

Донского Теоретический и научногосударственного

технического университета

Vol. 19

no.

2019

практический журнал

L

Vestnik of Don State Technical University



ISSN 1992-5980 🕐 eISSN 1992-6006

Механика

Mechanics

3

Машиностроение и машиноведение

Machine Building and Machine Science

Информатика, вычислительная техника и управление Information Technology, Computer Science, and Management

DOI 10.23947/1992-5980

vestnik.donstu.ru

Вестник Донского государственного технического университета. 2019. Т. 19, № 2. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006 Vestnik of Don State Technical University. 2019. Vol. 19, no. 2. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006



Теоретический и научно-практический журнал

Издаётся с 1999 г.

Выходит 4 раза в год апрель-июнь 2019 г.

ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006 DOI: 10.23947/1992-5980

Учредитель и издатель — Донской государственный технический университет

Журнал включен в перечень рецензируемых научных изданий, в котором должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук (Перечень ВАК) по следующим научным специальностям:

01.02.01 – Теоретическая механика (технические науки)

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела (технические науки)

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела (физико-математические науки)

01.02.06 – Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры (технические науки)

05.02.02 – Машиноведение системы приводов и детали машин (технические науки)

05.02.04 – Трение и износ в машинах (технические науки)

05.02.07 – Технология и оборудование механической и физико-технической обработки (технические науки)

05.02.08 – Технология машиностроения (технические науки)

05.02.10 – Сварка, родственные процессы и технологии (технические науки)

05.02.11 – Методы контроля и диагностика в машиностроении (технические науки)

05.13.11 – Математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и компьютерных сетей

(технические науки)

05.13.17 – Теоретические основы информатики (технические науки)

05.13.18-Математическое моделирование численные методы и комплексы программ (технические науки)

Индексируется и архивируется в Российском индексе научного цитирования (РИНЦ),

а также в международной базе EBSCO

Является членом Directory of Open Access Journals (DOAJ),

Ассоциации научных редакторов и издателей (АНРИ) и Cross Ref

Свидетельство о регистрации средства массовой информации ПИ № ФС 77-66004 от 06.06.2016., выдано Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций

Подписной индекс в каталоге «Роспечать» 35578

Над номером работали:

И. В. Бойко, М. П. Смирнова (англ. версия) Подписано в печать 28.06.2019., дата выхода в свет 30.06.2019. Формат 60×84/8. Гарнитура «Times New Roman» Печать цифровая. Усл. печ. л. 22,6. Тираж 1000 экз. Заказ № 28/06 Цена свободная.

Адрес учредителя, издателя и редакции:

344000, Россия, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1, тел. +7 (863) 2-738-372. E-mail: <u>vestnik@donstu.ru</u> <u>http://vestnik.donstu.ru/</u>



Контент доступен под лицензией Creative Commons Attribution 4.0 License.

Редакционная коллегия :

Главный редактор — **Б. Ч. Месхи,** доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

заместитель главного редактора — В. П. Димитров, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

ответственный редактор — М. Г. Комахидзе, кандидат химических наук, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

ответственный секретарь — Е. В. Петрова, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

Е. В. Агеев, доктор технических наук, профессор, Юго-Западный государственный университет, (Курск);

В. И. Андреев, академик РААСН, доктор технических наук, профессор, Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (Москва);

И. Р. Антибас, кандидат технических наук, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

К. С. Ахвердиев, доктор технических наук, профессор, Ростовский государственный университет путей сообщения (Ростов-на-Дону);

С. М. Айзикович, доктор физико-математических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

Д. А. Безуглов, доктор технических наук, профессор, Ростовский филиал Российской таможенной академии (Ростов-на-Дону); **Бертрам Торстен**, доктор технических наук, профессор, Технический университет г. Дортмунд (Германия);

В. Н. Варавка, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет, (Ростов-на-Дону);

И. М. Вернер, доктор технических наук, профессор, Технологический институт в Израиле (Израиль);

Н. Е. Галушкин, доктор технических наук, профессор, Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) ДГТУ в г. Шахты (Шахты);

Лару К. Гиллеспи, доктор технических наук, профессор, Президент Общества машиностроителей (США);

О. В. Дворников, доктор технических наук, профессор, Белорусский государственный университет (Беларусь);

Н. Г. Дюргеров, доктор технических наук, профессор, Ростовский государственный университет путей сообщения (Ростов-на-Дону);

К. О. Егиазарян, доктор технических наук, профессор, Технологический университет Тампере, (Тампере, Финляндия);

С. В. Елисеев, член-корреспондент Российской Академии Естествознания доктор технических наук, профессор, Иркутский государственный институт путей сообщения (Иркутск);

В. А. Еремеев, доктор физико-математических наук, профессор, Южный научный центр РАН (Ростов-на-Дону);

В. Л. Заковоротный, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

В. М. Курейчик, доктор технических наук, профессор, Южный федеральный университет (Ростов-на-Дону);

Г. В. Кузнецов, доктор физико-математических наук, профессор, Томский политехнический университет (Томск);

В. И. Марчук, доктор технических наук, профессор, Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) ДГТУ в г. Шахты (Шахты);

И. П. Мирошниченко, кандидат технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

М. А. Мукутадзе, доктор технических наук, доцент, Ростовский государственный университет путей сообщения (Ростов-на-Дону);

В. Г. Мокрозуб, доктор технических наук, профессор Тамбовский государственный технический университет (Тамбов);

Донг Ань Нгуен, доктор физико-математических наук, профессор, Институт механики Академии наук и технологий Вьетнама (Вьетнам);

Р. А. Нейдорф, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

П. М. Огар, доктор технических наук, профессор, Братский государственный университет (Братск);

Н. Н. Прокопенко, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

В. Л. Попов, доктор физико-математических наук, профессор, Институт механики Берлинского технического университета (Германия);

А. А. Рыжкин, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

В. Н. Сидоров, доктор технических наук, Российский университет транспорта (Москва);

А. Н. Соловьёв, доктор физико-математических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

А. И. Сухинов, доктор физико-математических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

И. Б. Севостьянов, доктор физико-математических наук, профессор, Университет штата Нью Мексико (США);

М. А. Тамаркин, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет, (Ростов-на-Дону);

Г. А. Угольницкий, доктор физико-математических наук, профессор, Южный федеральный университет (Ростов-на-Дону);

М. Б. Флек, доктор технических наук, профессор, ПАО «Роствертол» (Ростов-на-Дону);

Л. В. Черкесова, доктор физико-математических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону);

А. Н. Чукарин, доктор технических наук, профессор, Ростовский государственный университет путей сообщения (Ростов-на-Дону);

Б. М. Языев, доктор технических наук, профессор, Донской государственный технический университет (Ростов-на-Дону).

СОДЕРЖАНИЕ

МЕХАНИКА

Заковоротный В. Л., Гвинджилия В. Е., Колодкин П. С. Влияние динамических свойств взаимо-	
действующих подсистем на эволюцию формирования избирательного переноса в узлах трения	104
Сафонова М. Н., Архангельская Е. А., Федотов А. А. К вопросу об особенностях механизмов	
упрочнения в металлической матричной композиции	113

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ

Стрельников В. Н., Волошин А. И., Суков М. Г. Разработка силовой модели зубчатого зацепления	100
крупной волновой передачи	120
Бордачев Е. В., Лапшин В. П. Математическое моделирование температуры в зоне контакта ин-	
струмента и изделия при токарной обработке металлов	130
Фомин Н. Е., Хасан И. Х., Кяшкин В. М. Влияние электроискрового легирования на механические	
своиства АІ-SI-Си сплавов	138
Мадорский В. В., Рогов И. Е., Круглов А. К. Исследование зависимости от частоты констант поля-	
ризованной пьезокерамики в схемах замещения при слабых электрических полях (часть III)	143
Жукова И. Ю., Кашпаров И. И., Кучеренко С. В., Каган Е. Ш. Сравнительная характеристика про-	
странственно-затрудненных фенолов и нитроксильных радикалов как стабилизаторов фотодеструк-	
ции полиэтилена	151
Кобзев К. О. Изучение механизма рабочего органа в кузнечно-штамповочном оборудовании	158
Киреев С. О., Степанов В. Н., Корчагина М. В., Ефимов А. В. Анализ эффективности системы	
внешнего обогрева мерной емкости насосной установки от выхлопной системы двигателя внутрен-	
него сгорания	164
Пилюшина Г. А., Пыриков П. Г., Памфилов Е. А., Капустин В. В. К вопросу обеспечения герме-	
тичности соединений на основе технологического индуцирования	170

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ

<i>Цибирова И. М.</i> Формирование критериев подобия физических объектов и процессов на основе	
компьютерной программы NonDimCritFormer 1.0	179
Разумов П. В., Смирнов И. А., Пилипенко И. А., Селёва А. В., Черкесова Л. В. Сравнительный ана-	
лиз модифицированной постквантовой криптографической системы NTRUENcrypt и общепринятой	
криптосистемы RSA	185
Королев С. А., Майков Д. В. Оптимизация двухстадийного режима метаногенеза на основе принци-	
па максимума Понтрягина	195

МЕХАНИКА **MECHANICS**

УДК 621.89

https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-104-112

Влияние динамических свойств взаимодействующих подсистем на эволюцию формирования избирательного переноса в узлах трения*

В. Л. Заковоротный¹, В. Е. Гвинджилия², П. С. Колодкин^{3**}

^{1, 2, 3} Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Effect of dynamic properties of interacting subsystems on evolution of selective transfer formation in friction units ***

V. L. Zakovorotny¹, V. E. Gvindzhiliya², P. S. Kolodkin^{3**}

1, 2, 3 Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Типичным примером процессов самоорганизации в трибосистемах является избирательный перенос. В этом случае в области контакта формируются сопрягающие поверхности сервовитной пленки, что принципиально меняет условия трения и изнашивания. Для образования избирательного переноса в зоне сопряжения контактирующих поверхностей необходима некоторая мощность необратимых преобразований подводимой энергии, которая зависит от упруго-диссипативных свойств контактирующих поверхностей.

Материалы и методы. Приводится математическая модель динамической системы с учетом эволюционно изменяющейся сервовитной пленки. Ее формирование зависит от фазовой траектории мощности необратимых преобразований в зоне сопряжения поверхностей и представляется в виде интегрального оператора Вольтерры второго рода.

Результаты исследования. Приводится анализ результатов исследования, в том числе зависимости формирования сервовитной пленки от динамических параметров взаимодействующих подсистем. Впервые рассматривается проблема математического моделирования эволюции свойств узла трения с образованием или разрушением сервовитной пленки

Обсуждение и заключение. В ходе эволюционного процесса образования сервовитной пленки меняются параметры динамической связи, формируемой в узле трения. Следовательно, меняются и динамические свойства системы. Впервые проанализирована динамика трибосистемы в процессе образования избирательного переноса.

Ключевые слова: динамическая система трения, избирательный перенос, сервовитная пленка, эволюция.

Образец для цитирования: Заковоротный, В. Л. Влияние динамических свойств взаимодействующих подсистем на эволюцию формирования избирательного переноса в узтрения / В. Л. Заковоротный, В. Е. Гвинджилия, лах П. С. Колодкин // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2019. - T. 19, № 2. - C. 104-112. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-104-112

Introduction. Selective transfer is a typical example of the self-organization processes in tribosystems. In this case, joint surfaces of the servovite film are formed in the contact area, which changes fundamentally the friction and wear conditions. To form selective transfer in the area of mating surfaces, some power of the irreversible transformations of the input energy is needed, which depends on the elastic-dissipative properties of the contact surfaces.

Materials and Methods. The mathematical model of the dynamic system considering the evolutionarily changing servovite film is given. Its formation depends on the phase path of the irreversible transformations power in the area of surface matching, and it is represented by the Volterra integral operator of the second kind.

Research Results. The outcome analysis including dependences of the servovite film formation on the dynamic parameters of interacting subsystems is provided. The mathematical simulation of the evolution of the friction unit properties with the formation or destruction of the servovite film is first considered

Discussion and Conclusions. During the evolutionary process of the servovite film formation, the dynamic coupling parameters generated in the friction unit, change. Consequently, the dynamic properties of the system also change. The tribosystem dynamics is first considered under the process of forming the selective transfer.

Keywords: dynamic friction system, selective transfer, servovite film, evolution.

For citation: V. L. Zakovorotny, et al. Effect of dynamic properties of interacting subsystems on evolution of selective transfer formation in friction units. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 1, pp. 104-112. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-104-112



http://vestnik.donstu.ru

^{**}E-mail: vzakovorotny@dstu.edu.ru, sinedden@yandex.ru, Goodman.2012@yandex.ru

The research is done on RFFR grant no. 19-08-00022 of 09.01.2019.

Введение. После опубликования работ И. Пригожина [1-3] и Г. Хакена [4, 5] многие вопросы функционирования технических систем, взаимодействующих с различными средами, рассматриваются с точки зрения их самоорганизации [6–12]. Если следовать синергетической парадигме анализа, то при изучении таких систем прежде всего следует выполнить процедуру расширения размерности пространства состояния [7, 8]. Это означает, что необходимо дополнительно рассмотреть модель среды в координатах состояния системы. Имеет место обмен со средой информацией, материалом, энергией и пр. Здесь возможны когерентные взаимодействия различной физической природы, то есть явления синергетики. Типичным примером самоорганизации является эффект избирательного переноса, открытый И. В. Крагельским и Д. Н. Гаркуновым в 1956 году [13]. Идеи самоорганизации были сформулированы в 60-е годы XX века Б. И. Костецким [14] и развиты в работах по структурной приспосабливаемости совместно с Л. И. Бершадским [15] и Н. А. Буше [16]. В ряде работ исследуется формирование сервовитной пленки в трибосистеме при ее выходе на режим избирательного переноса [17-22]. Показано, что для формирования избирательного переноса необходимы определенные трибохимические реакции, а также некоторая траектория мощности необратимых преобразований в области сопряжения «система среда» [17–24]. При выходе на режим избирательного переноса наблюдаются автоколебания. В некоторых случаях формируются хаотические притягивающие множества деформационных смещений контактирующих пар [17, 22-24].

Материалы и методы. Таким образом, при изучении перехода на режим избирательного переноса необходимо рассматривать динамику трибосистемы в единстве подсистем, взаимодействующих через трение, и динамической связи, формируемой узлом трения. Параметры такой динамической связи и формирование сервовитной пленки зависят от траектории мощности необратимых преобразований по совершенной работе. В статье рассматривается математическое моделирование такой эволюционной системы и анализируется зависимость эволюции от динамических параметров взаимодействующих подсистем.

Результаты исследования

Математическое моделирование системы. При математическом моделировании воспользуемся ранее полученными результатами. В [17, 23, 24–26] показано, что основные динамические свойства системы трения можно раскрыть на основе следующих допущений:

образец является абсолютно жестким;

— деформации индентора рассматриваются в плоскости, нормальной к контактирующей поверхности и проходящей через направление скорости относительного скольжения.

При изучении динамики можно ограничиться первыми формами колебаний. Тогда модель системы представляется уравнением

$$m\frac{d^2X}{dt^2} + h\frac{dX}{dt} + cX = F_{\Sigma}(t), \qquad (1)$$

где $m = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix}$, $h = \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{2,1} \\ h_{1,2} & h_{2,2} \end{bmatrix}$, $c = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{2,1} \\ c_{1,2} & c_{2,2} \end{bmatrix}$ — положительно определенные, симметричные матрицы

инерционных, скоростных и упругих коэффициентов; $X = \{X_1, X_2\}^T$ — вектор деформационных смещений вершины индентора; $F_{\Sigma}(t) = \{F_{1,\Sigma}(t), F_{2,\Sigma}(t)\}^T$ — вектор сил, действующих на вершину индентора (рис. 1).



Рис. 1. Схема динамической системы трения

Будем следовать синергетической концепции анализа, то есть представим силы $F_{\Sigma}(t)$ в координатах состояния. Для этого введем понятие трибосреда — это третье тело, которое формируется в переходной зоне между контактирующими поверхностями. При сближении меняются условия их взаимодействий, что физически проявляется в изменении таких параметров, как фактическая площадь контакта, производство тепла, коэф-

фициент трения, условия молекулярного взаимодействия, процессы диффузии и пр. [27–30]. Однако первичными причинами всех изменений являются взаимодействия, обусловленные механикой контакта. В этом случае за счет изменения фактической площади контакта непропорционально быстро возрастают силы нормального давления, которые препятствуют сближению поверхностей. Моделирование этих сил [23, 24] удобно рассматривать в виде следующей функции сближения

$$F_1(X_1) = F_{1,0} \exp[-\alpha(X_1)] - U, \quad X_1 \in (0, +\infty),$$
(2)

где α — коэффициент крутизны нарастания силы контактного взаимодействия в $\left[M M^{-1} \right]$; U — внешняя сила.

В названных выше работах показано, что при формировании сервовитной пленки в функции сближения образуется потенциальный барьер, который фактически определяет несущую способность сервовитной пленки узла трения. Формирование потенциального барьера удобно представить в виде

$$\Phi_{1}(X_{1}) = \Phi_{1,0} \exp[-\alpha_{1}(X_{1} - X_{1,0})^{2}], \qquad (3)$$

где α_1 — параметр, характеризующий крутизну потенциального барьера в $\left[MM^{-2} \right]$; $X_{1,0}$ — координата потенциального барьера; $\Phi_{1,0}$ — эволюционный параметр в $[\kappa z]$. Таким образом, функция сближения есть сумма $F_{1,\Sigma}(X_1) = \Phi_1(X_1) + F_1(X_1)$. Моделируя тангенциальную составляющую силы, примем во внимание, что при формировании сервовитной пленки силы трения на порядок меньше. Поэтому

$$F_{2,\Sigma}(t) = \begin{cases} k_T^{(1)} F_{1,\Sigma}(t), npu : X_1 \langle X_{1,0}; \\ k_T^{(2)} F_{1,\Sigma}(t), npu : X_1 \rangle X_{1,0}, \end{cases}$$
(4)

где $k_T^{(1)}
angle k_T^{(2)}$.

Например, в системе трения «сталь — глицерин — латунь» после формирования сервовитной пленки коэффициент трения уменьшается более чем на порядок. Ранее показано, что силы контактного взаимодействия характеризуются запаздыванием тангенциальной составляющей силы (силы трения) по отношению к силам нормального давления. В этом случае вместо (4) имеет место соотношение

$$F_{2,\Sigma}(t) = \begin{cases} k_T^{(1)} F_{1,\Sigma}(t - T^{(1)}), npu : X_1 \langle X_{1,0}; \\ k_T^{(2)} F_{1,\Sigma}(t - T^{(2)}), npu : X_1 \rangle X_{1,0}, \end{cases}$$
(5)

где $T^{(1)}$, $T^{(2)}$ — постоянные времени запаздывания, зависящие от свойств трибосреды, сформированной в контактной области, и скорости относительного скольжения.

В (5) всегда выполняется условие $T^{(1)} > T^{(2)}$. Кроме того, $T^{(1)}$ и $T^{(2)}$ уменьшаются при возрастании скорости относительного скольжения.

В дальнейшем принята гипотеза, согласно которой потенциальный барьер формируется в зависимости от траекторий работы и мощности необратимых преобразований при движении индентора относительно образца в направлении скорости относительного скольжения. Причем, на $\Phi_{1,0}$ влияет не только текущее, но и предшествующие значения мощности. Поэтому справедливо

$$\Phi_{1,0}(N) = \beta \int_{0}^{t} w(t-\xi)N(\xi)d\xi , \qquad (6)$$

где $N = F_2(V + dX_2 / dt)$ — мощность необратимых преобразований; $w(t - \xi) = \{\beta \exp[-\frac{1}{T}(t - \xi)]\}$ — ядро интегрального оператора, учитывающее влияние предшествующих значений мощности; T — параметр в [c], характеризующий сохраняющееся во времени влияние мощности на потенциальный барьер; β — параметр в $[m^{-1}]$.

Уравнения (1)–(6) характеризуют математическую модель динамической системы трения с учетом эволюции ее свойств при образовании сервовитной пленки.

Изменение динамических свойств в зависимости от параметров потенциального барьера и динамических свойств индентора. Вначале рассмотрим свойства замороженной системы в предположении, что параметры сервовитной пленки являются заданными и неизменными. Положим также, что $T^{(1)} = 0$ и $T^{(2)} = 0$. Рассмотрим пример изменения свойств системы в зависимости от стадий эволюционного преобразования (рис. 2).





На начальной стадии преобразований (часть рис. 2, помеченная цифрой 1) в системе формируется единственная точка равновесия, которой соответствует трение с традиционным коэффициентом в пределах 0,2–0,3. Причем эта точка обладает свойством глобального притяжения. Затем (часть рис. 2, помеченная цифрой 2) при формировании сервовитной пленки на начальной стадии образуются две точки равновесия ($X_{1,1}, X_{1,2}$). Область притяжения точки $X_{1,1}$, ограничена седлообразной сепаратрисой. Вся остальная область характеризуется притяжением к точке $X_{1,2}$. Важно подчеркнуть, что в точке равновесия $X_{1,2}$ уже сформирована сервовитная пленка, но ее величина и свойства (определяются $\Phi_{1,0}$) не позволяют обеспечить притяжение траекторий всего фазового пространства. Поэтому в зависимости от начальных условий или возмущений (например, флуктуаций или формирование свойств узла трения, которые принципиально отличаются друг от друга. В дальнейшем (часть рис. 2, помеченная цифрой 3) область, ограниченная седлообразной сепаратрисой, уменьшается и исчезает (часть рис. 2, помеченная цифрой 4). В последнем случае толщина сервовитной пленки и ее несущая способность возрастают. В модели это показано как увеличение потенциального барьера, и вторая точка равновесия приобретает свойства глобального притяжения. В этом случае в системе формируется стабильный избирательный перенос.

Иллюстрации характеризуют динамику системы в предположении, что свойства сервовитной пленки являются замороженными, то есть не эволюционируют. Однако и в этом случае области притяжения точек равновесия, соответствующих трению с сервовитной пленкой и без нее, принципиально зависят от динамических параметров индентора, прежде всего от матриц его жесткости c и диссипации h (1). В реальных условиях имеет место эволюция системы во времени. Она зависит от скорости относительного скольжения V_0 , силы U, ис-

ходного состояния поверхности контактирующих тел и пр. На эволюцию, моделируемую интегральным оператором (6), влияют многие физические факторы, интегральный учет которых определяется ядром оператора. Поэтому при варьировании внешних условий (например, скорости относительного скольжения) необходимо учитывать влияние скорости на параметры интегрального оператора, а также на траекторию мощности необратимых преобразований. Экспериментально показано, что при увеличении скорости параметр T_i , i = 1, 2 в (6) уменьшается. Кроме того, силы трения (а следовательно, и траектория мощности необратимых преобразований) зависят от скорости относительного скольжения. Заметим, что именно время, необходимое для установления стационарной сервовитной пленки, определяет один из показателей, позволяющих идентифицировать параметры ядра интегрального оператора.

Не останавливаясь на деталях, приведем пример изменения фазовых траекторий деформационных смещений в направлении X_1 при варьировании динамических параметров индентора и свойств трибосреды (рис. 3).





гис. 5. преобразование проекции фазовых трасктории на плоскость $x_1 - ax_1/a$ в зависимости от параметров системы и условий трения

Прежде всего, рассмотрим трение с достаточно большой скоростью относительного скольжения $V_0 = 2,0 \ m/c$. В этом случае при формировании сервовитной пленки уменьшается мощность необратимых преобразований и разрушение не наблюдается, так как скорость относительного скольжения достаточно высока (рис. 3, *a*). На начальном этапе при различных условиях траектории асимптотически притягиваются к точке равновесия без сервовитной пленки (точка *A* на рис. 3, *a*). После установления потенциального барьера все траектории эволюционируют к точке равновесия $A^{(1)}$ на сервовитной пленке. На рис. 3, *б*, *в* и *г* приведены эволюционные кривые с одним начальным значением, соответствующим точке *B*. При этом деформационные смещения и соответствующие им свойства системы трения стягиваются к одной из двух точек равновесия. Однако эволюционные кривые отличаются в зависимости от свойств трибосреды и добротности колебательных контуров подсистемы индентора без трения. На рис. 3, *б* приведен пример эволюционной траектории при условиях *a*, но при скорости относительного скольжения $V_0 = 1,0 \ m/c$. В этом случае мощности, выделяемой в зоне трения, недостаточно для поддержания сервовитной пленки, и в системе периодически наблюдается трение с сервовитной пленкой и без нее. В деформационных смещениях это вызывает эффект низкочастотных колебаний. Характерно, что времена формирования и разрушения сервовитной пленки существенно отличаются. На рис. 3 это отображается значительным уменьшением скорости возвращения вершины индентора из точки $A^{(1)}$ в точку A.

Добротность подсистемы индентора можно увеличить (рис. 3, *в*). В этом случае в системе образуются сложные колебательные смещения. Некоторые их составляющие характеризуют низкочастотный материальный обмен между смазкой и поверхностью трения, а также колебательные смещения на частотах осцилляторов индентора. В направлении, ортогональном к скорости относительного скольжения, формируются циклические силы. Благодаря этому, а также за счет динамического взаимодействия возможно кратковременное образование сил, превышающих величину потенциального барьера. Ситуация еще более усложняется, если дополнительно учесть запаздывание вариаций тангенциальных составляющих сил по отношению к нормальным их составляющим (рис. 3, *г*). В зависимости от запаздывания формируются различные притягивающие множества деформационных смещений, а следовательно, и силы контактного взаимодействия. Замечено и формирование в системе хаотической динамики, вносящей большую неопределенность в закономерности образования сервовитной пленки.

