 p.
2. Kharmanda, G., Antypas, I. Reliability-Based Design Optimization Strategy for Soil Tillage Equipment Considering Soil Parameter Uncertainty. *Vestnik of DSTU*, 2016, vol. 16, no. 2 (85), pp. 136–147.

3. Kharmanda, G. The safest point method as an efficient tool for reliability-based design optimization applied to free vibrated composite structures. Vestnik of DSTU, 2017, vol. 17 (2), pp. 46–55. DOI: <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2017-17-2-46-55>
4. Yaich, A., Kharmanda, G., El Hami, A., Walha, L. Reliability-based design optimization for multi-axial fatigue damage analysis using robust hybrid method. Journal of Mechanics, Haddar Online 6 July, 2017. – Available at: doi: <https://doi.org/10.1017/jmech.2017.44>.
5. Tu, J., Choi, K.K., Park, Y.H. A new study on reliability-based design optimization. ASME Journal of Mechanical Design, 1999, vol. 121, no. 4, pp. 557–564.
6. Du, X., Chen, W. Sequential Optimization and Reliability Assessment method for Efficient Probabilistic Design. ASME J. Mech. Des., 2004, vol. 126(2), pp. 225–233.
7. Steenackers, G., Versluys, R., Runacres, M., Guillaume, P. Reliability-based design optimization of computation-intensive models making use of response surface models. Quality and Reliability Engineering International, 2011, vol. 27 (4), pp. 555–568.
8. Lopez, R.H., Beck, A.T. Reliability-Based Design Optimization Strategies Based on FORM: A Review, J. of the Braz. Soc. of Mech. Sci. & Eng., 2012, vol. 34 (4), pp. 506–514.
9. Kharmanda, G., Antypas, I. Integration of Reliability Concept into Soil Tillage Machine Design. Vestnik of DSTU, 2015, vol. 15, no. 2 (81), pp. 22–31.
10. Gayton, N., Pendola, M., Lemaire, M. Partial safety factors calibration of externally pressurized thin shells. In: CNES editor. Third European conference on launcher technology, Strasbourg, France; 2001.
11. Kharmanda, G., Olhoff, N., El-Hami, A. Optimum values of structural safety factors for a predefined reliability level with extension to multiple limit states. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2004, vol. 27, pp. 421–434.
12. Ibrahim, M-H., Kharmanda, G., Charki, A. Reliability-based design optimization for fatigue damage analysis. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2015, vol. 76, pp. 1021–1030.

Поступила в редакцию 28.02.2018

Сдана в редакцию 29.02.2018

Запланирована в номер 21.06.2018

Received 28.02.2018

Submitted 29.02.2018

Scheduled in the issue 26.06.2018

#### **Authors:**

##### **Ghias Kharmanda,**

guest researcher of the Biomedical Engineering Department, Lund University (Ole Römersväg 1, Box 118, 221 00 Lund, Sweden),

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8344-9270>

[ghias.kharmanda@bme.lth.se](mailto:ghias.kharmanda@bme.lth.se)

##### **Antypas, Imad Rizakalla,**

associate professor of the Machine Design Principles Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Cand.Sci. (Eng.), associate professor,

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8141-9529>

[imad.antypas@mail.ru](mailto:imad.antypas@mail.ru)

#### **Об авторах:**

##### **Харманда Гиас,**

приглашенный научный сотрудник кафедры биомедицинской инженерии Лундского университета (Ole Römersväg 1, Box 118, 221 00 Лунд, Швеция),

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8344-9270>

[ghias.kharmanda@bme.lth.se](mailto:ghias.kharmanda@bme.lth.se)

##### **Антибас Имад Ризакалла,**

доцент кафедры «Основы конструирования машин» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, доцент,

ORCID: <http://orcid.org/0000-0002-8141-9529>

[imad.antypas@mail.ru](mailto:imad.antypas@mail.ru)

## МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 620.178.162.42; 620.178.15

<https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-280-288>

### Механические свойства сервопитных пленок, формирующихся при трении в водных растворах карбоновых кислот\*

В. Э. Бурлакова<sup>1</sup>, Е. Г. Дроган<sup>2</sup>, А. И. Тюрин<sup>3</sup>, Т. С. Пирожкова<sup>4\*\*</sup>

<sup>1,2</sup> Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

<sup>3,4</sup> НИИ «Нанотехнологии и наноматериалы» Тамбовского государственного университета им. Г. Р. Державина, Тамбов, Российская Федерация

### Mechanical properties of servovite films formed in during friction aqueous solutions of carboxylic acids\*\*\*

V. E. Burlakova<sup>1</sup>, E. G. Droган<sup>2</sup>, A. I. Tyurin<sup>3</sup>, T. S. Pirozhkova<sup>4\*\*</sup>

<sup>1,2</sup> Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

<sup>3,4</sup> Research Institute of Nanotechnologies and Nanomaterials, G.R. Derzhavin Tambov State University, Tambov, Russian Federation

*Введение.* В работе показано, каким образом природа органической компоненты в систематическом ряду одноосновных карбоновых кислот влияет на трибологические характеристики пары трения «латунь — сталь» в водных растворах. Изучена зависимость физико-механических свойств антифрикционных пленок, формирующихся при трении, от природы смазочной композиции. Цели работы: изучить возможности использования карбоновых кислот как антифрикционных компонентов смазочного материала; оценить их влияние на механические свойства сервопитной пленки, формирующейся при трении латуни по стали.

*Материалы и методы.* Проведены трибологические исследования пары трения «латунь — сталь» на машине трения торцевого типа АЕ-5. Параметры шероховатости сервопитной пленки определялись с помощью оптической профилометрии. Микрогеометрия и структура объекта на наноразмере исследовались с помощью атомно-силовой микроскопии. Механические характеристики антифрикционной пленки изучали с помощью инструментального наноиндентирования.

*Результаты исследования.* Изучены трибологические характеристики трибосопряжения «латунь — сталь» и физико-механические характеристики сервопитной пленки, формирующейся при трении в системе «латунь — водный раствор карбоновой кислоты — сталь». Установлено, что при увеличении длины углеводородного радикала коэффициент трения снижается. Обнаружены размерные эффекты в механических и трибологических свойствах сервопитной пленки, формирующейся на поверхности фрикционного взаимодействия в водных растворах карбоновых кислот.

*Обсуждение и заключения.* Результаты исследования показывают, что при фрикционном взаимодействии на поверх-

*Introduction.* The effect of the organic component nature in the systematic series of monocarboxylic acids on the tribological characteristics of the brass-steel friction pair in aqueous solutions is described. Dependence of the mechanical-and-physical properties of the antifricition films formed during friction on the nature of the lubricating composition is investigated. The work objectives are to study the applicability of carboxylic acids as an antifricition lubricant component; to assess their effect on the mechanical properties of the servovite film formed under the brass – steel friction.

*Materials and Methods.* Tribological studies of the brass-steel friction pair on the AE-5 end-type friction machine are carried out. Roughness parameters of the servovite film were determined through the optical profilometry. The microgeometry and the object structure at the nanoscale were considered using atomic force microscopy. The mechanical characteristics of the antifricition film were investigated using the instrument nanoindentation.

*Research Results.* Tribological characteristics of the brass-steel tribocoupling and mechanical-and-physical properties of the servovite film formed during friction in the “brass – aqueous solution of carboxylic acid – steel” system were studied. It is established that the friction factor reduces when increasing the hydrocarbon radical length. The dimensional effects are found in the mechanical and tribological properties of the servovite film formed on the surface of the friction interaction in the carboxylic acids.

*Discussion and Conclusions.* The study results show that the friction interaction on the wearing surface in the aqueous solu-



\* Работа выполнена по гранту РФФИ (проект № 17-48-680817) «Исследование физико-механических и трибологических свойств в нано- и микрошкале» на оборудовании ЦКП ТГУ им. Г. Р. Державина.

\*\* E-mail: vburlakova@donstu.ru, ekaterina.drogan@gmail.com, tyurin@tsu.tmb.ru, t-s-pir@ya.ru

\*\*\* The research is done on RFFI grant (project no. 17-48-680817) “Investigation of mechanical, physical and tribological properties in nano- and micro-scale “on the equipment of the Shared Knowledge Center of G. R. Derzhavin TSU.

ности трения в водных растворах карбоновых кислот формируется наноструктурная сервовитная пленка, резко снижающая коэффициент трения. Ее физико-механические и трибологические параметры зависят от состава модельной смазочной среды. Определено, что локальные физико-механические свойства зависят от способа получения сервовитного слоя, нагрузки и размера зоны деформирования. Полученные результаты могут быть использованы при разработке смазочных материалов.

**Ключевые слова:** коэффициент трения, избирательный перенос, сервовитная пленка, размерные эффекты, шероховатость поверхности.

**Образец для цитирования:** Механические свойства сервовитных пленок, формирующихся при трении в водных растворах карбоновых кислот / В. Э. Бурлакова [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2018. — Т. 18, № 3. — С. 280–288. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-280-288>

**Введение.** Стремительное развитие современного машиностроения расширяет возможности конструирования машин, работающих в экстремальных условиях. Таким образом, возрастает актуальность вопросов повышения ресурса узлов трения при растущих требованиях к механическим свойствам материалов.

Условия трения с повышенной плотностью энергии предъявляют к машинам и оборудованию ряд специфических требований в плане трибологических характеристик, надежности и срока службы. Критические условия работы трибосопряженных поверхностей влияют на передачу силы, потерю энергии и в конечном счете — на динамическое поведение всего механизма. Пространственные распределения неровностей топографии, как правило, негативно воздействуют на эксплуатационные возможности машин и механизмов. Иными словами, несущая способность узлов трения напрямую зависит от основных параметров состояния поверхности. Они влияют на условия взаимодействия в области контакта, адгезию и деформацию, тем самым генерируют вибрации в процессе трения [1] и обуславливают неравномерный износ.

Наибольшую антифрикционную эффективность в данном случае демонстрируют смазочные материалы [2–6], содержащие такие металлические присадки, как медь, алюминий, серебро. Данные материалы в процессе трения формируют на трибосопряженных поверхностях защитные металлоплакирующие пленки. Таким образом обеспечивается низкий коэффициент трения и умеренно низкий износ в широком диапазоне контактных давлений и скоростей скольжения [2, 3]. Металлоплакирование поверхностных слоев в процессе эксплуатации позволяет «залечивать» дефекты поверхности (трещины, поры, накопленные усталостные повреждения). Это значительно повышает антифрикционные характеристики и улучшает физико-механические свойства, что особо важно для надежной работы узлов трения и увеличения срока эксплуатации оборудования.

Стоит отметить, что формирование пленок переноса возможно при трении в водно-спиртовых средах без заметного суммарного износа контактирующих поверхностей [7, 8]. Применение избирательного переноса в машиностроительной практике открывает реальную возможность для проектирования долговечных и экономичных узлов трения в подвижных сопряжениях деталей и узлов машин и механизмов [8].

В связи с этим интересно рассмотреть влияние состава смазочной среды на физико-механические и трибологические параметры сервовитной пленки, формирующейся в трибосопряжении «латунь-сталь» (в качестве смазочной среды используются водные растворы карбоновых кислот).

**Материалы и методы.** Эволюцию коэффициента трения системы «латунь 59 — водный раствор карбоновой кислоты — сталь 40Х» исследовали в лаборатории «Гибридные функциональные материалы на основе графена» научно-образовательного центра (НОЦ) «Материалы» на торцевой машине трения типа АЕ-5. Опыты проводились при следующих условиях: скорость вращения — 180 об/мин; осевая нагрузка — 98 Н; время испытания — 10 часов. В качестве органической компоненты смазочной композиции использовали одноосновные карбоновые кислоты предельного ряда с общей формулой  $R - COOH$  ( $R = C_nH_{2n+1}$ ).

tions of carboxylic acids forms a nanostructured servovite film which drops the friction factor. Its mechanical, physical and tribological parameters depend on the composition of the model lubricating medium. It is determined that the local mechanical-and-physical properties depend on the method of producing the servovite layer, the load and the size of the deformation zone. The results obtained can be used in the development of lubricants.

**Keywords:** friction factor, selective transfer, servovite film, dimensional effects, surface roughness.

**For citation:** V.E. Burlakova, E.G. Droган, A.I. Tyurin, T.S. Pirozhkova. Mechanical properties of servovite films formed during friction in aqueous solutions of carboxylic acids. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no.3, pp. 280–288. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-280-288>

Механические характеристики (твёрдость —  $H$  и модуль Юнга —  $E$ ) сервовитных плёнок определялись методом инструментального индентирования [9, 10]. При этом использовались: — наноиндентометр *Nanotest Platform 3 (Micromaterials, UK)* с подключённым функциональным блоком, позволяющим осуществлять нагрузки от 0,01 мН до 500 мН; — нанотрибоиндентометр *TI-950 Triboindenter* — многофункциональный комплекс для механических испытаний материалов посредством динамического наноиндентирования.

Методика наноиндентирования позволяет исследовать комплекс физико-механических свойств тонких приповерхностных слоёв твёрдых тел и плёнок толщиной до нескольких десятков нм [9–15]. Механические характеристики изучались с использованием алмазного индентора Берковича. Учитывая характерную толщину исследуемых плёнок (от нескольких сотен нанометров до единиц микрометров), эксплуатационные физико-механические параметры измеряли на наноуровне при глубинах отпечатков индентора от 20 нм до единиц микрон.

На наноуровне коэффициент трения исследовался на *Triboindenter TI-950* при одновременном приложении к индентору нормальной и латеральной нагрузок [11, 16, 17]. Непрерывно регистрировались нормальная и латеральная составляющие сил ( $F_N$  и  $F_L$ ) и смещений ( $h_N$  и  $h_L$ ), реализуемых при воспроизведении трибоконтрактов индентором. Регистрируемые данные анализировались, что позволяло судить о процессах трения и износа. Мерой оценки служил коэффициент трения  $k_{mp}$ .

Для определения толщины сервовитной плёнки и параметров шероховатости использовали оптический профилометр *Contour GT-K1* с аналитическим программным обеспечением *Vision 64*, установленный в НОЦ «Материалы». Измерения проводились методом вертикальной сканирующей интерферометрии (*VSI*) со скоростью сканирования 0,1 мкм/сек при повторяемости *RMS* 0,01 нм.

Топография поверхности сервовитной плёнки изучалась с помощью атомно-силового микроскопа (АСМ) *PHYWE Compact* в полуконтактном режиме монокристаллическим кремниевым зондом с алюминиевым покрытием.

**Результаты исследования.** Довольно хорошо изучена [8, 18] сервовитная плёнка, самопроизвольно возникающая в ходе фрикционного взаимодействия в растворе глицерина в сплаве «медь—сталь». Известно, что она формируется на поверхности трения в топографически неравноценных условиях. Поэтому в разных местах фрикционного контакта состав и свойства сервовитной плёнки различны. Ее толщина не превышает 2 мкм, а механические, физико-химические и трибологические свойства отличаются от свойств обычной компактной меди.

Следует отметить, что одним из продуктов трибоокисления глицерина [19] является карбоновая кислота. В этой связи интересно рассмотреть влияние состава смазочной среды на физико-механические и трибологические свойства трибосопряжения «латунь—сталь» при трении в систематическом ряду одноосновных карбоновых кислот.

Длительные эволюционные трибологические исследования пары трения «латунь — сталь» в водных растворах карбоновых кислот выявили следующую зависимость трибологических характеристик от состава смазочной среды: длина углеводородной цепи радикала кислоты увеличивается от  $C_0$  до  $C_5$  — коэффициент трения снижается до 0,007.

Причем наименьшее значение коэффициента трения, характерное для систем, реализующих эффект безызносности [20, 21], достигается в водных растворах валериановой и капроновой кислот. Одновременно с этим износ трибопары «латунь — сталь» снижается до 25 раз. В результате избирательного переноса при трении на трибосопряженных поверхностях формируется медная плёнка с различной шероховатостью и плотностью покрытия поверхности.

Поверхность трения сканировалась в условиях перехода в ряду кислот «муравьиная — уксусная — пропионовая — масляная — валериановая — капроновая». При этом оптическая профилометрия выявила, во-первых, снижение шероховатости сервовитной плёнки. Во-вторых, была установлена зависимость шероховатости от начальной топографии поверхности испытуемого стального диска (его  $R_a$  равно 118 нм) и состава смазочной композиции [22, 23] (рис. 1).

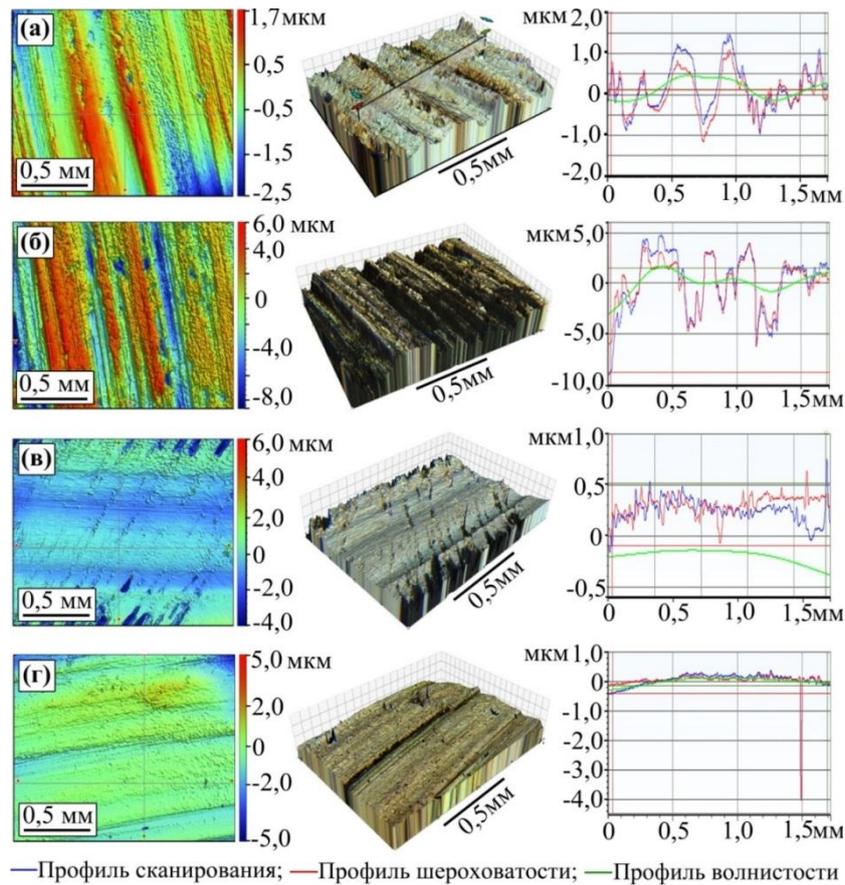


Рис. 1. 2D-визуализация, 3D-визуализация и профиль поверхности из стали (а), (б) и латуни-59 (б), (z) после трения в водных растворах уксусной (а), (б) и капроновой (б), (z) кислот

Шероховатость  $R_a$  на базовой длине ( $L = 800$  мкм) сервоитной пленки снижается при формировании, например, в водном растворе капроновой кислоты, до 69 нм. (Для сравнения: в водном растворе муравьиной кислоты данный показатель достигает 580 нм, уксусной — 401 нм.) Разница объясняется коррозионной активностью среды.

В растворах муравьиной и уксусной кислот на трибосопряженных поверхностях обнаруживается множество царапин, неровностей и пор, а также участки с медной пленкой, образовавшейся по островковому механизму. При поперечном сечении поверхности трения выявляются глубокие продольные канавки, что свидетельствует об абразивном характере износа трибосопряжения [23, 24].

Более детальное сканирование поверхности с использованием метода АСМ и визуализация изображения обнаруживает значительные повреждения при трении в растворах муравьиной и уксусной кислот. На 3D-изображении они визуализируются в виде макроскопических темных полос, соответствующих областям интенсивного фрикционного напряжения, сопровождающегося сильным абразивным износом трибопары (рис. 2).

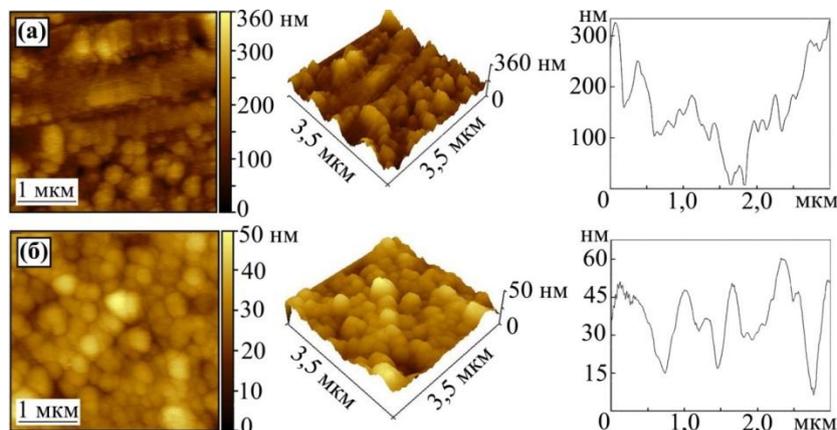


Рис. 2. Топография поверхности сервоитной пленки, полученной при трении в водном растворе уксусной (а) и капроновой (б) кислоты

Сравнительный анализ морфологии поверхности трения при переходе к кислотам с большей длиной углеводородного радикала приводит к выводу о смене характера износа, модификации структуры тонкого приповерхностного слоя трибосопряжения. Это является следствием массопереноса компонентов контактирующих тел, а также адсорбции нанокластеров меди из рабочей среды на контртело в результате трибоэлектрохимических процессов в зоне трения при реализации избирательного переноса. При этом на стальной поверхности при фрикционном взаимодействии в водных растворах капроновой и валериановой кислот образуется медная пленка из мелкозернистых нанометровых кластеров меди. Сформированный на поверхности слой достаточно плотный, с малым разбросом частиц по размеру (рис. 1, 2).

К настоящему времени накоплено значительное количество экспериментальных данных [25–29], свидетельствующих о существенном изменении механических свойств при уменьшении характерных размеров элементов структуры объекта менее 100 нм. Это позволяет предположить изменение механических параметров сервоитных пленок по сравнению с таковыми для меди в объеме [30]. Для выяснения этого факта проводилось инструментальное индентирование.

Значения твердости  $H$  и модуля Юнга  $E$  определяли по методике Оливера-Фара [10] из характерных  $P$ - $h$ -диаграмм (рис. 3) в соответствии со стандартами [9].

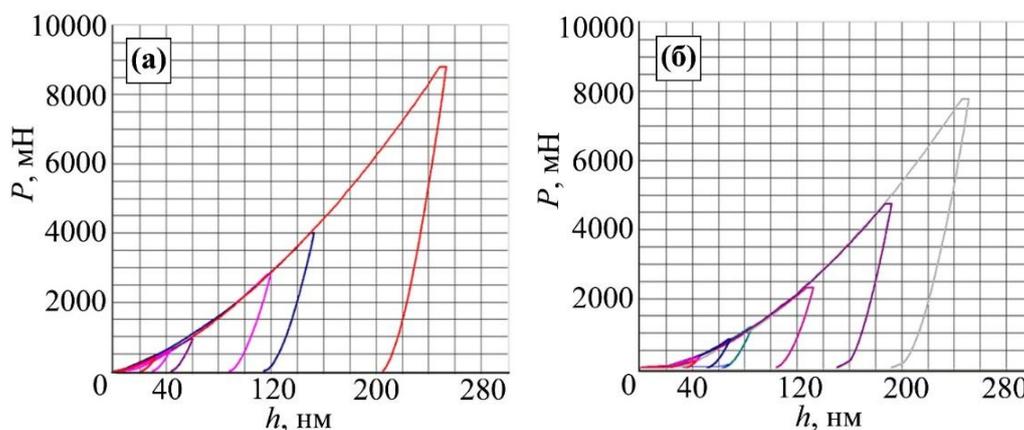


Рис. 3. Типичные  $P$ - $h$ -диаграммы для сервоитной пленки, полученной при трении пары «латунь — сталь» в водном растворе валериановой кислоты (а), капроновой кислоты (б)

Проведенные исследования показали увеличение значений  $H$  и  $E$  пленок по сравнению с аналогичными характеристиками медного образца.

Увеличение твердости  $H$  и модуля упругости  $E$  пленки, образующейся на поверхности трения, может быть связано с изменением механизма пластической деформации. Высокая концентрация вакансий по границам зерен при фрикционном взаимодействии способствует зернограничному проскальзыванию структурных элементов относительно друг друга. При этом реализуется механизм недислокационной пластичности [31–34], что приводит к улучшению прочностных характеристик поверхностного медного слоя и увеличению пластичности при переходе в ряду кислот «муравьиная — уксусная — пропионовая — масляная — валериановая — капроновая». Из анализа зависимости величин  $H$  и  $E$  сервоитной пленки от глубины пластического отпечатка  $h_c$  также следует, что на твердость влияет масштабный фактор. Значения модуля Юнга остаются практически постоянными вплоть до глубин, сопоставимых с толщиной сервоитного слоя. Наиболее ярко это заметно на пленках, образующихся при трении в валериановой кислоте (рис. 4).

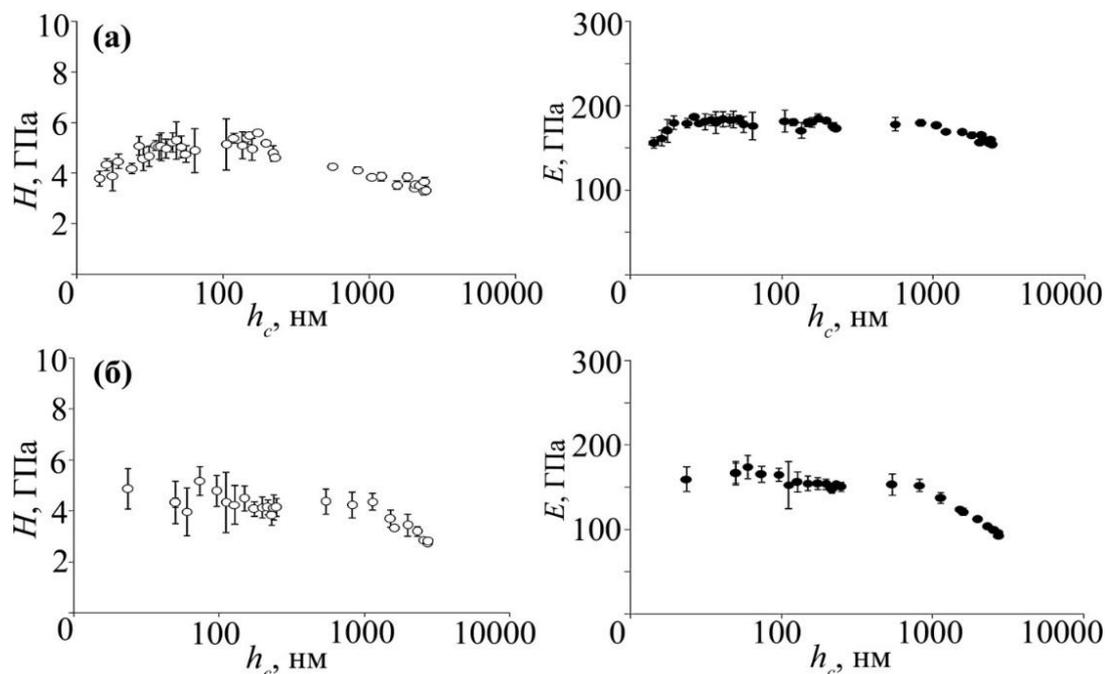


Рис. 4. Зависимость твердости ( $H$ ) и модуля Юнга ( $E$ ) от глубины пластического отпечатка ( $h_c$ ) (показано в полулогарифмических координатах) при индентировании сервоитной пленки, полученной в водном растворе валериановой кислоты (а), капроновой кислоты (б)

Выявлен следующий размерный эффект:

- величина  $H$  растет с ростом  $h_c$  в области малых глубин;
- при дальнейшем росте  $h_c$  быстро уменьшается  $H$ .

Для других образцов размерные эффекты выражены слабее. Так, например, для пленки, сформированной в капроновой кислоте, величины  $H$  и  $E$  остаются практически постоянными во всем исследованном диапазоне  $h_c$  (от 23 нм до 1,1 мкм). Затем, с ростом  $h_c$ , значения  $H$  и  $E$  уменьшаются. Очевидно, это связано с увеличением размера зоны деформирования: на  $H$  и  $E$  начинают влиять свойства переходного слоя и материала подложки. Таким образом, в области больших глубин отпечатка ( $h_c > 1,1$  мкм) величины  $H$  и  $E$  уменьшаются (рис. 4).

Размерный эффект [35, 36] также обнаруживается при изучении зависимости коэффициента трения от прилагаемой нагрузки в нано- и микрошкале [11, 16, 17] (рис. 5).

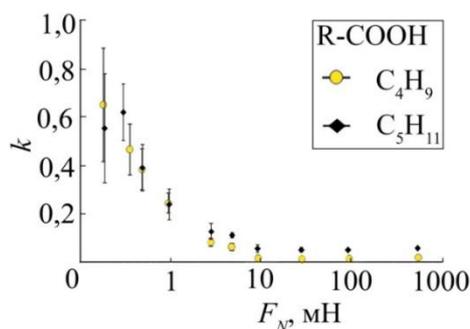


Рис. 5. Зависимость коэффициента трения  $k$  сервоитной пленки от нагрузки в наношкале

Вначале он выражается в резком падении коэффициента трения с ростом нормальной нагрузки, вплоть до некоторого значения  $F_{N_{\text{ном}}}$ . Затем коэффициент трения плавно увеличивается с ростом  $F_N$ . Таким образом, зависимости  $k = f(F_N)$  имеют явно выраженный минимум при достижении некоторого значения  $F_{N_{\text{ном}}}$  [11, 16, 17].

Полученные экспериментальные данные целесообразно сопоставить с теоретической зависимостью коэффициента трения от нормальной нагрузки. Таким образом, становится очевидно их хорошее качественное соответствие для всех исследованных образцов пленки. При этом на величину  $F_{N_{\text{ном}}}$  влияет тип используемой в

качестве смазочной среды карбоновой кислоты. Так, например, для капроновой кислоты  $F_{Nom} = 30$  мН, а для валериановой  $F_{Nom} = 100$  мН.

**Обсуждение и заключения.** Исследованы механические свойства сервовитных пленок, формирующихся в паре трения «латунь-сталь». В нано- и микрошкале выявлены размерные эффекты в механических (твердости) и трибологических (коэффициент трения) свойствах. Показано, что исследованные свойства и характер их изменения зависят от типа используемой карбоновой кислоты. Уменьшение среднего размера кристаллитов в составе наночастиц пленки приводит к увеличению ее прочности и проявлению сверхпластичности при растяжении и сдвиге.

Полученные в работе результаты позволяют сформулировать следующие выводы.

1. При фрикционном взаимодействии пары «латунь — сталь» в водных растворах карбоновых кислот на поверхностях трения формируется антифрикционная сервовитная пленка, способствующая резкому снижению коэффициента трения.
2. Сервовитная пленка, формирующаяся при трибовзаимодействии пары «латунь-сталь», является наноструктурной.
3. Трибологические параметры системы «латунь — водный раствор карбоновой кислоты — сталь» зависят от длины углеводородного радикала карбоновой кислоты, используемой в качестве смазочной среды.
4. Состав смазочной среды влияет на параметры шероховатости сервовитной пленки: при переходе от муравьиной к капроновой кислоте шероховатость поверхности пленки снижается в 4 раза.
5. Локальные физико-механические свойства зависят от условий получения сервовитного слоя, нагрузки и размера зоны деформирования (глубины внедрения индентора).
6. Обнаруженные размерные эффекты (зависимость определяемых величин от глубины отпечатка индентора) подтверждают вывод о наноструктурном характере сервовитной пленки, формирующейся в трибосистеме «латунь-водный раствор карбоновой кислоты-сталь».

#### Библиографический список

1. Duvfelt, K. Model for contact between finger and sinusoidal plane to evaluate adhesion and deformation component of friction / K. Duvfelt, U. Olofsson, C.-M. Johansson // Tribology International. — 2016. — Vol. 96. — P. 389–394. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2014.12.020>
2. Jen, T.-C. Thermal analysis of a wet-disk clutch subjected to a constant energy engagement / T.-C. Jen, D.-J. Nemecek // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 2008. — Vol. 51, № 7/8. — P. 1757–1769. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2007.07.009>
3. Ost, W. The tribological behaviour of paper friction plates for wet clutch application investigated on SAEII and pin-on-disk test rigs / W. Ost, P. De Baets, J. Degrieck // Wear. — 2001. — Vol. 249. — P. 361–371.
4. Copper (II) oxide nanoparticles as additive in engine oil to increase the durability of piston-liner contact / M. Asnida [et al.] // Fuel. — 2018. — Vol. 212. — P. 656–667. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.fuel.2017.10.002>
5. Experimental investigation of the tribological behavior of lubricants with additive containing copper nanoparticles / F.-L.-G. Borda [et al.] // Tribology International. — 2018. — Vol. 117. — P. 52–58. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2017.08.012>
6. Safonov, V. V. Evaluation of the antiwear properties of transmission oil with nanoscale powder additives / V. V. Safonov, V. V. Venskaitis, A. S. Azarov // Surface Engineering and Applied Electrochemistry. — 2017. — Vol. 53, № 4. — P. 311–321. DOI: <https://doi.org/10.3103/S1068375517040135>
7. Бурлакова, В. Э. Влияние наноразмерных кластеров меди на триботехнические свойства пары трения «сталь — сталь» в водных растворах спиртов / В. Э. Бурлакова, Ю. П. Косонова, Е. Г. Дроган // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2015. — Т. 15, № 2 (81). — С. 41–47. DOI: <https://doi.org/10.12737/11590>
8. Кужаров, А. С. Концепция безызносности в современной трибологии / А. С. Кужаров // Изв. высш. учебных заведений. Сев.-Кавказский регион. Технические науки — 2014. — № 2 (177). — С. 23–31.
9. Metallic materials — Instrumented indentation test for hardness and materials parameters : ISO 14577-4 (2007) / International Organization for Standardization. — Geneva : ISO, 2007. — 11 p.
10. Oliver, W.-C. Measurement of hardness and elastic modulus by instrumented indentation: Advances in understanding and refinements to methodology / W.-C. Oliver, G.-M. Pharr // Journal of materials research. — 2004. — Vol. 19, № 1. — P. 3–20. DOI: <https://doi.org/1557/jmr.2004.19.1.3>
11. Тюрин, А. И. Исследование процессов деформирования при формировании отпечатка и трения в микро- и наномасштабе / А. И. Тюрин, Т. С. Пирожкова, И. А. Шуварин // Изв. высш. учебных заведений. Физика. — 2016. — Т. 59 (7). — С. 243–247.