Обсуждение результатов. Известно, что выход трибосистемы на режим избирательного переноса определяется трибохимическими реакциями и материальным обменом между контактирующими поверхностями и смазкой. Для выхода трибосистемы на режим избирательного переноса с образованием сервовитной пленки и ее поддержания в процессе трения необходима некоторая мощность необратимых преобразований подводимой энергии механической системы [17, 21–24]. В ходе эволюции динамической системы трения несущая способность формируемой сервовитной пленки меняется, что моделируется величиной потенциального барьера $\Phi_{1.0}$, препятствующего непосредственному контакту поверхностей трения. Если силы контактного взаимодействия в направлении, нормальном к этой поверхности, превышают $\Phi_{1,0}$, то наблюдается динамическая перестройка системы трения с частичным разрушением сервовитной пленки. Поэтому условия трения в режиме избирательного переноса зависят не только от трибохимических реакций и мощности необратимых преобразований, но и от динамического режима. Здесь принципиальное значение имеют устойчивость точки равновесия и формируемые в ее окрестности различные притягивающие множества деформационных смещений (предельные циклы, инвариантные торы, хаотические аттракторы). Кроме того, динамическую систему возмущают, например, биения при вращении заготовки. К тому же за счет принципиального изменения условий трения при непосредственном контакте и при контакте через сервовитную пленку меняется мощность необратимых преобразований в сопряжении поверхностей, что изменяет эволюцию и условия поддержания сформированной сервовитной пленки.

Заключение. Итак, можно сделать следующее заключение: на стабильность избирательного переноса влияют как динамические параметры взаимодействующих через узел трения подсистем, так и возмущения, всегда имеющие место в реальной машине. Поэтому при изучении избирательного переноса с целью обеспечения безизносности узла трения необходимо достичь идентичности динамических систем на машине трения и в реальной машине. Для этого можно воспользоваться известными приемами [27, 31].

Приведенные данные показывают, что на формирование сервовитной пленки в узле трибоконтакта влияют не только трибохимические характеристики контактирующих поверхностей, но и параметры взаимодействующих через трибосреду подсистем со стороны индентора и образца. Поэтому в каждом конкретном случае существует ограниченная область параметрического пространства динамических систем, а также возмущений, в которых образование избирательного переноса является правилом.

Библиографический список

1. Пригожин, И. Порядок из хаоса / И. Пригожин, И. Стенгерс. — Москва : Прогресс, 1986. — 432 с.

2. Пригожин, И. Порядок из хаоса. Новый диалог человека с природой // И. Пригожин, И. Стенгерс. — Москва : Едиториал УРСС, 2003. — 432 с.

3. Пригожин, И. От существующего к возникающему / И. Пригожин. — Москва : Наука, 1985. — 296 с.

 Хакен, Г. Синергетика. Иерархия неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах / Г. Хакен. — Москва : Мир, 1985. — 424 с.

5. Хакен, Г. Тайны природы. Синергетика: учение о взаимодействии / Г. Хакен. — Москва ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2003. — 320 с.

6. Эбилинг, В. Физика процессов эволюции. Синергетический подход / В. Эбилинг, А. Энгель, Р. Файстель. — Москва : УРСС, 2001. — 328 с.

7. Колесников, А. А. Синергетическая теория управления / А. А. Колесников. — Москва : Энергоатомиздат, 1994. — 344 с.

8. Синергетика и проблемы теории управления / под ред. А. А. Колесникова. — Москва : Физматлит, 2004. — 504 с.

9. Заковоротный, В. Л. Бифуркации притягивающих множеств деформационных смещений режущего инструмента в ходе эволюции свойств процесса обработки / В. Л. Заковоротный, В. Е. Гвинджилия // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. — 2018. — Т. 26, № 5. — С. 20–38. DOI: 10.18500/0869-6632-2018-26-5-20-38.

10. Заковоротный, В. Л. Влияние флуктуаций на устойчивость формообразующих траекторий при точении / В. Л. Заковоротный, В. Е. Гвинджилия // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. — 2017. — № 2 (194). — С. 52–61. — (Технические науки). DOI: 10.17213/0321-2653-2017-2-52-61

11. Bifurcatscii stacionarnih mnogoobrasii obrazushikhsia v okrestnosti dinamicheskoi sistemi rezaniya [Bifurcation of stationary manifolds formed in the neighborhood of the equilibrium in a dynamic system of cutting.] / V. L. Zakovorotny [et al.] // Journal of Sound and Vibration. — 2016. — Vol. 368. — P. 174–190.

12. Заковоротный, В. Л. Использование синергетической концепции для изучения устойчивости формообразующих траекторий попутного фрезерования / В. Л. Заковоротный, А. А. Губанова, А. Д. Лукьянов // СТИН. — 2016. — № 4. — С. 32–40. 13. Гаркунов, Д. Н. Эффект безизносности : научное открытие [Электронный ресурс] / Д. Н. Гаркунов, И. В. Крагельский. — Режим доступа: http://ross-nauka.narod.ru/06/06-041.html (дата обращения 01.05.19).

14. Костецкий, Б. И. Структурно-энергетическая приспосабливаемость материалов при трении / Б. И. Костецкий // Трение и износ. — 1985. — № 2 (6). — С. 201–212.

15. Бершадский, Л. И. Самоорганизация трибосистем и концепция износостойкости / Л. И. Бершадский // Трение и износ. — 1992. — № 6 (13). — С. 1077–1094.

16. Буше, Н. А. Совместимость трущихся поверхностей / Н. А. Буше, В. В. Копытько. — Москва : Наука, 1981. — 128 с.

17. Кужаров, А. С. Самоорганизация при трении / А. С. Кужаров, В. Л. Заковоротный // Трибология. Состояние и перспективы : сб. науч. тр. — Уфа : РИК УГАТУ, 2016. — С. 68–82.

18. Gershman, I. S. Formation of secondary structures and the self-organization process of tribosystems during friction with the collection if electric current / I. S. Gershman // Self-Organization During Friction: Advanced Surface Engineered Materials and Systems Designed / ed. German S. Fox-Rabinovich. George E. Totten. — Boca Raton ; London ; New York : Taylor & Francis, 2006. — P. 197–230.

19. Гершман, И. С. Синергетический подход к описанию и управлению изнашиванием / И. С. Гершман // Трибология. Состояние и перспективы : сб. науч. тр. —Уфа : РИК УГАТУ, 2016. — С. 82–87.

20. Gershman, I. S. Thin films and self-organization during friction under the current collection conditions / I. S. Gershman, N. F. Bushe // Surface and Coating Technology. — 2004. — № 185. — P. 405–411.

21. Кужаров, А. С. Особенности эволюционного перехода трибологической системы латунь-глицеринсталь в режиме безизносного трения / А. С. Кужаров, Р. Марчак // Доклады РАН РФ. — 1997. — № 5 (354). — С. 642–644.

22. Кужаров, А. С. Концепция безизносности в современной трибологии / А. С. Кужаров // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. — 2014. — № 2. — С. 23–31.

23. Заковоротный, В. Л. Динамика трибосистем. Самоорганизация, эволюция / В. Л. Заковоротный. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 2003. — 502 с.

24. Заковоротный, В. Л. Нелинейная трибомеханика / В. Л. Заковоротный. — Ростов-на-Дону : Изд. центр ДГТУ, 2000. — 293 с.

25. Ляпунов, А. М. Общая задача об устойчивости движения / А. М. Ляпунов. — Москва : Гостехиздат. — 1955. — 176 с.

26. Аппель, П. Теоретическая механика / П. Аппель. — Москва : Физматгиз. — 1960. — Т. 2. — 487 с.

27. Заковоротный, В. Л. Динамика транспортных трибосистем / В. Л. Заковоротный, В. В. Шаповалов // Сборка в машиностроении, приборостроении. — 2005. — № 12. — С. 19–24.

28. Горячева, И. Г. Механика фрикционного взаимодействия / И. Г. Горячева. — Москва : Наука, 2001. — 478 с

29. Горячева, И. Г. Адгезионное взаимодействие упругих тел / И. Г. Горячева, Ю. Ю. Маховская // Прикладная математика и механика. — 2001. — Т. 65, № 2. — С. 279–289.

30. Мышкин, Н. К. Трение, смазка и износ / Н. К. Мышкин, М. И. Петроковец. — Москва : Физматлит, 2007. — 368 с.

31. Заковоротный, В. Л. Информационное обеспечение системы динамической диагностики износа режущего инструмента на примере токарной обработки / В. Л. Заковоротный, Е. В. Бордачев // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 1995. — № 3. — С. 95–103.

Сдана в редакцию 25.02.2019 Принята к публикации 05.04.2019

Об авторах:

Заковоротный Вилор Лаврентьевич,

профессор кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор, ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0003-2187-9897</u>

vzakovorotny@dstu.edu.ru

Гвинджилия Валерия Енвериевна,

аспирант кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0003-1066-4604</u> sinedden@yandex.ru

Колодкин Павел Сергеевич,

магистрант кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-6361-4750</u> goodman.2012@yandex.ru

МЕХАНИКА **MECHANICS**

УДК 539.375.6

https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-113-119

К вопросу об особенностях механизмов упрочнения в металлической матричной композиции*

М. Н. Сафонова¹, Е. А. Архангельская², А. А. Федотов^{3**}

^{1,2,3}Северо-Восточный федеральный университет им. М. К. Аммосова, г. Якутск, Российская Федерация

On specifics of hardening mechanisms in metallic matrix composition^{***}

M. N. Safonova¹, E. A. Arkhangelskaya², A. A. Fedotov^{3**}

1,2,3 North-Eastern Federal University, Yakutsk, Russian Federation

Введение. Функциональные свойства алмазных порошков обусловлены масштабным структурным фактором, поскольку он влияет на формирование структурночувствительных механических свойств — пределов прочности и текучести. Учитывая качественную корреляцию между пределом текучести и твердостью, можно прогнозировать повышение твердости, в том числе высокотвердых материалов.

Материалы и методы. Рассмотрены, систематизированы и представлены в виде таблицы физические характеристики основных типов наполнителей, входящих в состав упрочнителей. В качестве связки использована оловянистая бронза М2-01 (20 мас. % олова, 80 % меди). В нее добавляли ультрадисперсный природный алмаз (УДПА, 0,5-4 мас. %), а также порошки природного алмаза (фракции 3/2 мкм, 7/5 мкм, -40 мкм), полученные при переработке алмазов на предприятии ОАО «Сахадаймонд». Названные материалы изготавливались на дробильноклассификационном оборудовании и вибростолах. Стадии получения порошков фиксировались с помощью растровой электронной микроскопии. Для классификации алмазных порошков по зернистости применяли вибросита. Физические и механические характеристики изготовленных образцов испытывали по стандартным методикам. Для взвешивания использовали лабораторные электронные весы четвертого класса ВЛТЭ-500. Плотность определяли микрометром МК 0-25 мм по ГОСТ 6507-78.

Результаты исследования. Через фактическую и теоретическую плотности рассчитана пористость. Выяснилось, что с уменьшением размера фракции наполнителя наблюдается улучшение физико-механических свойств связки, модифицированной алмазным порошком.

Наилучшие показатели отмечены у образцов с наполнителем из УДПА.

Обсуждение и заключения. В результате проведенного исследования отмечено, что расчетные данные отличаются от экспериментальных, т. к. показывают увеличение упрочнения материала пропорционально количеству вводимых в объем частиц алмаза. Выдвинуто предположение, Introduction. Functional properties of diamond powders are determined by a large-scale structural factor since it affects the formation of structurally sensitive mechanical properties stress limit and yield value. Considering the qualitative correlation between yield value and hardness, it is possible to predict an increase in hardness including highly rigid materials.

Materials and Methods. Physical characteristics of the basic types of fillers that make up the reinforcers are considered, systematized and tabulated. M2-01 tin bronze (20 wt. % tin, 80% copper) was used as a bond. Ultradisperse natural diamond (UDND, 0.5-4 wt. %) was added to it, as well as powders of natural diamond ($3/2 \mu m$ fraction, $7/5 \mu m$, $-40 \mu m$) obtained through processing diamonds at the enterprise of "Sakha Daimond" JSC. The above materials were made on the crushing and screening equipment and shaking tables. The stages of obtaining powders were recorded using the raster electron microscopy. Vibroscreens were applied for the grainsize classification of diamond powders. Physical and mechanical characteristics of the produced samples were tested by standard methods. VLTE-500 electronic fourth-class laboratory balance was used for weighing. Density was determined by MK 0-25 mm micrometer according to GOST 6507-78.

Research Results. Porosity was calculated through the actual and theoretical density. It was found that with a decrease in the filler size, an improvement in the physicomechanical properties of the binder modified with a diamond powder is observed. The best performance was observed in the samples with the UDND filler.

Discussion and Conclusions. As a result of the study, it was recorded that the calculated data differ from the experimental data since they show an increase in the material hardening pro rata to the amount of the diamond particles introduced into the volume. An assumption has been made that the considered hardening model (Orowan model) does not take into account



^{*} Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

^{**} E-mail: marisafon_2006@mail.ru, arkhangelskaya@yandex.ru, Fedot_andrey@mail.ru
*** The research is done within the frame of the independent R&D.

что рассмотренная модель упрочнения (модель Орована) не учитывает образование углерода и агломерацию алмазов в более крупные объекты в объе

ме матрицы при повышении количества вводимых алмазов. Если объем частиц УДПА достигает 3 %, в материале растет содержание углерода. В результате частицы наполнителя полностью не окисляются, тем самым увеличивая количество пор в материале.

Ключевые слова: связка, металлическая матрица, композит, упрочнитель, ультрадисперсные частицы, механизмы упрочнения.

Образец для цитирования: Сафонова, М. Н. К вопросу об особенностях механизмов упрочнения в металлической матричной композиции / М. Н. Сафонова, Е. А. Архангельская, А. А. Федотов // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 19, № 2. — С. 113–119. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-113-119

the formation of carbon and the agglomeration of diamonds into larger objects in the matrix volume under an increase in the number of input diamonds. If the UDND particle volume reaches 3%, the carbon con

tent in the material increases. As a result, the filler particles are not fully oxidized, thus increasing the number of pores in the material.

Keywords: bond, metal matrix, composite, hardener, ultrafine particles, hardening mechanisms.

For citation: M.N. Safonova, et al. On specifics of hardening mechanisms in metallic matrix composition. Vestnik of DSTU 2019, vol. 19, no. 2, pp. 113–119. https://doi.org/10.23947/1992 5980-2019-19-2-113-119

Введение. Известно, что физико-механические свойства алмазных порошков определяются большей удельной поверхностью и дисперсностью зерен. В частности, это демонстрирует уравнение Холла — Петча, которое выполняется в широком диапазоне размера зерен (вплоть до 1 мкм). Функциональные свойства указанных материалов обусловлены масштабным структурным фактором, поскольку он влияет на формирование структурно-чувствительных механических свойств — пределов прочности и текучести [1, 2]. Учитывая качественную корреляцию между пределом текучести и твердостью, можно прогнозировать повышение твердости, в том числе высокотвердых материалов: чем мельче наполнитель, тем меньше в нем дефектов — и, соответственно, выше прочность.

Материалы и методы. Механизмы упрочнения в высокотвердых материалах зависят от характера взаимодействия введенных частиц или волокон упрочнителя с материалом матрицы. Успешное применение эффекта дисперсного упрочнения показано в [3–6, 7]. При таком упрочнении в материалах создается структура, затрудняющая движение дислокации. Особенно сильно передвижение дислокаций тормозят дискретные частицы второй фазы, характеризующиеся высокой прочностью и температурой плавления. С учетом двухфазной структуры и высокой твердости получаемых материалов следует ожидать, что их износостойкость также будет выше, чем у неупрочненных материалов матрицы. Кроме того, для износостойкости композитов важным фактором является прочность границы раздела компонентов. Прочная адгезионная связь на границе раздела обеспечивает получение композита с большой жесткостью и более высокой статической прочностью [3, 6–8].

Согласно механизму, описанному Орованом, распределенные в объеме связки ультрадисперсные частицы алмаза влияют на деформационное упрочнение композиционного материала. Введенные в матрицу частицы дисперсного наполнителя тормозят движение дислокаций в металле, увеличивая его прочность при нормальной и повышенных температурах. К тому же они представляют собой механическое препятствие на пути распространения трещины, которая может появиться в матрице, и повышают сопротивление разрушению композиционного материала.

Еще одной характеристикой, определяющей связь армирующего наполнителя и матрицы, является температурный коэффициент линейного расширения. Для твердых веществ при постоянных давлении и температуре критерием термодинамического равновесия является минимум потенциала (или энергии) Гиббса. Эта величина показывает изменение энергии в ходе химической реакции и демонстрирует возможность протекания химических реакций между компонентами материала [5]. Таким образом, минимум изменения энергии Гиббса соответствует устойчивому равновесию между компонентами системы (табл. 1).

Таблица 1

× [0 10 11]

Физические характеристики основных типов наполнителей [9, 10, 11]										
Вещество	ΔG° _{обр.,} 298,15, кДж/моль	Микротвердость, ×10 ²	Температурная							
и состояние	Изменение энергии Гиббса	Мпа	устойчивость, °С							
С (алмаз)	2,377	1000	650-700							
W	0	258	3300-3400							
Al_2O_3	-1582,3	180-220	1500-1700							
BN	-226,8	800–900	1100-1300							
SiC	-60	300-320	1200-1300							
BeO	-579,9	152	2500							
Be_2C	-948	780	2150							

Из таблицы видно, что оптимальный наполнитель — алмаз. У него достаточно низкое значение изменения энергии Гиббса, самое большое значение микротвердости, но наименьшая температурная устойчивость. Алмаз обладает большой адсорбционной способностью [12] и наименее химически активен в сравнении с другими формами углерода. Названные качества являются важными преимуществами при использовании алмаза в качестве упрочнителя.

Цель работы — исследование особенностей механизмов формирования структуры металломатричной композиции.

Объекты исследования. В работе использовали стандартную связку — оловянистую бронзу М2-01 (20 мас. % олова, 80 % меди). В нее добавляли ультрадисперсный природный алмаз (УДПА, 0,5-4 мас. %), а также порошки (фракции 3/2 мкм, 7/5 мкм, -40 мкм).

Методика проведения исследований. Порошки природного алмаза (ППА, фракции 3/2 мкм, 7/5 мкм, -40 мкм) и субмикропорошок УДПА получены при переработке алмазов на предприятии ОАО «Сахадаймонд». Порошки изготавливались при оптимальных режимах на дробильно-классификационном оборудовании и вибростолах. На рис. 1 показаны стадии получения порошков. Снимки выполнены с помощью растровой электронной микроскопии (РЭМ).



Рис. 1. РЭМ-фотографии: мелкозернистого порошка от 7 мкм и менее (а); субмикропорошка (б)

Для классификации алмазных порошков по зернистости применяли вибросита. Физические и механические характеристики изготовленных образцов испытывали по стандартным методикам. Для взвешивания использовали лабораторные электронные весы четвертого класса ВЛТЭ-500. Плотность р определяли микрометром МК 0-25 мм по ГОСТ 6507-78.

Результаты исследования. Твердость измерялась на приборе Equotip 3 фирмы Proceq по соответствующей методике ГОСТ. Предел пропорциональности при сжатии и модуль упругости определялись по ГОСТ 25.503-97. Результаты испытаний приведены в табл. 2.

Влияние IIIIА на физико-механические своиства сплава M2-01																	
ПА, %	А, % Пористость, %				Твердость, НВ				Предел Фактическая пропорциональности плотность при сжатии σ _{пр} , МПа ρ _{факт} , кг/м3				Модуль упругости при сжатии Ес, МПа				
Размер- ность ПА, мкм	3/2	7/5	- 40	удпа	3/2	7/5	- 40	удпа	3/2	7/5	- 40	удпа	3/2	7/5	- 40	удпа	удпа
0	41,0	41,0	41,0	41,0	41	41	41	41	9,7	9,7	9,7	9,7	7560	7560	7560	7560	5735,94
1	29,0	30,0	30,0	28,0	43	47	48	48	10,5	11,5	11,0	11,5	7630	7620	7610	7670	6771,03
2	27,0	28,0	28,0	26,0	43	43	51	53	10,5	11,5	12,0	12,5	7710	7700	7760	7750	6953,50
3	25,0	28,0	27,0	26,0	47	43	51	53	10,2	10,5	12,1	12,2	7730	7720	7770	7750	6580,27

Чтобы определить модуль упругости и предел пропорциональности, образцы сжимали на прессах до относительной деформации, равной 15–16%, при скорости нагружения 0,2 кН/с.

Пористость рассчитывали через фактическую и теоретическую плотности по формуле:

$$\Pi = (1 - \rho/\rho_{\rm T}) \times 100\%,\tag{1}$$

(3)

где $\rho_{\rm T}$ — теоретическая (расчетная) плотность беспористого материала; ρ — фактическая плотность исследуемого образца.

Теоретическую плотность получали по формуле:

$$\rho_{\rm T} = 100/(C_1/\rho_1 + C_2/\rho_2 + C_3/\rho_3 + C_4/\rho_4), \tag{2}$$

где С1, С2, С3 и С4 — концентрации меди, олова, ППА и УДПА в порошковых смесях соответственно их плотности ρ_1 , ρ_2 , ρ_3 и ρ_4 .

В расчет приняты плотности:

— медь 8,96 × 103 кг/м³,

— олово 7,28 × 103 кг/м³,

— алмаз 3,5 × 103 кг/м³,

— УДПА 3,1 × 103 кг/м³.

Объем образцов вычислялся по формуле:

$$= (m_1 - m_2) / \rho_{x_2}$$

Vгде V — объем прессовки; m_1 — масса на воздухе; m_2 — масса в воде; ρ_{π} — плотность жидкости.

В процессе исследования выяснилось, что с уменьшением размера фракции наполнителя наблюдается улучшение физико-механических свойств связки, модифицированной алмазным порошком.

Значения модуля упругости определялись для образцов с добавлением УДПА и чистой связки. Наилучшие показатели демонстрируют образцы с наполнителем из УДПА. В то же время рассматриваемые физико-механические свойства ухудшаются, если объем добавленных частиц УДПА превышает 2 %.

Металлографические исследования образцов позволили установить, каким образом частицы алмаза влияют на структуру матрицы. На рис. 2 представлены снимки микроструктур деформированных образцов.



Рис. 2. Снимки шлифованной поверхности деформированного образца с добавлением 2 % частиц алмазных порошков при увеличении ×1000

На снимках четко различимы микроструктурные узкие и разветвленные объекты. Предположительно, это границы между зернами или микротрещины, образовавшиеся при деформировании.

Внутри зерен также присутствуют точечные микрообъекты, образующие дисперсную субструктуру. По сравнению с гранично-распределенными точечными объектами их плотность значительно меньше, но ощутимо больше, чем у исходной матрицы, в которой отсутствуют алмазные наполнители.

Основываясь на результатах металлографических исследований, можно утверждать, что при упрочнении материала матрицы действуют два механизма — дисперсный и зернограничный.

Если речь идет о дисперсном механизме, объем вводимого в материал матрицы порошка природного алмаза можно рассчитать по уравнению Орована [13]:

$$\zeta_N = \frac{Gb}{2\pi\lambda} k_0 \ln \frac{\lambda}{2b},\tag{4}$$

где λ — ближайшее расстояние между частицами; G — модуль сдвига матрицы; b — вектор Бюргерса; k_0 коэффициент, характеризующий тип взаимодействующих атомов с дислокацией.

Выбраны следующие значения: $G = 0,367 \times 10^5$ МПа для бронзы; b = 2,564 Å для меди; коэффициент k_0 равен 0,85.

Ближайшее среднее расстояние между частицами в зависимости от содержания и дисперсности рассчитано по формуле, предложенной в [14]:

$$\lambda = \left[\left(\frac{200 + L_H}{1,91L_H} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 \right] d, \tag{5}$$

где *L_H* — весовая доля наполнителя; *d* — диаметр или толщина частиц наполнителя.

В табл. 3 приведены расчеты среднего расстояния между частицами наполнителя в зависимости от их объема и размера.

Таблица 3

Ближайшее среднее расстояние между частицами наполнителя в зависимости от их объема и размера и упрочнение по уравнению Орована при введении частиц алмаза

Зернистость частиц		7/5			3/2			-40			УДПА	
Содержание частиц, %	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
λ, мкм	125,3	98,19	85,02	52,19	40,91	35,42	417,56	327,30	283,40	6,26	4,91	4,25
ζ _N , ΜΠα	0,13	0,16	0,18	0,28	0,35	0,40	0,04	0,05	0,06	1,91	2,38	2,70

Расчетные данные были подставлены в уравнение Орована, и таким образом определено упрочнение за счет введения в материал матрицы частиц алмазных порошков.

Согласно расчетам, наибольшее упрочнение достигается при введении в матрицу УДПА, что в целом подтверждается экспериментальными данными.

При изменении геометрии зерна за счет агломерации частиц наполнителей на границах раздела в материале целесообразно рассчитывать изменение свойств материала согласно теории зернограничного упрочнения [15, 16].

Для определения количественного увеличения прочности материала при добавлении частиц алмазных порошков за счет зернограничного упрочнения были проведены расчеты по эмпирическому соотношению Холла — Петча [17]:

$$\Delta \sigma_{\rm T} = k d_3^{-1/2},\tag{6}$$

где *к* —коэффициент Холла — Петча для данного материала; *d*₃ — размер зерна.

Для расчетов использовались образцы, показывающие наибольшее увеличение прочности по теории Орована. Расчеты выполнены согласно данным, полученным по итогам обработки снимков микроструктуры поверхности, по методике, предложенной в [18].

Коэффициент Холла — Петча применен к меди. Согласно [19] он является величиной переменной, зависит от среднего размера зерна и варьируется в пределах 0,01–0,24 Мпа × м^{1/2}. Расчеты показали, что наибольшее упрочнение дает введение в материал матрицы порошков ультрадисперсного природного алмаза. В целом, это подтверждается экспериментальными данными.

Средний размер зерна рассчитан согласно металлографическим исследованиям поверхности образцов:

$$d_3 = \sqrt{\frac{4\left(\frac{S_{06iii}}{N_{06iii}}\right)}{\pi}},\tag{7}$$

где $S_{\text{общ}}$ — общая площадь объектов; $N_{\text{общ}}$ — количество объектов.