12. Effect of silicate doping on the structure and mechanical properties of thin nanostructured RF magnetron sputter-deposited hydroxyapatite films / M. A. Surmeneva [et al.] // *Surface and Coatings Technology*. — 2015. — Vol. 275. — P. 176–184. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.surfcoat.2015.05.021>
13. Enhancement of the mechanical properties of az31 magnesium alloy via nanostructured hydroxyapatite thin films fabricated via radio-frequency magnetron sputtering / M. A. Surmeneva [et al.] // *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*. — 2015. — Vol. 46. — P. 127–136. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jmbbm.2015.02.025>
14. Fabrication and physico-mechanical properties of thin magnetron sputter deposited silver-containing hydroxyapatite films / A. A. Ivanova [et al.] // *Applied Surface Science*. — 2016. — Vol. 360. — P. 929–935. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.apsusc.2015.11.087>
15. Protective radiolucent aluminium oxide coatings for beryllium x-ray optics / O. Yurkevich [et al.] // *Journal of Synchrotron Radiation*. — 2017. — Vol. 24, № 4. — P. 775–780. DOI: <https://doi.org/10.1107/S1600577517007925>
16. Исследование кинетики и механизмов деформирования, трения и износа однородных и неоднородных твердых тел в наномасштабе методами динамического микро- и наноиндентирования / А. И. Тюрин [и др.] // Деформирование и разрушение структурно неоднородных сред и конструкций : мат-лы III всерос. конф., посвященной 100-летию со дня рождения академика Ю. Н. Работнова. — Новосибирск : Ин-т гидродинамики им. М. А. Лаврентьева, 2014. — С. 108–110.
17. Тюрин, А. И. Исследование процессов трения и износа твердых тел в микро- и наномасштабе / А. И. Тюрин, Т. С. Пирожкова // *Вестник Тамбовского университета. Естественные и технические науки*. — 2016. — Т. 21, № 3. — С. 1375–1380. DOI: <https://doi.org/10.20310/1810-0198-2016-21-3-1375-1380>
18. The mechanism of the initial stage of selective transfer during frictional contact / I. V. Kragelskii [et al.] // *Wear*. — 1978. — Vol. 47, № 1. — P. 133–138. DOI: [https://doi.org/10.1016/0043-1648\(78\)90209-0](https://doi.org/10.1016/0043-1648(78)90209-0)
19. Беликова, М. А. Электрохимические свойства поверхности трения при самоорганизации в условиях избирательного переноса : автореф. дис. ... канд. техн. наук / М. А. Беликова. — Ростов-на-Дону, 2007. — 19 с.
20. Влияние природы органической компоненты на триботехнические свойства системы «бронза — водный раствор карбоновой кислоты — сталь» / В. Э. Бурлакова [и др.] // *Вестник Дон. гос. техн. ун-та*. — 2015. — Т. 15, № 4 (83). — С. 63–68. DOI: <https://doi.org/10.12737/16067>
21. Нанотрибология водных растворов карбоновых кислот при трении бронзы по стали / А. С. Кужаров [и др.] // *Инновации, экология и ресурсосберегающие технологии : мат-лы XI междунар. науч.-техн. форума*. — 2014. — С. 712–717.
22. Дроган, Е. Г. Исследование топографии поверхности и механических свойств сервоитной пленки / Е. Г. Дроган // *Перспективы развития фундаментальных наук : сб. науч. тр. XIII междунар. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых*. — 2016. — С. 148–150.
23. Jiang, J., The effect of substrate surface roughness on the wear of DLC coatings / J. Jiang, R.-D. Arnell // *Wear*. — 2000. — Vol. 239, № 1. — P. 1–9. DOI: [https://doi.org/10.1016/S0043-1648\(99\)00351-8](https://doi.org/10.1016/S0043-1648(99)00351-8)
24. Dayson, C. The friction of very thin solid film lubricants on surfaces of finite roughness / C. Dayson // *ASLE transactions*. — 1971. — Vol. 14, № 2. — P. 105–115. DOI: <https://doi.org/10.1080/05698197108983232>
25. Андриевский, Р. А. Прочность наноструктур / Р. А. Андриевский, А. М. Глезер // *Успехи физических наук*. — 2009. — Т. 179. — С. 337–358.
26. Koch, C.-C. Nanostructured materials: processing, properties and applications / C.-C. Koch. — Norwich : William Andrew, 2006. — 784 p.
27. Glezer, A. M. Crack resistance and plasticity of amorphous alloys under microindentation / A. M. Glezer, I. E. Permyakova, V. A. Fedorov // *Bulletin of the Russian Academy of Sciences: Physics*. — 2006. — Vol. 70, № 9. — P. 1599–1603.
28. Malygin, G. A. Plasticity and strength of micro-and nanocrystalline materials / G. A. Malygin // *Physics of the Solid State*. — 2007. — Vol. 49, № 6. — P. 1013–1033. DOI: <https://doi.org/10.1134/S1063783407060017>
29. Валиев, Р. З. Объемные наноструктурные металлические материалы / Р. З. Валиев, И. В. Александров. — Москва : Академкнига, 2007. — 398 с.
30. Головин, Ю. И. Введение в нанотехнику / Ю. И. Головин. — Москва : Машиностроение, 2008. — 496 с.
31. Nanostructuring of surface layers and production of nanostructured coatings as an effective method of strengthening modern structural and tool materials / V. E. Panin [et al.] // *The Physics of Metals and Metallography*. — 2007. — Vol. 104, № 6. — P. 627–636. DOI: <https://doi.org/10.1134/S0031918X07120113>

32. Andrievski, R. A. Strength of nanostructures / R. A. Andrievski, A. M. Glezer // *Physics-Uspekhi*. — 2009. — Vol. 52, № 4. — P. 315–334. DOI: <https://doi.org/10.3367/UFNe.0179.200904a.0337>
33. Дуб, С. Н. Испытания твердых тел на нанотвердость / С. Н. Дуб, Н. В. Новиков // *Сверхтвердые материалы*. — 2004. — № 6. — С. 16–33.
34. Vakulenko, K. Effect of the state of surface layer on 40X steel fatigue characteristics / K. Vakulenko, I. Kazak, V. Matsevityi // *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. — 2016. — Vol. 3, № 5. — P. 18–24.
35. Stoyanov, P. Scaling effects on materials tribology: from macro to micro scale / P. Stoyanov, R.-R. Chromik // *Materials*. — 2017. — Vol. 10, № 5. — P. 550. DOI: <https://doi.org/10.3390/ma10050550>
36. Current trends in the physics of nanoscale friction / N. Manini [et al.] // *Advances in Physics: X*. — 2017. — Vol. 2, № 3. — P. 569–590. DOI: <https://doi.org/10.1080/23746149.2017.1330123>

Поступила в редакцию 15.06.18  
Сдана в редакцию 15.06.18  
Запланирована в номер 05.07.18

Received 15.06.18  
Submitted 15.06.18  
Scheduled in the issue 05.07.18

#### **Об авторах:**

**Бурлакова Виктория Эдуардовна**,  
заведующая кафедрой «Химия» Донского государственного технического университета (РФ, 344010, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3779-7079>  
[vburlakova@donstu.ru](mailto:vburlakova@donstu.ru)

**Дроган Екатерина Геннадьевна**,  
ассистент кафедры «Химия» Донского государственного технического университета (РФ, 344010, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4002-2082>  
[Ekaterina.drogan@gmail.com](mailto:Ekaterina.drogan@gmail.com)

**Тюрин Александр Иванович**,  
заместитель директора по НИР Научно-исследовательского института «Нанотехнологии и наноматериалы» Тамбовского государственного университета им. Г. Р. Державина (РФ, 392000, г. Тамбов, ул. Интернациональная, 33), кандидат физико-математических наук, доцент,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8020-2507>  
[tyurin@tsu.tmb.ru](mailto:tyurin@tsu.tmb.ru)

**Пирожкова Татьяна Сергеевна**,  
инженер научно-исследовательского института «Нанотехнологии и наноматериалы» Тамбовского государственного университета им. Г. Р. Державина (РФ, 392000, г. Тамбов, ул. Интернациональная, 33)  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4231-0213>  
[t-s-pir@ya.ru](mailto:t-s-pir@ya.ru)

#### **Authors:**

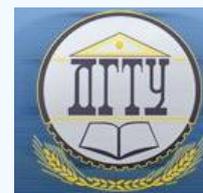
**Burlakova, Victoria E.**,  
Head of the Chemistry Department, Don State Technical University (1, Gagarin Square, Rostov-on-Don, 344000, RF), Dr.Sci. (Eng.), professor,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3779-7079>  
[vburlakova@donstu.ru](mailto:vburlakova@donstu.ru)

**Drogan, Ekaterina G.**,  
teaching assistant of the Chemistry Department, Don State Technical University (1, Gagarin Square, Rostov-on-Don, 344000, RF),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4002-2082>  
[Ekaterina.drogan@gmail.com](mailto:Ekaterina.drogan@gmail.com)

**Tyurin, Alexander I.**,  
Associate director for Research, Research Institute of Nanotechnologies and Nanomaterials, G.R. Derzhavin Tambov State University (33, Ul. Internatsionalnaya, Tambov, 392000, RF), Cand.Sci. (Phys.-Math.), associate professor,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-8020-2507>  
[tyurin@tsu.tmb.ru](mailto:tyurin@tsu.tmb.ru)

**Pirozhkova, Tatyana S.**,  
engineer, Research Institute of Nanotechnologies and Nanomaterials, G.R. Derzhavin Tambov State University (33, Ul. Internatsionalnaya, Tambov, 392000, RF),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4231-0213>  
[t-s-pir@ya.ru](mailto:t-s-pir@ya.ru)

## МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.771.014

<https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-289-299>

### Экспериментальное исследование энергосиловых параметров совмещенного процесса «прокатка — равноканальное угловое прессование»\*

А. Б. Найзабеков<sup>1</sup>, С. Н. Лежнев<sup>2</sup>, Т. А. Койнов<sup>3</sup>, Е. А. Панин<sup>4\*\*</sup>

<sup>1,2</sup> Рудненский индустриальный институт, г. Рудный, Республика Казахстан

<sup>3</sup> Университет химической технологии и металлургии, г. София, Республика Болгария

<sup>4</sup> Карагандинский государственный индустриальный университет, г. Темиртау, Республика Казахстан

### Experimental study on power parameters of “rolling - ECA-pressing” combined process\*\*\*

A. B. Naizabekov<sup>1</sup>, S. N. Lezhnev<sup>2</sup>, T. A. Koinov<sup>3</sup>, E. A. Panin<sup>4\*\*</sup>

<sup>1,2</sup> Rudny Industrial Institute, Rudny, Republic of Kazakhstan

<sup>3</sup> University of Chemical Technology and Metallurgy, Sofia, Republic of Bulgaria

<sup>4</sup> Karaganda State Industrial University, Temirtau, Republic of Kazakhstan

*Введение.* Статья посвящена исследованию энергосиловых параметров совмещенного процесса «прокатка — равноканальное угловое прессование (РКУ)». Цель работы — определение возникающих усилий прокатки и прессования при деформировании совмещенным способом.

*Материалы и методы.* Был проведен прочностной расчет матрицы и эксперимент по деформированию образцов из алюминия марки AISI 6063. В ходе опытов значения усилий фиксировались с помощью тензометрической станции.

*Результаты исследования.* Результаты прочностного анализа позволяют утверждать, что данная конструкция матрицы пригодна для создания экспериментальной установки совмещенного процесса «прокатка — РКУ-прессование», поскольку рассчитанного запаса прочности вполне достаточно для реализации прессования на предельных условиях. Усилия прокатки на всех этапах деформирования превышают соответствующие усилия прессования, что является необходимым условием совмещенного процесса.

*Обсуждение и заключения.* Полученные результаты могут быть использованы при проектировании экспериментальных установок, реализующих исследуемый совмещенный процесс. При этом тензометрический метод исследования прочностных характеристик пригоден и при использовании калиброванных валков.

**Ключевые слова:** совмещенный процесс, прокатка, равноканальное угловое прессование, усилие, прочностной анализ, тензометрия.

*Introduction.* Power parameters of the “rolling – equal-channel angular pressing” (ECA) combined process are studied. The work objective is to determine forces of rolling and pressing in the deformation by the combined method.

*Materials and Methods.* The die strength calculation and the experiment on deformation of AISI 6063 aluminum samples were carried out. During the experiment, the force values were recorded using a strain-gauge station.

*Research Results.* The strength analysis results show that this die design is suitable for creating an experimental stand of the “rolling – ECA-pressing” combined process, since the calculated safety margin is sufficient to implement the pressing under extreme conditions. The rolling forces at all stages of the deformation exceed the corresponding pressing forces, which is a necessary condition for the combined process.

*Discussion and Conclusions.* The obtained results can be used in the design of experimental stands that implement the investigated combined process. Herewith, the given strain-gauge method for studying strength characteristics is suitable for the case of calibrated rolls.

**Keywords:** combined process, rolling, equal channel angular pressing, force, strength analysis, tensometry.



\* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

\*\* E-mail: naizabekov57@mail.ru, sergey\_legnev@mail.ru, toni309@koinov.com, cooper802@mail.ru

\*\*\* The research is done within the frame of the independent R&D.

**Образец для цитирования:** Экспериментальное исследование энергосиловых параметров совмещенного процесса «прокатка – равноканальное угловое прессование» / А. Б. Найзабеков [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2018. — Т. 18, № 3. — С. 289–299. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-289-299>

**For citation:** A.B. Naizabekov, et al. Experimental study on power parameters of “rolling - ECA-pressing” combined process. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no.3, pp. 289–299. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-289-299>

**Введение.** Повышение качества деформируемого металла является одной из главных задач при создании нового или совершенствовании известного технологического процесса обработки металла давлением (ОМД). Вне зависимости от того, к какому типу (прокатному или кузнечному) относится разрабатываемый процесс, рекомендуется применять схему деформирования, реализующую чистый сдвиг. В этом случае затрачивается минимальное количество энергии на деформацию металла, достигается максимальная и однородная проработка заготовки по сечению, обеспечивается закрытие внутренних дефектов.

За последние два десятилетия активно разрабатывались способы обработки давлением, позволяющие получать заготовки с ультрамелкозернистой структурой. Как показал их анализ, они основаны на принципах реализации сдвиговых или знакопеременных деформаций. Отдельно стоит упомянуть процессы, представляющие собой комбинацию указанных принципов. Такие процессы позволяют реализовать особый вид обработки давлением, который называется «интенсивная пластическая деформация» (ИПД). ИПД реализуют такие методы, как кручение под высоким давлением [1–3], равноканальное угловое (РКУ) прессование [4–8], винтовая экструзия [9–12] и другие. Особого внимания заслуживает ступенчатая РКУ-матрица (или РКУ-матрица с параллельными каналами) [13–14]. Она позволяет реализовать сдвиговую деформацию при прохождении заготовки через ее каналы и одновременно с этим два знакопеременных очага деформации, при условии сонаправленности входного и выходного каналов. В сравнении с обычной угловой матрицей ступенчатая РКУ-матрица является энергосберегающей, поскольку позволяет реализовать большую степень деформации за один проход при одинаковом усилии.

Рассмотренные выше способы ОМД относятся к дискретным способам прессования. Эти технологии производства пресс-изделий имеют ряд недостатков. Главные из них обусловлены:

- дискретностью (прерывностью) процесса прессования;
- наличием реактивных сил трения на контакте металла с контейнером.

Таким образом, вследствие неравномерности деформации и высокой энергоемкости процесса прессования ограничивается длина прессуемых изделий, снижается их качество. Применение схемы непрерывного прессования позволяет устранить эти недостатки. Данный способ принципиально отличается от предыдущих тем, что для деформации и экструдирования заготовки через отверстие матрицы используются активные силы трения. Длина заготовки при этом не ограничена.

В последние годы разрабатываются так называемые «совмещенные» процессы ОМД, которые представляют собой сочетание двух и более процессов деформирования.

Следует особо отметить важнейшую особенность совмещенного процесса ОМД: зачастую при его реализации недостатки составляющих отдельных процессов снижаются либо полностью устраняются.

Кроме того, в последнее время все большее внимание уделяется энергосберегающим технологиям, основанным на использовании для деформации активных сил трения.

Авторы данного исследования разработали совмещенный способ прокатки и прессования в равноканальной ступенчатой матрице, который по сравнению с обычным прессованием в равноканальной ступенчатой матрице снимает ограничения по размерам исходных заготовок [15]. Он представляется одним из наиболее перспективных и малоизученных в практическом плане процессов прокатки и прессования и по многим параметрам превосходит известные способы обработки металлов давлением.

Суть данного способа деформирования заключается в следующем. Предварительно нагретая до температуры начала деформирования заготовка подается к прокатным валкам. Первая пара валков за счет сил контактного трения захватывает заготовку в зев валков, а на выходе из него проталкивает заготовку через каналы равноканальной ступенчатой матрицы. После того как заготовка полностью выйдет из каналов матрицы, ее захватывает вторая пара валков, которые также за счет контактных сил трения полностью вытягивают заготовку из матрицы. Таким образом, в данном случае прессование заготовок обеспечивается контактными силами трения, возникающими на поверхности контакта металла с вращающимися валками.

Ранее проводились различные исследования данного совмещенного процесса — как теоретические [16–19], так и лабораторные (на установке с одной парой валков) [20–23]. В настоящей работе приведены результаты

исследования энергосиловых параметров, изученных в ходе разработки опытно-промышленной установки с двумя парами валков (рис. 1).



Рис. 1. Экспериментальная установка для реализации совмещенного процесса «прокатка – РКУ-прессование»

**Прочностной анализ РКУ-матрицы.** При реализации совмещенного процесса «прокатка — РКУ-прессование» использовалась экспериментальная установка, созданная на основе лабораторных прокатных станков ДУО-200 и ДУО-250. Их энергосиловые характеристики позволяют деформировать алюминиевые и медные сплавы в холодном состоянии.

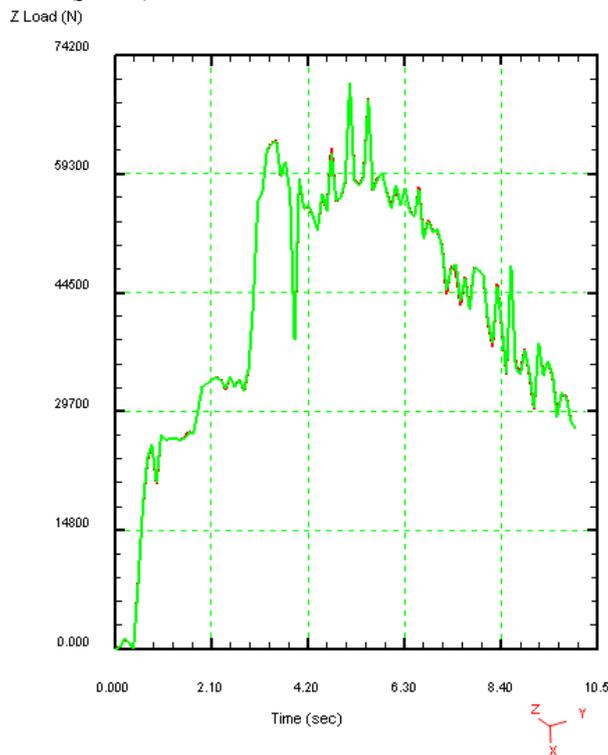
При проектировании новой технологии деформирования на этапе создания экспериментальной установки особое место занимает прочностной анализ. Он позволяет определить стойкость и жесткость рабочего инструмента, оценить его запас прочности, что даст информацию о его долговечности. Теоретические исследования совмещенного процесса «прокатка — РКУ-прессование» были выполнены с помощью компьютерного моделирования в программе DEFORM. В результате установлено [17, 18], что самой нагружаемой деталью является матрица для прессования. Это объясняется тем, что в зоне стыка каналов возникают наиболее жесткие условия деформирования. Поэтому для проверки пригодности выбранной конструкции матрицы проводился прочностной анализ. С этой целью была построена модель матрицы с углом стыка каналов 150 градусов по размерам, представленным в [20].

При реализации совмещенного процесса целесообразно подбирать ширину заготовки таким образом, чтобы при деформировании в матрице металл не контактировал с ее боковыми стенками. Это позволит существенно снизить общее усилие противодавления со стороны матрицы. Однако полностью исключать такой случай нельзя. Поэтому в программном комплексе DEFORM была создана модель РКУ-прессования, в которой высота и ширина заготовки соответствуют высоте и ширине канала матрицы. Данный случай деформирования является предельным и почти неосуществим на практике. Поэтому, если матрица окажется достаточно прочной, она подойдет и для совмещенного процесса, условия которого существенно «мягче». В частности, высота и ширина заготовки несколько меньше высоты и ширины канала матрицы, что является необходимым условием для прохождения металла по каналу.

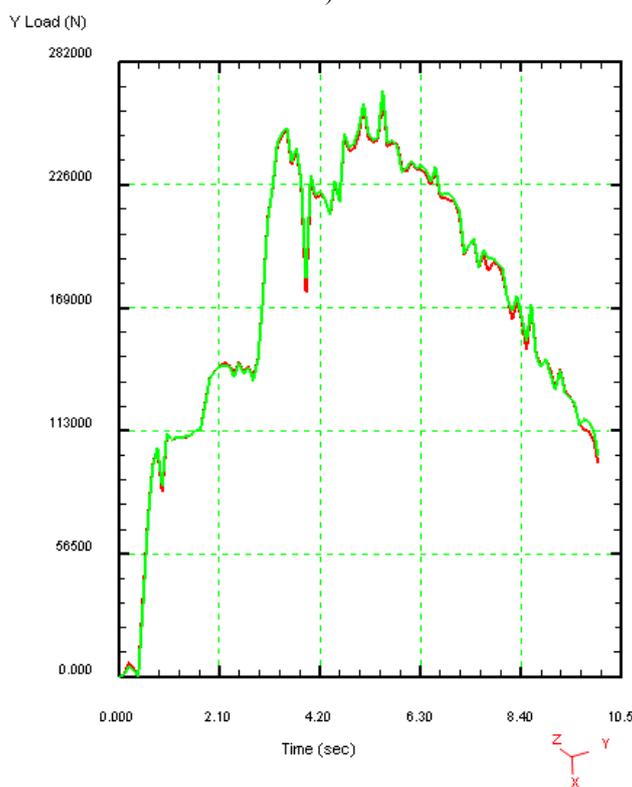
Начальные размеры заготовки — 10×40×90 мм. Условия и допущения, принятые при моделировании:

- материал заготовки до деформации является изотропным, в нем отсутствуют какие-либо напряжения и деформации;
- заготовка разбита на 24 000 конечных элементов, средняя длина ребра элемента — 1,5 мм;
- начальная температура заготовки — 700 °С, также учитывались деформационный разогрев и теплопередача от заготовки к инструменту и в окружающую среду;
- инструмент принят как абсолютно жесткое тело;
- модель заготовки принята как упругопластическая;
- материал заготовки — AISI 1045, соответствующий стали 45;
- коэффициент трения на контакте заготовки и матрицы равен 0,1;
- скорость движения пуансона равна 10 мм/сек.

В результате расчета определялось усилие деформирования на всех элементах матрицы с целью нахождения наиболее нагруженных элементов конструкции. Наибольшие усилия возникают в направлении действия нормальных напряжений (рис. 2).



а)



б)

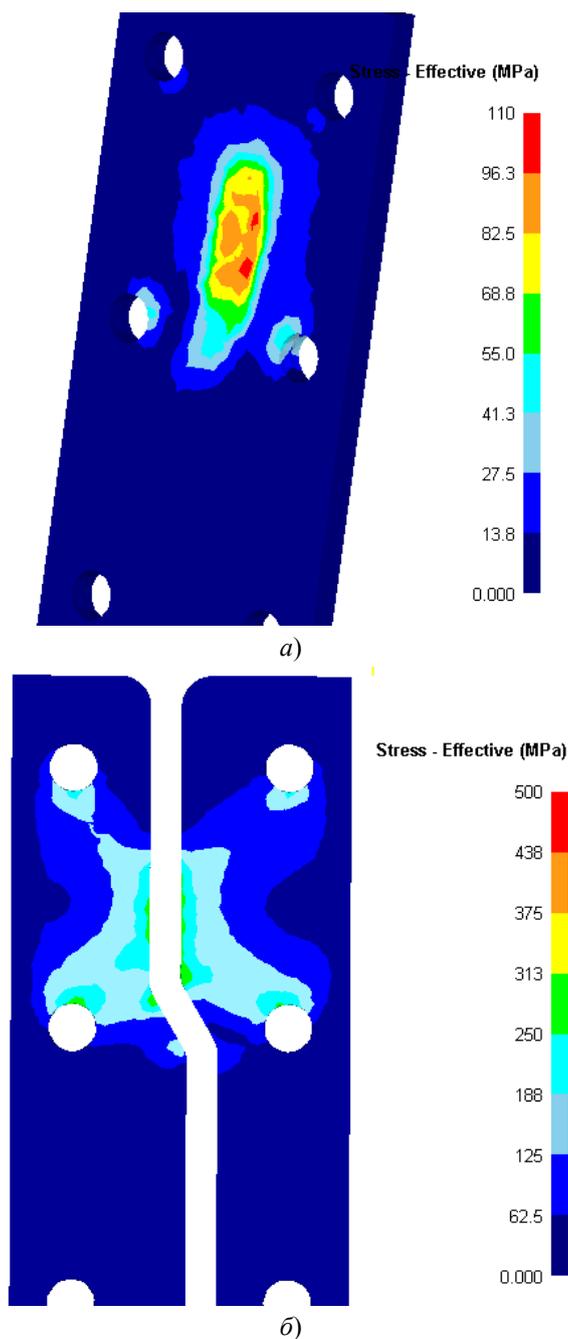
Рис. 2. Графики усилия РКУ-прессования для боковых стенок (а) и центральных сегментов (б)

Из рис. 2 видно, что самыми нагруженными элементами матрицы являются центральные сегменты. При деформировании на них возникает усилие до 260 кН, в то время как на боковых стенках оно не превышает 75 кН. На основании этих данных был проведен анализ напряжений на инструменте в программе DEFORM с

помощью специализированного модуля. Принцип данного анализа заключается в том, что абсолютно жесткие элементы модели становятся упругими телами, воспринимающими напряжение. От заготовки проводится интерполяция действующих сил на инструмент. Затем задаются места фиксации, чтобы упругие тела под действием сил не разлетались. В нашем случае местами фиксации являются кольцевые отверстия для крепежных элементов. Помимо этого в данном расчете необходимо задать материал инструмента. Для изготовления матрицы была использована инструментальная сталь 5ХВ2С. Она применяется для изготовления:

- штампов сложной формы, работающих с повышенными ударными нагрузками,
- ножей для холодной резки металла,
- резбонакатных плашек,
- пуансонов и обжимных матриц при холодной работе.

В результате были получены следующие данные (рис. 3).



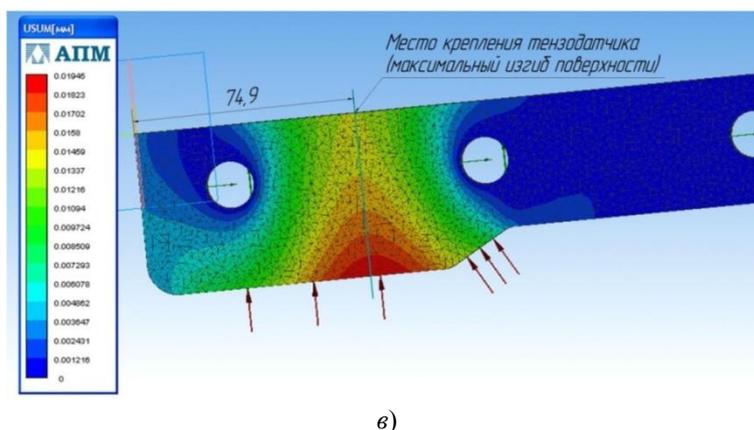


Рис. 3. Результаты прочностного анализа: напряжение на боковых стенках (а); напряжение в центральных сегментах (б); линейное перемещение (в)

Из рис. 3 можно сделать следующий вывод: наиболее нагруженные зоны в центральных сегментах — это поверхностные области возле стыка каналов и дуговые зоны вокруг первых двух пар отверстий. Здесь возникает напряжение, достигающее до 250 МПа.

В областях между отверстиями напряжение находится в пределах 125÷150 МПа (рис. 3, а).

На боковых стенках максимальные напряжения возникают в зоне контакта с деформируемым металлом и равны 95÷100 МПа (рис. 3, б).

Для изучения жесткости конструкции были рассмотрены результаты расчета линейных перемещений элементов конструкции под действием упругой деформации в специализированной расчетной библиотеке «АПМ» [24]. Изучение упругой деформации показывает ее наибольшую величину в поверхностной области возле стыка каналов. Следует отметить два факта. Первый: действующие напряжения на всех элементах матрицы значительно ниже предела текучести стали 5ХВ2С. Второй: максимальное значение линейного перемещения достигает 0,019 мм (рис. 3, в), что пренебрежимо мало и позволяет говорить о повышенной жесткости предлагаемой конструкции. Учитывая эти два обстоятельства, можно сделать вывод о данной конструкции матрицы: она пригодна для создания экспериментальной установки совмещенного процесса «прокатка — РКУ-прессование», поскольку рассчитанного запаса прочности вполне достаточно для реализации РКУ-прессования на предельных условиях.

**Лабораторные эксперименты по изучению усилий.** В результате проведенного прочностного расчета определено место установки на матрице тензодатчиков для измерения усилия деформирования. Места крепления находятся на расстоянии 75 мм от переднего края центрального сегмента, где возникают максимальные линейные перемещения.

Для измерения возникающих усилий деформирования использовалось следующее оборудование:

- тензостанция ZET-017-T8 (ЗАО «ЭТМС», Россия);
- датчики усилия с тензорезисторами ТКФ01-2-200 (ЗАО «ЭТМС», Россия);
- ноутбук для управления тензостанцией и записи сигнала.

Тензостанция ZET 017-T8 производства ЗАО «ЭТМС» (г. Москва) предназначена для проведения измерений энергосиловых и иных параметров по нескольким каналам с временным разрешением записи до 20 кГц [25].

При изучении энергосиловых параметров совмещенного процесса «прокатка — РКУ-прессование» планируется исследовать усилия деформирования на стадиях прокатки в валках и прессования в матрице. Для этого необходимо установить тензорезисторы на матрицу и на месдозы прокатной клетки. Суть тензометрии заключается в том, что в процессе деформации на валки и матрицу воздействуют усилия прокатки и прессования. В результате валки и матрица изгибаются. Вместе с ними деформируются тензорезисторы, прикрепленные к матрице и месдозам. Изменяется величина их электрического сопротивления. Тензостанция фиксирует это изменение и в соответствии с результатами предварительной тарировки датчиков автоматически преобразует его в график изменения усилия.

Для предварительной тарировки тензорезисторов центральный сегмент матрицы и месдоза испытывались на сжатие на гидравлической крутильно-разрывной машине МИ-40КУ. Использование крутильно-растяжной машины позволяет развивать значительные усилия (35–40 кН). При этом их значения фиксируются точно и надежно. Изменение напряженно-деформированного состояния под нагрузкой вызывает деформацию и

линейное изменение сопротивления тензорезисторов. Суть тарировки состоит в построении зависимости, связывающей электрическое напряжение в схеме и прикладываемое усилие. Эта зависимость всегда имеет строго линейный характер.

Для проведения тарировки исследуемые элементы последовательно нагружались с шагом 5 кН в диапазоне от нуля до 35 кН. Фиксировались соответствующие значения напряжения в схеме под нагрузкой и после ее снятия. В целях повышения точности выполнено три прохода по указанному диапазону – вверх, вниз, вверх (42 измерения). В результате для каждого элемента получены зависимости «усилие – перемещение» («перемещение» соответствует значению хода верхнего бойка). Данные тарировочных испытаний были статистически обработаны, и по ним получены уравнения линейной регрессии, связывающие прикладываемое к инструменту усилие ( $P_i$ , Н) с напряжением ( $U_i$ , мВ) в схеме.

Уравнение для измерения усилия прокатки имеет вид:

$$P_i = -4852,7U_i + 23538.$$

Коэффициент детерминации  $R^2 = 0,998$ . Стандартная ошибка измерения по результатам 42 тестов составила менее 0,2 %.

Уравнение для измерения усилия прессования имеет вид:

$$P_i = -4120,2U_i + 21609.$$

Коэффициент детерминации  $R^2 = 0,997$ . Стандартная ошибка измерения по результатам 42 тестов составила менее 0,3 %.

Полученные данные были занесены в программу регистрации и обработки измерений тензостанции ZET-017-T8. Это позволяет записать сигнал в виде графика усилия.

После проведения тарировочных работ матрица с тензорезистором была размещена на экспериментальной установке (рис. 4).



Рис. 4. Измерение усилия при совмещенном процессе «прокатка – РКУ-прессование»

Здесь, на месдозах первой клетки также были установлены тензорезисторы для измерения усилия прокатки, которое выполнялось только на первой клетке. Это ключевой параметр, согласно концепции процесса. При реализации совмещенного процесса усилие прокатки должно превышать возникающее усилие прессования.

В качестве исходного материала использован алюминиевый сплав 6063 (аналог алюминиевого деформируемого сплава АД31) при комнатной температуре. Его химический состав и механические свойства приведены в табл. 1.

Таблица 1

Химический состав и механические характеристики алюминиевого сплава 6063

Массовая доля элементов, %								
Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Ti	Прочие
0,2–0,6	0,35	0,1	0,1	0,45–0,9	0,1	0,1	0,1	0,15
Механические свойства при 20 °С								
Предел прочности, МПа		Предел текучести, МПа		Твердость, НВ		Удлинение, %		
90		48		25		20		

Заготовки одинаковых размеров (15×25×450 мм) прокатывались в первой клети до толщины 9 мм. Во второй клети зазор между валками был равен 7 мм. Длину заготовки выбирали таким образом, чтобы ее передний конец захватывался второй парой валков, а задний конец в этот момент еще прокатывался в первой клети (рис. 5).