При значении среднего размера зерен порядка 10^{-1} мкм коэффициент Холла — Петча равен примерно 0,01 Мпа × м^{1/2}.

Расчеты по соотношению Холла — Петча свидетельствуют об увеличении предела текучести материала при добавлении частиц порошков природного алмаза. Предел текучести достигает максимального расчетного значения при содержании наполнителей 1 % (рис. 3).



Рис. 3. Зависимость предела текучести от содержания УДПА

Обсуждение и заключения. Расчеты показали, что у образцов с добавлением порошков природных алмазов размер зерен меньше по сравнению с исходными. Этот факт можно объяснить следующим образом. Частицы алмаза, оседая на границах зерен материала, способствуют уменьшению их среднего размера. В результате меняется геометрия границ между зернами, образуются барьеры для дислокаций, и, как следствие, усиливается потенциальная способность материала сопротивляться пластической деформации. Предел текучести увеличивается примерно на 12–13 МПа, что коррелирует с расчетными данными, полученными при использовании теории Орована для дисперсионного упрочнения. Если речь идет о поликристаллическом материале, то, в принципе, предел текучести увеличивается при уменьшении размеров зерен. Добавленные в объем матрицы частицы алмаза увеличивая предел текучести, т. к. меняют геометрию зерен, уменьшая их среднюю площадь и размер.

Расчетные данные отличаются от экспериментальных, т. к. показывают увеличение упрочнения материала пропорционально количеству вводимых в объем частиц алмаза. Можно предположить, что модель упрочнения Орована не учитывает образование углерода и агломерацию алмазов в более крупные объекты в объеме матрицы при повышении количества вводимых алмазов.

Уменьшение количества пор при добавлении частиц УДПА в количестве 1–2 % можно объяснить высокими сорбционными свойствами наполнителя. При спекании компактов, полученных методом порошковой металлургии, частицы УДПА абсорбируют кислород, содержащийся в порошковой смеси, с образованием газов-восстановителей СО и СО₂. Эти газы разрушают окисную пленку, покрывающую частицы порошковой смеси, и препятствуют окислению при спекании, тем самым уменьшая общий объем газов в порошковой смеси. В то же время газы-восстановители ускоряют процесс спекания материала. Сочетание этих факторов в итоге уменьшает остаточную пористость в материале, что подтверждается и расчетными данными. Если же объем частиц УДПА достигает 3 %, происходит увеличение содержания углерода в материале. В результате частицы наполнителя полностью не окисляются, тем самым увеличивая количество пор в материале.

Библиографический список

1. Емельянова, М. А. Формирование абразивного материала на основе медь-титан-алмаз / М. А. Емельянова, Г. Н. Романов, И. И. Ноев // Вестник Якут. гос. ун-та. — 2010. — Т. 7, № 1. — С. 64–70.

2. Иванов, Д. А. Дисперсноупрочненные, волокнистые и слоистые неорганические композиционные материалы / Д. А. Иванов, А. И. Ситников, С. Д. Шляпин. — Москва : Изд-во МАТИ РГТУ, 2009. — 306 с.

3. Microstructure and mechanical properties of near net shaped aluminium/alumina nanocomposites fabricated by powder metallurgy / K. Kallip [et al.] // Journal of Alloys and Compounds. — 2017. — № 714. — P. 133–143.

4. Interface-induced strain hardening of graphene nanosheet/aluminum composites / Y. Jiang [et al.] // Carbon. — 2017. — № 146. — P. 17–27.

5. Molecular dynamics simulation on formation mechanism of grain boundary steps in micro-cutting of polycrystalline copper / D. Liu [et al.] // Computational Materials Science. — 2017. — № 126. — P. 418–425.

6. Saba, F., Zhang, F., Liu, S., & Liu, T. Reinforcement size dependence of mechanical properties and strengthening mechanisms in diamond reinforced titanium metal matrix composites / F. Saba [et al.] // Composites. Part B: Engineering. — 2019. — N_{2} 167. — P. 7–19.

7. Deformation and strengthening mechanisms of a carbon nanotube reinforced aluminum composite / F. Mokdad [et al.] // Carbon. — 2017. — N_{0} 104. — P. 64–77.

8. Локтюшин, В. А. Контактные взаимодействия в композиционных материалах / В. А. Локтюшин, Н. А. Адаменко, Л. М. Гуревич // Волгоград : ВолгГТУ, 2004. — 74 с.

9. Vaughan Strength of Diamond / J. Donald // Science. — 1994. — Vol. 266. P. 419-422.

10. Краткий справочник физико-химических величин / Под ред. К. П. Мищенко, А. А. Равделя. — Ленинград : Химия, 1974. — 200 с.

11. Физические величины. Справочник / А. П. Бабичев [и др.]. — Москва : Энергоатомиздат, 1991. — С. 363-450.

12. Паркаева, С. А. Адсорбционные свойства модифицированных порошков детонационного наноалмаза по данным газовой хроматографии / С. А. Паркаева, Л. Д. Белякова, О. Г. Ларионов // Сорбционные и хроматографические процессы. — 2010. — Т. 10., вып. 2 — С. 283–292.

13. К. М. Исламкулов Моделирование процесса упрочнения малоуглеродистых сталей / К. М. Исламкулов, Ж. Т. Айменов, Д. У. Смагулов // Успехи современного естествознания. — 2014. — № 10. — С. 73–75.

14. Азыгалиев, У. Ш. Структурная модификация органополимерных строительных композитов / У. Ш. Азыгалиев // Вестник КГУСТА. — 2012. — № 3. — С. 29–33.

15. Мальцева, Л. А. Материаловедение / Л. А. Мальцева, М. А. Гервасьев, А. Б. Кутьин. — Екатеринбург : УГТУ-УПИ, 2007. — 339 с.

16. Материаловедение / В. С. Кушнер [и др.]. — Омск : Изд-во ОмГТУ, 2008. — 232 с.

17. Carlton, C. E. What is behind the inverse Hall-Petch effect in nanocrystalline materials? / C. E. Carlton, P. J. Ferreira // Acta Materialia. — 2007. — Vol. 55. — P. 3749–3756.

18. Основы количественной и компьютерной металлографии / В. А. Ким [и др.]. — Комсомольск-на-Амуре : КнАГТУ, 2013. — 133 с.

19. Козлов, Э. В. Барьерное торможение дислокаций. Проблема Холла — Петча / Э. В. Козлов, А. Н. Жданов, Н. А. Конева // Физическая мезомеханика. — 2006. — № 3. — С. 81–92.

Сдана в редакцию 25.04.2019 Принята к публикации 20.05.2019

Об авторах:

Сафонова Мария Николаевна,

доцент кафедры «Прикладная механика» Северо-Восточного федерального университета им. М. К. Аммосова (РФ, 677000, г. Якутск, ул. Кулаковского, 50), кандидат технических наук, marisafon 2006@mail.ru

Архангельская Екатерина Афанасьевна,

доцент кафедры «Экспертиза, управление и кадастр недвижимости» Северо-Восточного федерального университета им. М. К. Аммосова (РФ, 677000, г. Якутск, ул. Кулаковского, 50, каб. 307), кандидат технических наук,

arkhangelskaya@yandex.ru

Федотов Андрей Андреевич,

старший преподаватель кафедры «Прикладная механика» Северо-Восточного федерального университета им. М. К. Аммосова (РФ, 677000, г. Якутск, ул. Кулаковского, 50), ORCID: <u>http://orcid.org/0000-0003-8885-1885</u> Fedot_andrey@mail.ru

MAШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE

УДК 621.833

https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-120-129

Разработка силовой модели зубчатого зацепления крупной волновой передачи*

В. Н. Стрельников¹, А. И. Волошин², М. Г. Суков^{3**}

¹ Белгородский государственный технологический университет, г. Белгород, Российская Федерация

^{2,3} Частное акционерное общество «Новокраматорский машиностроительный завод», г. Краматорск, Донецкая обл., Украина

Development of a power model for large wave gear toothing ***

V. N. Strelnikov¹, A. I. Voloshin², M. G. Sukov^{3**}

¹ Belgorod State Technological University named after V.G. Shukhov, Belgorod, Russian Federation

^{2, 3} "Novokramatorsky Mashinostroitelny Zavod" PJSC, Kramatorsk, Ukraine

Введение. Статья посвящена разработке расчетноэкспериментальных методов оценки характера распределения сил по ширине зубчатого венца и в окружном направлении зубчатого зацепления крупной волновой передачи. Исследование основано на результатах тензометрии контрольного зуба с использованием масштабного моделирования опытных образцов. Цель работы — создание объективной экспериментально-теоретической модели силового взаимодействия зубьев в зацеплении крупной волновой передачи. Такое решение предполагает преобразование деформаций модельных образцов в распределенную нагрузку между зубьями, что позволит исключить основные неконтролируемые погрешности нелинейного характера, повысить точность оценки силовых факторов в поле зацепления.

Материалы и методы. Разработана уточненная методика силового анализа зубчатого зацепления крупной волновой передачи, оптимизированная по критериям точности. Точность результатов исследования повышена за счет совершенствования физических и расчетных моделей. Такой подход позволил получить обоснованные зависимости распределения силовых факторов в зубчатом зацеплении крупной волновой передачи.

Результаты исследования. Упрощена конструктивная форма контрольного зуба: по всей ширине зубчатого венца введен неизменный профиль. Таким образом исключены нелинейные искажения результатов экспериментов, вносимые переменной формы зуба по ширине зубчатого венца. В таком случае возможен монтаж тензорезисторов по всей ширине контрольного зуба. Кроме того, предлагаемое решение позволяет установить зависимость деформации зубьев по всей ширине зубчатого венца, а не только на крайних участках, как предлагают известные методики. Разработка совершенных физических и математических моделей позволила повысить точность результатов теоретических и экспериментальных исследований силовых процессов в зубчатом зацеплении крупной волновой передачи. *Introduction.* The development of computational-andexperimental methods for evaluating the force distribution pattern across the width of the toothed rim and in the circumferential direction of the toothing of a large wave gear is considered. The study is based on the results of the test tooth tensometry using scale modeling of prototype units. The work objective is to create a reliable experimentaltheoretical model of the teeth force interaction in a large wave gearing. Such a solution involves the transformation of model sample deformations into a distributed load between teeth which will eliminate the basic uncontrollable nonlinear errors and improve the accuracy of estimation of force factors in the toothing area.

Materials and Methods. An improved power analysis procedure of a large wave gearing, optimized by accuracy criteria, is developed. The accuracy of the research results is enhanced through improving physical and computational models. This approach enables to obtain reasonable dependences of the power factors distribution in a large wave gearing.

Research Results. The design shape of the control tooth is simplified; an invariant profile is introduced over the full width of the ring gear. Thus, non-linear distortions of the experimental results introduced by a variable tooth shape across the width of the ring gear are excluded. In this case, the installation of tensoresistors across the full width of the test tooth is possible. In addition, the proposed solution can establish the dependence of the teeth deformation across the full width of the ring gear, and not only in the extreme areas as suggested by the well-known techniques. The development of perfect physical and mathematical models enables to increase accuracy of the results of theoretical and experimental studies on power processes in the large wave

* Работа выполнена при финансовой поддержке и на производственных площадях частного акционерного общества «Новокраматорский

120



машиностроительный завод». ** E-mail: strelnikov2019@mail.ru, ztm@nkmz.donetsk.ua, maxgs@yandex.ru

^{***} The research is done with the financial support from "Novokramatorsky Mashinostroitelny Zavod" PJSC and at its production facilities.

Получены научно обоснованные двухпараметрические зависимости распределения сил в зубчатом зацеплении.

Обсуждение и заключения. Аппроксимация эвольвентного профиля зуба в трапецеидальный профиль упростила доказательство тождественности уравнений упругости и граничных условий математических моделей. Полученные результаты применимы при математическом моделировании плосконапряженного состояния зубьев с нелинейными профилями. Сравнительная оценка погрешностей, вносимых отклонениями геометрических форм и размеров физических моделей и математических аналогов, подтверждает корректность постановки эксперимента и обоснованность полученных количественных данных. Результаты работы могут быть использованы при уточненном расчете конструктивных параметров элементов зубчатого зацепления в процессе проектирования крупных тяжело нагруженных волновых редукторов.

Ключевые слова: волновая передача, зубчатое зацепление, силовой анализ, распределение нагрузки.

Образец для цитирования: Стрельников, В. Н. Разработка силовой модели зубчатого зацепления крупной волновой передачи / В. Н. Стрельников, А. И. Волошин, М. Г. Суков // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 19, № 2. — С. 120–129. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-120-129

gearing. The scientific-based two-parameter dependences of the force distribution in gearing are obtained.

Discussion and Conclusions. Approximation of the involutetooth profile in the trapezoidal profile has simplified evidence of identity of the elasticity equations and the boundary conditions of mathematical models. The results obtained are applicable in the mathematical simulation of the planar stress state of teeth with nonlinear profiles. Comparative evaluation of errors introduced by deviations of geometry and dimensions of physical models and mathematical analogues supports the experiment correctness and the validity of the quantitative data obtained. The research results can be used in the improved calculation of the design parameters of the gear components in the engineering process of large heavily loaded wave reducers.

Keywords: wave gear, gearwheel, power analysis, load distribution

For citation: V.N. Strelnikov, et al. Development of a power model for large wave gear toothing. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 2, pp. 120–129. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-120-129

Введение. Промежуточное преобразование вращательного движения в непрерывную волновую деформацию гибкого колеса изменило сложившиеся принципы и формы сопряжения элементов зацепления высших кинематических пар. При этом малая разность зубьев во внутреннем зацеплении волновой передачи (два зуба) не согласуется с традиционными представлениями об условиях геометрического синтеза и функционирования зубчатой пары. Поэтому с точки зрения интерференции зубьев зацепление волновой передачи находится за допустимыми пределами существования эвольвентной внутренней зубчатой передачи с жесткими зубчатыми колесами. Возникающая в зацеплении интерференция зубьев второго рода усиливается за счет деформации гибкого колеса от передаваемой нагрузки, что ограничивает несущую способность волновой передачи. Негативное влияние масштабного фактора способствует возникновению интерференции зубьев в крупных волновых передачах, что вызывает заклинивание и проскок зубьев в зацеплении.

Базовая концепция волновой зубчатой передачи (strain wave gearing, SWG) запатентована К. У. Массером в 1957 году. Решение остается неизменным для серийных образцов ограниченной мощности, несмотря на множество конструктивных усовершенствований. Подтверждением этому служат волновые редукторы, выпускаемые ведущими фирмами США (Harmonic Drive Technologies Inc., United Shoe Machinery Corp.), Японии (Harmonic Drive Systems Inc., Германии Harmonic Drive AG) и других, в том числе лицензионная продукция Harmonic Drive Systems Inc., производимая в КНР [1, 2].

В крупных волновых зубчатых редукторах реализуются большие мощности, вращающие моменты превышают (0,3...1,5)×10⁶ Нм. Такими деталями комплектуется горнорудное, металлургическое оборудование и большие машины, выпускаемые Новокраматорским машиностроительным заводом (НКМЗ). Типовая конструкция кулачкового генератора волн с гибким шарикоподшипником неработоспособна и неприменима в подобной продукции тяжелого машиностроения [3]. В крупных волновых редукторах используется дисковый генератор волн. В отличие от кулачкового генератора, одновременно контактирующего по всему периметру гибкого колеса, дисковый взаимодействует с гибким колесом на диаметрально противоположных участках. Это создает более высокий уровень свободы деформации гибкого колеса и увеличивает возможные отклонения от заданного положения.

Под действием дисков генератора волн и вращающего момента гибкое колесо приобретает искривление в виде слегка закрученной конусности. Это обусловливает перекос зубьев по ширине зубчатого венца относительно жесткого колеса. Нарушается равномерность величины зазоров в зубчатом зацеплении по ширине зубчатых венцов. При больших нагрузках деформации гибкого колеса превышают зазоры в зубчатом зацеплении и создают условия интерференции зубьев второго рода. При широких зубчатых венцах, малом модуле зубъев в условиях больших нагрузок зазоры в локальных зонах деформированного зубчатого зацепления принимают отрицательные значения, активизируют интерференцию, вызывают заклинивание и проскок зубъев. Конструктивные отличия крупных волновых зубчатых передач обусловлены главным образом масштабом. Этот фактор усугубляет негативные процессы, наблюдаемые в зубчатом зацеплении высших кинематических пар, и снижает технические и эксплуатационные характеристики тяжело нагруженных волновых редукторов.

Целью настоящей работы является повышение нагрузочной способности, технических и эксплуатационных характеристик крупных волновых зубчатых редукторов, удовлетворяющих техническим условиям тяжелого машиностроения.

Теоретические и практические наработки по исследованию крупных волновых передач ограничены, полученные результаты бывают противоречивы, не всегда повторяются. Кроме того, необходимо отметить существенные конструктивные отличия, отсутствие геометрического подобия, в том числе в размерных рядах кинематических и крупных волновых передач. Все это не позволяет использовать известные расчетные методики в проектировании волновых передач для целей тяжелого машиностроения [4–6].

Синтез зубчатого зацепления подчинен условию постоянства заданного передаточного отношения, регламентируемому теоремой Эйлера — Савари. Перманентная деформация гибкого колеса не согласуется с основной теоремой зубчатого зацепления, что способствовало возникновению противоречивых методик синтеза волнового зубчатого зацепления [7–11]. В одних работах за основу принимается общий случай зубчатого зацепления [12], в других рассматривается клиновой механизм со сложным относительным движением звеньев [13–15]. В некоторых методиках упрощается геометрия и кинематика волнового зубчатого зацепления [16, 17]. Комбинированный подход представляет собой синтез общей теории зубчатого зацепления с элементами клинового механизма [1].

Для удовлетворения условиям основной теоремы зубчатого зацепления применительно к синтезу волновой передачи Е. Г. Гинзбург использовал кинематический подход [18]. Введенное им понятие «угловая скорость точки» ошибочно, основанные на нем доводы некорректны.

В монографии Н. А. Ковалева [19] отмечены сложность силовых и кинематических процессов, протекающих в волновых передачах, отсутствие достоверных зависимостей, адекватно отражающих влияние внешних факторов на внутренние процессы в кинематических парах. Это не позволяет разработать эффективный метод синтеза волновой зубчатой передачи, оптимизирующий основные параметры несущих звеньев. По Н. А. Ковалеву, при нерастяжимой срединной поверхности равномерно движется лишь точка пересечения оси зуба и срединной поверхности, что противоречит выводам Е. Г. Гинзбурга [18].

Величину максимального радиального упругого смещения *w_o* срединной поверхности гибкого колеса задает генератор волн при отсутствии крутящего момента. Смещение *w_o* должно превышать половину рабочей высоты зуба. Размеры зацепления следует корректировать по величине *w_o*, не наоборот [19].

Относительно значения параметра w_0 не существует единого мнения. Ряд авторов связывает максимальную радиальную деформацию w_{max} с передаточным отношением волновой передачи [20] и дисковым генератором волн. С целью повышения КПД рекомендуется принимать $w_{max} = m$. Е. Г. Гинзбург рекомендует определять w_{max} через условный модуль m_v , отличающийся от модуля m [18].

Материалы и методы. Для предупреждения интерференции зубьев в серийно выпускаемых волновых редукторах применяют известные приемы:

- корригирование зубьев,
- увеличение ширины впадины между зубьями,
- увеличение угла исходного контура зубьев.

Это наряду с малой шириной зубчатых венцов и сравнительно небольшими передаваемыми крутящими моментами во многом решает практические вопросы приближенного синтеза зубчатого зацепления в части устранения интерференции зубьев для серийно выпускаемых малонагруженных волновых редукторов. Однако теоретические исследования этих вопросов далеки от завершения. Пока нет удовлетворительного решения относительно зацепления высших кинематических пар крупных волновых редукторов с шириной зубчатых венцов 100÷200 мм, модулем зубьев 1,5÷3 мм и дисковым генератором волн. Спроектированные по известным методикам крупные волновые редукторы, изготовленные на НКМЗ, оказались неработоспособными из-за интерференции зубьев. Решение подобных задач требует новых технических решений, основанных на достоверных результатах теоретических и экспериментальных исследований.

Для оценки граничных условий проявления интерференции и проскока зубьев в зацеплении, а также в целях предотвращения этих негативных явлений проведены научные изыскания. Их результаты позволили создать обобщенную модель взаимодействия зубьев в зацеплении крупной волновой передачи. Разработана уточненная методика силового анализа такого зацепления. Точность результатов исследования повышается за счет совершенствования физических и расчетных моделей. Это позволяет получить обоснованные зависимости распределения силовых факторов в зубчатом зацеплении крупной волновой передачи.

Деформацию напряженных элементов конструкций, в том числе зубьев, принято измерять методами тензометрии. Однако на зубьях волновой передачи с небольшим модулем невозможно закрепить тензорезисторы. По известным методикам [20, 21], в ободе жесткого колеса выполняют две параллельные прорези, удаляя при этом два смежных зуба (рис. 1).



Рис. 1. Локализованные элементы зуба жесткого колеса редуктора наклона передвижного миксера МП-600АС

По ширине колеса прорези могут быть сквозными или глухими, выполненными с обоих торцов обода таким образом, чтобы средняя часть осталась нетронутой. Согласно утверждениям авторов распространенных методик, сквозные глубокие прорези могут существенно уменьшить жесткость колеса, что недопустимо. В известных работах применяется экспериментальная модель, где средняя часть зубьев не удалена и работает наряду со всеми другими.

Утверждения о недопустимом снижении жесткости колеса сквозными прорезями [22] неубедительны, т. к. толщина обода жесткого колеса не регламентируется и в условиях эксперимента ее можно принять достаточной, чтобы прорези не оказывали заметного влияния на жесткость. Кроме того, жесткое колесо запрессовано в конструкцию корпуса и при оценке жесткости рассматривается совместно с корпусом редуктора.

По методикам [20, 21] прорези жесткого колеса увеличивают деформацию контрольного зуба относительно его срединной части. Изменение жесткости контрольного зуба по длине повышает деформацию выделенных элементов у торцов, искажает деформированное состояние контрольного зуба и не позволяет с достаточной точностью оценивать силовые характеристики зубчатого зацепления по ширине венца и в окружном направлении. Многократное снижение жесткости выделенных элементов зуба не учитывается известной методикой [22], что нарушает объективность результатов эксперимента и осложняет их анализ.

Типовая методика измерения деформации зубьев волновой передачи [8] мало отличается от методики обычных зубчатых передач [23]. В [22] показано, что перепад жесткости модели, обусловленный глухими прорезями на жестком колесе, искажает деформацию контрольного зуба при нагрузке и не учитывается при проведении эксперимента и обработке полученных данных. Таким образом снижается точность и достоверность полученных результатов. Тензорезистор не крепится посередине контрольного зуба, поэтому невозможно получить полное представление о его деформации, качественные и количественные характеристики распределения сил в зубчатом зацеплении. Кроме того, при рассмотрении ступенчатого изменения жесткости физической модели по известной методике не учитываются граничные условия, влияние которых усиливается фактором масштаба [18].

Рассмотрим волновой редуктор B3-1120 привода наклона передвижного миксера МП-600AC емкостью 600 т расплавленного металла. Примем допущение, что нагрузка в зацеплении волновой передачи приложена на середине высоты зуба, т. к. во внутреннем зацеплении одной волны находится ~ 20÷25 % зубьев.

Определим возможную ошибку допущения в объеме эксперимента. Рассмотрим жесткое зубчатое колесо с внутренними зубьями:

— модуль зубьев *m* = 1,5 мм;

— число зубьев жесткого колеса $Z_2 = 762$;

- число зубьев долбяка $Z_4 = 68;$
- диаметр делительной окружности колеса d = 1143 мм;
- высота зуба колеса H = 2,985 мм;
- диаметр окружности вершин зубьев колеса D = 1155, 12 мм;
- диаметр окружности впадин зубьев колеса $D_b = 1161,09$ мм;
- угол профиля в точке зуба на делительной окружности d, $\alpha_0 = 20^\circ$;
- коэффициент смещения исходного контура инструмента *x* = +4,953 мм;
- ширина зубчатого венца *b* = 100 мм;
- нормальный исходный контур по ГОСТ 13755-81;
- степень точности 7D (ГОСТ 1643-81).

Относительная погрешность допущения *R*, касающегося условного приложения нормального усилия на середине высоты зубьев:

$$R = \frac{2H}{D+D_h} \cdot 100\% = \frac{2 \cdot 2,985}{1155,12+1161,09} \cdot 100\% = 0,3\%.$$

Принятое допущение не оказывает заметного влияния на передачу усилий в зубчатом зацеплении, т. к. незначительно изменяет диаметр приложения нагрузки. Для аппроксимации эвольвентного профиля зуба в прямолинейную форму определим толщину зуба S_x жесткого колеса по произвольной окружности радиуса r_x :

$$S_x = m \frac{\cos \alpha_0 \pi}{\cos \alpha_x^2} + \Delta_2 + Z_2 \left(inv\alpha_x - inv\alpha_0 \right), \quad \cos \alpha_x = \frac{r}{r_x} \cos \alpha_0$$

где α_x — угол профиля в точке профиля зуба, в которой радиус — вектор r_x ; Δ_2 — коэффициент изменения толщины зуба по любой окружности колеса в нормальном сечении при нарезании зубьев долбяком средней изношенности:

$$\Delta_2 = (Z_2 - Z_4) (inv \, a_0 - inv \, a_{C2}). \tag{1}$$

Относительная погрешность определяется как модуль отношения абсолютной погрешности к значению приближенной величины. Максимально возможное значение абсолютной погрешности в рассматриваемом случае равно H_2 . Приближенной величиной является радиус окружности середины зуба жесткого колеса $(D+D_b)/4$. Косинус угла станочного зацепления α_{C2} в выражении (1) при нарезании жесткого колеса долбяком средней изношенности определяется с учетом коэффициента смещения исходного контура долбяка:

$$\cos\alpha_{C2} = \cos\alpha_0 \frac{z_2 - z_4}{z_2 - z_4 + 2\varepsilon_2}$$

Значения толщины зуба S_X по дуге произвольного радиуса r_x жесткого колеса приведены в табл. 1.