а)



б)

Рис. 5. Изменение усилия при деформировании алюминиевого сплава 6063: прокатка в первой клети (а); прессование в матрице (б)

Данные замеров усилий сведены в табл. 2.

Таблица 2

Результаты измерения усилия

	1-я стадия	2-я стадия	3-я стадия
Этап прокатки, кН	205	217	242
Этап прессования, кН	59	104	172
Разница (запас сил трения), %	247	108	40

Также была определена разница между значениями усилия прокатки и прессования. В данном случае эта разница характеризует уровень запаса активных сил трения:

$$\Delta = \left( \frac{P_{\text{ПРОК}}}{P_{\text{ПРЕСС}}} - 1 \right) \cdot 100\%,$$

где  $P_{\text{ПРОК}}$  — усилие прокатки в первой клети;  $P_{\text{ПРЕСС}}$  — усилие противодавления в матрице.

Сравнительный анализ значений возникающих усилий показал, что усилия прокатки на всех трех этапах превышают значения соответствующих усилий прессования. Таким образом, выполняется необходимое условие для реализации совмещенного процесса. При этом запас активных сил трения в первой клети с продвижением заготовки по каналам матрицы существенно снижается.

**Выводы.** Результаты исследования свидетельствуют о том, что запаса прочности матрицы вполне достаточно для реализации РКУ-прессования на предельных условиях. Следует отметить также, что усилия прокатки на всех этапах деформирования превышают усилия прессования, и таким образом выполняется необходимое условие реализации совмещенного процесса. При этом запас активных сил трения в первой клети с продвижением заготовки по каналам матрицы существенно снижается.

Полученные результаты могут быть использованы при проектировании экспериментальных установок, реализующих исследуемый совмещенный процесс. Тензометрический метод исследования прочностных характеристик пригоден и при использовании калиброванных валков.

**Библиографический список**

1. Jahedi, M. High-Pressure Double Torsion as a Severe Plastic Deformation Process: Experimental Procedure and Finite Element Modeling / M. Jahedi, M. Knezevic, M.-H. Paydar // Journal of Materials Engineering and Performance. — 2015. — Vol. 24, iss. 4. — P. 1471–1482.
2. Straska, J. Evolution of microstructure and hardness in AZ31 alloy processed by high pressure torsion / J. Straska [et al.] // Materials Science and Engineering: A. — 2015. — Vol. 625. — P. 98–106.
3. Alhamidi, A. Grain refinement and high strain rate superplasticity in aluminium 2024 alloy processed by high-pressure torsion / A. Alhamidi, Z. Horita // Materials Science and Engineering: A. — 2015. — Vol. 622. — P. 139–145.
4. Valiev, R.-Z. Principles of equal-channel angular pressing as a processing tool for grain refinement / R.-Z. Valiev, T.-G. Langdon // Progress in Materials Science. — 2006. — Vol. 51. — P. 881–981.
5. Microstructure and mechanical properties of Al-7075 alloy processed by equal channel angular pressing combined with aging treatment / M.-H. Shaeri [et al.] // Materials & Design. — 2014. — Vol. 57. — P. 250–257.
6. Effect of route on tensile anisotropy in equal channel angular pressing / X. Zhang [et al.] // Materials Science and Engineering: A. — 2016. — Vol. 676. — P. 65–72.
7. Microstructure and tensile properties of Cu-Al alloys processed by ECAP and rolling at cryogenic temperature / W. Wei [et al.] // Journal of Alloys and Compounds. — 2016. — Vol. 678. — P. 506–510.
8. Microstructural, texture, plastic anisotropy and superplasticity development of ZK60 alloy during equal channel angular extrusion processing / E. Mostaed [et al.] // Metallurgia Italiana. — 2015. — Iss. 11–12. — P. 5–12.
9. Inhomogeneity in strain, microstructure and mechanical properties of AA1050 alloy during twist extrusion / F.-J. Kalahroudi [et al.] // Materials Science and Engineering: A. — 2016. — Vol. 667. — P. 349–357.
10. Finite element analysis of the plastic deformation in tandem process of simple shear extrusion and twist extrusion / J.-G. Kim [et al.] // Materials & Design. — 2015. — Vol. 83. — P. 858–865.
11. Bar Bahadori, S.-R. Comparison of microstructure and mechanical properties of pure copper processed by twist extrusion and equal channel angular Pressing / S.-R. Bar Bahadori, K. Dehghani, S.-A.-A.-A. Mousavi // Materials Letters. — 2015. — Vol. 152. — P. 48–52.

12. Modeling and Characterization of Texture Evolution in Twist Extrusion / M. I. Latypov [et al.] // Metallurgical and Materials Transactions: A. — 2016. — Vol. 47A, iss. 3. — P. 1248–1260.
13. Устройство для обработки металлов давлением : патент 2181314 Рос. Федерация : 7 B21D25/02 / Г. И. Рааб [и др.] ; Уфимский государственный авиационный технический университет. — № 2000115099/02 ; заявл. 09.06.2000 ; опубл. 20.04.2002, Бюл. № 16.
14. Naizabekov, A. B. Change in Copper Microstructure and Mechanical Properties with Deformation in an Equal Channel Stepped Die / A. B. Naizabekov, S. N. Lezhnev, I. E. Volokitina // Metal Science And Heat Treatment. — 2015. — Vol. 57, iss. 5–6. — P. 254–260.
15. Устройство для непрерывного прессования металла : патент 25863 Республика Казахстан : B21J 5/00 / А. Б. Найзабеков, С. Н. Лежнев, Е. А. Панин ; Карагандинский государственный индустриальный университет. — № 2011/0762.1 ; заявл. 02.07.11; опубл. 16.07.12 , Бюл. № 7. — 6 с.
16. Theoretical grounds of the combined «rolling — equal — channel step pressing» process / A. Naizabekov [et al.] // Journal of Chemical Technology and Metallurgy. — 2016. — Vol. 51, iss. 5. — P. 594–602.
17. Найзабеков, А. Б. Моделирование совмещенного процесса «прокатка — прессование» с использованием равноканальной ступенчатой матрицы / А. Б. Найзабеков, С. Н. Лежнев, Е. А. Панин // Труды Университета. — 2008. — № 3. — С. 16–19.
18. Lezhnev, S. Investigation of the Influence of Geometric and Technological Factors on the Stress — Strain State of Metal in the Implementation of the Combined Rolling — Pressing Process / S. Lezhnev, E. Panin // Advanced Materials Research. — 2014. — Vol. 936. — P. 1918–1924.
19. Evaluation of the effectiveness of the use of horizontal and vertical rolls in the «Rolling — pressing» process on the basis of the stress — strain state studying / S. Lezhnev [et al.] // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. — 2017. — Vol. 179, № 012047. — 5 p.
20. Study of broadening in a combined process «rolling — pressing» using an equal — channel step die / A. Naizabekov [et al.] // Journal of Chemical Technology and Metallurgy. — 2015. — Vol. 50, iss. 3. — P. 308–313.
21. Lezhnev, S. Research of combined process «Rolling — pressing» influence on the microstructure and mechanical properties of aluminium / S. Lezhnev, E. Panin, I. Volokitina // Advanced Materials Research. — 2013. — Vol. 814. — P. 68–75.
22. Influence of Combined Process «Rolling — pressing» on Microstructure and Mechanical Properties of Copper / A. Naizabekov [et al.] // Procedia Engineering. — 2014. — Vol. 81. — P. 1499–1504.
23. The Role of Preliminary Heat Treatment in the Formation of Ultrafine — Grained Structure in the Implementation of the Combined Process «Rolling — Equal Channel Angular Pressing» / A. Naizabekov [et al.] // Materials Science Forum. — 2016. — Vol. 879. — P. 1093–1098.
24. Система прочностного анализа АРМ FEM для КОМПАС-3D [Электронный ресурс] / ООО Научно-технический центр «АПМ». — Режим доступа: [http://apm.ru/produkty/programmnie\\_kompleksi/APM\\_FEM](http://apm.ru/produkty/programmnie_kompleksi/APM_FEM) (дата обращения: 14.07.18).
25. Тензометрическая станция ZET 017-T8 [Электронный ресурс] / Предприятие «Электронные технологии и метрологические системы» (компания ZETLAB). — Режим доступа: <https://zetlab.com/shop/izmeritelnoe-oborudovanie/tenzostantsii/tenzostanciya-zet-017-t8>. (дата обращения: 14.07.18).

Поступила в редакцию 09.02.2018  
Сдана в редакцию 10.02.2018  
Запланирована в номер 21.06.2018

Received 09.02.2018  
Submitted 10.02.2018  
Scheduled in the issue 21.06.2018

**Об авторах:**

**Найзабеков Абдрахман Батырбекович**,  
ректор Рудненского индустриального института  
(Республика Казахстан, 111500, Костанайская обл.,  
Рудный, ул. 50 лет Октября 38), доктор технических  
наук, профессор,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8517-3482>  
[naizabekov57@mail.ru](mailto:naizabekov57@mail.ru)

**Authors:**

**Naizabekov, Abdrakhman B.**,  
rector, Rudny Industrial Institute (38, 50 let Oktyabrya St.,  
Rudny, Kostanay region, 111500, Republic of Kazakh-  
stan), Dr.Sci. (Eng.), professor,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-8517-3482>  
[naizabekov57@mail.ru](mailto:naizabekov57@mail.ru)

**Лежнев Сергей Николаевич,**

доцент кафедры «Металлургия и горное дело»  
Рудненского индустриального института (Республика  
Казахстан, 111500, Костанайская обл., Рудный, ул. 50  
лет Октября 38), кандидат технических наук,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1737-9825>  
[sergey\\_legnev@mail.ru](mailto:sergey_legnev@mail.ru)

**Койнов Тончо Атанасов,**

профессор «Физическая металлургия и тепловые агрегаты», Университет химической технологии и металлургии (Республика Болгария, София, 1756, Бульвар Климент Охридски, 8), доктор технических наук, профессор,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9577-3732>  
[toni309@koinov.com](mailto:toni309@koinov.com)

**Панин Евгений Александрович,**

старший преподаватель кафедры «Обработка металлов давлением», Карагандинского государственного индустриального университета (Республика Казахстан, 101400, Карагандинская обл., Темиртау, пр. Республики 30),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6830-0630>  
[cooper802@mail.ru](mailto:cooper802@mail.ru)

**Lezhnev, Sergey N.,**

associate professor of the Metallurgical Engineering and Mining Department, Rudny Industrial Institute (38, 50 let Oktyabrya St., Rudny, Kostanay region, 111500, Republic of Kazakhstan), Cand.Sci. (Eng.),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1737-9825>  
[sergey\\_legnev@mail.ru](mailto:sergey_legnev@mail.ru)

**Koinov, Toncho A.,**

professor of the Physical Metallurgy and Thermal Generating Units Department, University of Chemical Technology and Metallurgy(8, Kliment Ohridsky Blvd., Sofia, 1756, Bulgaria), Dr.Sci. (Eng.), professor,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9577-3732>  
[toni309@koinov.com](mailto:toni309@koinov.com)

**Panin, Evgeny A.,**

senior lecturer of the Metal Forming Department, Karaganda State Industrial University (30, Republic Ave., Temirtau, Karaganda region, 101400, Republic of Kazakhstan),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6830-0630>  
[cooper802@mail.ru](mailto:cooper802@mail.ru)

## МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 678.549

<https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-300-305>

### Влияние объема древесных опилок на механические свойства композитного материала\*

А. Г. Дьяченко<sup>1</sup>, Т. П. Савостина<sup>2</sup>, В. И. Саед<sup>3\*\*</sup>

<sup>1,2</sup> Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

<sup>3</sup> Университет Алеппо, г. Алеппо, Сирийская Арабская Республика

### Effect of sawdust volume on mechanical properties of composite material\*\*\*

A. G. Dyachenko<sup>1</sup>, T. P. Savostina<sup>2</sup>, V. I. Saed<sup>3\*\*</sup>

<sup>1,2</sup> Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

<sup>3</sup> University of Aleppo, Aleppo, Syrian Arab Republic

*Введение.* Рассматриваются вопросы создания композиционных материалов с добавлением древесных опилок. Древесная составляющая композитов обрабатывается водой для усиления шероховатости поверхности. Это увеличивает площадь контакта, вследствие чего усиливается взаимодействие между опилками и волокнами полимера. Цель исследования — изучение возможности упрочнения композиционных материалов, полученных из опилок.

*Материалы и методы.* Образцы изготовлены из композитных материалов на основе ненасыщенных полиэфирных смол, армированных древесной стружкой. Обработка водой проводилась при комнатной температуре в течение 2, 4, 6 и 8 дней. Затем образцы проходили испытания на изгиб и сжатие.

*Результаты исследования.* В результате испытаний образцов зафиксированы изменения их механических свойств. Определено, каким образом сопротивление изгибу и прочности при сжатии зависят от времени обработки водой. Построены графики, отражающие указанные зависимости.

*Обсуждение и заключения.* После обработки водой композиты, армированные древесными опилками, демонстрируют более высокую стойкость при изгибе. Это объясняется усилением шероховатости поверхности опилок и, как следствие, увеличением поверхности сцепления с композитной основой. Кроме того, обработка водой повышает стойкость образцов при сжатии. Особенно заметно упрочняются образцы, созданные на основе крупных опилок. Это объясняется образованием углублений на поверхности древесных опилок, что также усиливает адгезию между ними и полимерной основой композита.

**Ключевые слова:** древесные волокна, опилки, полимер, композитный материал.

*Introduction.* Generation of composite materials with addition of sawdust is considered. The wood component of the composites is treated with water to enhance the surface roughness. This increases the contact area resulting in intensifying the sawdust – polymer fibers interaction. The work objective is to study the possibility of strengthening composites obtained from sawdust.

*Materials and Methods.* Samples are made of composite materials based on the unsaturated polyester resins, reinforced with wood chips. Water treatment was carried out at room temperature for 2, 4, 6 and 8 days. Then the samples were tested for bending and compression.

*Research Results.* As a result of testing the samples, changes in their mechanical properties were recorded. It is determined how the bending and compression resistance depends on the water treatment time. Graphs that reflect these dependences are constructed.

*Discussion and Conclusions.* After water treatment, the composites reinforced with sawdust show a higher resistance to bending. This is due to the increased roughness of the sawdust surface and, as a consequence, to the extension of the surface area adhesion with the composite base. Besides, the water treatment enhances the specimen resistance under compression. The samples created on the basis of large sawdust come into particular prominence. This is due to the formation of holes on the sawdust surface which also enhances the adhesion between them and the composite polymer base.

**Keywords:** wood fibers, sawdust, polymer, composite material.



\* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

\*\* E-mail: Dyachenko\_aleshka@bk.ru, kovtanya@yandex.ru, Imad12sb@gmail.com

\*\*\* The research is done within the frame of the independent R&D.

**Образец для цитирования:** Дьяченко, А. Г. Влияние древесных опилок на механические свойства композитного материала / А. Г. Дьяченко, Т. П. Савостина, Саед Бакир Имад // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2018. — Т. 18, № 3. — С. 300–305. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-300-305>

**For citation:** A.G. Dyachenko, T.P. Savostina, Saed Bakir Imad. Effect of sawdust volume on mechanical properties of composite material. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 3, no.3, pp. 300–305. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-300-305>

**Введение.** В современной производственной практике довольно широко используются композитные материалы на основе полимеров, армированных различными примесями. Основные преимущества примесей из древесины (опилки, стружка) — их приемлемая стоимость и доступность [1, 2].

Для определения соотношений волокон древесных опилок использовалась вибрационная установка с набором сит. В итоге были выбраны три объема опилок ( $5 \text{ мм}^3$ ,  $25 \text{ мм}^3$ ,  $120 \text{ мм}^3$ ) [2, 3, 4]. В ходе экспериментов образцы подвергались трем видам нагрузки (давлению, сдвигу и изгибу) для определения влияния объема опилок на прочностные характеристики композитных материалов.

В 2001 году образцы с древесным наполнителем подвергались опытам, целью которых было установить качество сцепления между волокнами и связующим материалом. Результаты позволяют утверждать, что армирование древесными волокнами увеличивает сопротивление материала [3]. В том же году проводились эксперименты, доказавшие, что обработка глицероловой кислотой повышает прочность на разрыв образцов, армированных древесными опилками [3].

В ходе опытов 2002 года древесина и древесное волокно подвергались химической обработке с использованием МАРР (maleated polypropylene — малеиновый полипропилен). Выяснилось, что у таких образцов выше прочность на разрыв и изгиб [5].

В 2006 году проводились эксперименты по обработке поверхности древесины NaOH и  $\text{ClCH}_2\text{COOH}$ . Опыты показали, что такое воздействие позволяет достичь высоких показателей по прочности на разрыв [6].

В рамках данного исследования планируется продемонстрировать целесообразность проведения химической обработки для улучшения свойств композиционных материалов.

**Материалы и методы.** Древесные опилки (объемом  $5 \text{ мм}^3$ ,  $25 \text{ мм}^3$ ,  $120 \text{ мм}^3$ ) [1] обрабатывались водой при комнатной температуре в течение 2, 4, 6 и 8 дней.

100 граммов древесных опилок помещали в пластиковый контейнер, заливали 1 литром воды и оставляли на 2, 4, 6 и 8 дней. Затем воду сливали и заливали массу дистиллированной водой на 1 час. По истечении этого времени опилки вынимали и сушили в печи в течение 24 часов при температуре  $110^\circ\text{C}$ . Далее все исследования проводились также при комнатной температуре.

#### Результаты исследования

Определение потери веса обработанных опилок

Использовались по 10 г опилок разных объемов ( $5 \text{ мм}^3$ ,  $25 \text{ мм}^3$ ,  $120 \text{ мм}^3$ ), обработанных описанным выше способом. После обработки образцы рассматривали под оптическим микроскопом. В этом случае потеря веса опилок равна разности веса до и после обработки. Соотношение потерь веса рассчитывается следующим образом:

$$\frac{W_0 - W_1}{W_1} = W\%,$$

где  $W_0$  — вес образца волокна до обработки (г);  $W_1$  — вес образца волокна после обработки (г);  $W\%$  — процент потери веса (рис. 1).

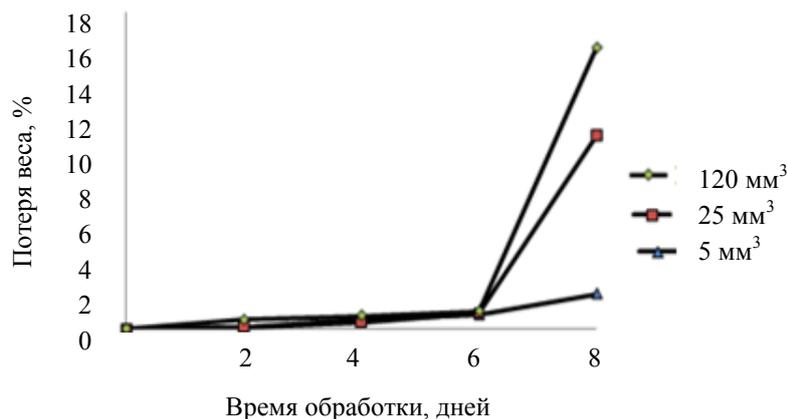


Рис. 1. Зависимость потери веса древесных опилок от продолжительности обработки водой

График показывает, что опилки объемом 120 мм<sup>3</sup> теряют в весе не намного больше, чем опилки объемом 25 мм<sup>3</sup> (разница — около 4 %). Если же сравнивать опилки объемом 5 мм<sup>3</sup> и 120 мм<sup>3</sup>, то потери веса последних выше в 8 раз. При этом у всех образцов потеря веса напрямую зависит от времени обработки (чем дольше испытания, тем меньше вес). При воздействии воды в течение длительного времени в жидкость переходит часть растворимых веществ, поэтому после промывания и высушивания материал становится легче.

В дальнейших экспериментах рассматривались по три образца из композита. Для его получения опилки различного объема (5 мм<sup>3</sup>, 25 мм<sup>3</sup>, 120 мм<sup>3</sup>) пропитывались 10-процентным полиуретановым эфиром, хорошо перемешивали, добавляли затвердитель и выливали смесь в пресс-формы. Полиэстер составлял 90 % всей массы образца.

#### Испытание на изгиб композитных материалов

Для проведения опытов были подготовлены образцы композитного материала 8×15×160 мм по ASTM D 790 [7, 8].

Сопrotивление изгибу измерялось в трех точках. На рис. 2 показан образец композитного материала, армированного опилками, перед испытанием на изгиб.



Рис. 2. Образцы композитного материала, армированного опилками, перед испытанием на изгиб

Сопrotивление образца изгибу (МПа) определяется по формуле:

$$\sigma_{изг} = \frac{3 \cdot P \cdot L}{2 \cdot B \cdot t^2},$$

где  $P$  — сила нагрузки (Н),  $L$  — длина образца (мм),  $B$  — ширина образца (мм),  $t$  — толщина образца (мм).

#### Испытание на сжатие композитных материалов

Для проведения опытов были подготовлены образцы композитного материала Ø 12,7×25,4 мм. Сопrotивление измеряли в сжатом состоянии. Нагрузка прикладывалась до тех пор, пока не происходил разрыв. Образцы армированных опилками композитных материалов, подготовленных к испытанию, представлены на рис. 3. Сопrotивление сжатию (МПа) определяется по формуле [9]:

$$\sigma_{сж} = \frac{P}{F},$$

где  $P$  — сила сжатия (Н),  $F$  — площадь поперечного сечения (мм<sup>2</sup>).



Рис. 3. Образцы композитного материала, армированного опилками, перед испытанием на сжатие

### Результаты испытаний на изгиб

Из рис. 4 видно, что образцы, изготовленные из опилок объемом  $5 \text{ мм}^3$ , более устойчивы к изгибу.

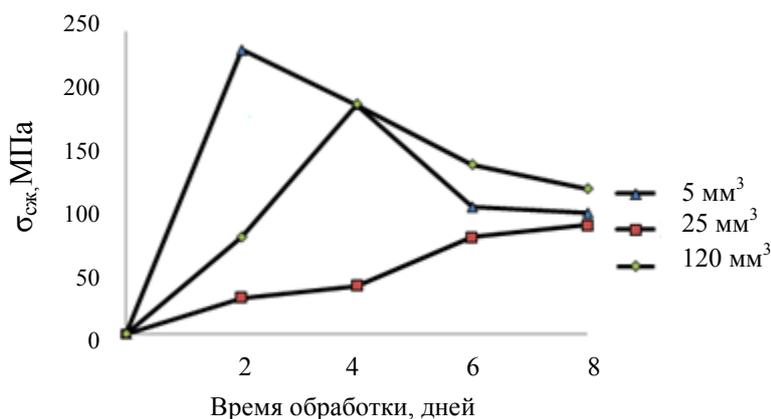


Рис. 4. Изменение сопротивления изгибу в зависимости от периода обработки образцов

Максимальное сопротивление изгибу ( $230,88 \text{ МПа}$ ) продемонстрировал образец с опилками объемом  $5 \text{ мм}^3$  после обработки в течение двух дней.

Образец  $25 \text{ мм}^3$  продемонстрировал максимальное сопротивление изгибу ( $98,6 \text{ МПа}$ ) при обработке в течение 8 дней. Образец  $120 \text{ мм}^3$  продемонстрировал максимальное сопротивление изгибу ( $194,55 \text{ МПа}$ ) при обработке в течение 4 дней.

Увеличение сопротивления изгибу в данном случае объясняется следующим образом. При обработке водой усиливается шероховатость поверхности опилок, увеличивается площадь взаимодействия с основой. Таким образом упрочняется сцепление между опилками и полиэфиром и, как следствие, увеличивается прочность образцов при изгибе.

### Результаты испытаний на сжатие

Образцы из опилок объемом  $5 \text{ мм}^3$  обладают меньшей прочностью на сжатие (в сравнении с образцами из опилок объемом  $25 \text{ мм}^3$  и  $120 \text{ мм}^3$  (рис. 5).

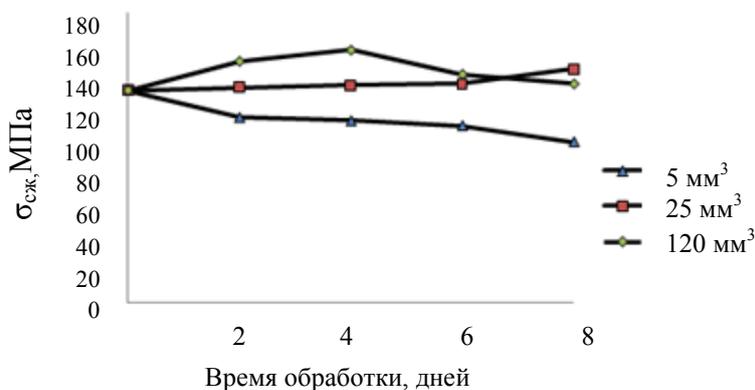


Рис. 5. Изменение сопротивления сжатию в зависимости от периода обработки образцов

Максимальное значение прочности на сжатие (156,67 МПа) демонстрируют образцы с опилками объемом 120 мм<sup>3</sup>, обработанные в течение четырех дней. Это объясняется тем, что при обработке водой на поверхности более крупных древесных опилок образуются углубления. Это приводит к усилению адгезии между опилками и основным полимером и повышает устойчивость композита к сжатию.

**Обсуждение и заключения.** Испытания образцов из композитных материалов, армированных древесными опилками и обработанных водой, позволяют сделать следующие выводы.

1. Образцы из опилок объемом 120 мм<sup>3</sup> теряют в весе больше, чем образцы из опилок объемом 5 мм<sup>3</sup> и 25 мм<sup>3</sup>.
2. Потеря веса образцов напрямую зависит от времени обработки водой.
3. При обработке образцов водой первое резкое увеличение сопротивления изгибу наблюдается в течение двух дней.
4. Максимальное сопротивление изгибу (230,88 МПа) продемонстрировал образец с опилками объемом 5 мм<sup>3</sup>.
5. Максимальное сопротивление сжатию (156,67 МПа) продемонстрировал образец с опилками объемом 120 мм<sup>3</sup>.

#### Библиографический список

1. Антибас, И. Р. Влияние содержания древесного дисперсного наполнителя на долговечность композиционных материалов / И. Р. Антибас, А. Г. Дьяченко // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2017. — Т. 17, № 1 (88). — С. 67–74. DOI: <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2017-17-1-67-74>
2. Kharmanda, G. Tegration of reliability and optimization concepts into composite yarns / G. Kharmanda, I.-R. Antypas // Состояние и перспективы развития сельскохозяйственного машиностроения : сб. ст. 10-й Междунар. юбилейной науч.-практ. конф. в рамках 20-й Междунар. агропром. выставки «Интерагромаш-2017». — Ростов-на-Дону : Изд-во ДГТУ, 2017. — С. 174–176.
3. Thames, S.-F. Effect of preparation and processing on mechanical prop-erties and water absorption of soy protein-based biocomposites / S.-F. Thames, L. Zhou // ICCE/5 : Fifth International Conference on Composites Engineering in July 5–11, 1998, Las Vegas / Ed. D. Hui. — New Orlean : ICCE ; University of New Orleans ; College of Engineering, 1998. — P. 887–897.
4. Yibin Xue. Mechanical Properties of Wood FiberComposites under The Influence of Temperature and Humidity / Yibin Xue [et.al]. — Atlanta : Department of Engineering Clark Atlanta University, 2003 — P. 3906–3911.
5. Starck, N.-M. Effects of Wood Fiber Characteristics on Mechanical Properties of Wood / Polypropylene Composites / N.-M. Starck, R.-E. Rowlands // Wood and fiber science. — 2003 — Vol. 35 (2). — P. 167–174.
6. Morphology and Mechanical Properties of Polypropylene — Wood Flour Composites / D. Dobрева [et al.] // BioResources. — 2006. — № 1 (2). — P. 209–219.
7. Антибас, И.-Р. Влияние формы гофрированного картона на амортизирующие свойства упаковки / И.-Р. Антибас, А. Н. Сиротенко // Состояние и перспективы развития сельскохозяйственного машиностроения : мат-лы 7-й междунар. науч.-практ. конф. в рамках 17-й междунар. агропром. выставки «Интерагромаш-2014». — Ростов-на-Дону: Изд-во ДГТУ, 2014. — С. 200–202.
8. Антибас, И.-Р. Определение характеристик компонентов композитных материалов, предназначенных для производства деталей сельскохозяйственной техники / И.-Р. Антибас, А. Г. Дьяченко // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2017. — Т. 17, № 3 (90). — С. 60–69. DOI: <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2017-17-3-60-69>
9. Kharmanda, G. System reliability based design optimization using optimum safety factor with application to multi failure fatigue analysis / G. Kharmanda, I.-R. Antypas // Состояние и перспективы развития сельскохозяйственного машиностроения : мат-лы 10-й междунар. юбилейной науч.-практ. конф. в рамках 20-й междунар. агропром. выставки «Интерагромаш-2017». — Ростов-на-Дону : Изд-во ДГТУ, 2017. — С. 177–179.

Поступила в редакцию 08.05.2018  
Сдана в редакцию 08.05.2018  
Запланирована в номер 05.07.2018

Received 08.05.2018  
Submitted 08.05.2018  
Scheduled in the issue 05.07.2018

**Об авторах:**

**Дьяченко Алексей Геннадьевич,**  
доцент кафедры «Основы конструирования машин»  
Донского государственного технического университе-  
та (РФ, 344010, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),  
кандидат технических наук, доцент,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9934-4193>  
[alvaic@mail.ru](mailto:alvaic@mail.ru)

**Савостина Татьяна Петровна,**  
старший преподаватель кафедры «Основы конструи-  
рования машин» Донского государственного техниче-  
ского университета (РФ, 344010, г. Ростов-на-Дону,  
пл. Гагарина, 1),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5550-7624>  
[kovtanya@yandex.ru](mailto:kovtanya@yandex.ru)

**Саед Бакир Имад,**  
доцент кафедры «Сельскохозяйственное машиностро-  
ение» Университета Алеппо (САР, г. Алеппо,  
Университет Алеппо, Механический факультет),  
доктор технических наук, доцент,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3855-7691>  
[bakir-111@mail.ru](mailto:bakir-111@mail.ru)

**Authors:**

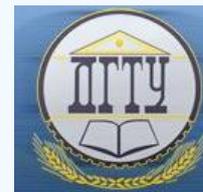
**Dyachenko, Alexey G.,**  
associate professor of the Machine Design Principles  
Department, Don State Technical University  
(1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF),  
Cand.Sci. (Eng.), associate professor,  
ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-9934-4193> ,  
[alvaic@mail.ru](mailto:alvaic@mail.ru)

**Savostina, Tatyana P.,**  
senior teacher of the Machine Design Principles  
Department, Don State Technical University  
(1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-5550-7624>  
[kovtanya@yandex.ru](mailto:kovtanya@yandex.ru)

**Saed Bakir Imad,**  
associate professor of the Agricultural Engineering  
Department, University of Aleppo (Faculty of Mechanics,  
University of Aleppo, Aleppo, Syrian Arab Republic),  
Dr.Sci. (Eng.), associate professor,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3855-7691>  
[bakir-111@mail.ru](mailto:bakir-111@mail.ru)

# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

## MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.793.06

<https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-306-310>

### Влияние ультразвука на процессы формирования и развития электрической искры при электроакустическом напылении\*

С. Б. Кудряшев<sup>1</sup>, А. А. Закалюжный<sup>2\*\*</sup>

<sup>1,2</sup> Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

### Ultrasonic effect on electric spark forming and development in electroacoustic spraying\*\*\*

S. B. Kudryashev<sup>1</sup>, A. A. Zakalyuzhny<sup>2\*\*</sup>

<sup>1,2</sup> Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

*Введение.* Статья посвящена изучению процесса электроакустического нанесения износостойких покрытий. Целью работы является получение математической модели влияния ультразвука на процессы формирования и развития электрической искры, происходящей в процессе электроакустического напыления.

*Материалы и методы.* В основе анализа влияния ультразвуковых колебаний на процессы, протекающие при формировании и развитии искрового разряда, рассмотрены уравнения непрерывности, движения и переноса энергии с учетом вклада ультразвукового поля. Учтены факторы, влияющие на теплопроводность и электропроводность сильно ионизованного газа.

*Результаты исследования.* При получении модели были сделаны предположения, что отвод тепла из канала осуществляется «прозрачным излучателем». Тогда для области канала было принято автомодельное решение: давление, температура и плотность постоянны по сечению, а скорость пропорциональна радиусу. Получена математическая модель, описывающая процессы, протекающие в искровом канале с учетом влияния энергии ультразвукового поля.

*Обсуждение и заключения.* На основании построенной модели установлено, что под действием ультразвука увеличивается радиус и температура искрового канала, а также создаются условия двукратной ионизации при высоких энергиях ультразвука.

*Introduction.* The electroacoustic application of wear-resistance coatings is studied. The work objective is to obtain a mathematical model of the ultrasonic effect on the formation and development of an electric spark occurring in the process of the electroacoustic sputtering.

*Materials and Methods.* The effect of ultrasonic vibrations on the processes occurring during the formation and development of a spark discharge is analyzed; the equations of continuity, energy motion and transfer, with the ultrasonic field contribution are considered. Factors affecting the thermal conductivity and electrical conductivity of strongly ionized gas are studied.

*Research Results.* When obtaining the model, it was assumed that the heat removal from the channel is carried out by a “clear emitter”. Then, for the channel region, a self-similar solution is made: pressure, temperature and density are constant over the cross-section, and velocity is proportional to the radius. A mathematical model that describes the processes occurring in the spark channel with the ultrasonic field energy effect is obtained.

*Discussion and Conclusions.* On the basis of the developed model, it is specified that under the ultrasonic radiation effect, the radius and temperature of the spark channel increase, and conditions of the double ionization under high ultrasonic energy are created.

**Ключевые слова:** электроакустическое напыление, упрочнение, упрочняющие покрытия, высококонцентрированные потоки энергий, ультразвук, электрическая искра, математическая модель, токопроводящий канал, термодинамика, ионизация.

**Keywords:** electroacoustic spraying, hardening, hardening coatings, highly concentrated energy flows, ultrasound, electric spark, mathematical model, conductive channel, thermodynamics, ionization.