Таблица 1

Толщина зуба S_X жесткого колеса в различных сечениях, вычисленная по дуге окружности радиуса r_X, мм

r_x	579,239	579,426	579,612	579,799	579,985	580,172	580,358	580,545
S_x	2,613	2,765	2,918	3,071	3,223	3,377	3,530	3,685

Толщина зуба по дуге окружности отличается от толщины зуба по хорде при заданных параметрах жесткого колеса на величину $5 \cdot 10^{-5}$ мм, поэтому с достаточной точностью можно приравнять толщины зуба по дуге окружности радиуса r_x и по соответствующей ей хорде.

Определим толщину зуба S_{ax} аппроксимированного в прямолинейный профиль на радиусе $r_X = 579,799$ мм. Она равна полусумме крайних значений толщины зуба по радиусам $r_x = 579,053$ мм и $r_x = 580,545$ мм: $S_{ax} = 3,074$ мм.

Толщина зуба эвольвентного профиля жесткого колеса на окружности радиуса $r_x = 579,799$ мм равна $S_x = 3,071$ мм. Абсолютная погрешность аппроксимации профиля зуба жесткого колеса в прямолинейный профиль:

$$A_x = S_x - S_{ax} = -0,003$$
 мм.

Относительная погрешность прямолинейной аппроксимации эвольвентного профиля зуба жесткого колеса:

$$R = \left| \frac{S_x - S_{ax}}{S_{ax}} \right| \cdot 100 = 0,1\%.$$

Аппроксимация эвольвентного профиля зуба жесткого колеса прямолинейным профилем не вносит заметную погрешность в расчетную схему. Уравнение прямолинейного профиля модели зуба в координатах *XOV* представлено на рис. 2

$$\frac{Y - Y_2}{X - X_2} = \frac{Y_1 - Y_2}{X_1 - X_2}.$$
(2)



Рис. 2. Расчетная модель контрольного зуба жесткого колеса с аппроксимированным прямолинейным профилем

Индексами 1 и 2 на рис. 2 указана принадлежность координатных функций X и Y крайним точкам прямолинейного профиля зуба 1 и 2. В уравнение (2) подставляются значения X, Y в точках 1 и 2 согласно рис. 2, и записывается уравнение прямолинейного профиля зуба с линейными размерами в миллиметрах:

$$Y = 7,767 - 0,410 X.$$

Толщина и жесткость аппроксимированного прямолинейного зуба жесткого колеса в произвольном сечении, мм:

$$S_{ax} = 2Y = 15,534 - 0,820 X \,. \tag{3}$$

$$EI_z = 2,1 \cdot 10^5 \frac{l S_x^3}{12}.$$
 (4)

Удельная жесткость аппроксимированного прямолинейного зуба жесткого колеса в произвольном сечении определяется подстановкой в выражение (4) значений (3) при l = 17,5 мм:

$$EI_{z_1} = 0,169 \cdot 10^6 \cdot (18,943 - X)^3$$
.

Прогиб упругой линии модели контрольного зуба под силой N_k определяется при $X = l_{\kappa} = 15,947$ мм:

$$Y_2 = 0.819 \cdot 10^{-4} N_k \,[\text{MM}]. \tag{5}$$

Напряжения растяжения σ^+ и сжатия σ^- модели контрольного зуба в области установки тензорезисторов на расстоянии $a_r = 7,2275$ мм от консольного закрепления (защемления) модели:

$$\sigma^{+} = \frac{M_{H}}{W_{Z}} - \frac{X_{0}}{F} = 0,1867N_{k}, \frac{H}{M^{2}}, \tag{6}$$

$$\sigma^{-} = \frac{M_{H}}{W_{Z}} + \frac{X_{0}}{F} = 0,1983N_{k}, \frac{H}{M^{2}},$$
(7)

Здесь M_{μ} — изгибающий момент в области установки тензорезисторов; $M_{\mu} = M_0 - Y_0 \cdot a_{\tau}$; W_z — осевой момент сопротивления сечения линейной модели зуба:

$$W_z = \frac{bh^2}{6} = 39,61 \text{ mm}^3.$$

С помощью соотношения

 $\sigma = E\varepsilon$,

где є — относительная деформация тензорезистора, а также формул (5–7) устанавливается зависимость между относительной деформацией тензорезисторов на растянутых и сжатых поверхностях модели контрольного зуба и прогибом упругой линии под силой:

$$Y_2 = 5013, 33 \cdot \varepsilon^+, \ Y_2 = 472, 07 \cdot \varepsilon^-.$$
 (8)

Результаты исследования. Теоретические и экспериментальные исследования, практические наработки связаны преимущественно с освоением, производством и эксплуатацией сравнительно небольших волновых редукторов [25–32]. Накопленный опыт невозможно использовать без учета масштабного фактора для крупных волновых редукторов с крутящими моментами $5 \cdot 10^5$ Нм и более. Гибкое звено усиливает отрицательное влияние масштабного фактора, искажая обычный характер функционирования зубчатого зацепления высших кинематических пар. При больших нагрузках интерференция второго рода может вызвать заклинивание и проскок зубьев. Интерференция также активизирует силовые процессы в области генератора волн, повышая энергетические потери.

Фрагмент осциллограммы соответствует обороту генератора волн 2π (рис. 3).



Рис. 3. Осциллограмма деформации контрольного зуба жесткого колеса при нагрузке $M_2 = 3 \cdot 10^5$ Нм и частоте вращения на входе $\omega_1 = 1,667 \text{ c}^{-1}$; 1, 2, 3, 4, 5 — осциллограммы деформации локализованных элементов контрольного зуба

Число пар зубьев в зацеплении Z_{Σ} определяется продолжительностью зацепления контрольного зуба в течение полного оборота генератора волн ($\alpha' + \alpha''$):

$$Z_{\sum} = \frac{a' + a''}{2\pi} Z_B \cdot 100 \%.$$
⁽⁹⁾

Число одновременно зацепляющихся пар зубьев и характер распределения нагрузки по ширине зубчатого венца зависят от конструктивных параметров волновой передачи, определяющих условия зубчатого зацепления, и представляют некоторые функции вращающего момента.

Разработана методика силового анализа зубчатого зацепления крупной волновой передачи. От известных решений ее отличают два преимущества.

 Она позволяет устранить искажения деформированного состояния контрольного зуба при нагрузке за счет постоянства жесткости по длине. С этой целью выполняются сквозные параллельные прорези на жестком колесе симметрично оси контрольного зуба. 2) Открывается возможность существенно повысить точность оценки силовых характеристик зубчатого зацепления по ширине венца и в окружном направлении благодаря учету снижения жесткости контрольного зуба. Для этого разрабатываются физические модели контрольного зуба и масштабированного зуба жесткого колеса.

Обсуждение и заключения. Форма контрольного зуба принята неизменной по всей ширине зубчатого венца (это отличает представленный подход от методик [20–22]). Таким образом исключается искажение результатов эксперимента, вносимых переменной по ширине формой зуба. Решение обеспечивает возможность монтажа тензорезисторов по всей ширине контрольного зуба, что устанавливает полную зависимость деформации зубьев по всей ширине зубчатого венца, а не только на крайних участках, как предусматривает известная методика.

Совершенствование физических и математических моделей позволило повысить точность результатов теоретических и экспериментальных исследований силовых процессов в зубчатом зацеплении крупной волновой передачи [8–10]. Получены научно обоснованные двухпараметрические зависимости распределения сил в зубчатом зацеплении.

Библиографический список

1. Musser, C. W. Breakthrough in mechanical design: The Harmonic Drive / C. W. Musser // Machine Design. — 1960. — № 32 (8). — P. 160–172.

2.Малогабаритные редукторы CSF от Harmonic Drive [Электронный ресурс] / Рынок микроэлектро-
ники //ООО«Рынокмикроэлектроники».—Режимдоступа:http://catalog.gaw.ru/index.php?page=document&id=37585 (дата обращения: 02.05.19).

3. Тимофеев, Г. А. Сравнительный анализ схемных решений приводов с волновыми зубчатыми передачами для следящих систем / Г. А. Тимофеев, М. В. Самойлова // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. — 2015. — № 4 (103). — С. 109–118. — (Машиностроение).

4. Strelnikov, V. N. Analysis of axial forces of heavy-duty harmonic gear drive [Электронный ресурс] / V. N. Strelnikov, M. G. Sukov // Actual Issues of Mechanical Engineering (AIME 2018) : int. conf. // Advances in Engineering Research (AER). — 2018. — Vol. 157. — Р. 584–589. — Режим доступа: https://www.atlantis-press.com/proceedings/aime-18 (дата обращения: 02.05.19).

5. Strelnikov, V. N. Experimental investigation on interaction of wave disk generator with flexible gear [Электронный pecypc] / V. N. Strelnikov, M. G. Sukov : proc. International Conference on Innovations and Prospects of Development of Mining Machinery and Electrical Engineering, 12–13 April 2018, Saint-Petersburg / IOP Publishing // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. — 2018. — Vol. 194, № 3. — Режим доступа: http://iopscience.iop.org/volume/1755-1315/194 (дата обращения 02.05.19).

6. Strelnikov, V. N. Stressed state of heavy-duty harmonic gear drive flexspline [Электронный ресурс] / V. N. Strelnikov, M. G. Sukov: proc. International Conference on Aviamechanical Engineering and Transport (AviaENT 2018) // Advances in Engineering Research. — 2018. — Vol. 158. — Р. 391–398. — Режим доступа: https://www.atlantis-press.com/proceedings/avent-18/articles (дата обращения 02.05.19).

7. Казыханов, Х. Р. О линии зацепления волновой зубчатой передачи / Х. Р. Казыханов // Известия вузов. Машиностроение. — 1968. — № 1. — С. 5–8.

8. Ковалев, Н. А. Кинематическое исследование эвольвентной волновой передачи, у которой зубья гибкого колеса нарезаны в недеформированном состоянии / Н. А. Ковалев, И. М. Шапочкина // Известия вузов. Машиностроение. — 1967. — № 1. — С. 21–27.

9. Рубцов, В. К. Некоторые особенности выбора профиля зуба волновой передачи / В. К. Рубцов // Механика машин. — 1967. — Вып. 9. — С. 98–105.

10. Рубцов, В. К. Некоторые особенности выбора профиля зуба волновой передачи / В. К. Рубцов // Механика машин. — 1967. — Вып. 10. — С. 112–109.

11. Шендерова Е. Н. Выбор некоторых геометрических параметров зацепления зубьев волновой передачи на основе анализа кривой однопарного контакта / Е. Н. Шендерова // Волновые передачи. — Москва : Станкин, 1975. — С. 115–125.

12. Шувалов, С. А. Пространственное представление зацепления волновой передачи / С. А. Шувалов, В. Д. Дудко // Известия вузов. Машиностроение. — 1972. — № 10. — С. 45–47.

13. Цейтлин, Н. И. Методика геометрического расчета волновых зубчатых передач / Н. И. Цейтлин, Э. М. Цукерман // Волновые и цепные передачи. — Москва : Станкин, 1967. — С. 9–20.

14. Цейтлин, Н. И. Расчет параметров зацепления волновой передачи / Н. И. Цейтлин, Э. М. Цукерман // Волновые передачи. — Москва : Станкин, 1970. — С. 13–25.

15. Цукерман, Э. М. Выбор геометрических параметров волновой зубчатой передачи / Э. М. Цукерман // Вестник машиностроения. — 1964. — № 11. — С. 23–28.

16. Шувалов С. А. Графоаналитический метод анализа геометрии зацепления в волновой зубчатой передаче / С. А. Шувалов // Известия вузов. Машиностроение. — 1965. — № 2. — С. 89–93.

17. Ястребов, В. М. Синтез приближенного зацепления волновой зубчатой передачи с одновенцовым гибким колесом / В. М. Ястребов, Н. А. Воронин, Н. А. Боровиков // Волновые зубчатые передачи : тезисы докл. — Ленинград : ЛВИКА им. А. Ф. Можайского ; НТО Машпром. — 1969. — С. 228–235.

18. Гинзбург, Е. Г. Волновые зубчатые передачи / Е. Г. Гинзбург // Ленинград : Машиностроение, 1969. — 160 с.

19. Ковалев, Н. А. Передачи гибкими колесами / Н. А. Ковалев // Москва : Машиностроение, 1979. — 200 с.

20. Финогенов В. А. О распределении нагрузки по зубьям волновой передачи / В. А. Финогенов // Известия вузов. Машиностроение. — 1971. — № 12. — С. 51–54.

21. Иванов, М. Н. Экспериментальное определение количества одновременно зацепляющихся зубьев и величин их деформации в волновой передаче / М. Н. Иванов, С. А. Шувалов, В. А. Финогенов // Известия вузов. Машиностроение. — 1968. — № 9. — С. 37–40.

22. Иванов, М. Н. Волновые зубчатые передачи / М. Н. Иванов. — Москва : Высшая школа, 1981. — 184 с.

23. Машины и стенды для испытания деталей / В. Л. Гадолин [и др.] / под ред. Д. Н. Решетова. — Москва : Машиностроение, 1979. — 343 с.

24. Иванов, М. Н. Расчет нагрузки на кулачковый генератор и напряжений растяжения в гибком колесе волновой передачи / М. Н. Иванов, А. Н. Сорокин // Известия вузов. Машиностроение. — 1980. — № 6. — С. 15–19.

25. Бучаков, Ю. В. О параметрах контакта зубьев колес при приработке волновой зубчатой передачи / Ю. В. Бучаков // Механика процессов и машин : сб. науч. тр. — Омск : Изд-во ОмГТУ. — 2002. — С. 54–59.

26. Емельянов, А. Ф. Экспериментальное обоснование возникновения возмущающего момента в волновой зубчатой передаче / А. Ф. Емельянов // Теория, методы и средства измерений, контроля и диагностики : мат-лы междунар. науч.-практ. конф. — Новочеркасск : Изд-во ЮРГТУ, 2000. — Ч. 5. — С. 14–15.

27. Емельянов, А. Ф. Возникновение возмущающего момента в волновой зубчатой передаче / А. Ф. Емельянов, П. О. Румянцев // Автоматизация и прогрессивные технологии : тр. 3-й межотрасл. науч-техн. конф. — Новоуральск : Изд-во НГТИ, 2002. — С. 401–402.

28. Непомнящих, В. Н. Дисковый генератор быстроходной волновой зубчатой передачи с малым передаточным числом / В. Н. Непомнящих, В. Н. Татищев // Волновые передачи. — Москва : Станкин, 1975. — С. 187–201.

29. Скворцова, Н. А. К вопросу получения беззазорного волнового зубчатого соединения / Н. А. Скворцова, Ю. И. Семин, Ф. И. Фурсяк // Известия вузов. Машиностроение. — 1972. — № 7. — С. 64–67.

30. Тимофеев, Г. А. Проектирование приводов с планетарно-волновыми механизмами для следящих систем / Г. А. Тимофеев, В. Б. Тарабарин // Проектирование технологических машин. — 1999. — № 16. — С. 61–67.

31. Ghorbel, F. H. On the Kinematic Error in Harmonic Drive Gears / F. H. Ghorbel, P. S. Gandhi // Journal of Mechanical Design. — 1998. — № 123 (1). — P. 90–97.

32. Zhong, Liang-Wei. Research on harmonic gear transmission CAD system / Liang-Wei Zhong, Xiao-Jing Zeng, Xu-Ping Zou // Journal of University of Shanghai for Science and Technology. — 2002. — № 2. — P. 149–152.

Сдана в редакцию 01.03.2019 Принята к публикации 02.04.2019

Об авторах:

Стрельников Виктор Никитович,

профессор кафедры «Теоретическая механики и сопротивления материалов» Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова (РФ, 308012, г. Белгород, ул. Костюкова, д. 46.), доктор технических наук, профессор.

ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-1752-4279</u> strelnikov2019@mail.ru

Волошин Алексей Иванович,

главный инженер частного акционерного общества «Новокраматорский машиностроительный завод» (Украина, 84305, Донецкая обл., г. Краматорск, ул. Орджоникидзе, 5), ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-8493-4067</u>

ztm@nkmz.donetsk.ua

Суков Максим Геннадьевич,

начальник цеха частного акционерного общества «Новокраматорский машиностроительный завод» (Украина, 84305, Донецкая обл., г. Краматорск, ул. Орджоникидзе, 5),

ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0001-5817-9056</u> maxgs@yandex.ru

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE

УДК 621.9:531.3

https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-130-137

Математическое моделирование температуры в зоне контакта инструмента и изделия при токарной обработке металлов*

Е. В. Бордачев¹, В. П. Лапшин^{2**}

¹ Национальный научно-исследовательский совет Канады, Оттава, Канада

² Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Mathematical temperature simulation in tool-to-work contact zone during metal turning***

E. V. Bordatchev¹, V. P. Lapshin^{2**}

¹ Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation ² National Research Council Canada, Ottawa, Canada

Введение. Сопоставлены два фактора токарной обработки металлов резанием: рассеиваемая температура и мощность необратимых преобразований в материале изделия и инструмента. Статья посвящена вопросам математического моделирования их связи.

Материалы и методы. Математический аппарат основан на модификации уравнения Вольтерры, которая предполагает использование двукратного интеграла. Он показывает, как выделенная ранее при резании тепловая энергия влияет на текущее состояние температуры в зоне контакта инструмента с обрабатываемой деталью. В работе помимо предложенной новой базовой математической модели использованы результаты обработки экспериментальных данных о мощности необратимых преобразований и об измеряемой температуре в зоне контакта инструмента с деталью при токарной обработке металла. Эксперименты проводились на станке 1К625 и стенде STD.201-1. В пакете Matlab была создана специализированная программа для обработки массивов информации, описывающих процессы, протекающие при резании (силы реакции, вибрации инструмента и мощность необратимых преобразований). В этой же программе выполнен расчет температуры в зоне контакта инструмента и детали.

Результаты исследования. Проведена процедура параметрической идентификации предлагаемой базовой математической модели. Полученная модель показала высокую степень близости экспериментальных данных о состоянии температуры в зоне резания и моделируемого уровня тепловой энергии, однако на начальном участке измеряемой температурной зависимости результаты двух этих подходов не вполне согласуются. Это можно объяснить погрешностью экспериментального измерения температуры на основе оценки вырабатываемой термоэлектродвижущей силы (термоЭДС), которая формируется в результате образования естественной термопары в зоне контакта инструмента и детали.

Introduction. Two factors of metal turning are compared: the dissipated temperature and the power of irreversible transformations in the material of the product and the tool. The paper is devoted to the issues of mathematical modeling of their link.

Materials and Methods. The mathematical apparatus is based on the modification of the Volterra equation which involves the use of double integral. It shows how the thermal energy released earlier during cutting affects the current state of temperature in the tool-to-work contact zone. In addition to the proposed new basic mathematical model, the processing effect of the observed data on the power of irreversible transformations and the measured temperature in the tool-to-work contact zone under metal turning are used. The experiments were carried out on 1K625 machine and STD.201-1 stand. A specialized software tool for processing information arrays describing the processes occurring during cutting (reaction forces, tool vibrations and power of irreversible transformations) was created in the Matlab package. The same tool has performed the temperature calculation in the tool-to-work contact zone.

Research Results. The procedure of parametric identification of the proposed basic mathematical model is carried out. The resulting model showed a high degree of proximity of the experimental data on the temperature in the cutting zone and the simulated level of thermal energy; but in the initial section of the measurable temperature dependence, the results of these two approaches are in rather poor agreement. This can be explained by an error of the experimental temperature measurement based on the estimate of the thermoelectromotive force (thermal EMF) output which is generated as a result of the dynamic thermocouple formation in the tool-to-work contact zone.



130

^{**} E-mail: Lapshin1917@yandex.ru, Evgueni.Bordatchev@nrc-cnrc.gc.ca

Обсуждение и заключения. Предлагаемая математическая модель позволяет адекватно описывать процесс преобразования механической составляющей энергии резания в тепловую составляющую через показатель суммарной выделяемой мощности механического взаимодействия в зоне резания за все время обработки.

Ключевые слова: точение, резание, мощность необратимых преобразований, обработка металлов, теплопроводность металлов, уравнение Вольтерры, термоэлектродвижущая сила (термоЭДС).

Образец для цитирования: Бордачев, Е. Математическое моделирование температуры в зоне контакта инструмента и изделия при токарной обработке металлов / Е. Бордачев, В. П. Лапшин // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 19, № 2. — С. 130–137. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-130-137

Discussion and Conclusions. The proposed mathematical model enables to adequately describe the conversion of the mechanical component of the cutting energy into the thermal component through the indicator of the total output power of the mechanical interaction in the cutting zone for all the processing time.

Keywords: turning, cutting, power of irreversible transformations, metal working, thermal conductivity of metals, Volterra integral equation, thermoelectromotive force (thermal EMF).

For citation: E. Bordatchev, V.P. Lapshin. Mathematical temperature simulation in tool-to-work contact zone during metal turning. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 2, pp. 130–137. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-130-137

Введение. Тепловые процессы, протекающие при обработке металлов на металлорежущих станках (как в металлах, так и в других средах), являются сложноописываемыми. Их анализ основан на уравнении теплопроводности Фурье [1]. В случаях, связанных с обработкой металлов резанием, нужно иметь представление о температуре в зоне контакта инструмента и обрабатываемой детали [2–5]. При этом нет необходимости контролировать распространение тепла за пределами данной зоны, так как на условиях обработки это не сказывается. Аналогичные рассуждения можно применить к другому широко распространенному методу описания тепловых процессов, который учитывает формирование истоков и стоков тепла в детали [6]. Такие подходы не позволяют использовать динамику процесса резания в описании возникающих тепловых явлений в зонах контакта и создать систему уравнений, представляющих преобразование механической энергии в тепловую.

При операциях с металлами на металлорежущих станках необратимые преобразования в детали и инструменте вызывают производство тепла, которое, согласно второму закону термодинамики, рассеивается в пространстве. Тепловые процессы в металлах более инерционны, чем динамика процесса обработки, поэтому рассеивание продолжается достаточно длительное время. Само производство тепла в рассматриваемом случае связано с мощностью необратимых преобразований [11], которая зависит от величины сил реакции на формообразующие движения инструмента [2–5] в зоне контакта с деталью. При этом производство тепла является основным механизмом рассеивания выделенной энергии преобразования материалов [12].

Динамика процесса резания и вопросы ее моделирования напрямую связаны с представлением сил и реакций в координатах состояния процесса. В этом случае, как правило, учитывается только механическая составляющая, что видно из зарубежных [13–18] и отечественных работ [19–21]. Таким образом, целесообразно ввести в моделирование динамики процессов обработки металлов координаты, описывающие изменение температуры в зоне контакта инструмента и детали через учет необратимых преобразований. Такой подход позволит качественно повысить адекватность используемого математического аппарата.

Материалы и методы

Обоснование математической модели. Силы, препятствующие внедрению инструмента в материал обрабатываемой детали, имеют сложное пространственное расположение в системе координат, связанной с осями деформации инструмента. В литературе, посвященной анализу сил реакций, возникающих в зоне резания, принято разложение такой реакции на составляющие [4–6, 10, 19–21]. В рассматриваемом нами случае будут справедливы следующие соотношения между составляющими сил реакции [5]:

$$R = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2},$$
 (1)

где R — общая силовая реакция со стороны процесса резания на формообразующие движения инструмента; P_x — проекция силовой реакции на ось главного вращательного движения резания в направлении подачи; P_y — проекция силовой реакции, направленная по радиусу главного вращательного движения резания в вершине резания; P_z — проекция силовой реакции на ось, совпадающую со скоростью главного движения в вершине инструмента.

Соотношения между введенными силами P_x, P_y, P_z зависят от многих факторов: геометрия резца, степень износа резца и т. д. [4]. Так, в [5] при обработке острым резцом с параметрами $\gamma = 15^\circ$, $\varphi = 45^\circ$ и $\lambda = 0^\circ$ соотношение в среднем равно

$$P_x, P_y, P_z = (0, 3 - 0, 4), (0, 4 - 0, 5).$$
 (2)

Аналогичные рассуждения можно провести по анализу скоростей относительного движения инструмента вдоль обрабатываемой детали и получить общую скорость такого движения:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}.$$
 (3)

С учетом этих рассуждений определим мощность необратимых преобразований:

$$N = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2} \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}.$$
(4)

Допустим, что производство тепла при резании в металлорежущих станках линейно зависит от значения мощности необратимых преобразований:

$$T_p = k_T N . (5)$$

Здесь T_p — величина, описывающая приращения температуры в зоне резания (°С); k_T — коэффициент связи между мощностью необратимых преобразований в зоне резания и величиной приращения тепловой энергии в зоне контакта инструмента и детали размерностью с°С/Нм. Однако общее значение температуры в заданный момент времени и в заданной зоне контакта инструмента и детали будет определяться не только текущим значением прироста тепла. В связи с рассеиванием тепла в материале детали и инструмента следует учитывать влияние:

- мощности необратимых преобразований по всему предыдущему пути,

— времени обработки изделия.

Представим себе обработку в виде некоторого дискретного графика процесса, где N(n) — текущее значение мощности необратимых преобразований; L(n) текущее значение пути, пройденного инструментом при обработке; t(n) — текущее значение времени обработки. Согласно (5), в каждой рассматриваемой точке дискретного графика процесса обработки будет выделено приращение тепла, пропорциональное мощности необратимых преобразований в этой точке пространства и времени. Текущее значение температуры в точке n будет определяться как приростом тепла в этой точке, так и влиянием приростов температуры, происходивших ранее на пути, пройденном инструментом (L) во время обработки (t). С увеличением времени и пройденного пути ослабевает влияние этих факторов на процесс выработки тепла в рассматриваемой зоне контакта, поэтому для математического описания удобен подход, основанный на использовании оператора Вольтерры второго рода [10]. Его невозможно применить напрямую из-за сложности описания распространения тепла в металлах, поэтому в качестве базовой модели примем мультипликативный критерий оценки влияния предыдущего прироста тепла на текущее значение в виде двойного интеграла:

$$T_{z} = \Theta_{s} + k_{T} \iint_{D} w_{L}(\gamma - L) w_{t}(\eta - t) N(\gamma, \eta) d\gamma d\eta .$$
⁽⁶⁾

Здесь T_z — значение тепла в зоне контакта инструмента и обрабатываемой детали; Θ_s — температура окружающей среды; $w_L(\gamma - L)$ — ядро оператора, характеризующее влияние выделенной ранее мощности необратимых преобразований по пути обработки на текущее значение температуры; $w_t(\eta - t)$ — ядро оператора, характеризующее влияние выделенной ранее мощности необратимых преобразований по времени обработки на текущее значение температуры; D — область интегрирования, характеризующая пространственно-временное рассеивание тепла; γ имеет размерность расстояния, м; η — имеет размерность времени процесса обработки, с. Сами ядра интегрального оператора представляют собой безразмерные коэффициенты усиления.

Интегральный оператор, представленный в виде двойного интеграла (6), можно свести к кратному интегралу следующего вида:

$$T_z = \Theta_s + k_T \int_0^{L(t)} w_L(\gamma - L) \, d\gamma \int_0^t w_t(\eta - t) N(\eta) d\eta \,.$$
⁽⁷⁾

Пройденный инструментом путь является функцией времени, т. к. каждому значению времени можно поставить в соответствие значение пройденного пути. Следовательно, подход (7) справедлив.

В качестве ядер предложенного в (7) интегрального оператора удобно использовать экспоненциальные функции следующего вида [10]:

$$\begin{cases} w_L(\gamma - L) = e^{\alpha_1(\gamma - L)} \\ w_t(\eta - t) = e^{\alpha_2(\eta - t)} \end{cases}, \tag{8}$$

Таким образом, предложенный в (7) интегральный оператор примет следующий вид:

$$T_z = \Theta_s + k_T \int_0^{L(t)} e^{\alpha_1(\gamma - L)} d\gamma \int_0^t e^{\alpha_2(\eta - t)} N(\eta) d\eta.$$
⁽⁹⁾

Этот оператор имеет решение для стационарного случая, когда мощность необратимых преобразований является постоянной величиной $N_0 = N(t)$.

$$T_{z} = \Theta_{s} + \frac{k_{T} N_{0}}{\alpha_{1} \alpha_{2}} (1 - e^{-\alpha_{1} L}) (1 - e^{-\alpha_{2} t}) .$$
(10)

Как видно из (10), при стационарном процессе обработки температура в зоне резания экспоненциально нарастает с начального значения Θ_s до некоторого конечного значения, равного:

$$T_z = \Theta_s + \frac{k_T N_0}{\alpha_1 \alpha_2} \,. \tag{11}$$

Проиллюстрируем эти рассуждения, задав $\Theta_s = 25$ °C; $k_T = 0,0026$ с°C/Hм; $\alpha_1 = 0,03$; $\alpha_2 = 0,01$; $N_0 = 20$ Hм/с (рис. 1).



Рис. 1. Реализация процесса стационарного нарастания температуры в зоне резания

Как видно из рис. 1, стационарный тепловой процесс в зоне резания нарастает экспоненциально и, достигнув некоторого равновесного состояния, больше не изменяется. Реальные процессы, протекающие в металлорежущих станках, не являются стационарными [11–12]. Исходя из этих соображений, процесс, представленный на рис. 1, можно рассматривать как движение, к которому в устойчивом случае стремится температура зоны контакта инструмента и детали. При этом уравнение (10) является порождающим уравнением для интегрального оператора (9).

Результаты исследования

Параметрическая идентификация модели по экспериментальным данным и итоги моделирования. Для параметрической идентификации модели проведен натурный эксперимент на токарном станке 1К625 с установленным стендом STD.201-1. Стенд предназначен для изучения динамических и тепловых процессов, протекающих при резании металлов на токарных станках в различных режимах.

Основной целью эксперимента было исследование влияния динамики резания на тепловые процессы в зоне контакта инструмента и детали. Под изменением динамики резания понимается взаимное влияние износа инструмента и процесса резания, связанное с возникающей в зоне резания силовой реакцией. Измерение этой реакции и температуры через термоэлектродвижущую силу (термоЭДС), формируемую в зоне контакта инструмента и детали, позволяет оценить влияние динамики резания на тепловые процессы в указанной зоне.

Во время эксперимента выполнялось непрерывное точение детали типа вал. При этом сохранялись все параметры обработки и осуществлялся контроль изменения силовой реакции со стороны процесса резания. Условия и основные результаты эксперимента подробно описаны в [22].

Данные, полученные в результате натурного эксперимента, носят дискретный характер, следовательно, к ним нельзя напрямую применить модель, представленную интегральным оператором (9). По этой причине приходится видоизменить базовую математическую модель, описывающую динамку тепловых процессов в контакте инструмента и детали. Для начала оставим в рассуждениях только член интегрального оператора, зависящий от мощности необратимых преобразований:

$$T_z^N = k_T \int_0^{L(t)} e^{\alpha_1(\gamma - L)} d\gamma \int_0^t e^{\alpha_2(\eta - t)} N(\eta) d\eta.$$
⁽¹²⁾

Так как эксперимент уже проведен, то время его окончания t_k и соответствующее этому времени значение пути $L(t_k)$ являются постоянными величинами. Следовательно, будет справедливо вынести экспоненты с этими значениями за пределы интегралов:

$$T_z^N = k_T e^{-\alpha_1 L(t_k)} e^{-\alpha_1 t_k} \int_0^{L(t_k)} e^{\alpha_1 \gamma} d\gamma \int_0^{t_k} e^{\alpha_2 \eta} N(\eta) d\eta .$$
⁽¹³⁾

Примем, что существует некоторое дискретное множество расчетных значений мощности необратимых преобразований, полученных в результате анализа дискретной экспериментальной информации о динамике процесса резания, то есть $N(t) = N_1, N_2, N_3, N_4$ Исходя из этого, интегральный оператор (13) примет вид следующей суммы:

$$T_{z}^{N} = k_{T} e^{-\alpha_{1}L(t_{k})} e^{-\alpha_{1}t_{k}} [N_{1} \int_{0}^{L_{1}} e^{\alpha_{1}\gamma} d\gamma \int_{0}^{t_{1}} e^{\alpha_{2}\eta} d\eta + N_{2} \int_{L_{1}}^{L_{2}} e^{\alpha_{1}\gamma} d\gamma \int_{t_{1}}^{t_{2}} e^{\alpha_{2}\eta} d\eta + \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow +N_{3} \int_{L_{2}}^{L_{3}} e^{\alpha_{1}\gamma} d\gamma \int_{t_{2}}^{t_{3}} e^{\alpha_{2}\eta} d\eta + N_{4} \int_{L_{3}}^{L_{4}} e^{\alpha_{1}\gamma} d\gamma \int_{t_{3}}^{t_{4}} e^{\alpha_{2}\eta} d\eta + \dots]$$
(14)

Сделав допущение $N_1 = 0$, получим окончательное решение для случая, описываемого выражением (14):

$$T_{z}^{N} = \frac{k_{T}e^{-\alpha_{1}L(t_{k})}e^{-\alpha_{1}t_{k}}}{\alpha_{1}\alpha_{2}} [N_{2}(e^{\alpha_{1}L(t_{2})} - e^{\alpha_{1}L(t_{1})})(e^{\alpha_{2}t_{2}} - e^{\alpha_{2}t_{1}}) + \Leftrightarrow .$$

$$\Leftrightarrow +N_{3}(e^{\alpha_{1}L(t_{3})} - e^{\alpha_{1}L(t_{2})})(e^{\alpha_{2}t_{3}} - e^{\alpha_{2}t_{2}}) +]$$
(15)

Выражение (15) очень удобно для обработки больших массивов дискретной информации о процессе резания. Фактически речь идет о взвешенной относительно конечного значения сумме мощностей необратимых преобразований.

Рассмотрим только один эксперимент из серии, при котором износ по задней поверхности инструмента отсутствовал. В следующих случаях менялась изношенность инструмента, а значит, и динамика процесса (как с механической, так и с термодинамической точки зрения). Отметим, что полученные в этом эксперименте результаты обобщаются для всех остальных случаев, однако объем статьи не позволяет их рассмотреть.

Реакция со стороны процесса на формообразующие движения инструмента вдоль оси *x* представлена на рис. 2.



Как видно из рис. 2, реакция на формообразующие движения инструмента при токарной обработке носит существенно нестационарный характер, но при этом наблюдается определенное притягивающее многообразие, вокруг которого и происходит возмущенное движение инструмента. Аналогично представленному на рис. 2 случаю в эксперименте получены реакции на формообразующие движения инструмента вдоль остальных осей. Кроме того, доступна информация об ускорениях инструмента относительно обрабатываемого изделия. Интегрирование этих данных с учетом известных элементов резания позволило получить значения скоростей обработки и пути, пройденного инструментом вдоль обрабатываемой детали.

В пакете Matlab была создана специализированная программа для обработки массивов информации, описывающих процессы, протекающие при резании (силы реакции, вибрации инструмента и мощность необратимых преобразований). В этой же программе выполнен расчет температуры в зоне контакта инструмента и детали по (15). Параметры модели представлены в табл. 1.

Таблица 1

Параметры идентифицированной модели								
$\alpha_1 \qquad \alpha_2 \qquad k_T \mathrm{c}^{\mathrm{o}} \mathrm{C}/\mathrm{H}\mathrm{M} \qquad \Theta_s \mathrm{^o} \mathrm{C}$								
0,00099	0,00078	0,000159	24,8					

На рис. 3 представлены результаты моделирования выражения (15) с учетом параметров табл. 1, а также экспериментально измеренная характеристика.



Рис. 3. Сравнение результатов, полученных в эксперименте и рассчитанных по модели

Сопоставление рис. 3 и рис. 2 показывает, что измеренное значение температуры при врезании инструмента в деталь увеличивается с 25 °C (температура окружающей среды) до 330–340 °C. Согласно данным рис. 3, сначала наблюдается более быстрый рост измеряемого значения термоЭДС, а в конце процесса термоЭДС стабилизируется. Это объясняется тем, что на стенде STD.201-1 измеряется не сама температура в зоне контакта, а термоЭДС естественной термопары, образуемой в контакте инструмента и детали. В начале эксперимента из-за резкого скачка температурных градиентов термоЭДС показывает слишком большой и быстрый рост температуры, а затем, по мере расхождения температурных градиентов стабилизируется. Этот эффект широко известен. Например, в [5] сказано: «Метод естественной термопары ненадежен, так как температура резания стабилизируется в течение 2–3 с».

С точки зрения динамики, изменение температуры (рис. 3), полученное в результате моделирования выражения (15), близко к процессам, протекающим при резании (рис. 2). На графике виден продолжающийся рост температуры, обусловленный продолжающимся ростом сил реакции (рис. 2). Также график отражает все динамические особенности процесса, в том числе малоамплитудные скачки сил. Из этого можно сделать следующий вывод: предлагаемая модель более точно описывает изменения температуры резания, чем данные естественной термопары. Также из рис. 3 ясно, что моделируемая характеристика, описывающая изменение температуры в зоне резания, в целом качественно совпадает с экспериментальной зависимостью. Экспериментальная и моделируемая характеристики наиболее полно совпадают после стабилизации процесса резания, в пределах 15–24 секунд.
Обсуждение и заключения. Итоги исследования дают ответ на вопрос, каким образом можно добиться адекватного экспериментальным данным описания наследственного характера передачи и накопления тепла в процессе обработки металлов точением. С этой целью необходимо смоделировать температуру в зоне контакта инструмента и детали на основании предложенного модифицированного оператора Вольтерры.

С научной точки зрения, наибольший интерес представляет предлагаемая базовая математическая модель и результаты ее идентификации на основе эксперимента по реальной обработке металлов. Здесь наблюдается высокая степень совпадения моделируемых значений тепловой энергии в зоне контакта инструмента и обрабатываемой детали в период установившегося процесса обработки.

Библиографический список

1. Резников, А. Н. Тепловые процессы в технологических системах / А. Н. Резников, Л. А. Резников. — Москва : Машиностроение, 1990. — С. 187–190.

2. Лоладзе, Т. Н. Прочность и износостойкость режущего инструмента / Т. Н. Лоладзе. — Москва : Машиностроение, 1982. — 320 с.

3. Макаров, А. Д. Оптимизация процессов резания / А. Д. Макаров. — Москва : Машиностроение, 1976. — 178 с.

4. Вульф, А. М. Резание металлов / А. М. Вульф. — Ленинград : Машиностроение, 1973. — 496 с.

5. Рыжкин, А. А. Обработка материалов резанием / А. А. Рыжкин, К. Г. Шучев, М. М. Климов. — Ростов-на-Дону : Феникс, 2008. — 411 с.

6. Заковоротный, В. Л. Влияние производства тепла на динамику процесса резания / В. Л. Заковоротный, И. А. Винокурова // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2017. — Т. 17, № 3 (90). — С. 14–26.

7. Вольтерра, В. Теория функционалов, интегральных и интегро-дифференциальных уравнений / В. Вольтерра. — Москва : Наука, 1982. — 304 с.

8. Работнов, Ю. Н. Элементы наследственной механики твердых тел / Ю. Н. Работнов. — Москва : Наука, 1977. — 284 с.

9. Смирнов, В. И. Курс высшей математики. Т. 2. / В. И. Смирнов. — Москва : Наука, 1974. — 479 с.

10. Заковоротный, В. Л. Моделирование износа по работе и мощности необратимых преобразований энергии / В. Л. Заковоротный, В. П. Лапшин, Т. С. Бабенко // СТИН. — 2018. — № 3. — С. 9–10.

11. Якубов, Ф. Я. К термодинамике упрочнения и изнашивания режущего инструмента / Ф. Я. Якубов, В. А. Ким, С. М. Тимофеев // Резание и инструмент в технологических системах. — 1996. — Вып. 50. — С. 211–216.

12. Якубов, Ф. Я. Синергетика и процессы самоорганизации при трении и изнашивании / Ф. Я. Якубов // Современные технологии в машиностроении : сб. науч. тр. —2010. — № 5. — С. 122–133.

13. Zakovorotny, V. L. Assessing the Regenerative Effect Impact on the Dynamics of De-formation Movements of the Tool during Turning / V. L. Zakovorotny, V. P. Lapshin, T. S. Babenko // Procedia Engineering. — 2017. — T. 206. — P. 68–73.

14. Lapshin, V. P. Dynamic influence of the spindle servo drive on the drilling of deep narrow holes / V. P. Lapshin, I. A. Turkin // Russian Engineering Research. — 2015. — 35 (10). — P. 795–797.

15. Yildiz, A. R. A comparative study of population-based optimization algorithms for turning operations / A. R. Yildiz // Information Sciences. — 2012. — T. 210, № 1. — C. 81–88.

16. Faga, M. G. Microstructural and mechanical characteristics of recycled hard metals for cutting tools / M. G. Faga, R. Mattioda, L. Settineri // CIRP Annals-Manufacturing Technology. — 2010. — T. 59, № 1. — P. 133–136.

17. Hu, J. Characterizations of cutting tool flank wear-land contact / J. Hu, Y. K. Chou // Wear. — 2007. — T. 263, N_{2} 7. — P. 1454–1458.

18. Igolkin, A. A. Method development of the vibroacoustic characteristics calculation of the gas distribution stations elements / A. A. Igolkin, L. F. Musaakhunova, K. Y. Shabanov // Procedia Engineering. — 2015. — T. 106. — P. 309–315.

19. Лапшин, В. П. Влияние свойств сервопривода шпинделя на динамику сверления глубоких отверстий малого диаметра / В. П. Лапшин, И. А. Туркин // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2013. — № 5/6 (74). — С. 125–130.

20. Заковоротный, В. Л. Влияние параметров серводвигателей на динамические свойства системы сверления глубоких отверстий спиральными сверлами / В. Л. Заковоротный, И. А. Туркин, В. П. Лапшин // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2014. — Т. 14, № 2 (77). — С. 56–65.

Бордачев Е. В. и др. Математическое моделирование температуры в зоне контакта инструмента и изделия Bordatchev E. V. et al. Mathematical temperature simulation in tool-to-work contact zone during metal turning

21. Лапшин, В. П. Моделирование динамики формообразующих движений при сверлении глубоких отверстий малого диаметра / В. П. Лапшин, И. А. Туркин // Вестник Адыг. гос. ун-та. — 2012. — № 4 (110). — С. 226–233. — (Естественно-математические и технические науки).

22. Лапшин, В. П. Эффективность применения высокоточного измерительного оборудования для оценки качества выпускаемой продукции / В. П. Лапшин, Т. С. Бабенко, И. А. Саныгин // Инновации и инжиниринг в формировании инвестиционной привлекательности региона : сб. тр. — Ростов-на-Дону : Изд-во ДГТУ, 2017. — С. 425–431.

Сдана в редакцию 22.01.2019 Принята к публикации 12.04.2019

Об авторах:

Бордачев Евгений Валентинович,

профессор Национального исследовательского центра Канады (ON K1K 2E1, Канада, Оттава, Монреаль-роуд, 1200), доктор технических наук, профессор, ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0003-2347-6338</u> Evgueni.Bordatchev@nrc-cnrc.gc.ca

Лапшин Виктор Петрович,

доцент кафедры «Автоматизация производственных процессов» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, доцент, ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-5114-0316</u> lapshin1917@yandex.ru

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ **MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE**

УДК 621.9.648.4

https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-138-142

Влияние электроискрового легирования на механические свойства Al-Si-Cu сплавов*

Н. Е. Фомин¹, И. Х. Хасан², В. М. Кяшкин^{3**}

1, 2, 3 ФГБОУ ВО «Национальный исследовательский государственный университет им. Н. П. Огарева», Саранск, Российская Федерация

Effect of electrospark doping on mechanical properties of Al-Si-Cu alloys***

N. E. Fomin¹, I. Kh. Khasan², V. M. Kyashkin^{3**}

^{1, 2, 3}Ogarev Mordovia State University, Saransk, Russian Federation

Введение. Статья посвящена исследованию микротвердости и износостойкости алюминиевого сплава (АК5М7) после обработки его поверхности электроискровым легированием (ЭИЛ) электродами A (Cu) и P (Cu + P) с разной приложенной энергией.

Цель работы — исследование взаимосвязи физикомеханических и прочностных свойств поверхности сплава АК5М7, полученной после ЭИЛ медным и меднофосфорным электродами.

Материалы и методы. Использованы методы рентгенодифракционного и рентгенофлуоресцентного анализа для определения фазового состава, областей когерентного рассеяния (ОКР) и микродеформации поверхности.

Результаты исследования. Установлено, что при использовании обоих видов электродов с увеличением энергии возрастают микротвердость и износостойкость. Образец был модифицирован электродом Р с энергией 0,79 Дж. В этом случае максимальное значение микротвердости увеличилось в 5,3 раза, износостойкости — в 1,6 раза. Установлено, что при ЭИЛ на поверхности исследуемого сплава образуются новые интерметаллические фазы Al₂Cu и Cu₃P. Если значение используемой энергии максимально (0,79 Дж), то концентрация фазы Al₂Cu увеличивается в 5 и 9 раз с электродами А и Р соответственно, а концентрация фазы Си₃Р увеличивается более чем в 4 раза при использовании электрода Р. Полученные экспериментальные данные свидетельствуют об уменьшении размеров ОКР и увеличении значений микродеформации для всех имеющихся на поверхности фаз Al, Al₂Cu и Cu₃P.

Обсуждение и заключения. Увеличение энергии при ЭИЛ приводит к повышению дефектности и изменению фазового состава вновь полученных поверхностей. Этим можно объяснить повышение износостойкости данной поверхности.

Ключевые слова: электроискровое легирование (ЭИЛ), область когерентного рассеяния (ОКР), микродеформация, алюминиевые сплавы, интенсивность изнашивания.

Introduction. Microhardness and wear resistance of the aluminum alloy (AK5M7) after its surface treatment through electrospark doping (ESD) using A (Cu) and P (Cu+P) electrodes with different applied energy is considered. The work objective is to study the relationship of the physicomechanical and strength properties of the surface of AK5M7 alloy obtained after ESD with copper and copper-phosphorus electrodes.

Materials and Methods. X-ray diffraction and X-ray fluorescence analysis methods were used to determine the phase composition, coherent-scattering regions (CSR), and the surface microstrain.

Research Results. It is established that with increasing energy, the values of microhardness and wear resistance increase when using both electrodes. The sample was modified by P electrode with the energy of 0.79 J. In this case, the maximum value of microhardness increased 5.3 times, wear resistance -1.6 times. It is found that with ESD, new intermetallic phases of Al2Cu and Cu3P are formed on the surface of the alloy under study. If the value of the energy used is maximum (0.79)J), the concentration of the Al2Cu phase increases 5 and 9 times with A and P electrodes, respectively, and the concentration of the Cu3P phase increases more than 4 times when using P electrode. The experimental data obtained suggest size reduction of the CSR and an increase in the microstrain values for all the Al, Al2Cu, and Cu3P phases on the surface.

Discussion and Conclusions. An increase in energy with the ESD involves an increase in the defective factors and a change in the phase composition of the newly obtained surfaces. This may explain the increase in wear resistance of the surface.

Keywords: electrospark doping (ESD), coherent-scattering region (CSR), microstrain, aluminum alloys, wear rate.



http://vestnik.donstu.ru

^{**}E-mail: vice-rector@adm.mrsu.ru, srorismael@gmail.com_Kyachkin@mail.ru *** The research is done within the frame of the independent R&D.

Образец для цитирования: Фомин, Н. Е. Влияние электроискрового легирования на механические свойств Al-Si-Cu сплавов / Н. Е. Фомин, И. Х. Хасан, В. М. Кяшкин // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 19, № 2. — С. 138–142. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-138-142

For citation: N.E. Fomin, et al. Effect of electrospark doping on mechanical properties of Al-Si-Cu alloys. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 2, pp. 138–142. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-138-142

Введение. Для повышения износостойкости деталей используют различные покрытия и методы модификации поверхности. Один из них — электроискровое легирование (ЭИЛ) токопроводящих материалов (авторы: Б. Р. Лазаренко и Н. И. Лазаренко [1–4]).

Сплавы Al-Si-Cu широко используются в автомобильной промышленности. Они хорошо отливаются, обладают всеми необходимыми механическими свойствам, характеризуются низким коэффициентом теплового расширения и высоким соотношением прочности и веса. Однако твердость и износостойкость алюминиевых сплавов относительно низкие. Этим обусловлена актуальность задачи улучшения названных свойств за счет поверхностного упрочнения [5–10]. Речь идет о необходимости создания упрочненных слоев с улучшенными физико-механическими свойствами. В представленной работе показаны результаты ЭИЛ различными электродами при разных энергиях с целью упрочнения поверхности сплава AK5M7.

Материалы и методы. Для проведения исследований были изготовлены образцы размером 15×15×4 мм из алюминиевого сплава AK5M7. Их поверхности обрабатывались методом ЭИЛ медным и меднофосфорным электродами. Элементный состав сплава и электродов определялся методом рентгенофлуоресцентного анализа на приборе ARL Perform'X 4200. Результаты приведены в табл. 1.

Таблица 1

	Al, %	Cu, %	Si, %	P, %
Сплав АК5М7	88	7	5	
Р-электрод		92,9		7,1
А-электрод	0,1	99,9		

Элементный состав сплава и электродов

Электроискровое легирование проводилось на установке ALIER-31 (фирма SCINTI, Молдова), которая позволяет проводить ЭИЛ в широком диапазоне энергий.

Рентгенофазовый анализ выполнялся с целью определения фазового состава покрытий, нанесенных методом ЭИЛ на алюминиевый сплав. Для съемки использовался рентгеновский дифрактометр PANalytical EMPYREAN на CuKα-излучении, укомплектованный никелевым фильтром с автоматической щелью расходимости первичного пучка. Рентгенограмма расшифровывалась с помощью программы HighScorePlus. Изучены: — количественное содержание фаз, обнаруженных на поверхности;

средний размер областей когерентного рассеяния (ОКР);

— величины микродеформаций после ЭИЛ образцов.

Микротвердость модифицированного слоя измерялась на поверхности, полученной после ЭИЛ. В работе использовали исследовательский комплекс на базе микротвердомера HVS-1000 и цифровую видеокамеру. Измерения выполнялись по ГОСТ 9450–76 с индентором в виде пирамиды Виккерса (нагрузка P = 25 г). По каждому образцу проводили не менее десяти измерений. Основной сплав и поверхности его образцов после обработки ЭИЛ подвергались трибологическим испытаниям (предварительно на поверхности образцов наносился смазочный материал).

Результаты исследования. Полученные результаты представлены в табл. 2 и на рис. 1-4.

Таблица 2

Концентрация фаз основного сплава и поверхностей, полученных после ЭИЛ в зависимости от энергии

	Концентрации фаз									
Энергия, Дж	к Сплав АК5М7			А-электрод		Р-электрод				
	Al	Al ₂ Cu	Si	Al	Al ₂ Cu	Si	Al	Al ₂ Cu	Si	Cu ₃ P
0	92	2	4							
0,07				97	2	1	94	3	2	1
0,2				96	3	1	70	22	5	3
0,39				94	5	1	65	25	5	5
0,79				89	10	1	59	28	5	8

В табл. 2 приведены концентрации фаз, обнаруженных на поверхности основного сплава и образцов после ЭИЛ при различных энергиях.