**Образец для цитирования:** Кудряшев, С. Б. Влияние ультразвука на процессы формирования и развития электрической искры при электроакустическом напылении / С. Б. Кудряшев, А. А. Закалюжный // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2018. — Т. 18, № 3. — С. 306–310. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-306-310>

**For citation:** S.B. Kudryashev, A.A. Zakalyuzhny. Ultrasonic effect on electric spark forming and development in electroacoustic spraying. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no.3, pp. 306–310. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-306-310>



\* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

\*\* E-mail: skudryshov@donstu.ru, zakalzhnyy-95@yandex.ru

\*\*\* The research is done within the frame of the independent R&D.

**Введение.** При нанесении износостойких покрытий методом электроакустического напыления образуется сравнительно узкий токопроводящий канал с высокой температурой и ионизацией, в котором выделяется джоулево тепло, что приводит к повышению давления и расширению канала. Расширяющийся канал действует подобно поршню на остальной газ и, так как расширение происходит со сверхзвуковой скоростью, вызывает в нем ударную волну, которая распространяется впереди этого своеобразного поршня. Температура в области ударной волны гораздо выше, чем в невозмущенном газе, а температура в самом канале во много раз больше, чем в ударной волне. Соответственно, плотность газа в канале очень мала, подавляющая часть массы движущегося газа вытесняется из него, что и дает возможность рассматривать границу канала как поршень [1].

Сам факт образования узкого канала можно понять так: при действии ультразвука, а также после пробы газа и появления в нем проводимости в местах протекания тока выделяется джоулево тепло. Электропроводность газа, как известно, сильно возрастает с температурой. Так, при высокой степени ионизации, когда существенны столкновения электронов с ионами, электропроводность пропорциональна  $T^{3/2}$ . При малой ионизации эта зависимость более резкая, т.к. с ростом  $T$  быстро возрастает степень ионизации и, следовательно, появляется тенденция к концентрации тока в сравнительно узком канале. В местах, где выше температура, проводимость тока больше, значит, там течёт больший ток и выделяется больше тепла. Это приводит к еще большему разогреву и так далее [2].

Физическими процессами, определяющими ширину канала и предел концентрации тока, является отвод тепла из канала и расширение нагретой области под действием давления. Каналом можно считать область до точки, где температура и степень ионизации существенно понижается. В канале можно пренебречь инерцией газа, но надо учесть выделение и перенос тепла. В области ударной волны нужно учитывать инерцию, но можно пренебречь электро- и теплопроводностью. Эти две области разделены переходным слоем — «оболочкой» канала. В оболочке происходит нагрев и ионизация входящего в канал газа [3, 4].

**Материалы и методы.** Основными уравнениями задачи являются уравнения непрерывности, движения и переноса энергии с учетом действия ультразвукового поля. Они имеют вид [5, 6]

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = V \frac{\partial \rho}{\partial r} + \rho \frac{\partial (rV)}{r \partial r} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left( \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{\partial p}{\partial r} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \rho \varepsilon + \frac{\rho V^2}{2} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \rho V \left( \varepsilon + \frac{p}{\rho} + \frac{V^2}{2} \right) \right\} + \frac{\partial (rq)}{r \partial r} = jE + U \quad (3)$$

где  $\rho$  — плотность,  $V$  — скорость,  $p$  — давление,  $\varepsilon$  — внутренняя энергия на единицу массы газа,  $q$  — поток тепла,  $j$  — плотность тока,  $E$  — электрическое поле,  $U$  — вклад ультразвукового поля.

Уравнение состояния имеет вид

$$p = (n_e + n_i) T = \rho T (z+1) / m_a \quad (4)$$

где  $m_a$  — средняя масса атома;  $n_e, n_i$  — числа электронов и ионов в единице объема;  $z$  — средний заряд иона;  $n_e = z n_i$ . Температура выражена в энергетических единицах.

Будем считать, что ионизацию в канале можно подсчитать по формуле Саха. Внутренняя энергия газа

$$\varepsilon = \frac{3}{2} \frac{p}{\rho} + \frac{I}{m_a} = \frac{p}{\rho} \left[ \frac{3}{2} + \frac{I}{(z+1)T} \right] \quad (5)$$

где  $I$  — полная энергия ионизации плюс энергия диссоциации, отнесенная на один атом. Формулу (5) удобно применять в случае полной ионизации; при неполной ионизации с увеличением  $T$  возрастает и величина  $I$ . При этом, как следует из формулы Саха,  $I/T \approx const$ , поэтому для  $\varepsilon$  более удобна формула

$$\varepsilon = \frac{1}{\gamma - 1} \frac{p}{\rho} \quad (6)$$

где  $\gamma$  — эффективный показатель адиабаты; для воздуха  $\gamma = 1,22$ .

Электропроводность  $\sigma$  и теплопроводность  $\chi$  сильно ионизированного газа равны

$$\sigma = \sigma_1(T) T^{3/2} = 3\sigma'(z) T^{3/2} / (4e^2 \sqrt{2\pi m} \lambda) \quad (7)$$

$$\chi = \chi_1(z) T^{5/2}$$

Здесь  $e, m$  — заряд и масса электрона,  $\lambda = \ln\left(3T^{3/2}/\left(ze^3\sqrt{4\pi n_e}\right)\right)$ ,  $\sigma'(z)$  — безразмерный коэффициент.

Для  $z=1$  значение  $\sigma' = 1,95$ . Величина  $\chi e^2/\sigma T$ , согласно закону Видемана-Франца, порядка 1. Для  $\lambda=5$   $\sigma$

$$I(1) = 3,4 \cdot 10^{13} \text{ сек}^{-1} eV^{-3/2},$$

$$\chi_1(1) = 3,9 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-1} \text{ сек}^{-1} eV^{-5/2}.$$

**Результаты исследования.** Предположим, что зависимость от времени радиуса канала, граница которого играет роль поршня, вытесняющего газ, имеет вид  $a(t) = At^k$ ; движение в области ударной волны определяется двумя размерными параметрами  $A, \rho$ .

В уравнениях (4)–(6) введем безразмерные обозначения ( $a_c$  — радиус фронта волны)

$$x = r/a_c(t), \quad \rho'(x) = \rho/\rho_0, \quad V'(x) = V/a_c, \quad p'(x) = p/\rho_0 a_c^2 \quad (8)$$

Пренебрегая выделением и переносом тепла, запишем систему (1)–(3) в форме

$$(V' - x) \frac{dp'}{dx} + \rho' \frac{dxV'}{xdx} = 0$$

$$\left(1 - \frac{1}{k}\right) V' + (V' - x) \frac{dV'}{dx} + \frac{1}{\rho'} \frac{dp'}{dx} = 0 \quad (9)$$

$$2\left(1 - \frac{1}{k}\right) p' + (V' - x) \frac{dp'}{dx} + \gamma p' \frac{dxV'}{xdx} = 0$$

с граничными условиями при  $x=1$

$$\rho' = (\gamma + 1)/(\gamma - 1), \quad V' = 2/(\gamma - 1), \quad p' = 2(\gamma - 1) \quad (10)$$

Положение поршня определяется точкой, где  $V' = x$ . Давление на поршень  $p_k$  можно выразить через скорость поршня.

$$p_k = K_p \rho_0 a^2, \quad (11)$$

где «коэффициент сопротивления»  $K_p \approx 0,9$  ( $K_p = p'(a) a^2 / a^2$ ) находится из численного решения системы (9).

Будем пренебрегать излучением и примем, что

$$q = -\chi \frac{dT}{dr} \quad (12)$$

Пусть температура  $T$  в канале много больше, чем требуется для полной ионизации, следовательно, на краю  $T$  много меньше, чем в центре. Положим  $T=0$  при  $r=a$ . Введем безразмерные обозначения

$$s = \frac{r^2}{a^2(t)}, \quad \theta(s) = \frac{T}{T_0}, \quad u = \frac{1}{\theta} \frac{r}{2a} \left( \frac{r}{a} - \frac{V}{a} \right), \quad y = \frac{r}{2a} \left\{ \frac{q}{pa} + \frac{5}{2} \left( \frac{V}{a} - \frac{r}{a} \right) \right\}, \quad (13)$$

где  $T_0$  — температура на оси. Давление считаем постоянным по сечению канала.

Если отвод тепла из канала осуществляется «прозрачным излучателем», то для области канала можно указать простое автомодельное решение: давление, температура и плотность постоянны по сечению, а скорость пропорциональна радиусу. Все падение температуры сосредоточено в оболочке. Там же поглощается излучение и происходит ионизация газа, поступающего в канал. Считая оболочку тонкой, можно получить систему уравнений для основных параметров канала. В общем случае можно пользоваться для оценок этими уравнениями как математической моделью, описывающей, хотя и грубо, основные процессы в канале. При этом приближенно учитываются действия ультразвука и теплопроводность [7].

Уравнения баланса энергии для канала и оболочки имеют вид

$$\frac{dW}{dt} = p \frac{d\pi a^2}{dt} = Q_j + Q_U, \quad (14)$$

$$\left( \varepsilon + \frac{p}{\rho} \right) \frac{dM}{dt} = Q_i + Q_R, \quad (15)$$

где  $M, W$  — масса и энергия газа в канале. Уравнение (15) получается интегрированием (3) по сечению канала (включая оболочку) без предположения о виде распределения величин по сечению. Для однородной модели положим

$$W = M \cdot \varepsilon, M = \pi \cdot a^2 \rho.$$

Уравнения (14), (15) есть следствие закона сохранения энергии. Выражения для выделения тепла  $Q_j$  за счет электрического поля и тепла  $Q_U$  за счет ультразвукового поля, а также для теплоотвода излучением  $Q_R$  и теплопроводностью  $Q_T$  можно взять в виде

$$Q_j = j^2 / \pi a^2 \sigma, \quad Q_U = \eta \omega \quad (16)$$

$$Q_R = \pi a^2 Q'_R(p, T), \quad Q_T = 1,3 \cdot 2\pi \chi T \quad (17)$$

где  $\omega$  — частота ультразвуковых колебаний,  $\eta$  — размерный коэффициент.

Сравнивая (14) и (15), получим, что

$$Q_T + Q_R = \mu (Q_j + Q_U), \quad (18)$$

где  $\mu$  — коэффициент порядка 1. Если  $T$  не зависит от  $t$ , то

$$\mu = \gamma \left[ 1 + (\gamma - 1) 2a^2 \left( \frac{d^2 a^2}{dt^2} \right)^{-1} \right]^{-1} \quad (19)$$

Рассмотрим канал в воздухе с проводимостью  $\sigma = 2 \cdot 10^{14} \text{ сек}^{-1}$ ;  $K_p = 0,9$ ;  $\gamma = 1,2$ ;  $j \sim t$ ; следовательно,  $\xi = 4,5$ . Для радиуса канала получим выражение

$$a = 0,93(1 + \theta)^{1/6} \rho^{-1/6} j^{1/3} t^{1/2} \quad (20)$$

Здесь,  $a$  измеряется в мм,  $j$  в кА,  $t$  в мксек;  $\rho_0 = 1,29 \cdot 10^{-3} \text{ г/см}^3$  при атмосферном давлении. Если же ударная волна слабая, то радиус аналогично находится из (19).

Ниже в таблице 1 приводятся значения радиуса, рассчитанные по формуле (20), при разных значениях  $\theta$  и  $t$  (мксек) при напряжении разряда  $V = 30 \text{ В}$  и емкости батареи  $c = 0,15 \text{ мкФ}$ , а также при индуктивности в цепи  $L = 4 \text{ нГн}$  (что отвечает  $j = V/L = 7,5 \cdot 10^9 \text{ А/сек}$ ).

Таблица 1

Радиус канала при различных значениях  $\theta, t$

T $\theta$	0,3	0,5	1
0	0,65	1,00	1,62
1	0,73	1,12	1,82
2	0,78	1,20	1,95
3	0,82	1,26	2,04

Проведем оценки температуры в канале. Считаем, что  $\mu \sim 1$ , для того же разряда, что и выше в момент  $t = 1 \text{ мксек}$  при  $L = 4 \text{ нГн}$  имеем, что  $Q_j + Q_U = (1 + \theta) 1,7 \cdot 10^{13} \text{ эрг/см сек}$ . Если считать, что все тепло переносится электронной теплопроводностью, а излучением пренебречь, то получим, что  $T \approx 4(1 + \theta)eV$ . Приняв  $T = 4eV$  найдем, что количество ионов в единице объема в этом случае будет  $n_j = 9 \cdot 10^{17}$ , что по порядку соответствует экспериментальным значениям.

**Заключение.** На основании построенной приближенной модели можно сделать следующие выводы о влиянии ультразвука на развитие искрового канала.

1. Радиус канала увеличивается в  $(1 + \theta)^{1/6}$  раз по сравнению со случаем, когда нет ультразвука, где  $\theta$  — отношение энергий электрического и ультразвукового полей.
2. Температура в канале увеличивается пропорционально  $(1 + \theta)$  в предположении, что отток тепла осуществляется электронной теплопроводностью.
3. Уже в момент образования ударной волны наступает почти полная ионизация в канале и могут создаваться условия для двукратной ионизации при высоких энергиях ультразвука.

### Библиографический список

1. Жданов, Г. С. Физика твердого тела / Г. С. Жданов. — Москва : МГУ, 1962. — 500 с.
2. Gadalov V. N. Emel'yanov S. G. Safonov S. V. Vornacheva I. V. Filonovich A. V. Electroacoustic coating application to improve the performance of composites based on heat-resistant nickel alloys. — М: Allerton Press, Inc. Russian Engineering Research, 2017. — Volume 37, Issue 9, pp 751–753
3. Гуревич, А. Г. Физика твердого тела / А. Г. Гуревич. — Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2004. — 320 с.
4. Кушнер, В. С. Материаловедение / В. С. Кушнер [и др.]. — Омск : ОмГТУ, 2008. — 232 с.
5. Кудряшев, С. Б. Разработка динамики продольно-крутильных волноводов применительно к процессу электроакустического напыления при упрочнении режущего инструмента: автореф. дис. ... канд. техн. наук / С. Б. Кудряшев. — Ростов-на-Дону, 1998. — 22 с.
6. Лозанский, Э. Д. Теория искры / Э. Д. Лозанский, О. Б. Фирсов. — Москва : Атомиздат, 1975. — 272 с.
7. Малеев, Д. Н. Электроакустическое напыление упрочняющих покрытий / Д. Н. Малеев, В. С. Минаков. — Ростов-на-Дону : ДГТУ, 2014. — 136 с.
8. Малеев, Д. Н. Оптимизация процесса электроакустического напыления по критерию микротвердости / Д. Н. Малеев, В. Х. Аль-Гибби, Д. А. Чиликин // Вестник Донского государственного технического университета. — 2010. — Т.10, №3(46). — С. 339–344.
9. Гадалов, В. Н. Некоторые сведения о состоянии современных упрочняющих технологий с акцентом на электроискровое легирование [электронный ресурс] / В. Н. Гадалов, И. В. Ворначева, И. А. Макарова // Auditorium. Электронный научный журнал Курского государственного университета. — 2017. — № 4 (16). — Режим доступа : <https://cyberleninka.ru/article/v/nekotorye-svedeniya-o-sostoyanii-sovremennyh-uprochnyayuschih-tehnologiy-s-aktsemom-na-elektroiskrovoe-legirovanie> (дата обращения 24.04.2018).
10. Белоцкий, А. В. Ультразвуковое упрочнение металлов / А. В. Белоцкий. — Киев : Техника, 1989. — 168 с.

Поступила в редакцию 20.03.2018  
Сдана в редакцию 21.03.2018  
Запланирована в номер 21.06.2018

Received 20.03.2018  
Submitted 21.03.2018  
Scheduled in the issue 21.06.2018

### Об авторах:

**Кудряшев Сергей Борисович**,  
доцент кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, доцент,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4767-470X>  
[skudryshov@donstu.ru](mailto:skudryshov@donstu.ru)

**Закалюжный Алексей Александрович**,  
магистрант кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1888-3222>  
[zakalzhnuy-95@yandex.ru](mailto:zakalzhnuy-95@yandex.ru)

### Authors:

**Kudryashev, Sergey B.**,  
associate professor of the Production Automation Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF), Cand.Sci. (Eng.), associate professor,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4767-470X>  
[skudryshov@donstu.ru](mailto:skudryshov@donstu.ru)

**Zakalyuzhny, Alexey A.**,  
graduate student of the Production Automation Department, Don State Technical University (1, Gagarin sq., Rostov-on-Don, 344000, RF),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1888-3222>  
[zakalzhnuy-95@yandex.ru](mailto:zakalzhnuy-95@yandex.ru)

# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.791

<https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-311-317>

## Ремонт главного вала тостера сушиллки\*

Ю. Г. Людмирский<sup>1</sup>, С. С. Ассауленко<sup>2\*\*</sup>

<sup>1,2</sup> Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

## Repairing the main shaft of dryer toaster\*\*\*

Y. G. Lyudmirsky<sup>1</sup>, S. S. Assaulenko<sup>2\*\*</sup>

<sup>1,2</sup> Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

*Введение.* Статья посвящена анализу причин повреждений и износа главного вала тостера сушиллки. Рассмотрены специфика ремонтного производства и ограничения в выполнении сварочных работ, которые необходимо учитывать при создании технологии, обеспечивающей восстановление эксплуатационных свойств конструкции.

Цель работы — создание технологии ремонта главного вала тостера без его разборки. Для реализации этой задачи была установлена расчетная ремонтная конструкция и выполнены послесварочные операции, обеспечивающие требования технической и нормативной документации к данной конструкции.

*Материалы и методы.* В программной среде «Компас 3D» разработаны модели: целого вала (конструкция вала в проектом состоянии); вала, поврежденного в результате длительной эксплуатации (более 15 лет); поврежденного вала с приваренной ремонтной конструкцией. Проведено численное моделирование напряженно-деформированного состояния (НДС) моделей.

*Результаты исследования.* Разработано программное обеспечение для численного моделирования НДС ремонтной конструкции. С помощью модели получена конструкция ремонтного вала, в которой максимальные напряжения не превышают напряжений вала в проектом состоянии. Для исключения влияния агрессивной среды на коррозионную усталостную прочность вала использован изоляционный способ. Для присоединения ремонтной конструкции к валу разработана технология выполнения швов, позволяющая ограничить биение 0,12 мм.

*Обсуждение и заключения.* Рассмотрены работающие при кручении валы, поврежденные в результате износа и коррозии на большую глубину. Для восстановления их конструктивной прочности целесообразно использовать комплекс перечисленных далее методов. Конструктивный (заключается в установке дополнительных деталей, компенсирующих недостаточную прочность, и обеспечивает уменьшение концентрации напряжений в наиболее нагруженных зонах). Технологический (уменьшает остаточные сварочные напряжения за счет рациональной последовательности деформирования, способствующего наведению благоприят-

*Introduction.* The sources of damage and wear of the main shaft of the drier toaster are analyzed. The repair know-how and welding operations execution limitations which must be considered when developing the technique providing the restoration of the structure performance features are studied. The work objective is to develop a technique of repair without dismantling for the main toaster shaft. To solve the task, a design repair structure was installed, and postwelding operations that meet the engineering and regulatory requirements for this structure were performed.

*Materials and Methods.* In “Kompas 3D” software, the following models were developed: integral shaft (project shaft design); damaged shaft as a result of long-term operation (more than 15 years); and damaged shaft with a welded repair structure. Numerical simulation of the stress-strain state (SSS) was carried out.

*Research Results.* Software for the computational modeling of the repair structure SSS is developed. The repair shaft structure in which the maximum stresses do not exceed the shaft stresses in the project design is obtained using the model. To eliminate the aggressive medium effect on the corrosion fatigue strength of the shaft, an insulating method is used. A technique for mounting the repair structure to the shaft allowing for the outrun limitation 0.12 mm is developed.

*Discussion and Conclusions.* Torsion shafts damaged deeply by wear and corrosion are considered. To restore their structural integrity, it is worthwhile using the following complex of techniques:

- constructive (consists in the installation of optional parts that compensate for insufficient strength, and provides a reduction in stress concentration in the most loaded zones);
- processing (reduces residual welding stresses due to the reasonable sequence of deformation that contributes to generating favorable residual compressive stresses);
- isolation (is based on the application of anticorrosion

\* Работа выполнена по договору № 130 от 19.04.2014 г.

\*\* E-mail: lyudmirskiy40@mail.ru, assaulenko\_s@mail.ru

\*\*\* The research is done within the frame of Contract No. 130 of 19.04.2014.



ных остаточных напряжений сжатия). Изолирующий (основан на нанесении антикоррозионных покрытий).

Экономическая целесообразность разработанной технологии ремонта несомненна. Ремонт вала без его разборки стоил 180 тысяч рублей, а цена нового вала — 3,8 млн рублей.

**Ключевые слова:** ремонт сваркой в производственных условиях, ремонт вала, выбор типа ремонта, 3D-моделирование, метод конечных элементов (МКЭ), дополнительные детали, концентрация напряжений, технология ремонта, пластическое деформирование, экономическая целесообразность.

**Образец для цитирования:** Людмирский, Ю. Г. Ремонт главного вала тостера сушилки / Ю. Г. Людмирский, С. С. Ассауленко // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2018. — Т. 18, № 3. — С. 311–317. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-311-317>

coatings).

The economic expediency of the developed repair technique is obvious. The repairing of the shaft without dismantling costs 180,000 rubles, while a new shaft costs 3.8 million rubles.

**Keywords:** welding repair under factory conditions, shaft repair, repair type selection, 3D modeling, finite-element method (FEM), optional parts, stress factor, repair technique, plastic deformation, economic expediency.

**For citation:** Y.G. Lyudmirsky, S.S. Assaulenko. Repairing the main shaft of dryer toaster. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no.3, pp. 311–317. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-311-317>

**Введение.** Выход из строя машин часто бывает обусловлен негативным влиянием конструктивных, технологических или эксплуатационных факторов. Чтобы выбрать тип ремонта, необходимо знать:

- особенности работы конструкции,
- условия ее эксплуатации;
- возможные причины выхода из строя основных элементов.

Специфика ремонтного производства состоит в том, что при выполнении работ приходится иметь дело с уже созданными конструкциями. Это требует выбора определенных способов сварки, расположения ремонтных сварных соединений, ограничивает доступ к местам сварки. В некоторых случаях сужаются возможности подогрева металла при сварке и последующей термической обработке сварного соединения [1]. Все это приводит к необходимости создания специальных технических решений в каждом конкретном случае.

Маслоэкстракционные заводы для отгонки растворителя (бензина) из шрота (жмыха) используют чанный испаритель (тостер), снабженный греющими рубашками и трубопроводами подачи пара. Тостер, показанный на рис. 1, представляет собой колонный аппарат, собранный из чанов (1), установленных один над другим.

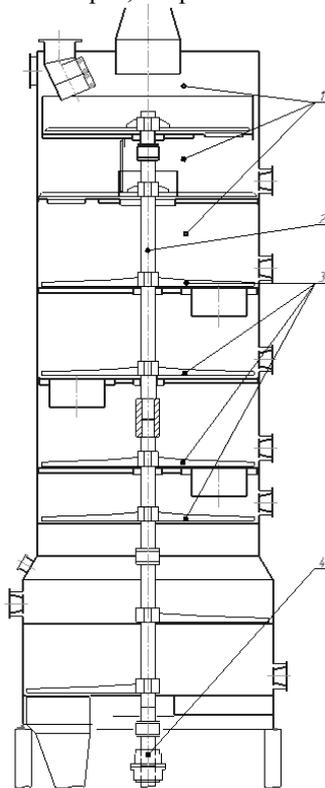


Рис. 1. Схема тостера сушилки

Через все чаны проходит вал 2, на котором закреплены парные мешалки шрота 3, установленные над днищами чанов с небольшим зазором. Привод вала осуществляется через редуктор 4 от двигателя мощностью 160 кВт и вращается с частотой 10 об/мин. Крутящий момент на валу тостера — 14500 кГ·м.

Тостер сушиллки, исследованный в рамках данной работы, в течение 15 лет эксплуатировался на масло-экстракционном предприятии филиала «МЭЗ Юг Руси», что привело к значительному местному износу вала.

Проектные размеры вала: диаметр 285 мм, длина 6860 мм. Как показала проведенная диагностика, выработка вала локализовалась в его нижней части, где он контактирует со шротом (действующим как абразив). Температура шрота 105 °С. Место контакта обдувается влажным воздухом. В этой части вала на участке 700 мм его диаметр в результате коррозионно-механического износа уменьшился до 245 мм.

Изношенная часть вала показана на рис. 2.

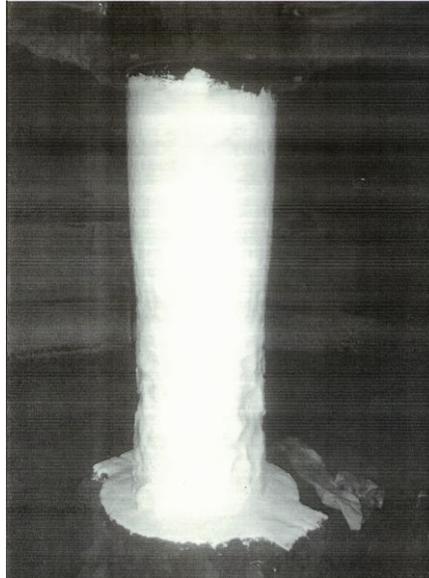


Рис. 2. Износ вала после 15 лет эксплуатации

Расчеты, выполненные согласно работе [2], показали, что полярный момент инерции вала в проектном состоянии составлял  $6,6 \cdot 10^4 \text{ см}^4$ , а в результате эксплуатации он уменьшился до  $3,8 \cdot 10^4 \text{ см}^4$ . Дальнейшая эксплуатации вала без восстановления его несущей способности может привести к разрушению и взрыву паров бензина в тостере. В связи с этим оценивались различные варианты ремонта главного вала тостера. Замена не рассматривалась из-за высокой стоимости индивидуального изготовления вала. Кроме того, его демонтаж требовал разборки тостера и помещения, в котором он установлен, что практически невозможно.

В настоящее время наиболее широко применяют следующие способы ремонта изношенных валов:

- наплавка металла на поврежденную поверхность [3] с целью восстановления размеров и несущей способности деталей;
- замена поврежденного участка конструкции новым;
- установка дополнительных деталей или ремонтной конструкции [4].

Первый вариант ремонта был отклонен, т. к. в этом случае требовалось наплавить на вертикально расположенный вал большой объем металла (более 140 кг), что неизбежно привело бы к появлению дефектов и к большим деформациям.

Второй способ трудноосуществим. При его реализации возникнут сложности с вырезкой поврежденной части вала, разделкой кромок под сварку, сборкой и сваркой. В результате появятся недопустимые сварочные деформации. В этом случае даже при удачной замене поврежденного участка весьма вероятно нарушение эксплуатационных свойств тостера.

Третий способ ремонта обычно рекомендуют, если повреждение поверхности имеет большие размеры [4, 5]. Таким образом, было решено ремонт главного вала тостера выполнять путем установки ремонтной конструкции (рис. 3).

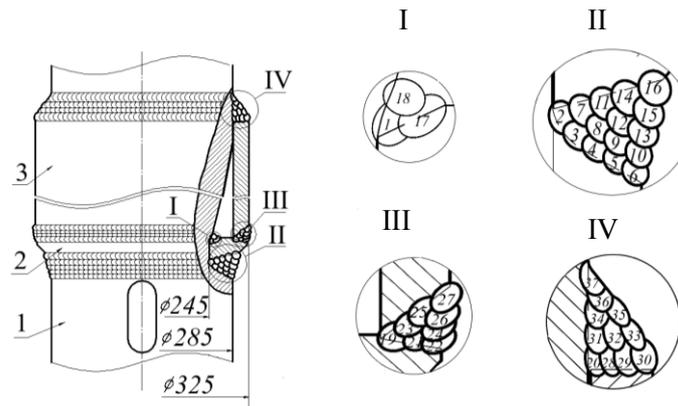


Рис 3. Схема ремонтной конструкции

Конструкция вала 1 состоит из двух полуколец 2 и двух полумуфт 3. Размеры муфты и кольца назначили, руководствуясь прочностными и технологическими соображениями. Длина муфты, равная 800 мм, превышала длину поврежденного участка вала на 100 мм. Внутренний диаметр муфты равен 285 мм, наружный — 325 мм. Для восстановления статической прочности вала в его изношенной части требовалось приварить элемент, полярный момент инерции которого восполнил бы его потерю при износе ( $6,6 \cdot 10^4 \text{ см}^4 - 3,8 \cdot 10^4 \text{ см}^4 = 2,8 \cdot 10^4 \text{ см}^4$ ). При вышеназванных диаметрах полярный момент инерции полумуфты равен  $3,1 \cdot 10^4 \text{ см}^4$ . Таким образом, размеры ремонтной конструкции, приваренной к валу, не только восстанавливают расчетный момент инерции вала, но и увеличивают его на 15 %, что обеспечивает статическую прочность вала.

В работах [6, 7, 8] показано, что долговечность сварных конструкций, работающих при повторно-статических нагрузках во влажной среде, во многом зависит от напряженно-деформированного состояния (НДС) в зоне перехода от металла шва к основному металлу. Для оценки влияния геометрии сварных швов на НДС использовали метод конечных элементов (МКЭ). Проектируя ремонтную конструкцию, стремились к тому, чтобы напряжения в районе сварных швов не превышали напряжений в районе шпоночных пазов, имеющих на валу для передачи крутящего момента на мешалки шрота.

Методика расчета НДС представлена в работе [9]. В программной среде «Компас 3D» были разработаны 3D-модели целого вала с первоначальным шпоночным пазом, поврежденного коррозией вала и поврежденного вала с учетом установки ремонтной конструкции. Для расчета использовали программный продукт Ansys [10, 11]. 3D-модели импортировались в Ansys Workbench. С помощью этой программной оболочки выполнены предварительная обработка геометрии и подбор материала, соответствующего материалу вала — 17Г1С (табл. 1).

Таблица 1

Параметры выбранного материала

Свойство	Единица измерения	Значение
Плотность	кг/м <sup>3</sup>	7850
Предел текучести	МПа	250
Предел прочности	МПа	460

Далее был проведен расчет, который включает в себя создание конечноэлементной сетки, а также установку граничных условий путем приложения крутящего момента со стороны редуктора и жесткого закрепления вала с обратной стороны.

На рис. 4 представлены результаты рассчитываемых конструкций, а в таблице 2 — максимальные напряжения на валу: в местах расположения шпоночных пазов (рис. 4, а), в месте износа вала (рис. 4, б), в наиболее нагруженном месте ремонтной конструкции (рис. 4, в).

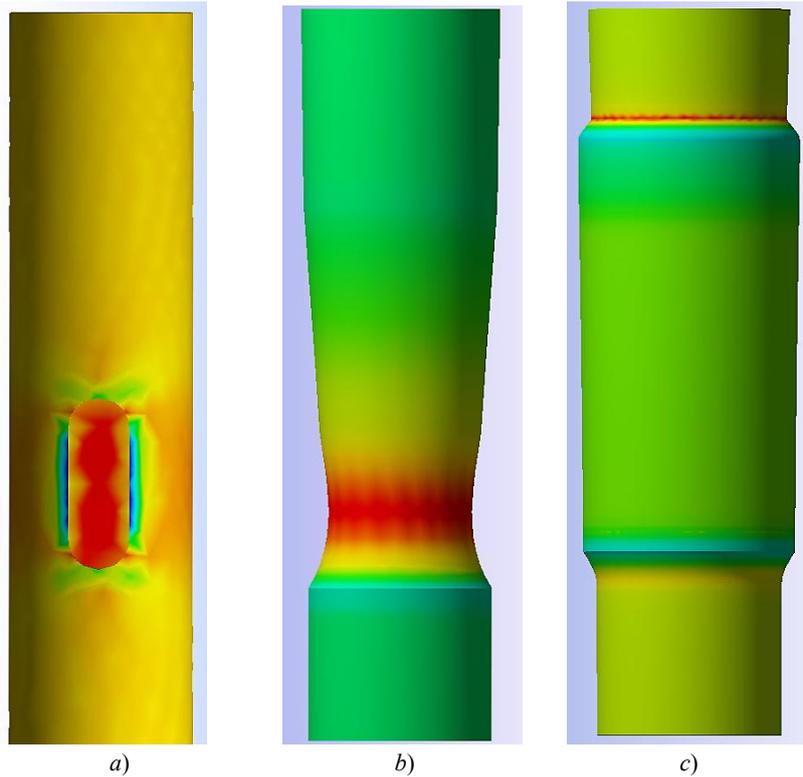


Рис. 4. Модели расчета НДС в местах расположения: шпоночных пазов (а); износа вала (б); ремонтной конструкции (в)

Таблица 2

Максимальные расчетные напряжения

Место расчета напряжений на валу	Максимальное напряжение, МПа
В расположении шпоночных пазов	74
В месте износа вала	124
В ремонтной конструкции	75

Видно, что напряжения в разработанной ремонтной конструкции практически не превышают проектных напряжений в местах расположения шпоночных пазов.

НДС зависит не только от рабочих напряжений, но и от величины и знака остаточных напряжений в зоне сопряжения металла шва с основным металлом. Поэтому в технологии ремонта использовали метод пластического деформирования [12]. Он позволяет уменьшить остаточные напряжения растяжения или даже перевести их в благоприятные напряжения сжатия.

Перед началом ремонтных работ была проведена дегазация тостера и цеха, в котором он находится. Поврежденную часть вала и места сварки зачистили до металлического блеска вращающимися щетками.

Сборку ремонтной конструкции начали с установки двух полуколец 2 (рис. 3), их стяжки и прихватки. Для сварки полуколец использовали электроды УОНИ 13/55 [13] на режимах, указанных в табл. 3.

Таблица 3

Режимы ручной дуговой сварки покрытыми электродами

Марка электродов	Диаметр, мм	Рекомендованная сила тока при РДС*, А, в положении:		
		нижнем	вертикальном	горизонтальном и потолочном
УОНИ 13/45, УОНИ 13/55	3,0	80–100	60–80	70–90
	4,0	130–160	100–130	120–140
	5,0	170–200	140–160	150–170

\*РДС — режим дуговой сварки.

После этого произвели зачистку швов заподлицо с основным металлом.

Затем кольцо установили перпендикулярно валу, как показано на рис. 3, приварили его и выполнили сварку кольцевых швов, присоединяющих кольцо 2 к валу, по схеме, показанной на рис 5, а.

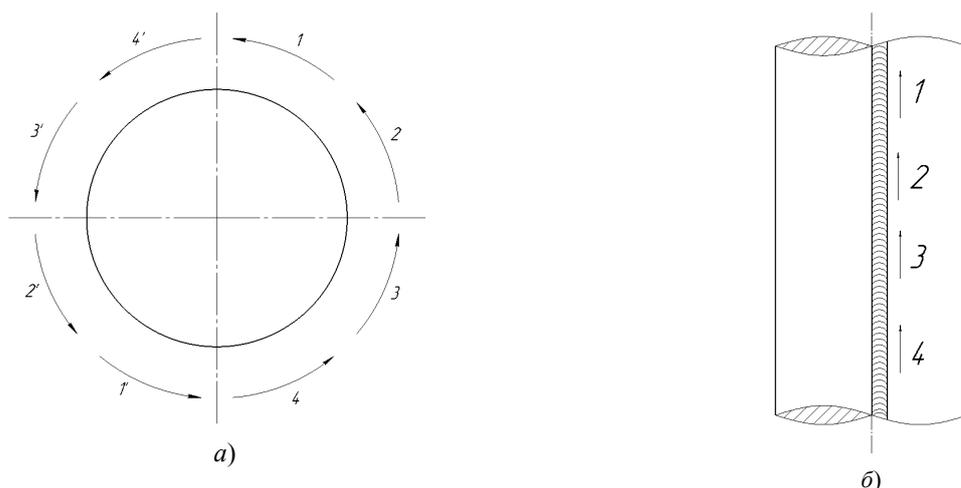


Рис. 5. Схема выполнения: кольцевых швов (а), продольных швов (б)

Сварку выполняли одновременно два сварщика. Порядок наплавки валиков (1–18) показан на рис. 3.

На приваренное кольцо установили две полумуфты — так, что расстояние от продольных швов кольца до продольных швов муфты составляло 120–130 мм. Полумуфты обжали вокруг вала с помощью двух центраторов и выполнили в каждом стыке по три прихватки длиной 50–60 мм. Для уменьшения вероятности появления дефектов при сварке начало и конец каждой прихватки зачистили абразивным инструментом. После этого верхний центратор удалили и приступили к сварке продольных швов муфты. Сварку выполняли обратноступенчатым способом [14] снизу вверх — в порядке, показанном на рис. 5, б. После выполнения 70 % длины продольного шва удалили нижний центратор и закончили выполнение корневого шва. Заполняющие и облицовочные валики выполняли в том же порядке. Каждый последующий слой смещали относительно предыдущего на 25–30 мм. Силу тока, рекомендованную в табл. 2 для сварки вертикальных швов, уменьшили на 10 %.

Кольцевые швы, присоединяющие муфту к валу и кольцу, выполняли одновременно два сварщика, расположенные в диаметрально противоположных местах относительно вала (рис. 5, а). Вначале были наплавлены валики 19–27, а затем 28–37 (рис. 3). После выполнения кольцевых швов произвели их зачистку и пластическое деформирование по линии сопряжения металла шва с основным металлом вала. Качество сварных соединений проверяли визуальным контролем послойно.

Радиальное биение вала измерялось выше ремонтной конструкции на 100 мм индикаторами часового типа в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Его значение не превысило 0,12 мм.

С целью защиты от коррозии муфты и вала пространство между ними заполнили подсолнечным маслом [15], а наружную поверхность вала изолировали эпоксидным клеем марки ЭДП по ТУ 07510508.90-94.

Целостность отремонтированного вала контролируется ежеквартально. Он безотказно работает в течение четырех лет при полном соответствии функциональных показателей требованиям технической и нормативной документации.

Экономическая целесообразность разработанной технологии несомненна. Ремонт обошелся в 180 тысяч рублей, а цена нового вала — 3,8 млн рублей.

**Выводы.** Для восстановления конструктивной прочности валов, работающих при кручении, целесообразно использовать комплекс перечисленных далее методов. *Конструктивный* предполагает установку дополнительных деталей, компенсирующих недостаточную прочность, и обеспечивает уменьшение концентрации напряжений в наиболее нагруженных зонах. *Технологический* уменьшает остаточные сварочные напряжения за счет рациональной последовательности деформирования, способствующего наведению благоприятных остаточных напряжений сжатия. *Изолирующий* заключается в нанесении антикоррозионных покрытий.

#### Библиографический список

1. Лукьянов, В. Ф. Ремонт конструкций и восстановление деталей сваркой и наплавкой / В. Ф. Лукьянов, Ю. Г. Людмирский, Н. Г. Дюргеров. — Ростов-на-Дону: Изд-во ДГТУ, 2011. — 220 с.
2. Николаев, Г. А. Сварные конструкции. Расчет и проектирование / Г. А. Николаев, В. А. Винокуров. — Москва : Высшая школа, 1990. — 446 с.

3. Дюргеров, Н. Г. Технологические методы восстановления и повышения износостойкости деталей машин. Ч. 2 / Н. Г. Дюргеров, В. И. Колесников. — Ростов-на-Дону : Изд-во РГУПС, 2007. — 368 с.
4. ВСН 012-88. Строительство магистральных и промышленных трубопроводов. Контроль качества и приемка работ. Часть I (с Изменением № 1) [Электронный ресурс] / Всесоюзный научно-исследовательский институт по строительству магистральных трубопроводов ; Миннефтегазстрой. — С. 60. — Режим доступа: <http://docs.cntd.ru/document/1200001425> (дата обращения: 19.07.2018).
5. Инструкция по технологиям сварки при строительстве и ремонте промышленных и магистральных газопроводов. Часть II: СТО «Газпром» 2.22-136 2007: СТО 2-2.2-136-2007 / Научно-исследовательский институт природных газов и газовых технологий. — Москва : ВНИИГАЗ, 2007. — 193 с.
6. Кудрявцев, И. В. Усталость сварных конструкций / И. В. Кудрявцев, Н. Е. Наумченков. — Москва : Машиностроение, 1976. — 270 с.
7. Николаев, Г. А. Сварные конструкции. Прочность сварных соединений и деформации конструкций / Г. А. Николаев, С. А. Куркин, В. А. Винокуров. — Москва : Высшая школа, 1982. — 272 с.
8. Прочность сварных соединений при переменных нагрузках / Под ред. В. И. Труфякова. — Киев : Наукова думка, 1990. — 256 с.
9. Лукьянов, В. Ф. Анализ причин разрушения опорного узла стрелового крана / В. Ф. Лукьянов, С. С. Ассауленко // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2014. — Т. 14, № 4 (79). — С. 186–193.
10. Чигарев, А. В. Ansys для инженеров / А. В. Чигарев, А. С. Кравчук, А. Ф. Смалюк. — Санкт-Петербург : Питер, 2004. — 512 с.
11. Инженерный анализ в ANSYS Workbench / В. А. Бруйка [и др.]. — Самара : Изд-во Самар. гос. техн. ун-та, 2010. — 271 с.
12. Сагалевич, В. М. Методы устранения сварочных деформаций и напряжений / В. М. Сагалевич. — Москва : Машиностроение, 1974. — 248 с.
13. Рекомендации по применению РД 03-615-03 (порядок применения сварочных технологий при изготовлении, монтаже, ремонте и реконструкции) / Национальное агентство контроля и сварки (НАКС) ; Федеральная служба по экологическому, технологическому и атомному надзору. — Москва : НАКС, 2008. — 280 с.
14. Лукьянов, В. Ф. Производство сварных конструкций (изготовление в заводских условиях) / В. Ф. Лукьянов, В. Я. Харченко, Ю. Г. Людмирский. — Ростов-на-Дону : Терра принт, 2006. — 336 с.
15. Коррозия / Под ред. Л. Л. Шрайера. — Москва : Металлургия, 1981. — 632 с.

Поступила в редакцию 22.05.2018  
Сдана в редакцию 23.05.2018  
Запланирована в номер 05.07.2018

Received 22.05.2018  
Submitted 23.05.2018  
Scheduled in the issue 05.07.2018

#### Об авторах:

**Людмирский Юрий Георгиевич**, профессор кафедры «Машины и автоматизация сварочного производства» Донского государственного технического университета (РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0639-2597>  
[lyudmirskiy40@mail.ru](mailto:lyudmirskiy40@mail.ru)

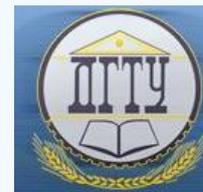
**Ассауленко Семен Семенович**, старший преподаватель кафедры «Машины и автоматизация сварочного производства» Донского государственного технического университета (РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3529-1368>  
[Assaulenko\\_s@mail.ru](mailto:Assaulenko_s@mail.ru)

#### Authors:

**Lyudmirskiy, Yury G.**, professor of the Welding Fabrication Machines and Automation Department, Don State Technical University (1, Gagarin Square, Rostov-on-Don, 344000, RF), Dr.Sci. (Eng.), professor,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0639-2597>  
[lyudmirskiy40@mail.ru](mailto:lyudmirskiy40@mail.ru)

**Assaulenko, Semen S.**, senior lecturer of the Welding Fabrication Machines and Automation Department, Don State Technical University (1, Gagarin Square, Rostov-on-Don, 344000, RF),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-3529-1368>  
[Assaulenko\\_s@mail.ru](mailto:Assaulenko_s@mail.ru)

# МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.62-52

<https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-318-325>

## Методика функциональной унификации адаптивного модуля гидропривода с функцией стабилизации нагрузки на рабочем органе мобильных машин\*

В. А. Першин<sup>1</sup>, Т. А. Хиникадзе<sup>2\*\*</sup>

<sup>1,2</sup> Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) г. Шахты Донского государственного технического университета, Российская Федерация

## Technique of functional unification of adaptive hydraulic drive module capable of load stabilization on the working body of mobile machines\*\*\*

V. A. Pershin<sup>1</sup>, T. A. Khinikadze<sup>2\*\*</sup>

<sup>1,2</sup> Institute of Service and Business (DSTU branch), Shakhty, Russian Federation

*Введение.* Исследованы вопросы функциональной унификации адаптивного модуля гидропривода. Впервые рассмотрены принципы самоадаптации с учетом внутренних адаптивных связей управления нагрузкой и согласованности движений на рабочем органе мобильных машин.

Цель работы — создание и анализ методики функциональной унификации адаптивного модуля гидропривода. Для достижения поставленной цели решен ряд задач. Обоснован выбор технических устройств — унифицируемых адаптивных модулей гидропривода мобильных машин. Предложены методика и показатели функциональной унификации модуля. Рассмотрены внутренние связи: прямая положительная и обратная отрицательная. Показано их влияние на свойство функциональной унификации адаптивного модуля.

*Материалы и методы.* Для синтеза и анализа показателей функциональной унификации адаптивного модуля принят метод подобия функционирования технических систем.

*Результаты исследования.* Разработана методика проведения конструктивно-функциональной унификации модулей с самоадаптацией. Показаны возможные варианты модификации унифицируемых модулей и соответствующие им сочетания гидродвигателей, регулирующей аппаратуры и математических моделей адаптивных связей. Предложены критерии и индикаторы подобия. Выполнен анализ функциональной унификации внутренних адаптивных связей модуля с разными типами гидродвигателей и элементов дросселирования жидкости в гидросистеме. Сформулированы рекомендации проведения функциональной унификации при типизации и эксплуатации (наладке) адаптивного модуля.

*Обсуждение и заключения.* Методика рекомендована для функциональной унификации гидравлического модуля с самоадаптацией. Она может использоваться при разработке типоразмеров модуля и в процессе его эксплуатации в качестве автономного привода или подсистемы

*Introduction.* Issues on the functional unification of the adaptive hydraulic drive module are studied. For the first time, self-adapting mechanisms are considered taking into account adaptive intercommunication of the load control and agreement of motions on the working body of the mobile machines. The work objective is to create and analyze the technique of the functional unification of the adaptive hydraulic drive module. In the furtherance of this goal, a number of tasks are solved. The selection of technical equipment – unified adaptive hydraulic drive modules of the mobile machines – is validated. The methodology and indicators of the module functional unification are described. Intercommunications are considered: direct positive and back negative ones. Their effect on the functional unification property of the adaptive module is shown. *Materials and Methods.* For the synthesis and analysis of the functional unification indicators of the adaptive module, a similarity method of the technical systems operation is adopted. *Research Results.* Techniques for structural-functional unification of the self-adapting modules are developed. Optional versions of the unified modules modification and proper combinations of hydraulic motors, regulating equipment, and mathematical models of adaptive communications are presented. Criteria and indicators of similarity are proposed. The functional unification of the adaptive intercommunications of the module and different types of the hydraulic motors and fluid throttling elements in the hydraulic system are analyzed. Recommendations for implementing the functional unification under typing and operation (adjustment) of the adaptive module are formulated.

*Discussion and Conclusions.* The methodology is recommended for the functional unification of the hydraulic self-adapting module. It can be used for the development of unit sizes and

\* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

\*\* E-mail: vpershin2013@gmail.com, khinikadze@mail.ru

\*\*\* The research is done within the frame of independent R&D.





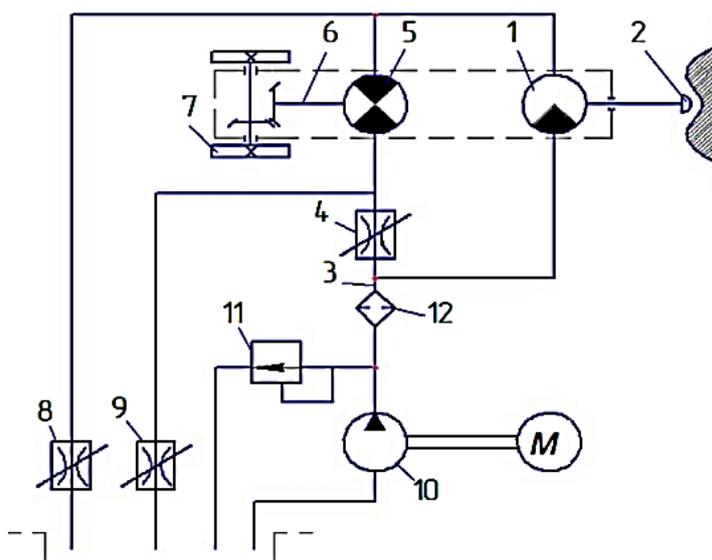


Рис. 2. Принципиальная схема устройства для обработки криволинейных поверхностей [2]

На представленных схемах пронумерованы следующие элементы (для рис. 2 обозначения даны в скобках): 1 (10) — гидронасос постоянной производительности; 2 (11) — предохранительный клапан; 3 (12) — фильтр; 4, 7, 8 — гидрораспределители; 5 (4) — дроссель (регулятор режимов); 6 (1) — гидромотор главного движения; 9 — регулятор потока; 10 — подпорный регулируемый дроссель; 11 — гидроцилиндр подачи; 12, 13, 14 — манометры; 15 — бак; (2) — рабочий орган; (3) — гидросистема; (5) — реверсируемый гидромотор подачи; (6) — вал гидромотора подачи; (7) — механизм подачи; (8, 9) — регулируемые дроссели.

Элементы гидросистемы этих устройств (в том числе их модификации [13]) структурно объединены по дифференциальной схеме.

Между сливными линиями регулятора режимов и гидромотора главного движения дополнительно включены гидроцилиндр (рис. 1) или гидромотор (рис. 2). Таким образом устанавливаются две связи: обратная отрицательная и прямая положительная.

На сливной линии гидромотора главного движения рассматриваемого устройства для бурения находится регулятор потока (рис. 1). На сливной линии гидромотора главного движения устройства для обработки криволинейных поверхностей находится регулируемый дроссель (рис. 2). В этом состоит принципиальное отличие данных устройств.

Такие вариации унифицированных модулей позволяют обеспечить сочетание движений рабочего органа мобильной машины: вращение — подача; вращение — вращение; подача — подача [14].

Конструктивные отличия влияют на характеристики прямой положительной и обратной отрицательной связей устройств, одновременно унифицированных и модульных (табл. 1, 2).

Таблица 1

Функциональные зависимости адаптивных связей модуля с регулятором потока

Типы гидродвигателей модуля	Функции адаптивных связей модуля	
	Обратная отрицательная	Прямая положительная
Гидромотор главного движения — гидромотор подачи	$\omega_{гп} = AM_0 - (BM_{сгд} + CM_{сдп})$	$\omega_{гп} = k_1 \omega_{гд}$
Гидромотор главного движения — гидроцилиндр подачи	$\omega_{гп} = AM_0 - (BM_{сгд} + CM_{сдп})$	$v_{цп} = k_2 \omega_{гд}$
Гидроцилиндр главного движения — гидроцилиндр подачи	$v_{цп} = AM_0 - (BM_{сгд} + CM_{сцп})$	$v_{цп} = k_3 v_{цп}$

Таблица 2

Функциональные зависимости адаптивных связей модуля с регулируемым дросселем

Типы гидродвигателей модуля	Функции адаптивных связей модуля	
	Обратная отрицательная	Прямая положительная
Гидромотор главного движения — гидромотор подачи	$\omega_{гп} = AM_0 - (BM_{сгд} + CM_{сдп})$	$\omega_{гп} = k_1\omega_{гд} - \mu \frac{f_{др8}}{f_{цп}} \sqrt{\frac{2\Delta P_{др8}}{\rho}}$
Гидромотор главного движения — гидроцилиндр подачи	$\omega_{гп} = AM_0 - (BM_{сгд} + CF_{сдп})$	$v_{цп} = k_2\omega_{гд} - \mu \frac{f_{др8}}{f_{цп}} \sqrt{\frac{2\Delta P_{др8}}{\rho}}$
Гидроцилиндр главного движения — гидроцилиндр подачи	$v_{цп} = AM_0 - (BF_{сгд} + CF_{сцп})$	$v_{цп} = k_3v_{цгд} - \mu \frac{f_{др8}}{f_{цп}} \sqrt{\frac{2\Delta P_{др8}}{\rho}}$

Отметим, что соотношение скоростей выходных элементов гидродвигателей (см. табл. 2) не зависит от расхода через регулятор потока, так как этот показатель не зависит от перепада давления на аппарате, т. е.  $Q_{гп} = const$ .

Адаптивные связи играют особую роль при действии рабочих органов машин в режимах с требуемыми показателями скорости выполнения операций и устойчивости [14]. Рассмотренные выше конструктивно-функциональные особенности устройств (наличие регулируемого дросселя или регулятора потока) позволяют реализовать такие связи.

В таблице 1 и 2 приняты условные обозначения:  $v_{цп}$  — скорость штока;  $f_{цп}$  — площадь поперечного сечения гидроцилиндра подачи;  $\omega_{гд}$  — угловая скорость гидромотора главного движения; А, В, С — постоянные коэффициенты, зависящие от моментов инерции, кинематических параметров и КПД узлов привода главного движения и привода подачи модуля;  $M_0$  — номинальный и расчетный суммарный момент сопротивления, соответствующий процессу обработки без адаптации;  $f_{др8}$  — площадь проходного сечения дросселя Др8;  $M_{сгд}$ ,  $M_{сдп}$  — действительные моменты сопротивления, воспринимаемые соответственно валом привода главного движения и валом подачи;  $F_{сгд}$ ,  $F_{сцп}$  — действительные усилия сопротивления, воспринимаемые соответственно штоком гидроцилиндров главного движения и цилиндра подачи;  $\Delta P_{др8}$  — перепад давления на дросселе Др8;  $\rho$  — плотность рабочей среды в гидросистеме (масло);  $k_1, k_2, k_3$  — коэффициенты перевода конструктивных особенностей и размерностей скоростей движений.

Отрицательная обратная связь позволяет в процессе работы модуля стабилизировать действительный суммарный момент (усилие) сопротивления на рабочем органе. В этом случае автоматически сравниваются: — действительный момент сопротивления со значением, заданным регулятором режимов; — изменения скоростей подачи и главного движения со знаком, обратным сигналу рассогласования.

Ниже приводятся соответствующие уравнения обратной связи по ускорениям вала гидромотора подачи.

При наличии регулятора потока:

$$\varphi_{гп} = \frac{1}{k_{сгп}} \left[ -A \frac{\pm \frac{d}{dt}(BM_{сгд}^0 + CM_{сдп}^0)}{(BM_{сгд}^0 + CM_{сдп}^0)^{0,5}} \right]. \quad (1)$$

При наличии регулируемого дросселя:

$$\varphi_{гп} = -\frac{1}{k_{сгп}} \left[ \left( A \frac{\pm \frac{d}{dt}(BM_{сгд}^0 + CM_{сдп}^0)}{(BM_{сгд}^0 + CM_{сдп}^0)^{0,5}} + \mu_{др3} f_{др3} \frac{d}{dt} \sqrt{\frac{2(\Delta P_{др3}^0 \pm \delta(\Delta P_{др3}^0))}{\rho}} \right) \right]. \quad (2)$$

Методика проведения функциональной унификации определяется ее целями и особенностями, а также этапом жизненного цикла модуля. Вместе с тем следует отметить и общие шаги ее реализации:

- уточнение функционального назначения и условий функционирования унифицируемого модуля;
- предварительный сбор данных в рамках конструктивной и функциональной унификации гидроаппаратов типового и унифицируемого модуля (в том числе условий однозначности; номинальных и граничных значений параметров функционирования, особенно перепадов давлений на гидроаппаратах в условиях динамического равновесия гидросистемы);
- уточнение вида адаптивных связей по конструктивным особенностям модулей (в соответствии с табл. 1 и 2).

При соблюдении отмеченных общих положений функциональная унификация адаптивных связей выполняется в определенной последовательности.

— Расчетом или по техническому заданию, паспорту уточняют значения рабочих (или максимальных) нагрузок на рабочем органе мобильной машины с унифицируемым модулем.

— В соотношении с типовым модулем определяют функциональные и конструктивные значения параметров элементов гидросистемы унифицируемого модуля. При этом используются номограммы, графики или расчеты (например, методом подобия функционирования) [15].

**Результаты исследования.** При выполнении унификации используется принцип суперпозиции функций.

Кратко рассмотрим пример методики проведения функциональной унификации гидродвигателей гидросистемы модуля.

Выходными характеристиками гидромотора и гидроцилиндра являются угловая скорость (частота вращения) и момент на валу гидромотора, линейная скорость и усилие на штоке гидроцилиндра. Функциональные зависимости, определяющие эти характеристики, имеют вид [16]:

а) для гидромотора

$$\begin{aligned} M_{zm} &= f_1(P_{ex}, q, \beta, J, M_{mp}, \Delta P_{ym}, (Q_{ym}, f_{ш}, \rho)), \\ n_{zm} &= f_2(Q, q, \nu, E, Q_{ym}, (f_{ш}, \rho)); \end{aligned} \quad (3)$$

б) для гидроцилиндра

$$\begin{aligned} V_{ш} &= f_1(Q, d_{ш}, \delta, \rho, \Delta P_{ш}, E, V_{ш}), \\ F_{ш} &= f_2(\Delta P_{ш}, \Delta F_n, m_{нд}, F_{стр}, \mu, F_{вн}, \beta). \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь  $n_{zm}$  — частота вращения вала;  $q$  — объем масла;  $Q$  — расход (подача) масла;  $E$  — модуль упругости;  $\mu$  — динамическая вязкость масла;  $\rho$  — плотность масла;  $P_{вх}$  — давление на входе;  $\Delta P_{yt}$  — перепад давления на элементе утечек;  $Q_{yt}$  — величина утечек;  $f_{ш}$  — площадь щели, через которую проходит утечка;  $J$  — момент инерции;  $\beta$  — коэффициент сжатия масла;  $F_{стр}$ ,  $F_{вн}$  — приведенные силы страгивания и внутреннего трения в гидроцилиндре;  $r$  — радиус вращения масс;  $\xi$ ,  $\nu$  — конструктивные коэффициенты;  $M_{в}$  — момент на валу;  $M_{тр}$  — момент трения;  $\Delta P_{ш}$  — перепад давления на гидроцилиндре;  $F_{ш}$  — усилие на штоке;  $\Delta F_{п}$  — разность усилий на поршне.

При проведении конструктивно-функциональной унификации используют частные критерии подобия унификации [17], полученные методом анализа размерностей [15].

Для гидромотора критерии подобия унификации имеют вид:

$$\begin{aligned} \pi_n &= \frac{n}{Q} f_{ш}^{1,5}; \pi_q = \frac{q}{Q} f_{ш}^{1,5}; \pi_E = \frac{E}{\Delta P}; \pi_\beta = \beta P_{ex}, \\ \pi_{M_{mp}} &= \frac{M_{mp} \rho^3}{P_{ex} J^3}; \pi_{\Delta P} = \frac{\Delta P}{P_{ex}}; \pi_j = \frac{f_{ш} \rho^2}{J^2}; \\ \pi_{Qc} &= \frac{Q c \mu^{0,33}}{P_n^{0,33} q}; \pi_{pc} = \frac{\rho q^{0,67}}{P_n^{0,33} \mu^{0,67}}. \end{aligned} \quad (5)$$

Критерии подобия унификации имеют определенный функциональный или конструктивный смысл, а именно:  $\pi_n$  — критерий расходно-кинематических параметров;  $\pi_q$  — критерий, характеризующий соотношение конструктивных и расходных (функциональных характеристик);  $\pi_E$  — критерий, характеризующий номинальную жесткость рабочей жидкости;  $\pi_\mu$  — критерий теоретического (индикаторного) момента на валу насоса;  $\pi_\beta$  — критерий упругой деформации рабочей жидкости;  $\pi_{M_{мн}}$  — критерий потерь на трение в сопряжениях;  $\pi_j$  — критерий потерь на инерционное, гидромеханическое сопротивление;  $\pi_{Qc}$  — критерий потерь на гидродинамическое сопротивление рабочей жидкости;  $\pi_{\Delta P_y}$  — критерий потерь на преодоление утечек рабочей жидкости;  $\pi_{pc}$  — критерий потерь на внутреннее (вязкое) сопротивление рабочей среды.

Таким образом, каждый критерий отражает сущность одного из свойств функциональной унификации модуля, а любая система критериев отражает это свойство обобщенно.

Обобщенные критерии подобия унификации, полученные путем объединения частных критериев, представляются в виде:

$$M_z = \frac{\pi_m \pi_p \pi_{\mu}}{\pi_E \pi_r \pi_y \pi_{N_r} \pi_O \pi_p} \frac{Pq^{0,67} r J N_{mp} Q_p}{P_e \mu E f y}; n_z = \pi_n \pi_q \pi_v \pi_E^{-1} \pi_y \frac{Q_f f_y^2 E \Delta P_y}{q^2 \nu P_p Q_y}. \quad (6)$$

Соответствующие частные индикаторы подобия функциональной унификации  $C_i$ , получают из уравнений (5) для унифицируемого и типового модулей [15]. При этом должны быть равны соответственные числа подобия  $\pi_{yi}$  и  $\pi_{mi}$  для типового и унифицируемого модулей:

$$\pi_{yi} = \pi_{mi} = \text{idem}. \quad (7)$$

В рассматриваемом примере частные индикаторы подобия функциональной унификации имеют вид:

$$1 = \frac{C_n}{C_q} C_{J_{\mu}}^{1,5}; 1 = \frac{C_q}{C_q} C_{J_{\mu}}^{1,5}; 1 = \frac{C_E}{C_{\Delta P}}; 1 = C_{\beta} C_{P_{\text{вх}}}; 1 = \frac{C_{M_{\text{тр}}} C_{\rho}^3}{P_{\text{вх}} J^3}; \quad (8)$$

$$1 = \frac{C_{M_{\text{гм}}} \rho^3}{C_{P_{\text{вх}}} C_{J^3}}; 1 = \frac{\Delta P}{P_{\text{вх}}}; 1 = \frac{C_Q C_{\mu}^{0,33}}{P_{\text{н}}^{0,33} q}; 1 = \frac{C_Q}{C_q^2} \frac{C_{\Delta P_{\text{гм}}}}{C_{\rho}}.$$

Так же, как и критерии подобия функциональной унификации, частные индикаторы можно объединять в комплексы, получая эффект суперпозиции.

Изменение масштаба параметров  $C_i$  унифицируемого модуля в индикаторах (8) по отношению к аналогичным параметрам индикаторов типового модуля должно соответствовать условию равенства единице [15]. Например, для выходной характеристики  $\Delta P_{\text{эм}}$  по индикатору

$$1 = \frac{C_Q}{C_q^2} \frac{C_{\Delta P_{\text{гм}}}}{C_{\rho}} \quad (9)$$

можно исследовать функциональную унификацию по перепаду давления, характерному (рабочему) объему и расходу гидромотора, плотности масла.

Искомый типоразмер одного из параметров унифицируемого модуля определяется подстановкой в (5) и (8) известных значений параметров гидромотора типового модуля и априори известных (установленных техническим заданием и т. п.) значений параметров унифицируемого модуля.

Особенности процедуры исследования функциональной унификации зависят от поставленной задачи. При проведении унификации модуля нового типоразмера сначала выполняют конструктивно-функциональную унификацию, выбор типоразмеров элементов гидросистемы и затем проводят проверку их функционального соответствия внутренним адаптивным связям. Для решения первой задачи используются частные критерии и индикаторы подобия функциональной унификации. Для решения второй задачи используются обобщенные критерии, индикаторы, а также уравнения прямой и обратной адаптивных связей.

Другими задачами унификации адаптивного модуля являются: исследование причин нарушения функциональной унификации в процессе эксплуатации одного и того же адаптивного модуля, а также исследование эффективности функциональной унификации при модернизации адаптивного модуля гидропривода. При этом также может быть использован метод подобия функционирования технических систем [18], [19].

**Обсуждение и заключения.** Обоснована актуальность разработки и применения в мобильных машинах унифицированного гидропривода модульного типа. Данная конструкция позволяет адаптировать силовые и кинематические параметры при воздействии на рабочий орган переменных нагрузок. Методика проведения конструктивно-функциональной унификации модулей с самоадаптацией предполагает использование математических моделей адаптивных связей. Показаны возможные варианты модификации унифицируемых модулей с самоадаптацией и соответствующие им сочетания гидродвигателей, регулирующей аппаратуры и математических моделей адаптивных связей. Приводится пример методики проведения функциональной унификации с использованием метода подобия функционирования технических систем. Методика рекомендована для исследования функциональной унификации при разработке типоразмеров и в процессе эксплуатации предложенного типа модуля.

#### Библиографический список

1. Янсон, Р. А. Системная унификация самоходных строительных машин / Р. А. Янсон. — Москва : Изд-во Мос. гос. строит. ун-та, 2005. — 95 с.
2. Латыев, С. М. Конструирование точных (оптических) приборов / С. М. Латыев. — Санкт-Петербург : Политехника, 2007. — 580 с.

3. Унификация изделий. Основные положения : ГОСТ 23945.0-80 [Электронный ресурс] / Межгосударственный Совет по стандартизации, метрологии и сертификации. — Москва : Стандартинформ, 1980. — Режим доступа: <http://www.internet-law.ru/gosts/gost/14244> (дата обращения: 02.02.18).
4. Бабаян, Г. Г. Модульный принцип унификации в построении структуры автоматических роторно-конвейерных линий [Электронный ресурс] / Г. Г. Бабаян, А. С. Дегоян, И. Р. Овакимян. — Режим доступа: [http://elib.sci.am/2000\\_2/04/04r.htm](http://elib.sci.am/2000_2/04/04r.htm) (дата обращения 02.02.18).
5. Юревич, Е. И. Основы робототехники / Е. И. Юревич. — Санкт-Петербург : БХВ, 2005. — 416 с.
6. Жмудь, В. А. Адаптивные системы автоматического управления с единственным основным контуром / В. А. Жмудь // Автоматика и программная инженерия. — 2014. — № 2 (8). — С. 106–122.
7. Гинзбург, А. А. Критерии выбора параметров исполнительных органов гидроприводов с адаптацией к нагрузке / А. А. Гинзбург, В. В. Пинчук // Вестник ГГТУ им. П. О. Сухого. — 2007. — № 3 (30). — С. 38–44.
8. Некрашевич, К. Я. Математическая модель гидросистемы, реализованной с применением комбинированного принципа адаптации к нагрузке / К. Я. Некрашевич // Механика машин, механизмов и материалов. — 2014. — № 1 (26) — С. 21–31.
9. Першин, В. А. Повышение качества процесса хонингования цилиндров ДВС путем стабилизации его силовых и адаптации кинематических параметров / В. А. Першин, С. Г. Соловьев // Прогрессивные технологии в транспортных системах : сб. докл. IX Рос. науч.-практ. конф. — Оренбург, 2009. — С. 267–270.
10. Першин, В. А. Адаптивный модуль гидропривода буровой установки / В. А. Першин, С. Г. Соловьев, И. К. Гугуев // Изв. высш. учеб. заведений. Сев.-Кавказ. регион. — 2015. — № 1. — С. 102–106.
11. Способ бурения породы с переменными свойствами и устройство для его осуществления : патент № 2582691 Рос. Федерация : E21B 44/00 / В. А. Першин [и др.]. — № 2015112959/03 ; заявл. 08.04.15 ; опубл. 27.04.16, Бюл. № 12. — 2 с.
12. Устройство для стабилизации толщины снимаемого слоя при механической обработке криволинейных поверхностей : а. с. № 483224 СССР: 23q 5/06, B24b 5/16 / А. Н. Дровников, Г. М. Водяник, В. А. Першин. — № 2018478/25-8 4 ; заявл. 19.04.74 ; опубл. 05.09.75, Бюл. № 33. — 4 с.
13. Способ интенсификации процесса резания : а. с. № 929331 СССР: В 23 В 1/00 / В. И. Толубец [и др.]. — № 2789053/25-08 ; заявл. 04.07.79 ; опубл. 23.05.82, Бюл. № 19. — 4 с.
13. Исследование устойчивости адаптивного модуля гидропривода оборудования для механической обработки материалов / Т. А. Хиникадзе и [др.] // Теоретические и практические аспекты развития современной науки : мат-лы XVIII междунар. конф. — Москва : ЦНИК, 2015. — С. 12–17.
14. Хиникадзе, Т. А. Исследование соответствия характеристик адаптивного модуля гидропривода технологическим параметрам машин / Т. А. Хиникадзе // Молодой исследователь Дона. — 2018. — № 2 (11). — С. 107–112.
15. Першин, В. А. Методология подбора функционирования технических систем / В. А. Першин. — Новочеркасск : УПЦ «Набла» ЮРГТУ (НПИ) ; Шахты : Изд-во ЮРГУЭС. — 2004. — 227 с.
16. Першин, В. А. Модели формирования и управления техническим состоянием гидропривода транспортных машин / В. А. Першин, И. К. Гугуев, С. С. Прискоко // Политранспортные системы : мат-лы VI Всерос. науч.-техн. конф. — Новосибирск : Изд-во СГУСПС, 2009. — 426 с.
17. Хиникадзе, Т. А. Исследование показателей функциональной унификации технических систем на принципах подбора функционирования / Т. А. Хиникадзе, В. А. Першин // Современные проблемы науки, технологий и инновационной деятельности : сб. науч. тр. междунар. науч.-практ. конф. 31 августа 2017 года / Под общ. ред. Е. П. Ткачевой. — Белгород : АПНИ, 2017. — Ч. I. — С. 112–117.
18. Pershin, V. A. Similarity of Functioning Technical Systems as the Condition Support of Effectiveness in the Process of their Life Cycle / V. A. Pershin // Europäische Fachhochschule. European Applied Sciences. — 2013. — № 12. — P. 87–89.
19. Bulgakow, A. Criteria of Taking Decisions at Machinery in Conditions of the Construction Plant / A. Bulgakow, A. Drownikow, V. Pershin. //19<sup>th</sup> International Symposium on Automation Technical Operation of Building and Robotics in Construction. — Washington : U.S. Government printing office, 2002. — P. 103–107.