В основном сплаве имеются три фазы: Al, Al₂Cu и Si. C повышением энергии ЭИЛ наблюдается увеличение концентрации Al₂Cu при использовании обоих электродов и уменьшение фазы Al, а фаза Si остается постоянной для А-электрода при всех энергиях. При этом концентрация Si возрастает в 2,5 раза с ростом энергии для Р-электрода. В образцах, обработанных Р-электродом, появляется фаза Cu₃P. Ее концентрация с повышением энергии импульса до 0,79 Дж возрастает в 8 раз.



Рис. 1. Зависимость размеров ОКР фазы на основе Al от энергии для электродов A и P



Рис. 2. Зависимость величины микродеформации фазы на основе Al от энергии для электродов A и P

Из рис. 1, 2 видно, что при использовании обоих электродов с повышением энергии ЭИЛ уменьшается ОКР и увеличиваются микродеформации. Области когерентного рассеяния представляют собой практически бездефектные участки поверхности. Следовательно, увеличение ОКР свидетельствует об улучшении микроструктуры модифицированного слоя, уменьшении его дефектности. Вместе с тем известно, что изменение дефектности структуры металлических материалов приводит к изменению их физико-механических свойств [11, 12]. Величина микродеформации указывает на степень искаженности кристаллической решетки, и таким образом по ее величине можно судить о степени дефектности структуры [13, 14]. Аналогичные зависимости ОКР и микродеформации получены для фаз Al₂Cu и Cu₃P после ЭИЛ поверхности сплава AK5M7 электродами A и P. При этом обнаружено, что закономерности изменения ОКР и микродеформации такие же, как для фазы на основе Al. Следовательно, данные рис. 1, 2 позволяют предположить, что с увеличением энергии сильнее искажается структура полученной поверхности.

На рис. 3 представлены результаты измерения микротвердости поверхностей после ЭИЛ медным и медно-фосфорным электродами.





Видно, что микротвердость возрастает с увеличением энергии, причем для электрода A при максимальном значении энергии отмечается почти 3-кратный рост, для электрода Р — 5-кратный.

Известно, что при ЭИЛ происходит плавление материалов анода и поверхности образца, а затем быстрое охлаждение (закалка). В результате на поверхности могут образоваться новые фазы (в нашем случае Cu₃P), дислокации, точечные дефекты, высокая степень напряженного состояния поверхности, мелкозернистая структура и пр. В связи с этим можно предположить, что с ростом энергии микротвердость увеличивается из-за вышеперечисленных искажений, возникших в процессе ЭИЛ (см. рис. 3).

На рис. 4 представлены результаты измерения интенсивности изнашивания сплава AK5M7 и поверхностей образцов после ЭИЛ медным и медно-фосфорным электродами при энергии 0,79 Дж.



Рис. 4. Значения интенсивности изнашивания основного сплава АК5М7 и его поверхности после покрытия при энергии 0,79 Дж

Из рис. 4 видно, что поверхности образцов, обработанных медно-фосфорным и медным электродами, изношены значительно меньше, чем поверхность сплава АК5М7.

Обсуждение и заключения. Полученные результаты свидетельствуют об эффективности ЭИЛ поверхности сплава AK5M7 различными электродами и с разной энергией. Поверхности, полученные таким методом, изнашиваются меньше. При использовании медного электрода изнашивание сокращается в 1,37 раза, при использовании медно-фосфорного — в 1,57 раз.

При достижении минимального значения износа после ЭИЛ поверхности имеют максимальные значения микротвердости и микродеформации, а также наименьшие значения ОКР. При этом наблюдается значительный рост концентрации образующихся после ЭИЛ интерметаллических фаз: Al₂Cu — от 5 до 9 раз с медным и медно-фосфорным электродами соответственно; Cu₃P — в 8 раз с медно-фосфорным электродом. Причиной повышения износостойкости поверхностей после ЭИЛ могут быт различные искажения и дефекты, образующиеся после плавления, а также формирование новых интерметаллических фаз.

Библиографический список

1. Влияние природы электродных материалов на эрозию легированного слоя. Критерии оценки эффективности электроискрового легирования / А. Д. Верхотуров [и др.] // Вестник Мордовского университета. — 2018. — Т. 28, № 3. — С. 302–320. DOI: https://doi.org/10.15507/0236-2910.028.201803.302-320.

2. Изменение состава и свойств электрода-инструмента в условиях электроискрового легирования сплавом Al-Sn / E. B. Юрченко [и др.] // Электронная обработка материалов. — 2016. — № 52 (2). — С. 32–36.

3. Исследование жаростойких свойств покрытий после электроискрового легирования стали 45 хромоникелевыми сплавами / А. В. Козырь [и др.] // Письма о материалах. — 2018. — № 8 (2). — Р. 140–145. DOI: 10.22226/2410-3535-2018-2-140-145.

4. Effect of Mg and Zn Contents on the Microstructures and Mechanical Properties of Al–Si–Cu–Mg Alloys / Y. Nemri [et al.] // International Journal of Metalcasting. — 2017. — № 12 (1). — C. 20–27.

5. Surface Modification of Aluminum Alloys Prepared by Plasma-Based-Ion-Implantation Technique / L. Liu [et al.] // Solid State Phenomena. — 2006. — № 118. — P. 269–274.

6. Effect of Nickel addition and solution treatment time on microstructure and hardness of Al-Si-Cu aged alloys / H. M. Medrano-Prieto [et al.] // Materials Characterization. — 2016. — Vol. 120, October. — P. 168–174.

7. Effect of copper additions and heat treatment optimization of Al-7% Si Aluminum Alloy / M. T. Giovanni [et al.] // La Metallurgia Italiana. — 2016. — N_{2} 11. — P. 43–47.

8. Bogdanoff, T. Effect of Co and Ni addition on the microstructure and mechanical properties at room and elevated temperature of an Al-7% Si alloy / T. Bogdanoff, A. K. Dahle, S. Seifeddine // International Journal of Metal-casting. — 2018. — Vol. 12, is. 3. — P. 434–440. DOI 10.1007/s40962-017-0178-z.

9. Microstructure evolution and mechanical properties of laser additive manufacturing of high strength Al-Cu-Mg alloy / GuTao [et al.] // Optics and laser technology. — 2019. — $N_{\rm P}$ 112. — P. 140–150.

10. Олейник, А. К. Влияние кристаллизации под давлением и термообработки на триботехнические показатели и микротвердость сплава АЛ-25 / А. К. Олейник, Е. В. Чуйкова, А. В. Нестеренко // Вестник Харьков. нац. автомоб.-дорож. ун-та. — 2010. — Вып. 51. — С. 73–77.

11. Шаренкова, Н. В. Размеры областей когерентного рассеяния рентгеновского излучения в тонких пленках SmS и их визуализация / Н. В. Шаренкова, В. В. Каминский, С. Н. Петров // Журнал технической физики. — 2011. — Т. 81, вып. 9. — С. 144–146.

Солнцев, Ю. П. Материаловедение / Ю. П. Солнцев, Е. И. Пряхин. — Санкт-Петербург : Химздат, 2007. — 781 с.
 Мельников, Е. В. Влияние температуры деформации на параметры структуры, фазовый состав и микротвердость монокристаллов стали Fe-28Mn-2.7Al-1.3C, подвергнутых кручению под высоким давлением / Е. В. Мельников, Е. Г. Астафурова, Г. Г. Майер // Letterson Materials. — 2018. — № 8 (2). — С. 178–183. DOI: 10.22226/2410-3535-2018-2-178-183.

14. Хасан, И. Х. Исследование физико-механических свойств алюминиевого сплава после электроискровой обработки / И. Х. Хасан, Н. Е. Фомин // Упрочняющие технологии и покрытия. — 2019. — Т. 15, № 3. — С. 139–142.

Сдана в редакцию 16.04.2019 Принята к публикации 07.05.2019

Об авторах:

Фомин Николай Егорович,

заведующий кафедрой «Физика твердого тела» Мордовского государственного университета (РФ, 430005, г. Саранск, ул. Большевистская, 68а), кандидат физико-математических наук, профессор, ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-7738-1839</u>

vice-rector@adm.mrsu.ru

Хасан Исмаил Халил,

аспирант кафедры «Физика твердого тела» Мордовского государственного университета (РФ, 430005, г. Саранск, ул. Большевистская, 68а), ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-4560-1016</u> srorismael@gmail.com

Кяшкин Владимир Михайлович,

доцент кафедры «Физика твердого тела» Мордовского государственного университета (РФ, 430005, г. Саранск, ул. Большевистская, 68а), ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0003-0966-1190</u> Kyachkin@mail.ru

MAШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE

УДК 621.3 (0.75.8)

https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-143-150

Исследование зависимости от частоты констант поляризованной пьезокерамики в схемах замещения при слабых электрических полях (часть III)^{*}

В. В. Мадорский¹, И. Е. Рогов², А. К. Круглов^{3**}

^{1,2}Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация ³Южный федеральный университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Study on frequency dependence of polarized piezoceramics constants in equivalent circuits at weak electric fields (part III)^{***}

V. V. Madorsky¹, I. E. Rogov², A. K. Kruglov^{3**}

^{1,2}Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation ³Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Принято считать, что электроупругие модули не зависят от амплитуды и частоты колебаний. Это подход отражен в российских и зарубежных стандартах для определения полного набора электроупругих модулей пьезокерамики. Например, для определения пьезомодуля d_{31} образца в форме диска необходимо провести измерения в трех частотных областях: в области первого и второго резонансов, в области антирезонанса и на частотах много ниже 1 кГц. В связи с этим предполагается, что при определении d_{31} модули исследуемой керамики в диапазоне частот от 1 КГц до второго резонанса не зависят от частоты.

Целью данной работы является исследование зависимости от частоты электроупругих модулей керамики. При этом используется образец в форме диска из ЦТС (цирконата-титаната свинца).

Материалы и методы. Использованы методы постановки и решения задач стационарной электроупругости и разделы теоретических основ электротехники. Для реализации метода конечных элементов применены метод возмущений и пакет прикладных программ ANSYS. Результаты экспериментов обработаны в среде MATLAB.

Результаты исследования. Для пьезокерамики ЦТС исследованы зависимости от частоты различных модулей (пьезоэлектрических d_{31} , диэлектрических ε_{33}^T и упругих модулей гибкости s_{11}, s_{12}, s_{13}). Рассмотрены радиальные колебания образца в форме диска с электродами на торцах. Толщина образца — 1 мм, диаметр — 40 мм, диапазон колебаний — до 700 КГц. Сначала исследовалась частотная зависимость для упругих модулей керамики из определения десяти резонансных частот. Затем по измеренным значениям проводимости образца была определена зависимость от частоты модулей d_{31} и ε_{33}^T . С этой целью использовалось полученное в работе выражение для электрической проводимости из

Materials and Methods. Techniques of setting and solving problems of the stationary electroelasticity and sections of the electrical engineering basics are applied. To implement the finite element method, the perturbation technique and the ANSYS application package are used. The experimental results are processed in the MATLAB environment.

Research Results. For the LZT piezoelectric ceramics, the frequency dependences of various modules (piezoelectric d_{31} , dielectric ε_{33}^T and elastic modules of compliance - s_{11} , s_{12} , s_{13}) were investigated. Radial oscillations of a disc-shaped sample with electrodes on the ends were considered. The sample thickness was 1 mm, the diameter was 40 mm, and the oscillation range was up to 700 KHz. First, the frequency dependence was studied for the elastic ceramic modules from the determination of ten resonance frequencies. Then, the frequency dependence of d_{31} and ε_{33}^T modules was determined from the measured values of the sample conductivity. For this purpose, we used the expression for the electrical conductivity obtained from the solution of the radial



Introduction. It is acknowledged that electroelastic modules do not depend on the amplitude and frequency of oscillations. This approach is reflected in the Russian and foreign standards for determining the complete set of electro-elastic piezoceramics modules. For example, to determine d_{31} piezomodule of a disc-shaped sample, it is required to take measurements in three frequency domains: in the first and second resonances, in the antiresonance region, and at frequencies much below 1 kHz. Accordingly, it is assumed that when determining d_{31} , the modules of the ceramic under study in the frequency range from 1 KHz to the second resonance are independent of frequency. The work objective is to study the frequency dependence of electro-elastic ceramic modules. In this case, a disc-shaped sample from LZT (lead zirconate titanate) is used.

^{**}E-mail: epohrbats@gmail.com, igorro@rambler.ru, kruglov@sfedu.ru

^{***} The research is done within the frame of the independent R&D.

решения радиальных колебаний диска с учетом его толщины.

Обсуждение и заключения. Разработана методика для определения зависимости от частоты модулей пьезоэлектрической керамики ЦТС. Образец в форме диска исследовался при диапазоне частот 15–650 КГц. Показано, что в диапазоне до 650 КГц упругие модули s_{11}, s_{12}, s_{13} с верхним индексом E (он опущен) или измеренные при постоянном электрическом поле практически не зависят от частоты. В указанном диапазоне константы $\varepsilon_{33}^T, d_{31}, k_p$ для рассматриваемых радиальных колебаний имеют незначительную частотную зависимость.

Ключевые слова: пьезоэлектрическая керамика, электроупругие модули, схема замещения, зависимость от частоты, диск, метод конечных элементов, ANSYS, метод возмущений.

Образец для цитирования: Мадорский, В. В. Исслед ование зависимости от частоты констант поляризованной пьезокерамики в схемах замещения при слабых электрических полях (часть III) / В. В. Мадорский, И. Е. Рогов, А. К. Круглов // Вестник Дон. гос. техн. унта. — 2019. — Т. 19, № 2. — С.143–150. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-143-150

oscillations of the disc considering its thickness.

Discussion and Conclusions. A technique is developed for determining the frequency dependence of LZT piezoelectric ceramic modules. The disc-shaped sample was studied in 15-650 KHz frequency range. It is shown that in the range up to 650 KHz, s_{11} , s_{12} , s_{13} elastic modules with E superscript (it is omitted) or measured at dc field are practically independent of frequency. In the specified range, ε_{33}^T , d31, kp constants have an insignificant frequency dependence for the considered radial oscillations.

Keywords: piezoelectric ceramics, electroelastic modules, equivalent circuit, frequency dependence, disc, finite-element technique, perturbation method.

For citation: V.V. Madorsky, et al. Study on frequency dependence of polarized piezoceramics constants in equivalent circuit at weak electric fields s (part III). Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 2, pp. 143–150. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-143-150

Введение. Значительное число работ посвящено исследованию и развитию математических методов решения задач о колебаниях пьезоэлектрических тел. В составе пьезоэлектрических устройств пьезоэлементы служат для возбуждения и регистрации колебаний, вызванных внешними воздействиями. Выбор пьезоэлектрического материала для измерительных преобразователей и анализ их характеристик требует большого объема сведений о параметрах материалов. К таким сведениям относятся:

полный набор электроупругих модулей [1],

— потери,

— эквивалентные электрические схемы, или схемы замещения пьезоэлементов [2].

Реактивные динамические параметры L, C схем замещения определяются упругими диэлектрическими и пьезоэлектрическими модулями, а также плотностью пьезокерамики [3]. Принято считать, что электроупругие модули — параметры схем замещения постоянны, они не зависят от амплитуды (слабые электрические поля) и от частоты колебаний. Все это нашло отражение в российских [4] и зарубежных [5, 6] стандартах для определения полного набора электроупругих модулей пьезокерамики. Например, для определения пьезомодуля d_{31} образца в форме диска необходимо провести измерения в трех частотных областях: в области первого и второго резонансов, в области антирезонанса и на частотах много ниже резонансов 1 кГц. В связи с этим предполагается, что при определении d_{31} модули исследуемой керамики не зависят от частоты в достаточно широком диапазоне от 1 КГц до второго резонанса.

Целью данной работы является исследование зависимости от частоты электроупругих модулей керамики. Рассматривается образец в форме диска из ЦТС (цирконата-титаната свинца), т. к. именно такой тип керамики наиболее хорошо известен. Для проверки корректности представленной методики используется программа ANSYS [7].

Материалы и методы. Рассмотрим пьезоэлектрический диск толщиной 2h и радиусом a. Введем цилиндрическую систему координат (r, Θ , z), причем ось z совпадает с направлением оси поляризации. Координатная плоскость z = 0 совпадает со срединной плоскостью диска.

Основываясь на известных линейных пьезоэлектрических соотношениях, уравнениях динамики сплошной среды [1] и Максвелла [8], систему уравнений осесимметричных колебаний пьезоэлектрического диска можно записать в следующем виде:

$$\partial_1 T_{rr} + \partial_3 T_{rz} + \frac{T_{rr} - T_{\theta\theta}}{r} + \rho \omega^2 U = 0,$$

$$\partial_1 T_{rz} + \partial_3 T_{zz} + \frac{T_{rz}}{r} + \rho \omega^2 W = 0; \quad \partial_1 D_r + \partial_3 D_z + \frac{D_r}{r} = 0.$$
 (1)

Здесь и далее введены следующие обозначения и определения: U, W — механические смещения по координатным осям r, z соответственно; ω — круговая частота; ρ — плотность; T_{mn} — механические напряжения; D_r , D_z — компоненты вектора электрической индукции; ∂_1 и ∂_3 — операторы производных по r и z.

В случае осевой поляризации линейные уравнения пьзоэффекта для слабых электрических полей в цилиндрических координатах можно записать [1]:

$$T_{rr} = c_{11}\partial_{1}U + c_{12}\frac{U}{r} + c_{13}\partial_{3}W + e_{31}\partial_{3}\varphi,$$

$$T_{\theta\theta} = c_{12}\partial_{1}U + c_{11}\frac{U}{r} + c_{13}\partial_{3}W + e_{31}\partial_{3}\varphi,$$

$$T_{zz} = c_{13}\partial_{1}U + c_{13}\frac{U}{r} + c_{33}\partial_{3}W + e_{33}\partial_{3}\varphi,$$

$$D_{z} = e_{31}(\partial_{1}U + \frac{U}{r}) + e_{33}\partial_{3}W - \varepsilon_{33}\partial_{3}\varphi; D_{r} = e_{15}(\partial_{3}U + \partial_{1}W) - \varepsilon_{11}\partial_{1}\varphi.$$
(2)

В соотношениях (2) и далее введены следующие обозначения: c_{mn} — упругие постоянные в матричном обозначении, измеренные на образцах с закороченными электродами или при постоянном электрическом поле *E* (верхний индекс *E* у констант керамики здесь и далее опущен); e_{mn} — пьезоконстанты; ε_{mn} — диэлектрические проницаемости для зажатого образца; φ — электрический потенциал, причем *E* = –grad φ [2, 8].

Будем считать, что на электродированных торцах и на боковых поверхностях диска заданы граничные условия [1, 2]:

при
$$z = \pm h T_{zz} = 0; T_{rz} = 0; \varphi = 2V,$$
 (3)

при
$$r = a T_{rz} = 0; T_{rr} = 0; D_r = 0.$$
 (4)

В (3) величина 2*V* — подведенная к торцам электрическая разность потенциалов [2, 8]. Введем безразмерные координаты и величины по формулам:

$$\xi = \frac{r}{a}; \ \zeta = \frac{z}{h}; \ \varepsilon = \frac{h}{a}; \ \Omega = \omega h \sqrt{\frac{\rho}{c_{44}}}; \ \Omega_a = \omega a \sqrt{\frac{\rho}{c_{11}^p}}; \ c_{11}^p = c_{11} - \frac{c_{13}^2}{c_{33}^2}$$

Решение краевой задачи (1-3) состоит из суммы двух решений:

— однородного решения при нулевых граничных условиях при $z = \pm h$;

частного решения, удовлетворяющего только ненулевым условиям на торцах (3).

Построенная система однородных решений позволит в дальнейшем удовлетворить и граничным условиям (4) на боковой поверхности (как правило, с помощью вариационных методов).

Не составляет труда построить частное решение $D_z^0 = const$ и $D_r^0 \equiv 0$, которое автоматически удовлетворяет третьему уравнению из системы (1) и граничным условиям на торцах (3). Механические и электрические составляющие частного решения согласно первым двум уравнениям системы (1) равны:

$$T_{rr}^{0} = T_{\theta\theta}^{0} = A(e_{31} + \frac{\varepsilon_{33}c_{13}}{e_{33}})\chi \sin(\chi\zeta) + e_{31}K; \ U^{0} = 0; \ T_{rz}^{0} = 0; \varphi^{0} = Kh\zeta + Ah\sin(\chi\zeta); \ D_{z}^{0} = -\varepsilon_{33}K; \ T_{zz}^{0} = e_{33}K + e_{33}^{p}A\chi\cos(\chi\zeta); A = -\frac{V}{h} \frac{e_{33}}{e_{33}^{p}(\chi\cos(\chi) - k_{t}^{2}\sin(\chi))}; \ K = \frac{V}{h} \frac{1}{1 - k_{t}^{2}\frac{\tan(\chi)}{\chi}}.$$
(5)

В (5) и далее введены следующие обозначения:

$$\chi = \Omega \sqrt{\frac{c_{44}}{c_{33}^{D}}}; \ e_{33}^{p} = e_{33} + \frac{c_{33}\varepsilon_{33}}{c_{33}^{2}}; \ k_{t}^{2} = 1 - \frac{c_{33}}{c_{33}^{D}}.$$

Если вектор внешних усилий и электрический потенциал равны нулю на торцевых поверхностях, то построение однородных решений связано с определением корней дисперсионного уравнения [9]. Для симметричных колебаний дисперсионное уравнение имеет вид:

$$a_n M_n \tan^{-1}(\beta_n) = 0, (n = 1, 2, 3).$$
 (6)

В (6) введены следующие обозначения:

$$a_n = \alpha^2 c_{13} k_{1n} + c_{33} k_{2n} + e_{33} k_{3n}; \ b_n = k_{1n} \beta_n + k_{2n};$$

$$M_1 = b_2 k_{33} - b_3 k_{32}; \ M_2 = b_3 k_{31} - b_1 k_{33}; \ M_3 = b_1 k_{32} - b_2 k_{31}.$$

Здесь k_{mn} — алгебраические дополнения элементов третьей строки определителя системы для симметричных колебаний (1); β_n — корень бикубического уравнения из [9], α — безразмерное волновое число колебаний по оси r.

Для нахождения корней α при заданных значениях Ω необходимо совместно решить дисперсионное (6) и бикубическое уравнения. Подробный анализ корней дисперсионного уравнения симметричных колебаний без потерь для пьезоэлектрического слоя приведен в [9], с учетом потерь — в [10]. Именно сумма частного и однородного решений позволит удовлетворить граничным условиям как на торцах, так и на боковых поверхностях диска.

При произвольном соотношении размеров диска обратная задача о его вынужденных колебаниях (1-4) является очень сложной для анализа и имеет конечное аналитическое решение лишь в некоторых частных случаях (например, колебания тонкого диска или без учета его толщины, когда $\varepsilon \ll 1$). Поэтому при определении модулей керамики обратную краевую задачу удобнее решать приближенными методами с учетом толщинных поправок для низкочастотных радиальных колебаний диска. В этом случае можно получить аналитическое решение в виде конечных формул. В данной работе ищем решение в виде разложения по малому параметру є:

> $\alpha^2 = \varepsilon^2 \Omega_a^2 + \gamma \varepsilon^4 \Omega_a^4 + \eta \varepsilon^6 \Omega_a^6 \dots \quad U = U_0 + \varepsilon^2 \Omega_a^2 U_2 + \varepsilon^4 \Omega_a^4 U_4 + \dots$ (7)

Здесь U_n — вектор-функция с составляющими $U(U, W, \phi)$; n — порядок построенной приближенной теории рассматриваемых в работе симметричных колебаний диска; у, п — неизвестные постоянные, которые зависят от модулей пьезокерамики, определяются из (1, 2) и удовлетворяют однородным (нулевым) граничным условиям (3).

Опускаем громоздкие выкладки. Ограничимся членами с ϵ^6 для определения волнового числа α^2 , членами с ϵ^2 для вектор-функции U в (7) и приведем конечный результат рассматриваемой краевой задачи с выполненными граничными условиями (3) на торцах [11]:

$$\begin{split} \gamma &= \frac{c_{13}^2}{3c_{33}^2} ; \quad \nu = -\frac{s_{12}}{s_{11}} ; \quad k_p^2 = \frac{2d_{31}^2}{\varepsilon_{33}^T(s_{11} + s_{12})} ; \; t = \frac{c_{13}}{c_{33}} = \frac{-s_{13}}{s_{11} + s_{12}} ; \\ \eta &= \gamma \left(\frac{2}{15}t + \frac{2c_{11}^p}{5c_{33}} + \gamma \right) + piezo; \\ piezo &= \frac{t^2}{45c_{11}^p} \varepsilon_{33}^T(1 - k_p^2)} [\frac{d_{31}}{s_{11} + s_{12}} - c_{11}^p (2td_{31} + d_{33})]^2. \end{split}$$

Здесь S_{mn} — модули гибкости при постоянном $E; d_{31}$ — пьезомодуль; k_p — планарный коэффициент связи; v планарный коэффициент Пуассона; ε_{33}^T — свободная диэлектрическая проницаемость диска.

Далее введем следующие определения и обозначения: $\alpha_0^2 = \epsilon^2 \Omega_a^2$ — приближенное волновое число ну- $\alpha_2^2 = \epsilon^2 \Omega_a^2 + \gamma \epsilon^4 \Omega_a^4$ ____ левого порядка; $\alpha_2^2 = \epsilon^2 \Omega_a^2 + \gamma \epsilon^4 \Omega_a^4$ — приближенное волновое число второго порядка; C — емкость диска. приближенное волновое порядка;

В табл. 1 представлены результаты точного решения волнового числа а керамики PZT4 в зависимости от частоты из дисперсионного уравнения (6) и приближенный расчет из (7) при $\varepsilon = 0,033$ для различных приближений α_m.