Поступила в редакцию 16.02.2018

Сдана в редакцию 16.02.2018

Запланирована в номер 21.06.2018

Received 16.02.2018

Submitted 16.02.2018

Scheduled in the issue 21.06.2018

**Об авторах:**

**Першин Виктор Алексеевич,**

главный научный сотрудник отдела подготовки научных кадров и научных исследований Института сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) ДГТУ (РФ, 346500, г. Шахты, ул. Шевченко, 147), доктор технических наук, профессор,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7313-4371>  
[vpershin2013@gmail.com](mailto:vpershin2013@gmail.com)

**Хиникадзе Тенгиз Анзорович,**

аспирант кафедры «Технические системы ЖКХ и сферы услуг» Института сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) ДГТУ (РФ, 346500, г. Шахты, ул. Шевченко, 147),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1709-9505>  
[khinikadze@mail.ru](mailto:khinikadze@mail.ru)

**Authors:**

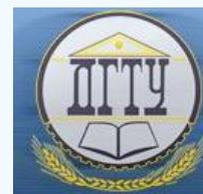
**Pershin, Victor A.,**

Chief Research Scholar of the Department for Training Scientific Personnel and of Scientific Research, Institute of Service and Business (DSTU branch), (147, Shevchenko St., Shakhty, Rostov Region, RF), Dr.Sci. (Eng.), professor,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-7313-4371>  
[vpershin2013@gmail.com](mailto:vpershin2013@gmail.com)

**Khinikadze, Tengiz A.,**

postgraduate student of the Technical Systems of Housing and Public Utilities and Service Department, Institute of Service and Business (DSTU branch), (147, Shevchenko St., Shakhty, Rostov Region, RF),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1709-9505>  
[khinikadze@mail.ru](mailto:khinikadze@mail.ru)

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 519.711

<https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-326-332>

## Прогнозирование уровня подземных вод месторождения цементного сырья на основе динамических окрестностных моделей\*

И. А. Седых<sup>1\*\*</sup>

<sup>1</sup> Липецкий государственный технический университет, г. Липецк, Российская Федерация

## Forecasting the groundwater level of cement raw materials deposit based on dynamic neighborhood models \*\*\*

I. A. Sedykh<sup>1\*\*</sup>

<sup>1</sup> Lipetsk State Technical University, Lipetsk, Russian Federation

*Введение.* Статья посвящена разработке математической модели уровня подземных вод месторождения цементного сырья, расположенного в задонско-елецком водоносном горизонте, являющимся основным источником хозяйственно-питьевого водоснабжения города Липецка. Поэтому на стадии разработки месторождения необходимо проводить постоянный мониторинг и иметь возможность прогнозирования уровня подземных вод. Цель работы — идентификация и исследование динамической окрестностной модели с переменными иерархическими окрестностями уровня подземных вод, позволяющей с достаточной точностью прогнозировать значение уровня вод в обследуемых скважинах.

*Материалы и методы.* Приведено определение динамической окрестностной модели с переменными иерархическими окрестностями, отличающейся изменяющимися во времени двухуровневыми окрестностными связями между узлами первого и второго уровня. В каждый следующий дискретный момент времени узлы окрестностной модели меняют свое состояние под воздействием текущих управлений и состояний узлов, входящих в их окрестности. В качестве частного случая рассмотрена модель с линейными функциями пересчета состояний. Параметрическая идентификация динамической окрестностной модели заключается в нахождении параметров системы для каждого узла второго уровня и основана на методе наименьших квадратов.

*Результаты исследования.* Разработана линейная динамическая окрестностная модель с переменными иерархическими окрестностями для прогнозирования уровня подземных вод месторождения цементного сырья, расположенного в задонско-елецком водоносном горизонте. Для параметрической идентификации и моделирования функционирования рассматриваемой динамической окрестностной модели разработано программное обеспечение на языке C++, позволяющее для заданной

*Introduction.* The development of a mathematical model for the groundwater level of a deposit of cement raw materials located in the Zadonian-Yelets aquifer, which is the principal domestic water supply source for the city of Lipetsk, is considered. Therefore, it is necessary to provide ongoing monitoring and to have the possibility to predict the water level under the field development. The work objectives are the identification and study of a dynamic neighborhood model with variable hierarchical neighborhoods of the groundwater level that enables to adequately predict value of the water level in the examined wells.

*Materials and Methods.* The definition of a dynamic neighborhood model with variable hierarchical neighborhoods is given, differing by time-varying double-level neighborhood communications between the first- and second-level nodes. At each next discrete instant of time, the neighborhood model nodes change their state under the influence of the online parameters and node states included in their neighborhood. As a subcase, we consider a model with line state recalculation functions. Parametric identification of the dynamic neighborhood model consists in finding the system parameters for each second-level node, and is based on the ordinary least squares.

*Research Results.* A linear dynamic neighborhood model with variable hierarchical neighborhoods for predicting the groundwater level in a cement raw material deposit located in the Zadonian-Yelets aquifer is developed. The software using C++ is developed for the parametric identification and simulation of the functioning of the dynamic neighborhood model under consideration. It enables to determine parameters

\* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №16-07-00-854).

\*\* E-mail: sedykh-irina@yandex.ru

\*\*\* The research is done with the financial support from RFFI (project no.16-07-00-854).



структуры находить параметры функций пересчета состояний узлов, а также прогнозировать поведение модели в процессе функционирования. Приведена иерархическая структура и проведена параметрическая идентификация линейной динамической окрестностной модели уровня подземных вод. После выполнения параметрической идентификации на обучающей выборке данных математическая модель проверена на контрольной выборке. *Обсуждение и заключения.* Полученные средние относительные ошибки идентификации и прогноза свидетельствуют об адекватности разработанной модели и позволяют рекомендовать ее для прогнозирования уровня подземных вод месторождения цементного сырья.

**Ключевые слова:** уровень подземных вод, месторождение цементного сырья, динамическая окрестностная модель с переменными иерархическими окрестностями, параметрическая идентификация.

**Образец для цитирования:** Седых, И. А. Прогнозирование уровня подземных вод месторождения цементного сырья на основе динамических окрестностных моделей / И. А. Седых // Вестник Донского гос. техн. ун-та. — 2018. — Т.18, №3. — С. 326–332. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-326-332>

**Введение.** Задонско-елецкий горизонт является основным продуктивным комплексом известняков, пригодным для цементной и металлургической промышленности [1]. Известняки светлого и светло-серого цвета, с желтоватым оттенком, средней крепости, трещиноватые, мелкозернистые. Часто встречаются крепкие известняки, представленные окремненными разностями. Известняки нередко пористые и кавернозные. Глинистые породы, пригодные для цементного производства, залегают среди четвертичных отложений, покрывающих известняки.

Вскрышные породы представлены плодородным слоем почвы, суглинками, некондиционной глиной, песком и слоем щебенки в верхней разрушенной части известняков.

Гидрогеологические условия месторождения простые. Сокольско-Ситовское месторождение приурочено в геоморфологическом отношении к присклоновой части долины реки Воронеж, чем обусловлена гидрогеологическая обстановка в районе месторождения [2].

Питание водоносного горизонта осуществляется за счет инфильтрации атмосферных осадков и за счет поглощения паводкового стока по долинам балок и оврагов. Разгрузка подземных вод происходит в реке Воронеж.

Современное положение уровня подземных вод изучено по режимным наблюдениям в 7 скважинах, равномерно расположенных на площади месторождения. Уровень подземных вод в меженный период меняется от 102,5 м до 109,7 м.

В настоящее время задонско-елецкий водоносный горизонт является основным источником хозяйственно-питьевого водоснабжения города Липецка. В связи с этим разработка известняков может производиться только в необходненной их части с оставлением предохранительного целика не менее 2,0 м, что рекомендовано санитарной службой Липецкой области.

Водоприток в разрабатываемый карьер месторождения возможен только за счет атмосферных осадков. В этой связи на стадии разработки месторождения необходимо проводить постоянный мониторинг состояния подземных вод задонско-елецкого водоносного горизонта и иметь возможность прогнозирования уровня подземных вод.

В работе для моделирования уровня подземных вод рассматриваемого месторождения применяются динамические окрестностные модели с переменными иерархическими окрестностями, позволяющие моделировать сложные пространственно-распределенные процессы и объекты, изменяющие свое состояние во времени [3–8].

Окрестностные модели впервые предложены в конце 90-х гг. XX века [9]. В [9–12] приведены основные определения и алгоритмы теории окрестностного моделирования. Понятия «окрестности»,

of the node state recalculation functions for a given structure, and also to predict the model behavior in the operation process. A hierarchical structure is given, and a parametric identification of the linear dynamic neighborhood model of the groundwater level is carried out. After the parametric identification on the teaching data selection, the mathematical model is checked on the test sample.

*Discussion and Conclusions.* The obtained average ratio errors of the identification and forecast suggest the developed model validity and enable to recommend it for predicting the underground water level of a cement raw materials deposit.

**Keywords:** groundwater level, deposit of cement raw materials, dynamic neighborhood model with variable hierarchical neighborhoods, parametric identification.

**For citation:** I. A. Sedykh Forecasting the groundwater level of cement raw materials deposit based on dynamic neighborhood models. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no.3, pp. 326–332. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-326-332>

«окрестностные связи» рассматривается и в [13–14]. В них используются агенты, перемещающиеся по окрестностям и взаимодействующие друг с другом по определенным правилам. Сегодня теория окрестностного моделирования активно развивается. Появились динамические [6–8], недетерминированные модели [11], модели с переменными окрестностями [15].

**Материалы и методы.** В данной работе используются динамические окрестностные модели, применяющиеся для прогнозирования состояний пространственно распределенных систем. В них каждый узел которых является самостоятельным объектом, функционирующим во времени и связанным окрестностными связями с другими объектами системы. Это отличает рассматриваемые модели от широко применяющихся сегодня нейронных сетей, которые можно использовать для моделирования процесса функционирования каждого объекта или узла в отдельности. Методика окрестностного моделирования предназначена для одновременного совместного моделирования и прогнозирования поведения всех элементов распределенной системы.

Далее рассмотрим динамические окрестностные модели «вход-состояние» с переменными иерархическими окрестностями. Они отличаются изменяющимися во времени двухуровневыми окрестностными связями между узлами первого и второго уровня и линейными функциями пересчета состояний. Они позволяют, по сравнению с известными одноуровневыми окрестностными моделями, выполнять прогнозирование с более высокой точностью.

Динамическую окрестностную модель «вход-состояние» с переменными [15] иерархическими окрестностями можно задать набором  $NS_{IER} = (N, X, V, G, X[0], t)$ , где:

1)  $N = (A, O_x, O_v, O_{ier})$  — двухуровневая структура окрестностной модели;  $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$  — множество узлов первого уровня;  $O_x$  и  $O_v$  — окрестности связей узлов по состояниям и по управлениям соответственно;  $O_{ier}$  — иерархические окрестностные связи между узлами. Для каждого узла  $a_i \in A$  определена своя окрестность по состояниям  $O_x[a_i] \subseteq A$  и управлениям  $O_v[a_i] \subseteq A$ ;  $O_x = \bigcup_{i=1}^n O_x[a_i]$ ,  $O_v = \bigcup_{i=1}^n O_v[a_i]$ .

Некоторым узлам первого уровня  $a_i \in A$  поставлено в соответствие множество узлов второго уровня  $O_{ier}[a_i] = \{a_i^1, \dots, a_i^c\}$ . Все узлы  $a_j \in O_x[a_i]$ ,  $a_k \in O_v[a_i]$ , оказывают влияние на узлы второго уровня  $a_i^b \in O_{ier}[a_i]$ .

В каждый момент времени определен только единственный активный узел  $b = 1, \dots, c$  такой, что  $a_i^b \in O_{ier}[a_i, t]$ .

Узел  $a_i^b$  является активным в момент времени  $t$ , если для него выполняется заданное условие активации  $f_i^b[t] = \text{true}$ . Для всех узлов второго уровня  $a_i^b$   $O_x[a_i^b] = O_x[a_i]$ ;  $O_v[a_i^b] = O_v[a_i]$ .

2)  $X \in R^{\sum_{i=1}^n p_i}$  — блочный вектор состояний окрестностной модели в текущий момент времени, каждый блок которого  $X[a_i] = X[i] \in R^{p_i}$  — вектор состояний в узле  $a_i$  системы,  $i = 1, \dots, n$ .

3)  $V \in R^{\sum_{i=1}^n m_i}$  — блочный вектор управлений в текущий момент времени, каждый блок которого  $V[a_i] = V[i] \in R^{m_i}$  — вектор управлений в узле  $a_i$  системы,  $i = 1, \dots, n$ .

4)  $G: X_{O_x} \times V_{O_v} \rightarrow X$  — вектор-функция пересчета состояний окрестностной модели, где  $X_{O_x}$  — множество состояний узлов первого уровня, входящих в окрестность  $O_x$ ;  $V_{O_v}$  — множество управлений узлов первого уровня, входящих в окрестность  $O_v$ .

Для узлов первого уровня  $a_i \in A$  функция  $G_i$  будет иметь вид:

$$X[t+1, i] = G_i[t] = \sum_{b=1}^c X[t+1, i^b] = \sum_{b=1}^c G_i^b[t], \quad (1)$$

где  $G_i^b: X_{O_x[a_i^b]} \times V_{O_v[a_i^b]} \rightarrow X[i^b]$  — функция пересчета состояний для узла второго уровня  $a_i^b$ .

Для каждого узла второго уровня  $a_i^b \in O_{ier}[a_i, t]$  функция  $G_i^b$  в текущий момент времени в линейном случае имеет вид:

$$X[t+1, i^b] = \sum_{a_j \in O_x[a_i^b]} g_x^b[i^b, j] X[t, j] + \sum_{a_k \in O_v[a_i^b]} g_v^b[i^b, k] V[t, k] + g_c^b[i^b], \quad (2)$$

где  $a_j, a_k \in A$  ( $j, k = 1, \dots, n$ ) — узлы первого уровня модели;  $X[t, i^b] \in R^{p_i}$  — состояние в узле  $a_i^b$  в момент времени  $t$ ;  $V[t, i^b] \in R^{m_i}$  — управление в узле  $a_i^b$  в момент времени  $t$ ;  $g_x^b[i^b, j] \in R^{p_i \times p_j}$ ,  $g_v^b[i^b, k] \in R^{p_i \times m_k}$ ,  $g_c^b[i^b] \in R^{p_i \times 1}$  — матрицы-параметры модели.

Для каждого узла второго уровня  $a_i^b \notin O_{ier}[a_i, t]$  функция  $G_i^b$  в текущий момент времени равна нулю, то есть  $X[t+1, i^b] = G_i^b[t] = 0$ .

5)  $X[0] \in R^{\sum_{i=1}^n p_i}$  — начальное состояние модели.

6)  $t$  — текущий дискретный момент времени функционирования модели.

Структура окрестностной модели может быть представлена в виде одного двухуровневого графа структуры окрестностной модели — ориентированного графа с двумя видами дуг: по состояниям и управляющим воздействиям — или двух ориентированных графов — внешней и внутренней структур.

Параметрическая идентификация динамической окрестностной модели [16–17] заключается в нахождении параметров системы для каждого узла второго уровня и основана на методе наименьших квадратов:

$$E = \sum_{i=1}^n \|X[t+1, i] - G_i[t]\| \rightarrow \min.$$

**Результаты исследования.** Рассмотрим линейную динамическую окрестностную модель уровня подземных вод месторождения цементного сырья. Граф внешней структуры модели представлен на рис. 1. Узел  $a_1$  — внешняя среда. В настоящее время для целей мониторинга уровня подземных вод используются 7 скважин, которые на рис. 1 соответствуют узлам  $a_2 - a_8$ . Управляющие воздействия узлов  $V[t, i] \in R^{10}$  состоят из количества атмосферных осадков в мм и среднесуточной температуры воздуха в °C за последние 5 суток перед измерением уровня воды в скважинах в момент времени  $t$ ,  $i = 1, \dots, 8$ . Состояния узлов  $X[t, i] \in R$  равны уровню воды в скважине  $i$  в момент времени  $t$ ,  $i = 2, \dots, 8$ .

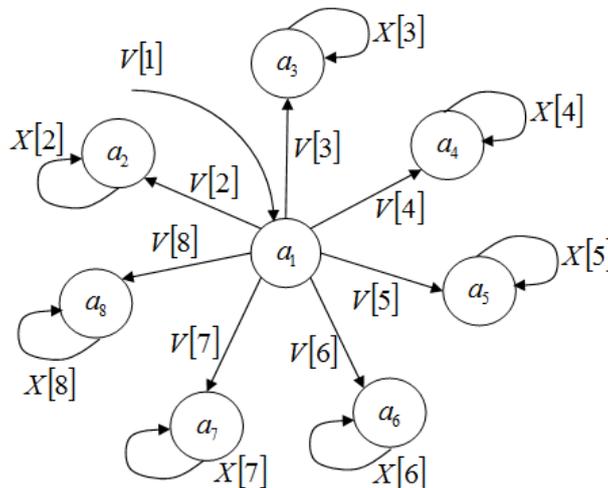


Рис. 1. Граф внешней структуры окрестностной модели

Узлы первого уровня окрестностной модели  $a_i$  ( $i = 2, \dots, 8$ ) являются иерархическими:  $O_{ier}[a_i] = \{a_i^1, a_i^2\}$  и соответствуют положительной и отрицательной среднесуточной температуре воздуха. Их структура представлена на рис. 2.

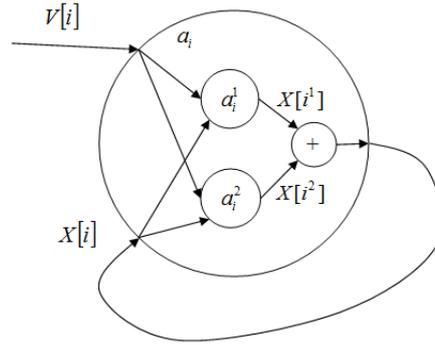


Рис. 2. Граф внутренней структуры узлов первого уровня

Система (2) для каждого узла второго уровня  $a_i^b$  окрестностной модели уровня подземных вод будет иметь вид:

$$X[t+1, i^b] = g_x^b[i, i^b]X[t, i^b] + g_v^b[i, i^b]V[t, i^b] + g_c^b[i^b], \quad (3)$$

где  $g_x^b[i, i] \in R$ ;  $g_v^b[i, i] \in R^{1 \times 10}$ ;  $g_c^b[i] \in R$ ;  $i = 2, \dots, 8$ ;  $b = 1, 2$ .

Для параметрической идентификации и моделирования функционирования рассматриваемой динамической окрестностной модели разработана программа на языке С++. Начальными данными для идентификации являются структура и обучающая выборка. Программа позволяет находить параметры функций пересчета состояний узлов, а также прогнозировать поведение математической модели в процессе функционирования.

После проведения параметрической идентификации на обучающей выборке данных полученная модель была проверена на контрольной выборке. Нормированные исходные и модельные значения уровня подземных вод для узла  $a_2$  для обучающей и контрольной выборок приведены соответственно на рис. 3 и рис. 4.

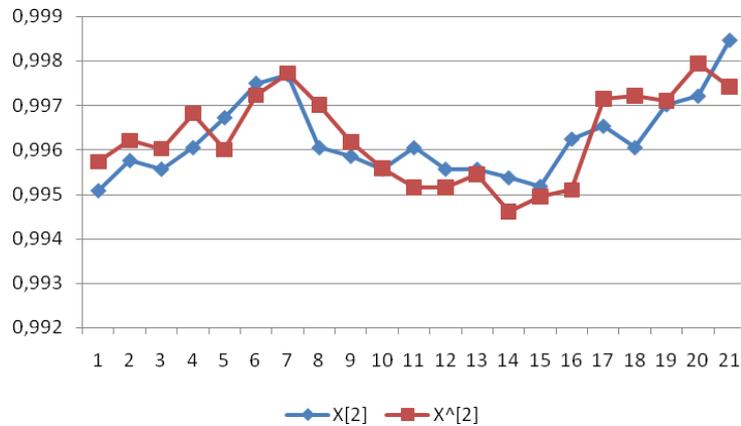


Рис. 3. Нормированные исходные и модельные значения уровня подземных вод для узла  $a_2$

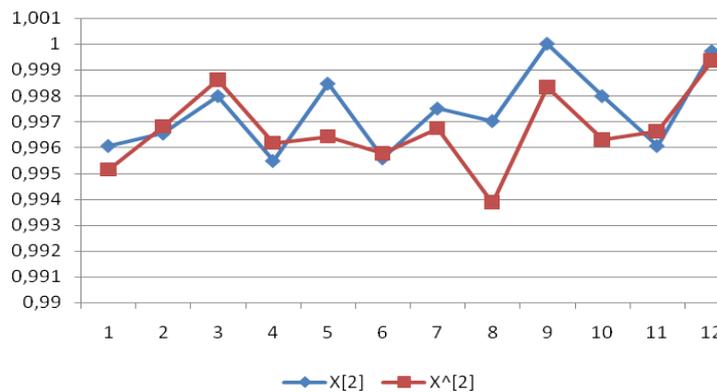


Рис. 4. Нормированные исходные и предсказанные значения уровня подземных вод для узла  $a_2$

Средняя относительная ошибка идентификации (прогноза) окрестностной модели вычисляется по формуле:

$$A = \frac{1}{Mn} \sum_{k=1}^M \sum_{i=1}^n \left| \frac{\hat{X}_m[t+1,i] - X_m[t+1,i]}{X_m[t+1,i]} \right| \cdot 100\%,$$

где  $X_m[t+1,i]$  — состояние узла  $a_i$  в  $m$ -ом corteже обучающей (контрольной) выборки;  $\hat{X}_m[t+1,i]$  — модельные значения состояния узла  $a_i$ ;  $M$  — объем обучающей (контрольной) выборки.

Средняя относительная ошибка прогноза приведена на рис. 5.

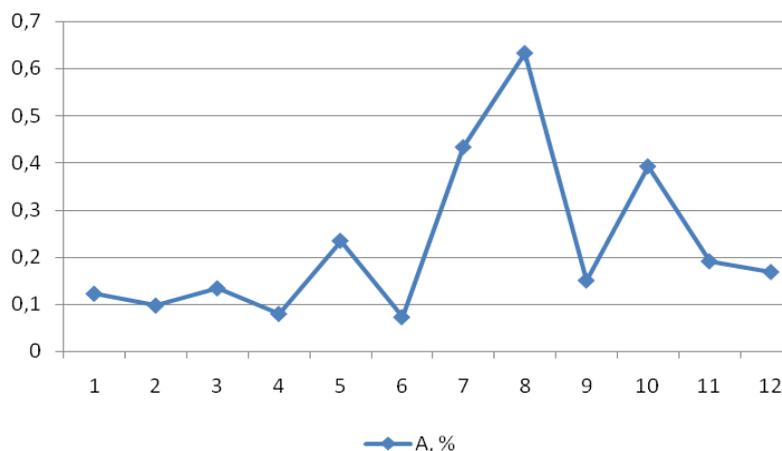


Рис. 5. Средняя относительная ошибка прогноза для каждого corteжа контрольной выборки

Средняя относительная ошибка идентификации составила 0,19%, средняя относительная ошибка прогноза — 0,23%, что свидетельствует об адекватности разработанной модели и позволяет рекомендовать ее для прогнозирования уровня подземных вод месторождения цементного сырья.

**Обсуждение и заключения.** Разработана линейная динамическая окрестностная модель с переменными иерархическими окрестностями для прогнозирования уровня подземных вод месторождения цементного сырья, расположенного в задонско-елецком водоносном горизонте.

Для параметрической идентификации и моделирования функционирования рассматриваемой динамической окрестностной модели разработано программное обеспечение на языке программирования C++.

Реализованная модель с достаточной точностью предсказывает уровень подземных вод в обследуемых скважинах и может быть эффективно использована для прогноза уровня подземных вод месторождения цементного сырья.

#### Библиографический список

1. Ткаченко, Н. Н. Евлановско-ливенский водоносный горизонт как альтернатива елецко-задонскому для водоснабжения г. Липецка / Н. Н. Ткаченко // Вестник ВГУ. Серия: Геология. — 2006. — № 2. — С. 255–257.
2. Косинова, И. И. Оценка степени преобразования отдельных элементов эколого-геологической системы в районе разработки Ситовского карьера Сокольско-Ситовского месторождения известняков / И. И. Косинова, М. Г. Заридзе // Вестник ВГУ. Серия: Геология. — 2010. — № 1. — С. 264–269.
3. Седых, И. А. Математическое моделирование максимальной концентрации выбросов при производстве клинкера / И. А. Седых, А. М. Шмырин. // В. И. Вернадский: устойчивое развитие регионов. Материалы Международной науч.-практ. конф. В 5 т. Т. 4. — Тамбов: Изд-во ТГТУ, 2016. — С. 127–131.
4. Шмырин, А. М. Трилинейная окрестностная модель процесса формирования температуры смотки горячекатаной полосы / А. М. Шмырин, А. Г. Ярцев, В. В. Правильникова // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Серия: Естественные и технические науки. — 2016. — Т. 21, вып. 2. — С. 463–469. — DOI: <https://doi.org/10.20310/1810-0198-2016-21-2-463-470>.
5. Окрестностное моделирование процесса очистки сточных вод / А. М. Шмырин [и др.] // Вестник Тамбовского университета. Серия Естественные и технические науки. Серия: Естественные и технические науки. Тамбов, 2017. — Т. 22, вып. 3. — С. 596–604. — DOI: <https://doi.org/10.20310/1810-0198-2017-22-3-596-604>.

6. Седых, И. А. Проверка устойчивости линейных динамических окрестностных моделей процесса очистки сточных вод / И. А. Седых, А. М. Сметанникова // *Материалы областного профильного семинара «Школа молодых ученых» по проблемам техн. наук 17.11.2017 г.* — Липецк, 2017. — С. 125–129.
7. Седых, И. А. Окрестностное моделирование предела текучести стали после непрерывного отжига / И. А. Седых. — *Виртуальное моделирование, прототипирование и промышленный дизайн: мат-лы IV междунар. научно-практ. конф. (15–17 ноября 2017 г.). В 3 т. Т. 1* — Тамбов: Изд-во ТГТУ, 2017. — С. 378–383.
8. Седых, И. А. Критерий Гурвица для проверки устойчивости линейных динамических окрестностных моделей процесса очистки сточных вод / И. А. Седых, А. М. Сметанникова // *XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс.* — 2018. — Т.7, №1(41). — С.67–71.
9. Блюмин, С. Л. Окрестностные системы / С. Л. Блюмин, А. М. Шмырин. — Липецк: ЛЭГИ, 2005. — 132 с.
10. Блюмин, С. Л. Билинейные окрестностные системы / С. Л. Блюмин, А. М. Шмырин, О. А. Шмырина. — Липецк: ЛЭГИ, 2006. — 131 с.
11. Окрестностное моделирование сетей Петри / С. Л. Блюмин [и др.] — Липецк: ЛЭГИ, 2010. — 124 с.
12. Шмырин, А. М. Общие билинейные дискретные модели / А. М. Шмырин, И. А. Седых, А. П. Щербаков // *Вестник Воронежского государственного технического университета.* — 2014. — Т.10, № 3–1. — С. 44–49.
13. Shang, Y. Multi-agent coordination in directed moving neighborhood random networks / Y. Shang // *Chinese Physics B.* — 2010. — Vol. 19. — No. 7. — Article ID 070201.
14. Shang, Y. Consensus in averager-copier-voter networks of moving dynamical agents / Y. Shang // *Chaos.* — 2017. — No 27 (2). — Article ID 023116.
15. Седых, И. А. Управление динамическими окрестностными моделями с переменными окрестностями / И. А. Седых // *Системы управления и информационные технологии.* — 2018. — №1(71). — С. 18–23.
16. Седых, И. А. Параметрическая идентификация линейной динамической окрестностной модели / И. А. Седых // *Инновационная наука: прошлое, настоящее, будущее: сб. статей междунар. науч.-практ. конф.* — Уфа, 2016. — С. 12–19.
17. Седых, И. А. Идентификация и управление динамическими окрестностными моделями / И. А. Седых // *Современные сложные системы управления (HTCS'2017): мат-лы XII междунар. науч.-практ. конф. 25–27 октября 2017 г. В 2 ч. Ч. 1.* — Липецк, 2017. — С. 138–142.

Поступила в редакцию 04.05.2018  
Сдана в редакцию 05.05.2018  
Запланирована в номер 05.07.2018

Received 04.05.2018  
Submitted 05.05.2018  
Scheduled in the issue 05.07.2018

**Об авторе:**

**Седых Ирина Александровна,**  
доцент кафедры «Высшая математика» Липецкого государственного технического университета (РФ, г. Липецк, ул. Московская, 30), кандидат физико-математических наук, доцент,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0012-8103>  
[sedykh-irina@yandex.ru](mailto:sedykh-irina@yandex.ru)

**Author:**

**Sedykh, Irina A.,**  
associate professor of the Higher Mathematics Department, Lipetsk State Technical University (30, Moskovskaya St., Lipetsk, RF), Cand.Sci. (Phys.-Math.), associate professor,  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0012-8103>  
[sedykh-irina@yandex.ru](mailto:sedykh-irina@yandex.ru)

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 00.004

<https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-333-338>

## Выбор элементов комплекса защиты информационной системы предприятия на основе требований нормативно-правовых документов\*

Е. А. Витенбург<sup>1</sup>, А. А. Левцова<sup>2\*\*</sup>

<sup>1,2</sup> Волгоградский государственный университет, г. Волгоград, Российская Федерация

## Selecting safety package components of enterprise information system following requirements of standard legal documents\*\*\*

Е. А. Vitenburg<sup>1</sup>, А. А. Levtsova<sup>2\*\*</sup>

<sup>1,2</sup> Volgograd State University, Volgograd, Russian Federation

*Введение.* Качество производственных процессов во многом зависит от инфраструктуры управления — в частности, от эффективности информационной системы (ИС). Менеджмент компаний уделяет все большее внимание обеспечению безопасности этой сферы, на ее поддержку регулярно направляются финансовые, материальные и другие ресурсы. В представленной работе рассмотрены вопросы построения комплекса защиты информационной системы предприятия.

*Материалы и методы.* Охрана ИС предприятия учитывает особенности объекта защиты и актуальные угрозы информационной безопасности. В рамках данного исследования принято, что ИС представляет собой комплекс информационных ресурсов. По результатам специального анализа определены категории угроз информационной безопасности предприятия: взлом; утечка; искажение; утрата; блокирование; злоупотребление. Выявлена связь данных угроз, компонентов ИС и элементов комплекса защиты. Рассмотрены требования нормативно-правовых актов Российской Федерации и международных стандартов, регулирующих данную сферу. Показано, каким образом результаты данного анализа позволяют обосновать выбор элементов комплекса защиты ИС.

*Результаты исследования.* Сравнительный анализ регламентирующей литературы, относящейся к данному вопросу, позволил выявить следующее. Разные документы предлагают разный набор элементов (подсистем) комплекса защиты ИС предприятия. Разрабатывая программу защиты ИС, следует руководствоваться Приказом ФСТЭК № 239 и стандартом 800-82 Revision 2 Guide to ICS Security.

*Обсуждение и заключения.* Результаты представленного исследования являются основой для формирования программного комплекса интеллектуальной поддержки принятия решений при проектировании системы защиты информации на предприятии. В частности, можно разрабатывать гибкие комплексы, позволяющие расширять состав элементов (подсистем).

*Introduction.* Production processes quality depends largely on the management infrastructure, in particular, on the information system (IS) effectiveness. Company management pays increasingly greater attention to the safety protection of this sphere. Financial, material and other resources are regularly channeled to its support. In the presented paper, some issues on the development of a safety enterprise information system are considered.

*Materials and Methods.* Protection of the enterprise IS considers some specific aspects of the object, and immediate threats to IT security. Within the framework of this study, it is accepted that IS are a complex of data resources. A special analysis is resulted in determining categories of threats to the enterprise information security: hacking; leakage; distortion; loss; blocking; abuse. The connection of these threats, IS components and elements of the protection system is identified. The requirements of normative legal acts of the Russian Federation and international standards regulating this sphere are considered. It is shown how the analysis results enable to validate the selection of the elements of the IS protection system.

*Research Results.* A comparative analysis of the regulatory literature pertinent to this issue highlights the following. Different documents offer a different set of elements (subsystems) of the enterprise IS protection system. To develop an IS protection program, you should be guided by the FSTEC Order No. 239 and 800-82 Revision 2 Guide to ICS Security.

*Discussion and Conclusions.* The presented research results are the basis for the formation of the software package of intellectual support for decision-making under designing an enterprise information security system. In particular, it is possible to develop flexible systems that allow expanding the composition of the components (subsystems).



\* Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации в рамках НИР «Построение модели интеллектуальной поддержки принятия решений при проектировании системы защиты информации на предприятии».

\*\* E-mail: e.vitenburg@ec-rs.ru, alexandra.levtsova@yandex.ru

\*\*\* The research is done with the financial support from the Russian Federation President Council on Grants within the frame of R&D “Building a model of intellectual support for decision-making when designing an enterprise information security system”.

**Ключевые слова:** информационная система, информационная безопасность, система защиты информации, подсистемы защиты информации.