Таблица 1

<i>f</i> , КГц	Ω	а из (6)	α_0	α_2	$\alpha_4 c piezo = 0$	α_4
50	0,085	0,045055	0,045049	0,045055	0,045055	0,045055
250	0,425	0,2262	0,2252	0,22603	0,22605	0,2261
500	0,85	0,4578	0,4505	0,4568	0,4574	0,4575
700	1,1903	0,6522	0,6307	0,64777	0,6514	0,6518

Пример расчета волнового числа α при различных частотах для рассматриваемого пьезокерамического диска

Приведенные в табл. 1 результаты показывают, что для диска толщиной 1 мм и частот до 700 КГц расчет волновых чисел из дисперсионного уравнения (6) и приближенный расчет для α₄ практически совпадают, а поправкой piezo можно пренебречь. В этом случае разложение (7) для α^2 практически зависит только от геометрических размеров диска, плотности и модулей гибкости s₁₁, s₁₂, s₁₃,

Опуская относительно громоздкие выкладки, приведем выражение проводимости У для пьезоэлектрического диска. Оно получено из приближенного решения (7) для различных ε^2 .

Y000 — нулевое приближение $\varepsilon = 0$, или известное уравнение радиальных колебаний диска нулевой толщины:

$$x = \frac{\alpha_0}{\varepsilon}; \quad Y000 = \omega C \left(1 - k_p^2 + k_p^2 (1 + \nu) \frac{J_1(x)}{x J_0(x) - (1 - \nu) J_1(x)} \right).$$

*Y*040 — приближенное волновое число 4-го порядка:

$$\kappa = \frac{\alpha_4}{\varepsilon}; \quad Y040 = \omega C \left(1 - k_p^2 + k_p^2 (1 + \nu) \frac{J_1(x)}{x J_0(x) - (1 - \nu) J_1(x)} \right). \tag{8}$$

http://vestnik.donstu.ru

$$Y042 = \omega \mathcal{C} \left(1 - k_p^2 + c_{44} \frac{\Omega^2 e_{33}^2}{3\varepsilon_{13}^{\mathrm{T}} c_{33}^2} + k_p^2 (1 + \nu) \frac{J_1(x)}{x J_0(x) - (1 - \nu) J_1(x)} \right)$$

Y242 — приближенное волновое число четвертого порядка, однородное и частное решение второго порядка:

$$Y242 = \omega C \left(1 - k_p^2 + c_{44} \frac{\Omega^2 e_{33}^2}{3\varepsilon_{33}^T c_{33}^2} + k_p^2 (1 + \nu) \frac{J_1(x)}{zn} (1 - c_{44} \frac{\Omega^2 e_{33} c_{13}}{3e_{31}^p c_{33}^2}) \right);$$

$$zn = [xJ_0(x) - (1 - \nu)J_1(x)] \left[1 + \varepsilon^2 \alpha_0^2 t \left(\frac{1}{3} + \frac{t}{6} \right) \right] - \varepsilon^2 \alpha_0^2 \gamma \, xJ_0(x); \quad (9)$$

$$e_{31}^p = e_{31} + \frac{\varepsilon_{33} c_{13}}{e_{33}} = \frac{d_{31}}{s_{11} + s_{12}}.$$

В табл. 2 представлены результаты численно-аналитических расчетов. Проводимости точного решения (5, 6) и приближенных решений (8, 9) по ε² найдены с помощью программы MATLAB [12]. Для диска из PZT4 [13] толщиной 1 мм и диаметром 30 мм численные расчеты проводились в системах ANSYS и ACELAN [14]. Последний пакет программ разработан сотрудниками Южного федерального университета (ЮФУ) и ориентирован на расчеты пьезоэлектрических устройств.

Таблица 2

r de ler hpobodhikoeren din pusin hibix hueror							
Частота, КГц	ANSYS, Cm/m	Решение (5,6), См/м	<i>Y</i> 000, См/м	<i>Y</i> 040, См/м	<i>Y</i> 042, См/м	<i>Y</i> 242, См/м	
350	5,03	5,032	4,9688	5,014	5,0457	5,028	
554,4	8,74169	8,741029	8,478	8,5864	8,73237	8,735	
700	10,98	10,97	10,376	10,682	10,957	10,96	

Расчет проводимостей для различных частот

Из табл. 2 видно, что при построении приближенных теорий типа (8, 9) желательно использовать разложение (7) для расчета волнового числа как минимум второго порядка.

Результаты исследования

1. Исследование зависимости упругих модулей керамики от частоты. Для достаточно хорошо изученной пьезокерамики ЦТС проведем исследование зависимости от частоты следующих модулей: пьезоэлектрических d_{31} , диэлектрических ε_{33}^T и модулей гибкости s_{11}, s_{12}, s_{13} . Рассмотрим низкочастотные радиальные колебания образца в форме диска с электродами на торцах. Толщина образца — 1 мм, диаметр — 40 мм, диапазон колебаний — до 700 КГц. Сначала исследуем частотную зависимость для упругих модулей. Для этого, согласно [15], предварительно измеряем три первые резонансные низкие частоты f_r (основной резонанс и два его обертона). Упругие константы определяют из решения частотного уравнения (9) радиальных колебаний диска с отличает приведенное выше частотное уравнение (9) для радиальных колебаний диска конечной толщины от известного частотного уравнения для радиальных колебаний диска с «нулевой толщиной» [15]:

$$R J_0(R) = (1 - v) J_1(R)$$

Введение толщинной поправки є в решение известного уравнения радиальных колебаний образца в виде диска повышает точность и информативность измерения упругих модулей.

Определенные по [11, 15] методом трех резонансов упругие податливости для рассматриваемой керамики оказались равны:

$$s_{11} = 12,29e - 12, s_{12} = -4,05e - 12, s_{13} = -5,28e - 12.$$

В табл. 3 приведены первые десять резонансных частот для керамики ЦТС19. В стоке «Эксперимент» указаны частоты, измеренные на установке для измерения проводимости *WK* 6500В в Институте высоких технологий и пьезотехники при ЮФУ. В строке «Расчет» — рассчитанные по формуле (9) для независимых от частоты упругих модулей s_{11} , s_{12} , s_{13} , определенных по [11, 15]. Погрешности измерений не превышали значений, рекомендуемых стандартом [4].

Таблица 3

Первые десять резонансных частот для керамики ЦТС19 Резонансные частоты f_r , КГц Эксперимент 50,8 132,8 211 2884 364,6 439,4 513,2 585,4 654,4 722,8 210,95 590.4 Расчет 50.8 132.8 288,1 364,8 440.7 516 663 735,4

Из табл. 3 видно, что в диапазоне частот до 600 КГц различие между расчетными и экспериментальными данными при постоянных упругих модулях не превышает 1 %, поэтому можно сделать следующий вывод: «Для рассматриваемой керамики упругие модули s_{11} , s_{12} , s_{13} с верхним индексом E (он опущен) или измеренные при постоянном электрическом поле практически не зависят от частоты в диапазоне до 650 КГц». **2. Исследование зависимости от частоты модулей** d_{31} и ε_{33}^T . Используем выражение (8) для проводимости Y040 из решения радиальных колебаний диска с учетом его толщины, а также измеренные при комнатной температуре значения мнимых частей комплексной проводимости исследуемой пьезокерамики. В этом случае можно исследовать зависимость модулей d_{31} и ε_{33}^T от частоты в диапазоне от 10 КГц до 600 КГц. Для определения двух неизвестных d_{31} и ε_{33}^T измерим Y при двух значениях частот f_1, f_2 . Разница между f_2 и f_1 выбрана так, что можно пренебречь зависимостью модулей d_{31} и ε_{33}^T от частоты в диапазоне f_1-f_2 .

В настоящей работе введены два условия:

1) $f_2 - f_1 = 200$ Гц;

2) проводимости рассчитаны для идеального пьезоэлектрического тела или без учета потерь, поэтому не учитываются частоты резонансов или в окрестности резонансов.

В итоге получим легко решаемую систему двух линейных уравнений относительно двух неизвестных k_p^2 и ε_{33}^T .



На рис. 1 представлены зависимости k_p^2 , d_{31} и $\varepsilon_{33}^T/\varepsilon_0$ от частоты 10–650 КГц.

Рис. 1. Зависимости пьезоэлектрических параметров от частоты

Здесь ε_0 — диэлектрическая проницаемость вакуума. В диапазоне от 15 до 650 КГц коэффициент связи k_p^2 сначала увеличивается с ростом частоты от 0,28 до 0,34, а затем убывает до 0,26. Пьезомодуль d_{31} имеет аналогичную частотную зависимость: при 15 КГц с –1,50е⁻¹⁰ до максимума 1,661е⁻¹⁰, а затем убывает до 1,31е⁻¹⁰. Относительная диэлектрическая проницаемость с ростом частоты монотонно уменьшается с 1766 до 1455.

На рис. 2 представлены зависимости от частоты в диапазоне 1–10 КГц измеренной и рассчитанной по формуле (9) емкости керамики при постоянных модулях, определенных согласно ОСТ [4, 15].



Рис. 2. Зависимость емкости пьезокерамики от частоты

Видно резкое отличие двух емкостей керамики ЦТС для низких частот. Вероятно, этим и объясняется зависимость параметров керамики от частоты ниже 15 КГц (см. рис. 1). Это предполагает наличие более высокой степени дисперсности — в первую очередь, у пьезомодуля d_{31} . Подробнее этот вопрос будет рассмотрен в следующей статье (константы ε_{33} [^]T, d_{31} , k_p исследуются в низкочастотном диапазоне).

Обсуждение и заключения. Разработана методика для определения зависимости от частоты модулей пьезоэлектрической керамики ЦТС. Образец в форме диска исследовался при диапазоне частот 15–700 КГц. Показано, что в диапазоне до 650 КГц упругие модули s_{11} , s_{12} , s_{13} с верхним индексом *E* (он опущен) или измеренные при постоянном электрическом поле практически не зависят от частоты. В указанном диапазоне константы ε_{33}^T , d_{31} , k_p для рассматриваемых радиальных колебаний имеют незначительную частотную зависимость.

Изучена зависимость только реальной части модулей керамики от частоты, потери не учитывались. Поэтому экспериментально полученные зависимости мнимой части проводимостей керамики от частоты были измерены вдали от резонансов, где влияние потерь ничтожно. Тем не менее в дальнейшем необходимо учитывать как реальные, так и мнимые части модулей. Это значит, что потери являются включенными. Данную проблему предполагается изучить с учетом зависимости комплексных модулей исследуемой керамики от частоты.

В представленной работе рассмотрены радиальные колебания образца для получения более полной информации при измерении большего набора констант (кроме пьезоэлектрических и диэлектрических модулей измерены упругие модули s_{11} , s_{12} , s_{13}). Данный метод может быть распространен и на другие формы образцов (стержни, пластины и т. п.), поскольку в этих одномерных задачах происходит простая замена функций Бесселя на тригонометрические функции.

Библиографический список

1. Selvamani, R. Free vibration analysis of rotating piezoelectric bar of circular cross section immersed in fluid / R. Selvamani // Materials Physics and Mechanics. — 2015. — № 24. — P. 24–34.

2. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи / Л. А. Бессонов. — Москва : Юрайт, 2014. — 701 с.

3. Sherrit, S. Accurate Equivalent Circuits for Unloaded Piezoelectric Resonators / S. Sherrit, H. D. Wiederick, B. K. Mukherjee // IEEE Ultrasonics Symposium Proceedings. — 1997. — Vol. 2. — P. 931–935.

4. Материалы пьезокерамические. Технические условия. ОСТ 11.0444-87 / Стандартинформ. — Москва : Электростандарт, 1987. — 140 с.

5. IRE Standards on Piezoelectric Crystals: Measurements of Piezoelectric Ceramics / IEEE // Proceedings of the IRE. — 1961. — Vol. 49, is. 7. — P. 1161–1169.

6. Advanced materials [Электронный pecypc] / National Physical Laboratory. — Режим доступа: http://www.npl.co.uk/science-technology/advanced-materials/materials-areas/functional/standards-for-piezoelectric-ceramic-materials (дата обращения: 18.09.18).

7. Tickoo, S. ANSYS Workbench 14.0: A tutorial Approach / S. Tickoo. — Schererville : CADCINI Technologies, 2012. — 416 p.

8. Бессонов, Л. А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле / Л. А. Бессонов. — Москва : Юрайт, 2018. — 317 с.

9. Мадорский, В. В. Симметричные колебания пьезоэлектрических пластин / В. В. Мадорский, Ю. А. Устинов // Изв. АН Арм. ССР. — 1976. — Т. 29, № 5. — С. 51–58.

10. Мадорский В. В. Симметричные колебания пьезоэлектрических тел с учетом диссипации энергии / В. В. Мадорский, В. Н. Митько // Акустический журнал. — 1996. — Т. 42, № 2. — С. 282–285.

11. Мадорский, В. В. Исследование методик определение констант поляризованной пьезокерамики (часть II) / В. В. Мадорский // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2017. — Т. 17, № 4. — С. 14–21. DOI: https://doi.org/10.23947/1992-5980-2017-17-4-14-21.

12. Васильев, А. Н. МАТLАВ. Практический подход / А. Н. Васильев. — Москва : Наука и техника, 2015. — 448 с.

13 Физическая акустика. Ч. А. Методы и приборы звуковых исследований / Под ред. У. Мезона. — Москва : Мир, 1966. — С. 204–324.

14. Soloviev, A. N. Modeling of Piezoelectric Elements with Inhomogeneous Polarization by Using ACE-LAN / A. N. Soloviev, P. A. Oganesyan, A. S. Skaliukh // Advanced materials — studies and applications. — Hauppauge : Nova Science Publishers, 2015. — P. 169–192. DOI: 10.12737/16035.

15. Мадорский, В. В. Исследование методик определения констант поляризованной пьезокерамики / В. В. Мадорский, В. Н. Митько // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2014. — Т. 14, № 2. — С. 36–45. https://doi.org/10.12737/4469. Сдана в редакцию 11.01.2019 Принята к публикации 15.04.2019

Об авторах:

Мадорский Виктор Вениаминович,

доцент кафедры «Электротехника и электроника» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат физико-математических наук, доцент, ORCID: <u>http://orcid.org/0000-0002-0320-5074</u> epohrbats@Gmail.com

Рогов Игорь Евгеньевич,

доцент кафедры «Электротехника и электроника» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0003-1454-1660</u> igorro@rambler.ru

Круглов Александр Константинович,

начальник лаборатории Южного Федерального университета Институт высоких технологий и пьезотехники (РФ, 344090, ул. Мильчакова, 10),

ORCID: https://orcid.org/0000-0003-0412-9445 kruglov@sfedu.ru

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE



УДК 621.793

https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-151-157

Сравнительная характеристика пространственно-затрудненных фенолов и нитроксильных радикалов как стабилизаторов фотодеструкции полиэтилена*

И. Ю. Жукова¹, И. И. Кашпаров², С. В. Кучеренко³, Е. Ш. Каган^{4**}

1.2.3 Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

^{2,4} Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) им. М. И. Платова, г. Новочеркасск, Российская Федерация

Comparative characteristics of sterically hindered phenols and nitroxide radicals as stabilizers of polyethylene photodegradation **

I. Yu. Zhukova¹, I. I. Kashparov², S. V. Kucherenko³, E. Sh. Kagan^{4**}

1,2,3 Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

^{2,4} Platov South-Russian State Polytechnic University (NPI), Novocherkassk, Russian Federation

Введение. Полимерные материалы (ПМ) все шире используются в различных отраслях промышленности и сельского хозяйства. Под действием УФ-света ПМ разрушаются. Для защиты ПМ от фотодеструкции применяются УФстабилизаторы. Их действие основано на поглощении фотохимически активной компоненты солнечного света или на деактивации возбужденных молекул, уже поглотивших квант света, а также на торможении темновых реакций, индуцированных светом. Цель работы — сравнительный анализ соединений из ряда пространственнозатрудненных фенолов (ПЗФ) и нитроксильных радикалов (НР) в качестве ингибиторов фотодеструкции ПМ.

Материалы и методы. Для исследования использовали реактивы квалификации «ч», полиэтиленовую пленку ПЭВД в/с 15803-020. Стабилизатор наносили на пленки методом окунания. Карбонильные группы в полиэтилене определяли методом ИК-спектроскопии. ИК-спектры регистрировали на приборе Varian-640.

Результаты исследования. В качестве стабилизаторов фотоокислительной деструкции полиэтилена испытаны 2,4,6-три-трет-амилфенола (1).2-метил-4,6-ди-третбутилфенола (2), 4-ацетиламино-2,2,6,6тетраметилпиперидин-1-оксила 3-карбоксамидо-(3), 2,2,5,5-тетраметилпирролин-1-оксила (4).

Известно, что при облучении в образцах ПМ в процессе фотодеструкции методом ИК-спектроскопии фиксируется накопление карбонильных и гидроксильных групп. В ИКспектрах окисленного полиэтилена появляется полоса поглощения карбонильной группой при 1720 см⁻¹. Анализ ИК-спектров показывает, что содержание карбонильных групп в контрольных образцах значительно выше, чем в образцах, обработанных растворами стабилизаторов.

Introduction. Polymeric materials (PM) are increasingly used in various industries and agriculture. Under the action of UV light, PM are destroyed. UV stabilizers are used to protect PM from photodegradation. Their action is based on the absorption of the photoactive sunlight component or on the deactivation of excited molecules that have already absorbed a light quantum, as well as on the inhibition of dark light-induced reactions. The work objective is to provide a comparative analysis of compounds of the sterically hindered phenols (SHP) series and nitroxide radicals (NR) as the PM photodegradation inhibitors.

Materials and Methods. Reagents of the "purum" grade, LDPE premium grade 15803-020 polyethylene film were used for the investigations. The stabilizer was applied to the film by dipping. Carbonyl groups in polyethylene were determined by IR spectroscopy. IR spectra were recorded on Varian-640 instrument.

Research Results. 2,4,6-tri-tert-amylphenol (1), 2-methyl-4,6di-tert-butylphenol 4-acetylamino-2,2,6,6-(2),tetramethylpiperidin-1-oxyl (3), 3-carboxamido-2,2,5,5tetramethylpyrrolin-1-oxyl (4) were tested as stabilizers for photo-oxidative degradation of polyethylene. It is known that the accumulation of carbonyl and hydroxyl groups is recorded in PM samples under irradiation in the process of photodegradation through the IR spectroscopy. The absorption band of the carbonyl group at 1720 cm⁻¹ appears in the IR spectra of oxidized polyethylene. The IR spectra analysis shows that the content of carbonyl groups in the check samples is significantly higher than in the samples treated by stabilizer solutions.



* Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

^{**} E-mail: iyuzh@mail.ru, ivan-kashparov@yandex.ru, Kuh-sv82@mail.ru, kagan29@mail.ru
*** The work was performed in the framework of the initiative R & D.

Обсуждение и заключения. Эксперименты показали, что лучшими фотостабилизаторами полиэтилена являются нитроксильные радикалы 3-карбоксамидо-2,2,5,5тетраметилпирролин-1-оксил и 4-ацетиламино-2,2,6,6тетраметилпиперидин-1-оксил. Причем нет существенной радикалами разницы межлу ряда 2,2,6,6тетраметилпиперидина и 2,2,5,5-тетраметилпирролина. Пространственно-затрудненные фенолы в условиях фотодеструкции оказывают значительно меньшее стабилизирующее действие, уступая нитроксильным радикалам.

Ключевые слова: полиэтилен, фотостабилизаторы, фенолы, нитроксильные радикалы.

Образец для цитирования: Сравнительная характеристика пространственно-затрудненных фенолов и нитроксильных радикалов как стабилизаторов фотодеструкции полиэтилена / И. Ю. Жукова [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 19, № 2. — С. 151–157. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-151-157 *Discussion and Conclusions.* The experiments show that nitroxide radicals of 3-carboxamido-2,2,5,5-tetramethylpyrrolin-1-oxyl series and 4-acetylamino-2,2,6,6-tetramethylpiperidin-1-oxyl are the best photostabilizers of polyethylene. Moreover, there is no significant difference between the radicals of the 2,2,6,6-tetramethylpiperidine and 2,2,5,5-tetramethylpyrroline series. Sterically hindered phenols, under photodegradation, have a far smaller stabilizing effect, falling short of nitroxide radicals.

Keywords: polyethylene, photostabilizers, phenols, nitroxide radicals.

For citation: I.Yu. Zhukova, et al. Comparative characteristics of sterically hindered phenols and nitroxide radicals as stabilizers of polyethylene photodegradation. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 2, pp. 151–157. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-151-157

Введение. Полимерные материалы (ПМ) все шире используются в различных отраслях промышленности и сельского хозяйства. При достаточно высокой устойчивости к воздействию климатических факторов рабочие характеристики ПМ снижаются под влиянием влажности и температуры, а также ультрафиолетовой (УФ) составляющей спектра солнечного излучения: в этом случае в полимере образуются радикальные частицы и происходят трансформации, которые ведут к разрушению материала [1, 2]. Если в ПМ есть продукты его окисления, например кетоны, то они являются фотоинициаторами процесса разложения полимера. Для защиты ПМ необходимо обеспечить взаимодействие радикалов с высокоэффективными светостабилизаторами [3]. С этой целью применяются УФ-стабилизаторы, которые могут действовать следующим образом:

поглощают фотохимически активные компоненты солнечного света;

— деактивируют возбужденные молекулы, уже поглотившие квант света;

— тормозят темновые реакции, индуцированные светом;

— разрушают или деактивируют фотохимически активные примеси и продукты фотореакции [4, 5].

В качестве УФ-стабилизаторов полимеров широко применяются пространственно-затрудненные фенолы (ПЗФ), пространственно-затрудненные амины (ПЗА) и нитроксильные радикалы (НР) [6, 7]. ПЗФ действуют как агенты обрыва растущей цепи. Поскольку присоединение подвижного атома водорода к первичным радикалам фотолиза полимеров является окислительной реакцией, сами стабилизаторы при этом легко окисляются [3]. ПЗА при фотодеструкции образуют стабильные НР, взаимодействующие с алкильными радикалами полимеров, что приводит к обрыву цепи фотодеструкции [2].

Целью работы является сравнительный анализ соединений из ряда ПЗФ и НР в качестве ингибиторов фотодеструкции ПМ.

Материалы и методы. Для исследования использовали реактивы квалификации «ч» фирмы Aldrich, пленку из полиэтилена высокого давления (ПЭВД 15803-020, ГОСТ 16.337-77) толщиной 0,2 мм. Стабилизаторы фотоокислительной деструкции соединения:

— из ряда HP — 3-карбоксамидо-2,2,5,5-тетраметилпирролин-1-оксил (1), 4-ацетиламино-2,2,6,6-тетраметилпиперидин-1-оксил (2);

— из ряда ПЗФ — 2-метил-4,6-ди-трет-бутилфенол (3) и 2,4,6-три-трет-амил-фенол (4).

Подготовку поверхности пленки для нанесения растворов стабилизаторов проводили следующим образом: образцы размером 5×5 см закрепляли в кассете, не повреждая рабочую часть образца, промывали в теплой воде, промокали хлопчатобумажной тканью, обезжиривали в ацетоне и в течение трех минут сушили на воздухе при температуре 20-25 ⁰C.

Для приготовления растворов стабилизаторов в 12 мерных колб емкостью 100 мл наливали по 50 мл толуола и добавляли стабилизаторы (1–4) по 0,01; 0,005; 0,0025 моль. Затем содержимое колб доводили до метки растворителем. Полученные растворы использовали для обработки образцов пленки.

Подготовленную пленку на 30–40 мин окунали в стакан с раствором УФ-стабилизатора [8, 9] нужной концентрации. Затем образец извлекали из раствора и 3–5 мин выдерживали над стаканом, чтобы избыток раствора стек с обработанной поверхности. Образец полностью высушивали в подвешенном состоянии.

Для каждой концентрации раствора стабилизатора испытывали по 5 образцов пленки. В целом было испытано 120 образцов: 60 штук — в естественных условиях и столько же — в искусственно созданных. 10 контрольных образцов (КО) не обрабатывались стабилизаторами.

После проведения испытаний были сняты ИК-спектры контрольных и экспериментальных образцов. ИК-спектроскопия определила содержание в образцах карбонильных групп [10, 11]. ИК-спектры регистрировали на приборе Varian 640.

152

Жукова И. Ю. и др. Сравнительная характеристика пространственно-затрудненных фенолов и нитроксильных радикалов Zhukova I. Yu. et al. Comparative characteristics of sterically hindered phenols and nitroxide radicals as stabilizers of polyethylene

Результаты исследования. Наиболее достоверным методом определения стойкости ПМ к воздействию УФ являются натурные испытания. Для сокращения сроков эксперимента применяют ускоренные испытания в лабораторных условиях. Образцы подвергали фотодеструкции с УФ-стабилизатором (соединения (1–4)) и без него. При этом на образцы воздействовали:

— в течение 365 дней естественный источник УФ-лучей — солнце (натурные испытания согласно ГОСТ 9.708-83);

— в течение 504 часов искусственный источник УФ-лучей — ксеноновая лампа (плотность потока УФ-излучения 68 Вт/м² в интервале длин волн 300–400 нм, ГОСТ 9.708-83).

Известно, что в процессе фотодеструкции методом ИК-спектроскопии в образцах ПМ фиксируется накопление карбонильных и гидроксильных групп [1, 12]. Но выход гидроксильных групп в несколько десятков раз меньше, чем карбонильных [12], поэтому скорость и степень деструкции полимера определяется концентрацией карбонильных групп по соответствующим полосам поглощения в ИК-спектре [10].

Аналитическое приложение ИК-спектроскопии к определению степени окисления пленки основано на различии спектров обработанного и не обработанного (контрольного) образцов. После УФ-облучения в ИК-спектрах полиэтилена (ПЭ) появляется полоса поглощения карбонильной группы при 1720 см⁻¹ (валентные колебания карбонильной группы С = О). Эта полоса является аналитической для проведения количественного анализа. В максимуме полосы поглощения при 1720 см⁻¹ методом базовой линии определяли значение оптической плотности. Расчеты содержания карбонильных групп в образцах выполнены по известной методике [10]. Результаты исследований представлены в табл. 1 и 2.