**Keywords:** information system, information security, information security system, information security subsystems.

**Образец для цитирования:** Витенбург, Е. А. Выбор элементов комплекса защиты информационной системы предприятия на основе требований нормативно-правовых документов / Е. А. Витенбург, А. А. Левцова // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2018. — Т. 18, № 3. — С. 333–338. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-333-338>

**For citation:** E.A. Vitenburg, A.A. Levtsova. Selecting safety package components of enterprise information system following requirements of standard legal documents. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no.3, pp. 333–338. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-333-338>

**Введение.** Информационные системы (ИС) все активнее используются в производственных и управленческих процессах. В связи с этим обостряется проблема информационной безопасности (ИБ) ИС. В частности, недостаточная изолированность ИС упрощает несанкционированный доступ к ним [1, 2, 3]. Последствиями вредоносного воздействия на ИС могут быть простои производства, финансовые потери, а при реализации худшего сценария — даже техногенные катастрофы [4]. Таким образом, актуальной задачей является формирование комплекса защиты промышленных ИС, эффективно препятствующего злоумышленным действиям.

**Материалы и методы.** Создание комплекса защиты информации основывается на результатах предпроектного обследования, в ходе которого определяются состав объекта защиты и актуальные для него угрозы.

Объект защиты представляется как множество информационных ресурсов:

$$Object_{Sec} = \{NE, CC, IS, Sts, WS, PE, OS, SS, AS, IP, Sn, RSM, SM, IA\}.$$

Здесь  $NE$  — множество сетевого оборудования;  $CC$  — множество каналов связи;  $IS$  — множество инфраструктурных серверов;  $Sts$  — множество систем хранения данных;  $WS$  — множество рабочих станций пользователей;  $PE$  — множество периферийного оборудования;  $OS$  — множество операционных систем;  $SS$  — множество системного программного обеспечения (ПО);  $AS$  — множество прикладного ПО;  $IP$  — множество информационных процессов, протекающих в ИС предприятия;  $Sn$  — подсети;  $RSM$  — множество съемных носителей информации;  $SM$  — электронные носители информации;  $IA$  — информационные активы.

Множество актуальных угроз ИБ  $Threat$  определяется [5]:

$$Threat = \{Breaking, Leak, Distortion, Loss, Blocking, Abuse\}.$$

Здесь  $Breaking$  — угрозы взлома;  $Leak$  — угрозы утечки информации;  $Distortion$  — угрозы искажения;  $Loss$  — угрозы утраты;  $Blocking$  — угрозы блокирования информационных ресурсов ИС предприятия;  $Abuse$  — угрозы злоупотреблений.

Комплекс, противодействующий данным угрозам, представляет собой систему защиты ИС предприятия (СЗИС) (рис. 1).

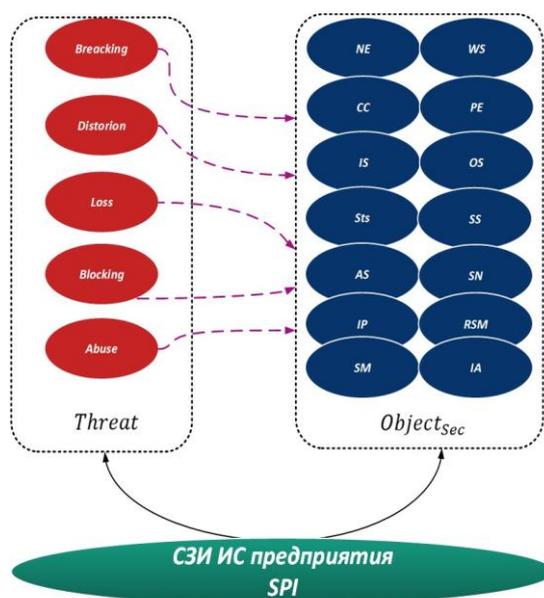


Рис. 1. Взаимосвязь объектов защиты и угроз в схеме СЗИС

Система защиты информации  $SPI$  (*system of protection of information*) — двухуровневая и включает подсистемы (компоненты) [6]:

- множество подсистемы (*Subsystem*) защиты информации;
- множество средств защиты (*MP, means of protection*) информации.

В общем виде структура СЗИС представлена на рис. 2.

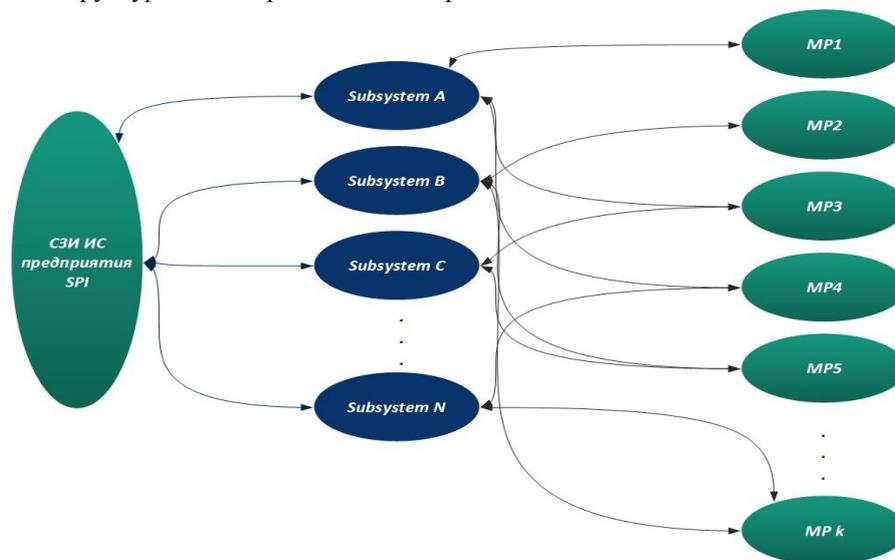


Рис. 2. Обобщенная структура СЗИС предприятия

При определении компонентов комплекса защиты информации специалисты исходят из анализа имеющейся нормативно-правовой документации и стандартов, действующих на предприятии. Необходимо также учитывать международный опыт. Довольно широко в мировой и отечественной практике применяется стандарт 800-82 Revision 2 Guide to Industrial Control Systems (ICS) Security [1]. Он разработан Национальным институтом стандартов и технологий США. В нем, в частности содержатся рекомендации по повышению безопасности в системах промышленного контроля, включая системы диспетчерского управления и сбора данных. Показано, каким угрозам подвергаются организационные процессы и бизнес-функции, описаны типичные уязвимости. Особое внимание уделяется мерам безопасности и контрдействиям, которые следует предпринять в угрожающей ситуации.

**Результаты исследования.** Отечественные нормативно-правовые акты (НПА), регламентирующие вопросы защиты ИС предприятия, условно можно разделить на две категории [6]:

- НПА по обеспечению информационной безопасности автоматизированных систем управления технологическим процессом (АСУ ТП);
- НПА по защите критической информационной инфраструктуры (КИИ).

Следует особо отметить, что уязвимости в защите КИИ могут повлечь значительный материальный и экологический ущерб. Недостаточная охрана КИИ чревата социальными и военно-политическими проблемами.

Проектирование системы защиты информации (в частности, при создании модели интеллектуальной поддержки принятия решений) предполагает предварительное проведение сравнительного анализа профильных нормативно-правовых актов Российской Федерации. Следует рассмотреть, например, следующие документы:

- Приказ Федеральной службы по техническому и экспортному контролю (ФСТЭК России) от 14 марта 2014 г. № 31 «Об утверждении требований к обеспечению защиты информации в автоматизированных системах управления производственными и технологическими процессами на критически важных объектах, потенциально опасных объектах, а также объектах, представляющих повышенную опасность для жизни и здоровья людей и для окружающей природной среды» [7];
- Приказ ФСТЭК России от 25 декабря 2017 г. № 239 «Об утверждении требований по обеспечению безопасности значимых объектов информационной инфраструктуры Российской Федерации» (проект) [8];
- международный стандарт 800-82 Revision 2 Guide to Industrial Control Systems (ICS) Security [9].

Сравнительный анализ Приказов ФСТЭК России № 31 и № 239 представлен в табл. 1.

Таблица 1

Элементы (подсистемы) комплекса защиты ИС предприятия в Приказах ФСТЭК России № 31 и № 239

Подсистемы СЗИС	Приказ ФСТЭК от 14.03.14 № 31	Приказ ФСТЭК от 25.12 2017 г. № 239
	Идентификация и аутентификация субъектов доступа и объектов доступа (ИАФ)	
	Управление доступом субъектов доступа и объектов доступа (УПД)	
	Ограничение программной среды (ОПС)	
	Защита машинных носителей информации (ЗНИ)	
	Регистрация событий безопасности (РСБ)	Аудит безопасности (АУД)
	Антивирусная защита (АВЗ)	
	Обнаружение вторжений (ОВ)	Предотвращение вторжений (ПВ)
	Контроль (анализ) защищенности информации (АНЗ)	Защита информационной (автоматизированной) системы и ее компонентов (ЗИС)
	Обеспечение целостности (ОЦЛ)	
	Обеспечение доступности (ОДТ)	
	Планирование мероприятий по обеспечению защиты информации (ПЛН)	
	Защита технических средств и систем (ЗТС)	
	Обеспечение безопасности разработки программного обеспечения (ОБР)	Реагирование на инциденты информационной безопасности (ИНЦ)
	Защита среды виртуализации (ЗСВ)	Информирование и обучение персонала (ИПО)
	Управление обновлениями программного обеспечения (ОПО)	
	Обеспечение действий в нештатных ситуациях (ДНС)	
Анализ угроз безопасности информации и рисков от их реализации (УБИ)	—	
Управление конфигурацией автоматизированной системы управления и ее системы защиты (УКФ)		
Примечание. Для большей наглядности отличия не только разнесены по разным ячейкам, но и выделены серым фоном.		

Итак, Приказ ФСТЭК № 239 предусматривает наличие в комплексе защиты ИС предприятия следующих подсистем:

- аудит безопасности (АУД);
- защита информационной (автоматизированной) системы и ее компонентов (ЗИС);
- реагирование на инциденты информационной безопасности (ИНЦ);
- информирование и обучение персонала (ИПО).

Следует отметить, что решение о комплектности СЗИС до известной степени зависит от финансовых возможностей предприятия. Однако если стоимость защищаемых ресурсов и потенциальный ущерб от злоумышленных действий выше, чем стоимость СЗИС, то целесообразно внедрить АУД и ЗИС.

Сравнительный анализ Приказа ФСТЭК от 25 декабря 2017 г. № 239 и стандарта 800-82 Revision 2 Guide to Industrial Control Systems (ICS) Security приведен в табл. 2.

Таблица 2

Элементы (подсистемы) комплекса защиты ИС предприятия в Приказе ФСТЭК от 25 декабря 2017 г. № 239 и стандарте 800-82 Revision 2 Guide to Industrial Control Systems (ICS) Security

Подсистемы СЗИС	Приказ ФСТЭК от 25.12 2017 г. № 239	800-82 Revision 2 Guide to ICS Security
	Идентификация и аутентификация (ИАФ) Identification and authentication	
	Управление доступом (УПД) System and communications protection, Security assessment and authorization	
	Ограничение программной среды (ОПС)	System and information integrity
	Защита машинных носителей информации (ЗНИ) Media protection	
	Аудит безопасности (АУД) Auditing and accountability	
	Антивирусная защита (АВЗ)	System and information integrity

Приказ ФСТЭК от 25.12 2017 г. № 239	800-82 Revision 2 Guide to ICS Security
Предотвращение вторжений (компьютерных атак) (СОВ)	System and information integrity
Защита информационной (автоматизированной) системы и ее компонентов (ЗИС)	System and information integrity
Обеспечение целостности (ОЦЛ)	System and information integrity
Обеспечение доступности (ОДТ) System and services acquisition	
Планирование мероприятий по обеспечению безопасности (ПЛН) Planning, contingency planning	
Защита технических средств и систем (ЗТС) Maintenance	
Реагирование на инциденты информационной безопасности (ИНЦ) Incident response	
Информирование и обучение персонала (ИПО) Personnel security	
Управление обновлениями программного обеспечения (ОПО)	Organization — wide information security program management controls
Обеспечение действий в нештатных ситуациях (ДНС) Physical and environmental protection Awareness and training	
Управление конфигурацией (УКФ) Configuration management	
—	Risk assessment
—	System and communications protection
Примечание. Для большей наглядности отличия не только разнесены по разным ячейкам, но и выделены серым фоном.	

В данном случае наиболее очевидны следующие различия:

- 800-82 Revision 2 Guide to ICS Security объединяет в подсистеме System and information integrity функционал подсистем ОПС, АВЗ, СОВ, ОЦЛ, ЗИС, определенных в Приказе ФСТЭК;
- 800-82 Revision 2 Guide to ICS Security предусматривает наличие подсистемы защиты систем связи — System and communications protection;
- Приказ ФСТЭК объединяет в подсистеме управления доступом (УПД) функционалы подсистем System and communications protection и Security assessment and authorization;
- Приказ ФСТЭК объединяет в подсистеме планирования мероприятий по обеспечению безопасности (ПЛН) функционал подсистем Planning и Contingency planning;
- Приказ ФСТЭК объединяет в подсистеме обеспечения действий в нештатных ситуациях (ДНС) функционал подсистем Physical and environmental protection и Awareness and training.

Следует особо указать на подсистемы оценки рисков и защиты систем связи [10]. Это наиболее важные элементы комплекса защиты ИС предприятия, из тех, которые не предусмотрены отечественной нормативно-правовой документацией. Их внедрение позволит усилить защиту, оперативно реагировать на инциденты, возникающие в ИС предприятия, своевременно и точно противодействовать атакам.

**Выводы.** Результаты анализа элементов комплекса защиты ИС будут использованы для построения модели интеллектуальной поддержки принятия решений при проектировании СЗИС. В частности, планируется предусмотреть возможность расширения состава подсистем СЗИС. Выбор элементов такого комплекса будет зависеть от оценки рисков, размера потенциального ущерба от вредоносного воздействия, стоимости компонентов СЗИС.

#### Библиографический список

1. Ovsyanitskaya, L. Yu. Information security of small business: modern Condition, problems and the ways of their Solutions / L. Yu. Ovsyanitskaya, Yu. V. Podpovetnaya, A. D. Podpovetnyy // Вестник Южно-Уральского гос. ун-та. — 2017. — № 4. — С. 77–84. — (Компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника).
2. Glukhov, V. V. Problems of data protection in industrial corporations enterprise architecture / V. V. Glukhov, I. V. Ilin, A. B. Anisiforov // SIN'15 : Proceedings of the 8th International Conference on Security of Information and Networks. — New York : ACM, 2015. — P. 34–37.

3. Пищик, Б. Н. Безопасность АСУ ТП [Электронный ресурс] / Б. Н. Пищик // Вычислительные технологии. — 2013. — Т. 18, спецвыпуск. — С. 170–175. — Режим доступа: <http://www.ict.nsc.ru/jct/t18n7> (дата обращения: 22.07.18).
4. Безопасность промышленных систем в цифрах [Электронный ресурс] / Г. Грицай [и др.]. — Москва : Positive Technologies, 2012. — 37 с. — Режим доступа: [http://www.ptsecurity.ru/download/SCADA\\_analytics\\_russian.pdf](http://www.ptsecurity.ru/download/SCADA_analytics_russian.pdf) (дата обращения: 22.07.18).
5. Мукминов, В. А. Методика оценки реального уровня защищенности автоматизированных систем / В. А. Мукминов, В. М. Хуцишвили, А. В. Лобузько // Программные продукты и системы. — 2012. — № 1 (97). — С. 39–42.
6. Лукацкий, А. Обзор мировых стандартов ИБ АСУ ТП и советы по их применимости в российских условиях [Электронный ресурс] / А. Лукацкий // Cisco Systems : Docplayer. — Режим доступа <http://docplayer.ru/33122677-Obzor-mirovyh-standartov-ib-asu-tp-i-sovety-po-ih-primenimosti-v-rossiyskih-usloviyah.html> (дата обращения: 22.07.18).
7. Об утверждении требований к обеспечению защиты информации в автоматизированных системах управления производственными и технологическими процессами на критически важных объектах, потенциально опасных объектах, а также объектах, представляющих повышенную опасность для жизни и здоровья людей и для окружающей природной среды : Приказ Федеральной службы по техническому и экспортному контролю от 14 марта 2014 г. № 31 [Электронный ресурс] / Федеральная служба по техническому и экспортному контролю. — Режим доступа: <https://fstec.ru/tekhnicheskaya-zashchita-informatsii/dokumenty/110-prikazy/864-prikaz-fstek-rossii-ot-14-marta-2014-g-n-31> (дата обращения: 22.07.18).
8. Об утверждении требований по обеспечению безопасности значимых объектов критической информационной инфраструктуры Российской Федерации : Приказ Федеральной службы по техническому и экспортному контролю от 25 декабря 2017 г. № 239 [Электронный ресурс] / Федеральная служба по техническому и экспортному контролю. — Режим доступа: <https://fstec.ru/tekhnicheskaya-zashchita-informatsii/dokumenty/110-prikazy/1593-prikaz-fstek-rossii-ot-25-dekabrya-2017-g-n-239> (дата обращения: 22.07.18).
9. Guide to Industrial Control Systems (ICS) Security / К. Stouffer [et al.] ; U. S. Department of Commerce ; National Institute of Standards and Technology. — Gaithersburg : NIST, 2015. — 247 p.
10. Singhal, A. Security risk analysis of enterprise networks using probabilistic attack graphs / A. Singhal, X. Ou // Network Security Metrics. — Cham : Springer, 2017. — P. 53–73.

Поступила в редакцию 21.06.2018  
Сдана в редакцию 25.06.2018  
Запланирована в номер 20.07.2018

Received 21.06.2018  
Submitted 25.06.2018  
Scheduled in the issue 20.07.2018

**Об авторах:**

**Витенбург Екатерина Александровна**,  
аспирант кафедры «Информационная безопасность»  
Волгоградского государственного университета  
(РФ, 400062, г. Волгоград, пр. Университетский, 100),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1534-8865>  
[e.vitenburg@ec-rs.ru](mailto:e.vitenburg@ec-rs.ru)

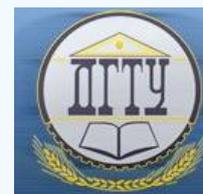
**Левцова Александра Александровна**,  
студент кафедры «Информационная безопасность»  
Волгоградского государственного университета  
(РФ, 400062, г. Волгоград, пр. Университетский, 100),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4798-9704>  
[alexandra.levtsova@yandex.ru](mailto:alexandra.levtsova@yandex.ru)

**Authors:**

**Vitenburg, Ekaterina A.**,  
postgraduate student of the Information Security  
Department, Volgograd State University (100,  
Universitetskiy pr., Volgograd, 400062, RF),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-1534-8865>  
[e.vitenburg@ec-rs.ru](mailto:e.vitenburg@ec-rs.ru)

**Levtsova, Alexandra A.**,  
student of the Information Security Department,  
Volgograd State University (100, Universitetskiy pr.,  
Volgograd, 400062, RF),  
ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-4798-9704>  
[alexandra.levtsova@yandex.ru](mailto:alexandra.levtsova@yandex.ru)

# ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 512.6+519.725

<https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-339-348>

## Дифференцирование полиномов нескольких переменных над полями Галуа нечетной мощности и приложения к кодам Рида-Маллера\*

В. М. Деундяк<sup>1,2</sup>, Н. С. Могилевская<sup>2\*\*</sup>

<sup>1</sup> НИИ «Спецвузавтоматика», г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация.

<sup>2</sup> Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация.

## Differentiation of polynomials in several variables over Galois fields of fuzzy cardinality and applications to Reed-Muller codes\*\*\*

V. M. Deundyak<sup>1,2</sup>, N. S. Mogilevskaya<sup>2\*\*</sup>

<sup>1</sup> Research Institute "Spetsvuzavtomatika", Rostov-on-Don, Russian Federation.

<sup>2</sup> Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russian Federation

*Введение.* Полиномы нескольких переменных над полями Галуа лежат в основе теории кодов Рида-Маллера, а также используются в ряде криптографических задач. В работе изучаются свойства таких полиномов, заданных над произвольными полями Галуа нечетной мощности. Для полученных результатов предложены два практических приложения: схема разделения данных и декодер кодов Рида-Маллера.

*Материалы и методы.* С использованием линейной алгебры, теории полей Галуа и общей теории полиномов нескольких переменных получены результаты, связанные с дифференцированием и интегрированием полиномов нескольких переменных над полями Галуа нечетной мощности. Для векторов построен и изучен аналог оператора дифференцирования.

*Результаты исследования.* На основе полученных результатов о дифференцировании и интегрировании полиномов предложен новый декодер для кодов Рида-Маллера второго порядка и предложена схема организации разделенной передачи конфиденциальных данных, т.е. такой системы связи, в которой исходные данные на стороне отправителя разделяются на несколько частей и, независимо друг от друга, передаются по различным каналам связи, а на стороне получателя из принятых частей восстанавливаются исходные данные. Особенностью предлагаемой схемы является то, что она позволяет защищать данные, как от нелегитимного доступа, так и от непреднамеренных ошибок, при этом в обоих случаях используется один и тот же математический аппарат. Разработанный декодер для кодов Рида-Маллера второго порядка, заданных над произвольным нечетным полем Галуа, может иметь некоторое ограничение по числу исправляемых ошибок, однако, его использование целесообразно для ряда

*Introduction.* Polynomials in several variables over Galois fields provide the basis for the Reed-Muller coding theory, and are also used in a number of cryptographic problems. The properties of such polynomials specified over the derived Galois fields of fuzzy cardinality are studied. For the results obtained, two real-world applications are proposed: partitioning scheme and Reed-Muller code decoder.

*Materials and Methods.* Using linear algebra, theory of Galois fields, and general theory of polynomials in several variables, we have obtained results related to the differentiation and integration of polynomials in several variables over Galois fields of fuzzy cardinality. An analog of the differentiation operator is constructed and studied for vectors.

*Research Results.* On the basis of the obtained results on the differentiation and integration of polynomials, a new decoder for Reed-Muller codes of the second order is given, and a scheme for organizing the partitioned transfer of confidential data is proposed. This is a communication system in which the source data on the sender is divided into several parts and, independently of one another, transmitted through different communication channels, and then, on the receiver, the initial data is restored of the parts retrieved. The proposed scheme feature is that it enables to protect data, both from the nonlegitimate access, and from unintentional errors; herewith, one and the same mathematical apparatus is used in both cases. The developed decoder for the second-order Reed-Muller codes prescribed over the derived odd Galois field may have a constraint to the recoverable error level; however, its

\* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

\*\* E-mail: vl.deundyak@gmail.com, nadezhda.mogilevskaia@yandex.ru

\*\*\* The research is done within the frame of independent R&D.



каналов связи.

*Обсуждение и заключения.* Предложенные практические приложения полученных результатов представляются полезными для организации надежных систем связи. В дальнейшем планируется исследование процесса восстановления исходного полинома по его производным, в случае их частичного искажения, и разработка соответствующих приложений.

**Ключевые слова:** полиномы нескольких переменных, поля Галуа, производные полиномов, дифференцирование полиномов, коды Рида-Маллера, декодирование, разделенная передача данных.,

**Образец для цитирования:** Деундяк, В. М. Дифференцирование полиномов нескольких переменных над полями Галуа нечетной мощности и приложения к кодам Рида-Маллера / В. М. Деундяк, Н. С. Могилевская // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2018. — Т. 18, № 3. — С. 339–348. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-339-348>

use is advisable for a number of the communication channels.

*Discussion and Conclusions.* The proposed practical applications of the results obtained are useful for the organization of reliable communication systems. In future, it is planned to study the restoration process of the original polynomial by its derivatives, in case of their partial distortion, and the development of appropriate applications.

**Keywords:** polynomials in several variables, Galois fields, polynomial derivatives, differentiation of polynomials, Reed-Muller codes, decoding, partitioned data transmission.

**For citation:** V. M. Deundyak, N. S. Mogilevskaya. Differentiation of polynomials in several variables over Galois fields of fuzzy cardinality and applications to Reed-Muller codes. Vestnik of DSTU, 2018, vol. 18, no.3, pp. 339–348. <https://doi.org/10.23947/1992-5980-2018-18-3-339-348>

**Введение.** Полиномы нескольких переменных над полями Галуа и их производные применяются в различных областях защиты информации. Некоторые вопросы, связанные с интегрированием и дифференцированием полиномов нескольких переменных, рассмотрены в ряде работ. Например, в [1] исследуются полиномы, заданные над простыми полями Галуа, в [2–4] получены результаты для булевых функций, а в [5–6] получены результаты для полиномов, заданных над троичными полями Галуа.

В работе рассматриваются полиномы нескольких переменных, заданные над произвольными полями Галуа нечетной мощности. Для таких полиномов получены результаты, связанные с вычислением производных по направлению, а также с восстановлением полинома по набору его производных, вычисленных в базисных направлениях. Для полученных результатов предложены два возможных практических приложения: схема разделения данных и декодер кодов Рида-Маллера (РМ-коды).

Предложенная схема разделения данных может быть использована для организации разделенной передачи конфиденциальных данных, т.е. такой системы связи, в которой исходные данные на стороне отправителя разделяются на несколько частей и, независимо друг от друга, передаются по различным каналам связи, а на стороне получателя из принятых частей восстанавливаются исходные данные. Особенностью предлагаемой схемы является то, что она позволяет защищать данные, как от нелегитимного доступа, так и от непреднамеренных ошибок. При этом в обоих случаях используется один и тот же математический аппарат, связанный с РМ-кодами и дифференцированием полиномов. Разделенная передача может быть использована как для повышения скорости связи, так и для обеспечения конфиденциальности данных за счет усложнения задачи перехвата из нескольких линий связи. Некоторые вопросы разделения данных рассмотрены в работах [7–11].

Для РМ-кодов второго порядка детерминированные декодеры известны только для некоторых значений мощности  $q$  полей Галуа. Например, довольно много известно декодеров для случая  $q = 2$ , например [12–13], для случая  $q = 3$  и использования полунепрерывного канала связи сконструирован декодер [5]. В [14] предложен декодер кодов Рида-Маллера второго порядка, заданных над полями Галуа мощности 2, 4 и 8. Предлагаемый в данной работе декодер РМ-кодов второго порядка, заданных над произвольным нечетным полем Галуа, основан на редукации к кодам Рида-Маллера первого порядка, кодовые слова которых можно декодировать любым подходящим декодером. В случае РМ-кодов, заданных над полями мощности больше 3, предлагаемый декодер имеет некоторое ограничение по количеству исправляемых ошибок. Следует отметить, что использование предлагаемой схемы декодирования в случае полей мощности больше трех, несмотря на имеющееся ограничение, может быть целесообразным при невысоком уровне зашумления используемых каналов связи.

**Дифференцирование полиномов нескольких переменных.** Пусть  $q = p^s$ ,  $p$  — простое нечетное число,  $s \in \mathbb{N}$ ,  $F_q$  — поле Галуа мощности  $q$ . Рассмотрим кольцо полиномов от  $m$  переменных  $F_q[x_1, \dots, x_m]$  над

полем  $F_q$ . Линейное пространство полиномов из  $F_q[x_1, \dots, x_m]$  степени не выше  $r$  обозначим  $F_q^{(r)}[x_1, \dots, x_m]$ . Пусть  $F_q^m$  —  $m$ -мерное линейное пространство над  $F_q$ .

Производной полинома  $f \in F_q^{(r)}[x_1, \dots, x_m]$  по направлению  $\bar{b} \in F_q^m$  называется результат действия оператора дифференцирования [3]:

$$(D_{\bar{b}}f)(\bar{x}) = f_{\bar{b}}(\bar{x}) - f(\bar{x}), \quad \bar{x} \in F_q^m, \quad (1)$$

где  $f_{\bar{b}}(\bar{x}) = f(\bar{x} + \bar{b})$ . Легко показать, что  $D_{\bar{b}}f \in F_q^{(r-1)}[x_1, \dots, x_m]$ , а оператор

$$D_{\bar{b}}f : F_q^{(r)}[x_1, \dots, x_m] \rightarrow F_q^{(r-1)}[x_1, \dots, x_m] \quad (2)$$

является линейным.

Сумму координат вектора  $\bar{\alpha} \in F_p^m$ , где  $p$  — простое, как натуральных чисел обозначим  $\rho(\bar{\alpha})$ .

Полиномы  $f \in F_q^{(2)}[x_1, \dots, x_m]$  будем записывать в каноническом виде

$$f(\bar{x}) = \sum_{\bar{\alpha} \in F_q^m} f_{\bar{\alpha}} \bar{x}^{\bar{\alpha}} = a_0 \bar{x}^{\bar{0}} + \sum_{\rho(\bar{\alpha})=1} a_{\bar{\alpha}} \bar{x}^{\bar{\alpha}} + \sum_{\rho(\bar{\alpha})=2} a_{\bar{\alpha}} \bar{x}^{\bar{\alpha}}, \quad (3)$$

где при записи монома  $\bar{x}^{\bar{\alpha}} = x_1^{\alpha_1} \dots x_m^{\alpha_m}$  показатели  $\alpha_i$  будем отождествлять с элементами поля  $F_p$ , а слагаемые в каждой сумме будем располагать в лексикографическом порядке по возрастанию. Если последняя сумма в (3) равна нулю, то получаем полином из  $F_q^{(1)}[x_1, \dots, x_m]$ .

**Лемма 1.** Пусть  $q = p^s$ ,  $p$  — простое нечетное число,  $f(\bar{x}) \in F_q^{(2)}[x_1, \dots, x_m]$  — полином в каноническом виде (3),  $\bar{b} = (b_1, \dots, b_m) \in F_q^m$ . Тогда

$$f(\bar{x}) = f_{00\dots 00} + \bar{x}(f_{10\dots 00}, f_{01\dots 00}, \dots, f_{00\dots 01})^T + \bar{x}A\bar{x}^T, \quad (4)$$

$$(D_{\bar{b}}f)(\bar{x}) = \bar{b}(f_{10\dots 00}, f_{01\dots 00}, \dots, f_{00\dots 01})^T + 2\bar{x}A\bar{b}^T + \bar{b}A\bar{b}^T = 2\bar{x}A\bar{b}^T + f(\bar{b}) - f_{00\dots 00}, \quad (5)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} f_{200\dots 00} & f_{110\dots 00}/2 & f_{101\dots 00}/2 & \dots & f_{100\dots 10}/2 & f_{100\dots 01}/2 \\ f_{110\dots 00}/2 & f_{020\dots 00} & f_{011\dots 00}/2 & \dots & f_{010\dots 10}/2 & f_{010\dots 01}/2 \\ f_{101\dots 00}/2 & f_{011\dots 00}/2 & f_{002\dots 00} & \dots & f_{001\dots 10}/2 & f_{001\dots 01}/2 \\ \dots & \dots & \dots & \ddots & \dots & \dots \\ f_{100\dots 10}/2 & f_{010\dots 10}/2 & f_{001\dots 10}/2 & \dots & f_{000\dots 20} & f_{000\dots 11}/2 \\ f_{100\dots 01}/2 & f_{010\dots 01}/2 & f_{001\dots 01}/2 & \dots & f_{000\dots 11}/2 & f_{000\dots 02} \end{pmatrix},$$

Доказательство. В случае простого поля Галуа доказательство содержится в [1]. Используя (1), (4) и симметричность матрицы  $A$  получаем:

$$f_{\bar{b}}(\bar{x}) = f(\bar{x} + \bar{b}) = f_{00\dots 00} + (\bar{x} + \bar{b})(f_{10\dots 00}, f_{01\dots 00}, \dots, f_{00\dots 01})^T + (\bar{x} + \bar{b})A(\bar{x} + \bar{b})^T,$$

$$(D_{\bar{b}}f)(\bar{x}) = f_{\bar{b}}(\bar{x}) - f(\bar{x}) = \bar{b}(f_{10\dots 00}, f_{01\dots 00}, \dots, f_{00\dots 01})^T + \bar{x}A\bar{b}^T + \bar{b}A\bar{x}^T + \bar{b}A\bar{b}^T,$$

$$(D_{\bar{b}}f)(\bar{x}) = \bar{b}(f_{10\dots 00}, f_{01\dots 00}, \dots, f_{00\dots 01})^T + 2\bar{x}A\bar{b}^T + \bar{b}A\bar{b}^T = 2\bar{x}A\bar{b}^T + f(\bar{b}) - f_{00\dots 00} \bullet$$

Докажем теорему, которая определяет способ восстановления с точностью до постоянного слагаемого полинома из  $F_q^{(2)}[x_1, x_2, \dots, x_m]$  по набору его производных, вычисленных в базисных направлениях.

**Теорема 1.** Пусть  $\beta = \{\bar{b}_i = (b_1^i, b_2^i, \dots, b_m^i)\}_{i=1, \dots, m}$  — некоторый базис пространства  $F_q^m$ , где  $q$  — нечетное. Рассмотрим полином  $f \in F_q^{(2)}[x_1, x_2, \dots, x_m]$  вида (4):

$$f(\bar{x}) = f_{00\dots 00} + \bar{x}(f_{10\dots 00}, f_{01\dots 00}, \dots, f_{00\dots 01})^T + \bar{x}A\bar{x}^T.$$

Если

$$\left\{ (D_{\bar{b}_i}f)(\bar{x}) = \alpha_1^i x_1 + \alpha_2^i x_2 + \dots + \alpha_m^i x_m + \alpha_0^i \right\}_{i=1, \dots, m}, \quad (6)$$

то

$$A = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \alpha_1^1 & \alpha_1^2 & \dots & \alpha_1^m \\ \alpha_2^1 & \alpha_2^2 & \dots & \alpha_2^m \\ \vdots & \dots & \ddots & \vdots \\ \alpha_m^1 & \alpha_m^2 & \dots & \alpha_m^m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1^1 & b_1^2 & \dots & b_1^m \\ b_2^1 & b_2^2 & \dots & b_2^m \\ \vdots & \dots & \ddots & \vdots \\ b_m^1 & b_m^2 & \dots & b_m^m \end{pmatrix}^{-1}, \quad (7)$$

$$\begin{pmatrix} f_{10\dots 00} \\ f_{01\dots 00} \\ \vdots \\ f_{00\dots 01} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_0^1 - \bar{b}_1 A \bar{b}_1^T \\ \alpha_0^2 - \bar{b}_2 A \bar{b}_2^T \\ \vdots \\ \alpha_0^m - \bar{b}_m A \bar{b}_m^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1^1 & b_2^1 & \dots & b_m^1 \\ b_1^2 & b_2^2 & \dots & b_m^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_1^m & b_2^m & \dots & b_m^m \end{pmatrix}^{-1}. \quad (8)$$

Доказательство. Из (5), (6) получаем:

$$\forall i = 1, \dots, m: 2A\bar{b}_i^T = (\alpha_1^i, \alpha_2^i, \dots, \alpha_m^i)^T, f(\bar{b}_i) - f_{00\dots 00} = \alpha_0^i. \quad (9)$$

Тогда

$$2A \begin{pmatrix} b_1^1 & b_2^1 & \dots & b_m^1 \\ b_1^2 & b_2^2 & \dots & b_m^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_1^m & b_2^m & \dots & b_m^m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_1^1 & \alpha_2^1 & \dots & \alpha_m^1 \\ \alpha_1^2 & \alpha_2^2 & \dots & \alpha_m^2 \\ \vdots & \dots & \ddots & \vdots \\ \alpha_1^m & \alpha_2^m & \dots & \alpha_m^m \end{pmatrix}.$$

Следовательно, формула (7) верна.

Из (4) следует, что для любого  $\bar{b} \in F_q^m$ :

$$f(\bar{b}) - f_{00\dots 00} = \bar{b} (f_{10\dots 00}, f_{01\dots 00}, \dots, f_{00\dots 01})^T + \bar{b} A \bar{b}^T.$$

Возьмем в качестве  $\bar{b}$  векторы  $\bar{b}_i \in \beta$  и воспользуемся равенством  $f(\bar{b}_i) - f_{00\dots 00} = \alpha_0^i$  из (9). Тогда

$$\forall i = 1, \dots, m: \alpha_0^i - \bar{b}_i A \bar{b}_i^T = \bar{b}_i (f_{10\dots 00}, f_{01\dots 00}, \dots, f_{00\dots 01})^T.$$

Следовательно,

$$\begin{pmatrix} \alpha_0^1 - \bar{b}_1 A \bar{b}_1^T \\ \alpha_0^2 - \bar{b}_2 A \bar{b}_2^T \\ \vdots \\ \alpha_0^m - \bar{b}_m A \bar{b}_m^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1^1 & b_2^1 & \dots & b_m^1 \\ b_1^2 & b_2^2 & \dots & b_m^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_1^m & b_2^m & \dots & b_m^m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_{10\dots 00} \\ f_{01\dots 00} \\ \vdots \\ f_{00\dots 01} \end{pmatrix}$$

и формула (8) доказана. •

**q-ичные коды Рида-Маллера  $RM_q(r, m)$ .** Рассмотрим РМ-коды над конечным полем  $F_q$  где  $q = p^s$ ,  $p$  — простое нечетное число,  $s \in \mathbb{N}$  [15–16]. Элементы  $F_q^{(r)}[x_1, \dots, x_m]$  являются информационными полиномами кода  $RM_q(r, m)$ ; будем полагать, что  $m \geq r > 0$ ,  $m \geq 2$ . Вектор  $\bar{f}$ , составленный из коэффициентов информационного полинома  $f(x_1, \dots, x_m)$ , называется информационным вектором.

В векторном пространстве  $F_q^m$  зафиксируем некоторое упорядочение

$$\{\bar{\alpha}_1, \dots, \bar{\alpha}_n\} (\bar{\alpha}_j = (\alpha_{j1}, \alpha_{j2}, \dots, \alpha_{jm})), \quad n = q^m. \quad (10)$$

Произвольный информационный полином  $f(\bar{x}) \in F_q^{(r)}[x_1, \dots, x_m]$  кодируется путем вычисления его значений в точках упорядоченного пространства  $F_q^m$ :

$$C(f) = (f(\bar{\alpha}_1), \dots, f(\bar{\alpha}_n)), \quad (11)$$

и тем самым определяется оператор кодирования

$$C: F_q^{(r)}[x_1, \dots, x_m] \rightarrow F_q^n.$$

Коды Рида-Маллера определяются натуральными параметрами  $r$  и  $m$  ( $r < m$ )

$$RM_q(r, m) = \{f(\bar{\alpha}_1), \dots, f(\bar{\alpha}_n) \mid f(\bar{x}) \in F_q^{(r)}[x_1, \dots, x_m], \deg(f) \leq r\} \subset F_q^n,$$

параметр  $r$  называется порядком кода. Они образуют семейство линейных  $[n, k, d]_q$ -кодов, длина  $n$  и размерность  $k$  которых определяются по формулам

$$n = q^m, \quad k = \sum_{i=0}^r \sum_{j=0}^{\lfloor i/q \rfloor} (-1)^j C_m^j C_{i-qj+m-1}^{m-1},$$

где  $\lfloor \cdot \rfloor$  — округление до меньшего целого, а минимальное кодовое расстояние  $d$  кода  $RM_q(r, m)$  удобно вычислять, используя параметры дуального кода  $RM_q(r^\perp, m)$ , где  $r^\perp = m(q-1) - r - 1$ . Пусть  $\rho$  — остаток от деления  $r^\perp + 1$  на  $q-1$ :  $r^\perp + 1 = \sigma(q-1) + \rho$ , где  $\rho < q-1$ , тогда параметр  $d$  кода  $RM_q(r, m)$  задается выражением

$$d = (\rho + 1)q^\sigma. \quad (12)$$

Отметим, что произвольный  $[n, k, d]_q$ -код позволяет исправить  $t = \lfloor (d-1)/2 \rfloor$  ошибок в одном кодовом слове [17].

Далее будем рассматривать РМ-коды порядков 1 и 2, заданные над полями Галуа нечетной мощности, соответствующие им информационные полиномы записывать в виде (3), а для нумерации координат информационного вектора использовать упорядочение (10).

**Лемма 2.** Пусть  $r \in \{1, 2\}$ ,  $q \geq 3$ , тогда минимальное кодовое расстояние кода  $RM_q(r, m)$  вычисляется по формуле:

$$d_r = (q-r)q^{m-1}, \quad (13)$$

а значения гарантировано исправляемых ошибок  $t_r = \lfloor (d-1)/2 \rfloor$  кодами  $RM_q(r, m)$ ,  $r \in \{1, 2\}$ , связаны следующим образом:

$$t_1/2 \leq t_2. \quad (14)$$

Доказательство. Воспользуемся тем, что  $r < q$ , и вычислим  $\sigma$  и  $\rho$  — неполное частное и остаток от деления  $r^m + 1$  на  $q-1$  соответственно:

$$\sigma = (m(q-1) - r) \operatorname{div}(q-1) = m-1;$$

$$\rho = (m(q-1) - r) \operatorname{mod}(q-1) = q-1-r.$$

Тогда из формулы (12) получаем (13). Из равенств  $d_1 = (q-1)q^{m-1}$ ,  $d_2 = (q-2)q^{m-1}$  получаем, что искомое неравенство (14) имеет вид

$$\frac{1}{2} \cdot \left\lfloor \frac{(q-1)q^{m-1} - 1}{2} \right\rfloor \leq \left\lfloor \frac{(q-2)q^{m-1} - 1}{2} \right\rfloor.$$

Отметим, что  $d_2$  — нечетное, а  $d_1$  — четное, поэтому

$$\left\lfloor \frac{(q-2)q^{m-1} - 1}{2} \right\rfloor = \frac{(q-2)q^{m-1} - 1}{2},$$

$$\left\lfloor \frac{(q-1)q^{m-1} - 1}{2} \right\rfloor = \frac{(q-1)q^{m-1} - 2}{2},$$

Следовательно, неравенство (14) приобретает вид

$$\frac{1}{2} \left( \frac{(q-1)q^{m-1} - 2}{2} \right) \leq \frac{(q-2)q^{m-1} - 1}{2},$$

легко видеть, что оно эквивалентно неравенству  $q \geq 3$ . •

**Следствие.** Если  $q > 3$ , то в (14) — строгое неравенство, то  $q=3$ , то в (14) — равенство.

В таблице 1 приведены параметры некоторых РМ-кодов. В трех верхних строках указаны такие параметры рассматриваемого кода  $RM_q(r, m)$  как  $q$ ,  $m$ ,  $n$ . В следующих трех строках для кодов  $RM_q(1, m)$  содержатся значения:  $k_1$  — размерность кода,  $d_1$  — минимальное кодовое расстояние и  $t_1$  — число исправляемых ошибок. В следующих трех строках представлены аналогичные значения  $k_2$ ,  $d_2$ ,  $t_2$  для кодов  $RM_q(2, m)$ .

Таблица 1

Значения параметров некоторых РМ-кодов

q	3				5				7				
m	2	3	5	7	2	3	5	7	2	3	4	5	
n	9	27	243	2187	25	125	3125	78125	49	343	2401	16807	
r=1	k <sub>1</sub>	3	4	6	8	3	4	6	8	3	4	5	6
	d <sub>1</sub>	6	18	162	1458	20	100	2500	62500	42	294	2058	14406
	t <sub>1</sub>	2	8	80	728	9	49	1249	31249	20	146	1028	7202
r=2	k <sub>2</sub>	6	10	21	36	6	10	21	36	6	10	15	21
	d <sub>2</sub>	3	9	81	729	15	75	1875	46875	35	245	1725	12005
	t <sub>2</sub>	1	4	40	364	7	37	937	23437	17	122	857	6002

Теперь введем аналог оператора дифференцирования  $D_{\bar{b}}$ , действующего в пространстве полиномов (2), для пространства  $F_q^n$ , где  $n = q^m$ . Координаты векторов из  $F_q^n$  будем нумеровать векторами из упорядоченного множества  $F_q^m$  (см.(10)). Рассмотрим оператор сдвига  $\tau_{\bar{b}} : F_q^n \rightarrow F_q^n$ , действующий по формуле

$$\tau_{\bar{b}}(\bar{a}) = (a_{\bar{a}_1 + \bar{b}}, \dots, a_{\bar{a}_n + \bar{b}}),$$

где  $\bar{a} = (a_{\bar{a}_1}, \dots, a_{\bar{a}_n}) \in F_q^n$ ,  $\bar{b} = (b_1, \dots, b_m) \in F_q^m$ . Отметим, что оператор сдвига  $\tau_{\bar{b}}$  является перемешивающим биективным отображением. Линейный оператор  $\Delta_{\bar{b}} : F_q^n \rightarrow F_q^n$ , являющийся аналогом  $D_{\bar{b}}$ , определим формулой:

$$\Delta_{\bar{b}}(\bar{a}) = \tau_{\bar{b}}(\bar{a}) - \bar{a}, \quad \bar{a} = (a_{\bar{a}_1}, \dots, a_{\bar{a}_n}) \in F_q^n. \quad (15)$$

Будем называть  $\Delta_{\bar{b}}(\bar{a})$  производным вектором вектора  $\bar{a}$  по направлению  $\bar{b}$ .

**Лемма 3.** Рассмотрим полином  $f \in F_q^{(2)}[x_1, x_2, \dots, x_m]$ , вектор  $\bar{b} = (b_1, \dots, b_m) \in F_q^m$ , операторы  $\Delta_{\bar{b}}$ ,  $D_{\bar{b}}$  и  $C$ . Тогда

$$\tau_{\bar{b}}(C(f)) = C(f_{\bar{b}}), \quad C(D_{\bar{b}}f) = \Delta_{\bar{b}}(C(f)). \quad (16)$$

Доказательство проводится прямыми выкладками и для  $q = 3$  имеется в [6].

Отметим, что из (2) и (16) вытекает, что если  $C(w) \in RM_q(2, m)$ , то  $\Delta_{\bar{b}}(C(w)) \in RM_q(1, m)$ .

Ниже рассмотрим примеры практических приложений полученных теоретических результатов.

**Схема разделения данных.** Для разделения и восстановления данных в предлагаемой схеме используем  $[n, k_1, d_1]_q$ -код  $RM_q(1, m)$  и  $[n, k_2, d_2]_q$ -код  $RM_q(2, m)$ , заданные над произвольным полем Галуа  $F_q$  нечетной мощности. Значения  $q$  и  $m$  являются параметрами этой схемы.

*Алгоритм разделения данных*

Вход: информационный вектор  $\bar{w} \in F_q^{k_2}$  кода  $RM_q(2, m)$  и упорядоченный набор базисных векторов

$$\beta = \{\bar{b}_i = (b_1^i, b_2^i, \dots, b_m^i) \in F_q^m\}_{i=1, \dots, m}, \quad (17)$$

который является секретным ключом рассматриваемой схемы.

Выход: векторы  $\bar{S}_i \in F_q^{n+1}$ ,  $i = \overline{1, m}$ .

Шаг 1. Сопоставим входному вектору  $\bar{w}$  информационный полином  $w = w(\bar{x})$  и закодируем его с использованием (11) в вектор  $C(w) \in F_q^n$  кода  $RM_q(2, m)$ .

Шаг 2. Сформируем  $m$  производных векторов (см. (15)):

$$\Delta_{\bar{b}_i}(C(w)) = C(D_{\bar{b}_i}(w)) \in F_q^n, \quad i = \overline{1, m}, \quad \bar{b}_i \in \beta.$$

Отметим, что  $C(D_{\bar{b}_i}(w)) \in RM_q(1, m)$ .

Шаг 3. Каждый вектор  $C(D_{\bar{b}_i}(w)) \in F_q^n$ ,  $i = \overline{1, m}$  конкатенируем с коэффициентом  $f_{00.00} := w(\bar{0})$  кодового вектора  $C(w)$ :

$$\bar{S}_i = C(D_{\bar{b}_i}(w)) \| f_{00.00} \in F_q^{n+1}.$$

Далее векторы  $\bar{S}_i \in F_q^{n+1}$ ,  $i = \overline{1, m}$ , передаются по  $m$  различным линиям связи. Очевидно, что во время передачи векторы  $\bar{S}_i$ ,  $i = \overline{1, m}$ , могут быть искажены. Таким образом, из канала связи будут получены векторы  $\bar{S}_i'$ :

$$\bar{S}_i' = (C(D_{\bar{b}_i}(w)))' \parallel f'_{00.00} \in F_p^{n+1}, i = \overline{1, m}.$$

где  $(C(D_{\bar{b}_i}(w)))'$  — возможно искаженный вектор  $C(D_{\bar{b}_i}(w))$ , а скаляр  $f'_{00.00}$  — возможно искаженное значение  $f_{00.00}$ . Скаляр  $f'_{00.00}$  соответствующий  $\bar{S}_i'$  обозначим  $f'_{00.00,i}$ .

*Алгоритм восстановления данных*

Вход: векторы  $\bar{S}_i'$ ,  $i = \overline{1, m}$  и секретный ключ  $\beta$  (см. (17)).

Выход: вектор  $\bar{w}' \in F_q^{k_2}$ .

Шаг 1. Из каждого вектора  $\bar{S}_i'$ ,  $i = \overline{1, m}$ , выделяем две компоненты:  $(C(D_{\bar{b}_i}(w)))' \in F_q^n$  и  $f'_{00.00,i}$ ,  $i = \overline{1, m}$ .

Шаг 2. Векторы  $(C(D_{\bar{b}_i}(w)))'$  направляем в декодеры кода  $RM_q(1, m)$ . Отметим, что декодеры могут быть использованы произвольные, например, [16], [18]. На выходе рассматриваемых декодеров формируются полиномы  $D_{\bar{b}_i}'(w) \subset F_q^{(1)}[x_1, x_2, \dots, x_m]$ ,  $i = 1, \dots, m$ .

Шаг 3. Из коэффициентов  $f'_{00.00,i}$  формируем вектор  $(f'_{00.00,1}, f'_{00.00,2}, \dots, f'_{00.00,m})$  и подаем на вход декодера кода  $RM_q(0, m)$ , фактически совпадающего с кодом  $m$ -кратного повторения. Результатом работы этого декодера является скаляр  $f_{00.00}^*$ .

Шаг 4. Значения коэффициентов полиномов  $D_{\bar{b}_i}'(w) \subset F_q^{(1)}[x_1, x_2, \dots, x_m]$ ,  $i = \overline{1, m}$ , и ключ  $\beta$  (см. (17)) подставляем в формулы (7) и (8) и из полученных результатов строим полином  $f(\bar{x})$ . Затем вычисляем искомый полином  $w'(\bar{x}) = f(\bar{x}) + f_{00.00}^*$ .

Шаг 5. Получателю сообщений выдаем информационный вектор  $\bar{w}' \in F_q^k$ , соответствующий полиному  $w'(\bar{x})$ .

*Замечание 1.* Корректность алгоритма восстановления данных зависит от числа ошибок, повредивших векторы  $\bar{S}_i \in F_q^{n+1}$  во время их передачи по линиям связи, а также от корректирующей способности используемых РМ-кодов первого порядка. Очевидно, что если используемые декодеры корректно восстановят векторы  $C(D_{\bar{b}_i}(w))$  и значение  $f_{00.00}$ , то и восстановление исходных данных с использованием результатов теоремы 1 будет корректным, и, следовательно, вектор  $w'(\bar{x})$ , полученный на выходе алгоритма восстановления данных, совпадает с исходным информационным вектором  $\bar{w} \in F_q^{k_2}$ . Отметим, что работа декодеров по восстановлению  $C(D_{\bar{b}_i}(w))$  корректна, если

$$\forall i = \overline{1, m}: d_h(C(D_{\bar{b}_i}(w)), (C(D_{\bar{b}_i}(w)))') \leq \lfloor (d_1 - 1) / 2 \rfloor,$$

где  $d_h(\bar{x}, \bar{y})$  — расстояние Хемминга между векторами  $\bar{x}, \bar{y}$ . Скаляр  $f_{00.00}$  восстанавливается корректно, если вектор  $(f'_{00.00,1}, f'_{00.00,2}, \dots, f'_{00.00,m})$ , сформированный на шаге 3 алгоритма, содержит менее  $m/2$  координат, отличных от значения  $f_{00.00} = w(\bar{0})$ . Если в  $\bar{S}_i \in F_q^{n+1}$ ,  $i = \overline{1, m}$ , произошло ошибок больше, чем могут исправить используемые декодеры, то восстановление  $\bar{w} \in F_q^{k_2}$  не гарантируется.

*Замечание 2.* В предложенных алгоритмах разбиения и восстановления используются коды Рида-Маллера как первого, так и второго порядков, однако декодеры применяются только для кодов первого порядка.

*Замечание 3.* Конфиденциальность передаваемых данных обеспечивается не только необходимостью знания ключа, но и за счет использования нескольких линий связи, т.к. в этом случае перехват данных является более затруднительным для злоумышленника, чем нелегитимное получение данных из одной линии связи.

**Декодер кодов Рида-Маллера второго порядка.** Сначала рассмотрим идею организации алгоритма декодирования, а затем опишем алгоритм по шагам.

Зафиксируем некоторый базис  $\beta = \{\bar{b}_i = (b_1^i, b_2^i, \dots, b_m^i) \in F_q^m\}_{i=1, \dots, m}$  в пространстве  $F_q^m$ , где  $q = p^s$ ,  $p$  — простое нечетное число. Предположим, что на вход декодера поступает  $\bar{Y} = C(w) + \bar{e} (\in F_q^n)$ , где  $w$  — информационный полином,  $C(w)$  — кодовый вектор  $[n, k_2, d_2]_q$ -кода  $RM_q(2, m)$ ,  $\bar{e} \in F_q^n$  — вектор ошибок, для которого

$$wt_h(\bar{e}) \leq t_2, \quad (18)$$

где  $wt_h(\cdot)$  — вес Хемминга,  $t_2 = \lfloor (d_2 - 1) / 2 \rfloor$ . По вектору  $\bar{Y}$  с помощью оператора  $\Delta_{\bar{b}}$  построим  $m$  производных векторов, вычисленных в базисных направлениях:

$$\Delta_{\bar{b}_i}(\bar{Y}) = \Delta_{\bar{b}_i}(C(w) + \bar{e}) = \Delta_{\bar{b}_i}(C(w)) + \Delta_{\bar{b}_i}(\bar{e}), \quad i = 1, \dots, m$$

каждый из которых представляет собой вектор  $\Delta_{\bar{b}_i}(C(w)) \in RM_q(1, m)$ , искаженный вектором ошибок  $\Delta_{\bar{b}_i}(\bar{e}) \in F_q^n$ , и может быть безошибочно декодирован произвольным декодером  $[n, k_1, d_1]_q$ -кода  $RM_q(1, m)$ , работающим до половины кодового расстояния (см., напр., [16], [18]), в случае, если число ошибок не превосходит  $t_1 = \lfloor (d_1 - 1) / 2 \rfloor$ , т.е. когда

$$wt_h(\Delta_{\bar{b}_i}(\bar{e})) \leq t_1. \quad (19)$$

Если векторы  $\Delta_{\bar{b}_i}(\bar{Y})$  декодируются правильно, то искомым информационный полином  $w$  кода  $RM_q(2, m)$  может быть восстановлен с использованием теоремы 1 с точностью до одной координаты, которая затем может быть найдена, например, декодированием по максимуму правдоподобия. Таким образом, для правильного декодирования  $\bar{Y}$  по предложенной схеме требуется выполнение условия (19).

*Алгоритм декодирования кода  $RM_q(2, m)$*

Вход: параметры  $[n, k_2, d_2]_q$ -кода  $RM_q(2, m)$ ,  $\bar{Y} = (Y_{\alpha_1}, Y_{\alpha_2}, \dots, Y_{\alpha_n}) \in F_q^n$ .

Выход: восстановленный информационный вектор  $\bar{w}$ .

Шаг 1. Зафиксируем некоторый базис  $\beta = \{\bar{b}_i = (b_1^i, b_2^i, \dots, b_m^i) \in F_q^m\}_{i=1, \dots, m}$  пространства  $F_q^m$  и вычислим производные векторы по всем направлениям  $\bar{b}_i \in \beta$ :

$$\Delta_{\bar{b}_i}(\bar{Y}) = \tau_{\bar{b}_i}(\bar{Y}) - \bar{Y}.$$

Шаг 2. Декодируем  $\Delta_{\bar{b}_i}(\bar{Y})$ ,  $i = 1, \dots, m$ , используя произвольный декодер  $RM_q(1, m)$ -кодов, работающий до половины кодового расстояния, и в результате получаем векторы  $\bar{p}_{\bar{b}_i}$  и их полиномиальные представления

$$p_{\bar{b}_i}(\bar{x}) = \alpha_1^i x_1 + \alpha_2^i x_2 + \dots + \alpha_m^i x_m + \alpha_0^i \in F_p^{(1)}[x_1, x_2, \dots, x_m], \quad i = 1, \dots, m.$$

Шаг 3. Используя полиномы  $p_{\bar{b}_i}(\bar{x})$ ,  $i = 1, \dots, m$ , по формулам (7) и (8) найдем полином  $f(\bar{x})$  с нулевым свободным членом.

Шаг 4. Для всех  $z \in F_q$  вычислим

$$\Psi(z) = \sum_{i=1}^n |C(f(\bar{x}) + z)_{\alpha_i} - Y_{\alpha_i}|,$$

где  $C(f(\bar{x}) + z)_{\alpha_i}$  —  $\alpha_i$ -тая координата вектора  $C(f(\bar{x}) + z)$  (см. (11)). Обозначим  $z_0$  значение  $z$  на котором функция  $\Psi(z)$  достигла своего минимума.

Шаг 5. Результатом декодирования является вектор  $\bar{w}$  взаимно однозначно соответствующий информационному полиному  $w(\bar{x}) = f(\bar{x}) + z_0$ .

**Теорема 2.** Для того, чтобы построенный алгоритм декодирования кода  $RM_q(2, m)$  исправил все ошибки в  $\bar{Y} = C(w) + \bar{e}$  достаточно, чтобы выполнялись условия (18) и

$$wt_h(\bar{e}) \leq t_1 / 2, \quad (20)$$

где  $t_1 = \lfloor (d_1 - 1) / 2 \rfloor$ ,  $d_1$  — минимальное кодовое расстояние кода  $RM_q(1, m)$ .

*Доказательство.* На шаге 2 на вход декодера поступают векторы

$$\Delta_{\bar{b}_i}(\bar{Y}) = \tau_{\bar{b}_i}(\bar{Y}) - \bar{Y} = \tau_{\bar{b}_i}(C(\bar{w})) + \tau_{\bar{b}_i}(\bar{e}) - C(\bar{w}) - \bar{e} = \Delta_{\bar{b}_i}(C(w)) + \Delta_{\bar{b}_i}(\bar{e}).$$

Напомним, что  $\Delta_{\bar{b}_i}(C(w)) \in RM_q(1, m)$ , а декодеры кода  $RM_q(1, m)$ , работающие до половины кодового расстояния, исправляют до  $t_1$  ошибок в кодовом слове. Из условия (20) вытекает, что

$$wt_h(\Delta_{\bar{b}_i}(\bar{e})) \leq wt_h(\tau_{\bar{b}_i}(\bar{e})) + wt_h(\bar{e}) = 2wt_h(\bar{e}) \leq t_1$$

Следовательно, векторы  $\bar{p}_{\bar{b}_i}$ , которые формируются на шаге 2, совпадают с  $\Delta_{\bar{b}_i}(C(w))$ . Из этого вытекает, что на шаге 3, в силу теоремы 1, формируется полином  $f(\bar{x}) = w(\bar{x}) - w(\bar{0})$ .

Из условия (18) вытекает, что вычисленная на шаге 4 величина  $z_0$  равна свободному члену  $w(\bar{0})$  искомого информационного полинома  $w(\bar{x})$ . Таким образом, на шаге 5 алгоритма получается искомым информационный вектор  $\bar{w}$ .

Отметим, что для правильного декодирования по предложенной схеме требуется выполнение условия (20), из которого вытекает (19), хотя более естественным является условие (18). Рассмотрим связь между этими условиями.

**Лемма 4.** Для кодов  $RM_q(2, m)$  в случае  $q = 3$  условия (18) и (20) равносильны, а в случае  $q > 3$  при выполнении условия (18) выполнение условия (20) не гарантируется.

Доказательство. Из следствия леммы 2 получаем, что при  $q = 3$  справедливо равенство  $t_1/2 = t_2$ , т.е. правые части неравенств (18) и (20) совпадают, следовательно, из выполнения одного из них вытекает выполнение другого. При  $q > 3$  из следствия леммы 2 получаем, что  $t_1/2 < t_2$ , т.е. из выполнения (18) не вытекает выполнение (20). •

*Замечание 1.* В [5–6] описан декодер  $RM_3(2, m)$ -кода, где, как и в предложенном алгоритме, для зашумленного кодового слова строятся производные векторы, которые декодируются по алгоритму максимального правдоподобия, а затем по полученным значениям восстанавливается искомое информационное слово. Однако, в декодере из [5–6] строятся производные векторы во всех  $3^m$  возможных направлениях, а не только базисных, и используется иной механизм построения искомого информационного вектора.

*Замечание 2.* Для кодов  $RM_q(2, m)$ ,  $q = 3$ , предлагаемый декодер работает до половины кодового расстояния. Для кодов  $RM_q(2, m)$ ,  $q > 3$ , предлагаемый декодер не гарантирует исправление всех ошибок, число которых не превосходит  $t_2$ , но декодер будет работать корректно при соблюдении более слабого условия (20). Отметим, что использование предлагаемой схемы декодирования в случае полей мощности больше трех, несмотря на указанное ограничение, может быть целесообразно по следующим причинам. Во-первых, теория декодеров РМ-кодов второго порядка проработана недостаточно, но, если имеется декодер первого порядка, то предлагаемый декодер, являющийся надстройкой над ним, восполняет этот пробел. Во-вторых, при использовании каналов связи, вероятность ошибок в которых такова, что (20) выполняется, переход от РМ-кодов первого порядка к кодам второго порядка уменьшает избыточность (см. таблицу 1).

**Заключение.** Получены теоретические результаты, связанные с восстановлением полиномов нескольких переменных над полями Галуа нечетной мощности по их производным. В качестве практических приложений полученных результатов предложены схема разделения данных и декодер РМ-кодов второго порядка. В дальнейшем представляется полезным исследовать процесс восстановления полинома по искаженному производным и разработать соответствующие модификации предложенных в настоящей работе практических приложений.

#### Библиографический список

1. Деундяк, В. М. Интегрируемость систем полиномов нескольких переменных первой и второй степени над простыми полями Галуа / В. М. Деундяк, А. В. Кнутова // Известия вузов. Сев.-Кавк. регион. Естественные науки. — 2016. — №2. — С. 41–46.
2. Абросимов, А. С. Свойства бент-функций  $q$ -значной логики над конечными полями / А. С. Абросимов // Дискретная математика. — 1994. — № 3(6). — С. 50–60.
3. Логачев, О. А. Булевы функции в теории кодирования и криптологии / О. А. Логачев, А. А. Сальников, В. В. Яценко. — Москва: МЦНМО, 2004. — 470 с.
4. Мазуренко, А. Способ восстановления булевой функции нескольких переменных по ее производной / А. Мазуренко, Н. С. Могилевская // Вестник Донского гос. техн. ун-та. — 2017. — № 1 (88). — С. 122–131.
5. Деундяк, В. М. Модель троичного канала передачи данных с использованием декодера мягких решений кодов Рида-Маллера второго порядка / В. М. Деундяк, Н. С. Могилевская // Известия вузов. Сев.-Кавк. регион. Технические науки. — 2015. — № 1 (182). — С. 3–10.
6. Деундяк, В. М. Об условиях корректности декодера мягких решений троичных кодов Рида-Маллера второго порядка / В. М. Деундяк, Н. С. Могилевская // Владикавказский математический журнал. — 2016, — Т. 18. Вып. 4. — С. 23–33.
7. Могилевская, Н. С. Пороговое разделение файлов на основе битовых масок: идея и возможное применение / Н. С. Могилевская, Р. В. Кульбикаян, Л. А. Журавлев / Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2011. — Т.11. № 10. — С. 1749–1755.
8. Тормасов, А. Г. Обеспечение отказоустойчивости в распределенных средах / А. Г. Тормасов, М. А. Хасин, Ю. И. Пахомов // Программирование. — 2001. — Т.27, № 5. — С. 26.

9. Мищенко, В. А. Ущербные тексты и многоканальная криптография / В. А. Мищенко, Ю. В. Виланский. — Минск: Энциклопедикс, 2007. — 292 с.
10. Деундяк, В. М. Модель организации защищенного документооборота на базе распределенной передачи данных с аутентификацией / В. М. Деундяк, С. Б. Попова // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2015. — Т. 15, № 4. — С. 101–106.
11. Могилевская, Н. С. О применении порогового разделения данных для организации разделенной передачи на примере метода битовых масок [электронный ресурс] / Н. С. Могилевская // Инженерный вестник Дона. — 2017. — № 2. — Режим доступа: [http://www.ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD\\_48\\_Mogilevskaaya.pdf\\_492254b6f1.pdf](http://www.ivdon.ru/uploads/article/pdf/IVD_48_Mogilevskaaya.pdf_492254b6f1.pdf) (дата обращения :12.08.2017).
12. Сидельников, В. М. Декодирование кодов Рида-Маллера при большом числе ошибок / В. М. Сидельников, А. С. Першаков // Проблемы передачи информации. — 1992. — Т.28, №3. — С. 80–94.
13. Карякин, Ю. Д. Быстрое корреляционное декодирование кодов Рида—Маллера / Ю. Д. Карякин // Проблемы передачи информации. — 1987. — Том 23, № 2. — С. 40–49.
14. Paterson K. G., Jones A. E. Efficient decoding algorithms for generalized Reed-Muller codes // IEEE Transactions on Communications. 2000, Vol. 48. Issue 8. Pp. 1272 – 1285.
15. Pellikaan R., Wu X.-W. List decoding of q-ary Reed-Muller Codes // IEEE Trans. On Information Theory. 2004. Vol. 50. Issue 3. P. 679-682.
16. Santhi N. On Algebraic Decoding of q-ary Reed-Muller and Product Reed-Solomon Codes. - ISIT 2007 Conference, June 24 -29, Nice, France, 2007.
17. Деундяк, В. М. Методы помехоустойчивой защиты данных / В. М. Деундяк, А. Э. Маевский, Н. С. Могилевская. — Ростов-на-Дону: ЮФУ, 2014. — 309 с.
18. Ashikhmin A. E., Litsyn S. M. Fast Decoding of Non-Binary First Order Reed-Muller Codes // Applicable Algebra in Engineering, Communication and Computing. 1996. Vol. 7. Issue 4. pp. 299–308.

Поступила в редакцию 08.11.2018  
Сдана в редакцию 09.12.2018  
Запланирована в номер 21.06.2018

Received 08.11.2018  
Submitted 09.12.2018  
Scheduled in the issue 21.06.2018

#### **Об авторах:**

##### **Деундяк Владимир Михайлович,**

доцент Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича Южного федерального университета (РФ, 344090, г. Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова 8А), старший научный сотрудник Южного регионального аттестационного центра (ЮРАЦ) ФГАНУ НИИ "Спецвузавтоматика" (РФ, 344002, г. Ростов-на-Дону, пер. Газетный, 51), кандидат физ.-мат. наук, доцент, ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-8258-2419>  
[vl.deundyak@gmail.com](mailto:vl.deundyak@gmail.com)

##### **Могилевская Надежда Сергеевна,**

доцент Института математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича Южного федерального университета (РФ, 344090, г. Ростов-на-Дону, ул. Мильчакова, 8-а), кандидат технических наук, доцент, ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-1357-5869>  
[nadezhda.mogilevskaia@yandex.ru](mailto:nadezhda.mogilevskaia@yandex.ru)

#### **Authors:**

##### **Deundyak, Vladimir M.,**

associate professor of the Algebra and Discrete Mathematics Department, Vorovich Institute for Mathematics, Mechanics, and Computer Science, Southern Federal University, Senior Research Scholar, Southern Regional Certification Centre, Research Institute "Spetsvuzavtomatika" (51, Gazetny per., Rostov-on-Don, 344002, RF), Cand(Phys-Math), associate professor, ORCID: <http://orcid.org/0000-0001-8258-2419>  
[vl.deundyak@gmail.com](mailto:vl.deundyak@gmail.com)

##### **Mogilevskaia, Nadezhda S.,**

associate professor of Vorovich Institute for Mathematics, Mechanics, and Computer Science, Southern Federal University (8-a, ul. Milchakova, Rostov-on-Don, 344090, RF), Cand(Eng), associate professor, ORCID: <http://orcid.org/0000-0003-1357-5869>  
[nadezhda.mogilevskaia@yandex.ru](mailto:nadezhda.mogilevskaia@yandex.ru)