Таблица 1

Содержание карбонильных групп в образцах полиэтилена^{*}, обработанных растворами стабилизаторов, при облучении искусственным источником УФ-лучей — ксеноновой лампой

Концентрация раствора стабилизатора, моль/л Наименование стабилизатора	0,1 M	0,05 M	0,025 M
	C	содержание С =	О групп, %
3-карбоксамидо-2,2,5,5-тетраметил-пирролин-1- оксил (1)	_		0,02
4-ацетиламино-2,2,6,6-тетраметил-пиперидин-1- оксил (2)			0,025
2-метил-4,6-ди-трет-бутилфенол (3)	0,10	0,25	0,40
2,4,6-три-трет-амилфенол (4)	0,10	0,30	0,45
Контрольный образец**	2,50	2,50	2,50
	Концентрация раствора стабилизатора, моль/л Наименование стабилизатора 3-карбоксамидо-2,2,5,5-тетраметил-пирролин-1- оксил (1) 4-ацетиламино-2,2,6,6-тетраметил-пиперидин-1- оксил (2) 2-метил-4,6-ди-трет-бутилфенол (3) 2,4,6-три-трет-амилфенол (4) Контрольный образец**	Концентрация раствора стабилизатора, моль/л 0,1 М Наименование стабилизатора 0,1 М З-карбоксамидо-2,2,5,5-тетраметил-пирролин-1- оксил (1) С 4-ацетиламино-2,2,6,6-тетраметил-пиперидин-1- оксил (2) — 2-метил-4,6-ди-трет-бутилфенол (3) 0,10 2,4,6-три-трет-амилфенол (4) 0,10 Контрольный образец** 2,50	Концентрация раствора стабилизатора, моль/л 0,1 М 0,05 М Наименование стабилизатора 0,1 М 0,05 М З-карбоксамидо-2,2,5,5-тетраметил-пирролин-1- оксил (1) Содержание С = 4-ацетиламино-2,2,6,6-тетраметил-пиперидин-1- оксил (2) — — 2-метил-4,6-ди-трет-бутилфенол (3) 0,10 0,25 2,4,6-три-трет-амилфенол (4) 0,10 0,30 Контрольный образец** 2,50 2,50

*До испытаний карбонильные группы в образце не обнаружены.

**Не обрабатывался раствором стабилизатора.

Таблица 2

Содержание карбонильных групп в образцах полиэтилена^{*}, обработанных растворами стабилизаторов, при облучении естественным источником УФ-лучей — солнцем (период облучения 365 дней)

<u>№</u> п/п	Концентрация раствора стабилизатора, моль/л Наименование стабилизатора	0,1 M	0,05 M	0,025 M		
		Содержание $\overline{C} = O$ групп, %				
1	3-карбоксамидо-2,2,5,5-тетраметилпирролин-1- оксил (1)	_		0,016		
2	4-ацетиламино-2,2,6,6-тетраметилпиперидин-1- оксил (2)	_	_	0,021		
3	2-метил-4,6-ди-трет-бутилфенол (3)	0,07	0,095	0,16		
4	2,4,6-три-трет-амилфенол (4)	0,06	0,09	0,17		
5	Контрольный образец**	0,35	0,35	0,35		

*До испытаний карбонильные группы в образце не обнаружены.

**Не обрабатывался раствором стабилизатора.

Анализ ИК-спектров показал, что содержание карбонильных групп в контрольных образцах значительно выше, чем в обработанных. На рис. 1 приведены ИК-спектры КО и образцов, обработанных 0,025 М растворами стабилизаторов (2) и (4) после облучения искусственным источником УФ-лучей.



Рис. 1. ИК-спектры образцов ПЭ-пленки: обработанной 0,025 М раствором 4-ацетиламино-2,2,6,6-тетраметилпиперидин-1оксила (2) (*a*); обработанной 0,025 М раствором 2,4,6-три-трет-амилфенола (4) (*б*); контрольный образец (*в*). Уровень поглощения показан по правой вертикальной шкале

в)

Начало процесса деструкции в образце, обработанном ПЗФ (4), характеризуется появлением в ИКспектре полосы поглощения при 1720 см⁻¹ незначительной интенсивности (рис. 1, δ). Такая полоса практически отсутствует в образце, обработанном стабилизатором (2) из ряда НР (рис. 1, *a*). Следовательно, вклад НР в торможение процессов фотодеструкции значительно выше, чем ПЗФ.

УФ-излучение разрушило КО. Об этом свидетельствует эффект накопления карбонильных групп в образце, выражающийся в увеличении интенсивности полосы поглощения при 1720 см⁻¹ (рис. 1, *в*).

С помощью ИК-спектроскопии показано, что при УФ-облучении ПЭ-пленок происходит накопление карбонильных групп, связанное с фотодеструкцией углеродных цепей ПЭ. На рис. 2 представлены кинетические кривые накопления карбонильных групп при искусственном фотоокислении пленок в зависимости от времени облучения.



Рис. 2. Зависимость скорости накопления карбонильных групп от времени искусственного УФ-облучения образцов, обработанных: 1 — 0,025 М раствором 3-карбоксамидо-2,2,5,5-тетраметилпирролин-1-оксила; 2 — 0,025 М раствором 4-ацетиламино-2,2,6,6-тетраметилпиперидин-1-оксила; 3 — 0,025 М раствором 2-метил-4,6-ди-трет-бутилфенола; 4 — 0,025 М раствором 2,4,6-три-трет-амилфенола; 5 — контрольный образец не обрабатывался

Анализ полученных данных показывает, что HP (1, 2) и ПЗФ (3, 4) существенно замедляют фотоинициированную окислительную деструкцию ПЭ и уменьшают количество разрывов макромолекул. Об этом свидетельствует появление индукционного периода с увеличением времени экспозиции (см. рис. 2).

На начальном этапе эксперимента отмечаются изменения в КО. Постепенно растет концентрация карбонильных групп в пленке, не обработанной стабилизатором. Это связано с увеличением скорости окислительных процессов, ведущих к разрушению структуры углеродных цепей ПЭ и образованию низкомолекулярных активных компонентов (радикальных частиц). В образцах ПЭ, обработанных стабилизаторами (1–4), изменений не наблюдается. Карбонильные группы фиксируются примерно через 150 часов в образцах, обработанных растворами ПЗФ (3, 4); через 220 часов — в образцах, обработанных растворами НР (1, 2). Скорость накопления карбонильных групп линейно растет в течение 150–200 часов. Далее зависимость сохраняется в течение всего процесса фотоокисления (до 504 часов).

Индукционный период в присутствии НР и ПЗФ может быть объяснен способностью стабилизаторов (1–4) с первого момента количественно улавливать радикалы, в результате на этом этапе процесс деструкции ингибируется. При этом НР быстро взаимодействуют с алкильными радикалами, при участии полимера превращаются в гидроксиламины, способные восстанавливать радикальные частицы [6, 7, 12]. ПЗФ могут превращаться в хиноны или моно- и диэфиры гидрохинонов [6], которые также являются ловушками для радикальных частиц.

Образцы, обработанные и не обработанные стабилизаторами, облучались также естественным источником УФ-лучей согласно ГОСТ 9.708-83 в течение 365 дней (см. табл. 2). Контроль показателя естественного фотоокисления ПЭ пленок проводился через 1, 3, 6, 9 и 12 месяцев (рис. 3).



Рис. 3. Контроль показателя концентрации карбонильных групп в образцах ПЭ-пленки, обработанной 0,025 М раствором стабилизатора (1–4) и контрольного образца (5)

Сравнение образцов, обработанных НР (1, 2) ПЗФ (3, 4), позволило отметить следующие результаты: в первом случае концентрация карбонильных групп повышается несущественно, во втором случае содержание карбонильных групп на порядок выше. В КО значительный рост концентрации карбонильных групп фиксировался через 1 месяц.

Следует также отметить, что в процессе испытаний КО ПЭ-пленки становились хрупкими, а по окончании эксперимента разрушались, в отличие от образцов, обработанных растворами стабилизаторов.

Обсуждение и заключения. Установлено, что лучшими фотостабилизаторами полиэтилена являются нитроксильные радикалы. Не обнаружена существенная разница между радикалами ряда 2,2,6,6тетраметилпиперидина и 2,2,5,5-тетраметилпирролина. ПЗФ в условиях фотодеструкции оказывают меньшее стабилизирующее влияние, уступая нитроксильным радикалам. Ингибирующее действие НР и ПЗФ связано с их способностью взаимодействовать с радикальными частицами, образующимися в результате фотодеструкции полимера.

Испытанные соединения из класса НР эффективно замедляют процесс фотоокислительной деструкции и могут быть рекомендованы для использования в качестве стабилизаторов полимеров.

Библиографический список

1. Кулезнев, В. Н. Химия и физика полимеров / В. Н. Кулезнев, В. А. Шершнев. — Москва : КолосС, 2007. — 367 с.

2. Эмануэль, Н. М. Химическая кинетика и цепные реакции / Н. М. Эмануэль, Г. Е. Заиков, В. А. Крицман. — Москва : Наука, 1989. — 312 с.

3. Горбунов, Б. Н. Химия и технологии стабилизаторов полимерных материалов / Б. Н. Горбунов, Я. А. Гурвич, И. П. Маслова. — Москва : Химия, 1981. — 368 с.

4. Архиреев, В. П. Старение и стабилизация полимеров / В. П. Архиреев. — Москва : Наука, 1984. — 365 с.

5. Платэ, Н. А. Макромолекулярные реакции в расплавах и смесях полимеров. Теория и эксперимент / Н. А. Платэ, А. Д. Литманович, Я. В. Кудрявцев. — Москва : Наука, 2008. — 380 с.

6. Ершов, В. В. Пространственно-затрудненные фенолы / В. В. Ершов, Г. А. Никифоров, А. А. Володькин. — Москва : Химия, 1972. — 351 с.

7. Rozantsev, E. G. Organic Paramagnetics as Antioxidants / E. G. Rozantsev, M. D. Goldfeinb // Oxidation Communications. — 2009. — № 3 (32). — P. 485–506.

8. Шалкаускас, М. И. Металлизация пластмасс / М. И. Шалкаускас // Химия и химики. — 2008. — № 2. — С. 16–49.

9. Зернин, Е. А. Автоматизированный метод исследования процесса нанесения покрытий / Е. А. Зернин, К. И. Томас // Инженерный вестник Дона. — 2015. — № 2 (36). — С. 70.

10. Рабек, Я. Экспериментальные методы в химии полимеров / Я. Рабек. — Москва : Мир, 1983. — 384 с.

11. Аверко-Антонович, И. Ю. Методы исследования структуры и свойств полимеров / И. Ю. Аверко-Антонович, Р. Т. Бикмуллин. — Казань : Изд-во КГТУ, 2002. — 604 с.

12. Шибряева, Л. С. Термоокислительная деструкция композиции на основе эпоксидного олигомера / Л. С. Шибряева, И. Ю. Горбунова, М. Л. Кербер // Химическая физика. — 2014. — Т. 33, № 9. — С. 65–77.

Сдана в редакцию 05.04.2019 Принята к публикации 25.04.2019

Об авторах:

Жукова Ирина Юрьевна,

заведующая кафедрой «Химические технологии нефтегазового комплекса» Донского государственного технического университета (РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор, ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-2781-4528</u> iyuzh@mail.ru

Кашпаров Иван Игоревич,

доцент кафедры «Химические технологии нефтегазового комплекса» Донского государственного технического университета (РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доцент кафедры «Тепловые электрические станции и теплотехника» Южно-Российского государственного политехнического университета (НПИ) им. М. И. Платова (РФ, г. Новочеркасск, ул. Просвещения, 1), кандидат технических наук, ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0001-9926-1902</u>

ivan-kashparov@yandex.ru

Кучеренко Светлана Викторовна,

доцент кафедры «Химические технологии нефтегазового комплекса» Донского государственного технического университета (РФ, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат химических наук, ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-0731-6513</u>

Kuh-sv82@mail.ru

Каган Ефим Шоломович,

профессор кафедры «Химические технологии» Южно-Российский государственный политехнический университет (НПИ) им. М.И. Платова (РФ, г. Новочеркасск, ул. Просвещения, 1),

доктор химических наук, профессор,

ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-8339-1910</u> kagan29@mail.ru

MAШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE

УДК 621.825.54

https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-158-163

Изучение механизма рабочего органа в кузнечно-штамповочном оборудовании*

К. О. Кобзев^{1**}

¹ Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Study of the working body mechanism in forging-and-stamping equipment***

K. O. Kobzev^{1**}

¹ Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Статья посвящена исследованию синтезированной принципиальной схемы фрикционного контакта твердых тел в кузнечно-штамповочных машинах. Установлена возможность получения максимума нагрузочной характеристики фрикционного контакта внутри интервала изменения коэффициента трения. Выявлены две следующие возможности сил трения фрикционного контакта: на границах указанного интервала они будут равны при наличии максимума равенства; при данных условиях они достигают наибольшей стабильности.

Материалы и методы. При изменении величины угла меняется положение точки максимума. Это приводит к нарушению равенства сил трения на границах интервала изменения коэффициента трения. В таком случае коэффициент точности должен определяться отношением максимума функции к наименьшему граничному значению. Для этого необходимо установить тенденции изменения граничных значений функции, связанные с варьированием величины угла. Для решения этой задачи новую величину тангенса угла давления представили в виде произведения коэффициента варьирования на базовое значение тангенса угла.

Результаты исследования. Полученные результаты показывают высокую стабильность силы трения при проскальзывании тел фрикционного контакта (ФК). Однако при больших величинах угла давления чувствительных элементов датчика-преобразователя максимальная сила трения кратковременно может быть пропорциональна текущему значению коэффициента трения.

Обсуждение и заключения. Модернизированная принципиальная схема ФК позволяет теоретически получить очень высокую стабильность силы трения. ФК не должен обращаться в ноль в интервале изменения коэффициента трения выходного параметра основной фрикционной группы (ОФГ) и при наличии максимума функции нагрузочной способности ФК. Необходимым условием этого является передача чувствительными элементами дополнительной фрикционной группы (ДФГ) ее полной нагрузки. *Introduction.* The synthesized basic diagram of the frictional contact of solids in forging-and-stamping machines is considered. The possibility of obtaining the maximum load characteristics of the frictional contact within the variation interval of the friction factor is determined. The following two possibilities of frictional contact forces are indicated: they will be equal at the boundaries of the specified interval if there is maximum balance; they achieve the greatest stability under these conditions.

Materials and Methods. When the angle value changes, the position of the maximum point changes. This causes violation of the friction forces balance at the boundaries of the variation interval of the friction factor. In this case, the accuracy coefficient should be determined by the ratio of the maximum of function to the least boundary value. Doing this requires establishing trends of changing the boundary function values associated with the angle variation. To solve this problem, a new value of the pressure angle tangent was presented as a product of the coefficient of variation by the base value of the angle tangent.

Research Results. The results show high stability of the friction force under slipping of the frictional contact (FC) bodies. However, at large values of the pressure angle of sensing elements of the transducer, the maximum friction force can be for a short moment proportional to the current value of the friction factor.

Discussion and Conclusions. The upgraded FC basic diagram enables to theoretically obtain very high stability of the friction force. The FC should not vanish within the variation interval of the friction factor of the output parameter of the basic friction group (BFG) and at the maximum of function of the FC load capacity. A necessary condition for that is the transfer of full capacity of the additional friction group (AFG) by the sensing elements.



158

^{*} Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

^{**} E-mail: 5976765@mail.ru

^{***} The research is done within the frame of the independent R&D.

Ключевые слова: кузнечно-штамповочное оборудование, коэффициент трения, рабочий механизм, коэффициент усиления, перегрузка, точность.

Образец для цитирования: Кобзев, К. О. Изучение механизма рабочего органа в кузнечно-штамповочном оборудовании / К. О. Кобзев // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 19, № 2. — С. 158–163. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-158-163

Keywords: forging-and-stamping machines, friction factor, working mechanism, gain constant, overload, accuracy.

For citation: K.O. Kobzev. Study of the working body mechanism in forging-and-stamping equipment. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 2, pp. 158–163. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-158-163

Введение. Исследована синтезированная принципиальная схема фрикционного контакта (ФК) твердых тел в кузнечно-штамповочных машинах. В результате анализа установлена возможность получения максимума нагрузочной характеристики ФК внутри интервала изменения коэффициента трения. Выявлены две следующие возможности сил трения фрикционного контакта: на границах указанного интервала они будут равны при наличии максимума равенства; при данных условиях они достигают наибольшей стабильности.

Полученные результаты показывают высокую стабильность силы трения при проскальзывании тел ФК. Однако при больших величинах угла давления чувствительных элементов датчика-преобразователя максимальная сила трения кратковременно может быть пропорциональна текущему значению коэффициента трения.

Материалы и методы. Указанного недостатка лишена схема ФК, приведенная на рис. 1.



Рис. 1. Принципиальная схема фрикционного контакта

Основную фрикционную группу ГФ1 составляют тела 1, 2 и 4; дополнительную фрикционную группу ГФ2 — тела 3, 5 и 10. Между телами 1 и 2, 2 и 3 размещены в профилированных гнездах чувствительные элементы в виде тел качения 7 и 8.

Отличием рассматриваемой схемы является разделение тела 2 на две части, благодаря чему связь между телами 2 и 5 осуществляется посредством тела 10, взаимодействующего с телом 2 через пружины 11. Это позволяет передавать половину общей нагрузки ГФ2 от тела 2 непосредственно на тела качения 8, сделав их ведущим элементом в составе ГФ2. Вторая половина общей нагрузки ГФ2 передается за счет пружин 11 от тела 2 телу 10 и далее посредством трения — телу 5. Кроме того, место приложения движущей силы $F_{\rm d}$ перенесено с тела 1 на тела качения 7. Указанные отличия позволяют исключить влияние величины угла давления тел качения 7 на распределение нагрузки между поверхностями трения в ГФ1 и ГФ2 при изменении величины коэффициента трения [1].

Для сведения к линейному характеру трения между телами 1 и опорной поверхностью 9, а также между телами 2 и 10 установлены катки 6 и 12.

Формула для определения величины силы трения ФК в зависимости от возмущающего воздействия имеет следующий вид (при одинаковых значениях коэффициента усиления обратной связи ГФ1 и ГФ2):

$$\sum F_{\rm T} = \frac{4F_{\rm II}f}{\left(1 + f {\rm tg}\alpha\right)^2},\tag{1}$$

где $\sum F_{\rm T}$ — суммарная предельная сила трения между телами 1, 2, 4 и 3, 5, 10; $F_{\rm II}$ — начальное усилие замыкания фрикционных пар; f — текущее значение коэффициента трения между упомянутыми телами; α — угол давления между телами качения 7, 8 и гнездом.

Установлено также, что функция (1) внутри интервала значений $f_{\min}...f_{\max}$ не имеет максимума, так как сила трения ГФ1 обращается в нуль при значении коэффициента трения $f_0 = 1/\text{tg}\alpha$. (Здесь f_{\min} и f_{\max} — соответственно наименьшее и наибольшее значения, которые может принимать коэффициент трения в реаль-

ных условиях эксплуатации ФК для принятого сочетания материалов фрикционных пар.) Это же значение соответствует мнимому максимуму функции (1), поскольку в интервале $f_0...f_{max}$ нагрузка ФК передается фрикционной группой ГФ2, сила трения которой возрастает с увеличением f. Это не обеспечивает стабильность силы трения ФК, несмотря на то, что она несколько выше, чем у ФК первого поколения (при значениях $f_{min} = 0,1, f_{max} = 0,8$ и tg $\alpha = 1,125$ коэффициент точности соответственно равен $K_{T} = 2,5$ и $K_{T} = 3,67$).

Реальный максимум нагрузочной характеристики ФК внутри интервала изменения возмущающего воздействия возможен путем видоизменения ГФ2 согласно схеме (см. рис. 1). Данное видоизменение заключается в уменьшении числа фрикционных пар. Для этого из схемы необходимо исключить элементы 10, 11 и опереть тело 5 непосредственно на тело 2 через катки 12.

В соответствии с этим найдем:

$$F_{\rm T2} = (F_{\rm II} - F_{\rm p2})f$$
,

 $F_{p2} = F_{T2} tg\alpha$,

где F_{r2} — сила трения ГФ2; F_{p2} — управляющее воздействие ГФ2 (распорная сила на телах качения 8). Но

Поэтому

$$F_{\rm T2} = \frac{F_{\rm T}f}{1+f{\rm tg}\alpha} \,. \tag{2}$$

Сила трения между парами ГФ1 равна:

$$F_{\rm T1} = 2 \left[F_{\rm TI} - \left(\frac{F_{\rm T1}}{2} + F_{\rm T2}\right) tg\alpha \right] f \, .$$

Учитывая соотношение (2), найдем

$$F_{\rm T1} = 2F_{\rm II} \frac{f}{\left(1 + f {\rm tg}\alpha\right)^2} \,. \tag{3}$$

Соотношение (3) не содержит разности в числителе, поэтому данная функция ни при каких условиях не обращается в нуль. Она лишь асимптотически приближается к нулю при следующих условиях:

теоретически неограниченное возрастание коэффициента трения;

— максимум в точке, соответствующей значению $f_{\rm K} = 1/$ tga [2–5].

Суммируя силы трения по соотношениям (2) и (3), получим

$$\sum F_{\rm T} = F_{\rm II} f \frac{3 + f \mathrm{tg}\alpha}{\left(1 + f \mathrm{tg}\alpha\right)^2} \,. \tag{4}$$

Продифференцировав функцию (4) по аргументу f и приравняв нулю производную, найдем значение коэффициента трения, соответствующее максимуму функции:

$$f_{\rm K}' = \frac{3}{{\rm tg}\alpha} \,. \tag{5}$$

Подставив в выражение (4) последовательно значения f_{\min} , f_{\max} и приравняв друг другу полученные соотношения, найдем:

$$tg\alpha = \frac{(m+1) + \sqrt{(m+1)^2 + 12m}}{2f_{\max}} .$$
 (6)

Здесь m — относительная ширина интервала изменения коэффициента трения: $m = f_{\text{max}} / f_{\text{min}}$.

При найденной величине tgα функция (6), имея максимум в точке, соответствующей значению (5), принимает одинаковые значения на границах интервала изменения коэффициента трения.

Коэффициент точности в этом случае определяется отношением максимума функции (4) к ее любому граничному значению (при значениях f_{\min} или f_{\max}). На основании этого получим:

$$K_{\rm T} = \frac{9(1+f_{\rm max}\,{\rm tg}\alpha)^2}{8f_{\rm max}\,{\rm tg}\alpha(3+f_{\rm max}\,{\rm tg}\alpha)} \,. \tag{7}$$

Установим значение параметра $tg\alpha$, при котором величина $K_{\rm T}$ минимальна. При изменении величины $tg\alpha$ изменяется положение точки максимума $f'_{\rm K}$. Только соотношение (6) устанавливает равенство сил трения

на границах интервала изменения f, поэтому изменение положения точки максимума функции (4) приводит к нарушению упомянутого равенства. В таком случае коэффициент точности должен определяться отношением максимума функции (4) к наименьшему граничному значению. Для этого необходимо установить тенденции изменения граничных значений функции (4), связанные с варьированием величины $tg\alpha$ [6–10].

Для решения данной задачи представим новую величину тангенса угла давления в виде произведения коэффициента варьирования K и базового значения тангенса угла в соответствии с выражением (6), т. е.: $tg\alpha_i = Ktg\alpha$. (8)

На основании этого можно записать, с учетом (4):

$$\frac{(3m + Kf_{\max} tg\alpha)f_{\max}}{(m + Kf_{\max} tg\alpha)^2} > \frac{(3 + Kf_{\max} tg\alpha)f_{\max}}{(1 + Kf_{\max} tg\alpha)^2}$$

Здесь левая часть соответствует силе трения ΦK при значении $f = f_{\min}$, правая часть — силе трения при значении $f = f_{\max}$. Решение последнего неравенства относительно коэффициента варьирования имеет вид:

$$K \in \left(-\infty; \quad \frac{(m+1) - \sqrt{(m+1)^2 + 12m}}{2f_{\max} \operatorname{tg}\alpha}\right) \cup (1; +\infty)$$

Так как tg α >0, дробь в скобках левой части решения отрицательная, поэтому при K>1 составленное неравенство, безусловно, выполняется, т. е. при смещении точки максимума f'_{κ} в область меньших значений для вычисления коэффициента точности необходимо использовать величину силы трения ФК, соответствующую значению f_{max} , и, наоборот, при 1>K>0 необходимо принимать величину силы трения, соответствующую значению f_{\min} [11–13].

Используя данный вывод, составим неравенство вида $K_{\rm Tl} > K_{\rm T}$, где $K_{\rm Tl}$ — коэффициент точности, вычисленный с учетом равенства (8). Имеем:

$$\frac{(1 + Kf_{\max} \operatorname{tg}\alpha)^2}{K(3 + Kf_{\max} \operatorname{tg}\alpha)} > \frac{(1 + f_{\max} \operatorname{tg}\alpha)^2}{3 + f_{\max} \operatorname{tg}\alpha}$$

Неравенство составлено с учетом того, что К >1.

Преобразование полученного неравенства к виду

$$3 + (1+K)f_{\max} tg\alpha + Kf_{\max}^2 tg^2\alpha > 0$$

показывает справедливость предположения о том, что $K_{\rm Tl} > K_{\rm T}$.

Исследуем соотношение величин коэффициентов точности при смещении точки максимума функции (4) в область больших значений, т. е. при K < 1. Тогда $K_{\rm T2} > K_{\rm T}$, или

$$\frac{(m + Kf_{\max} \operatorname{tg}\alpha)^2}{K(3m + Kf_{\max} \operatorname{tg}\alpha)} > \frac{(1 + f_{\max} \operatorname{tg}\alpha)^2}{3 + f_{\max} \operatorname{tg}\alpha}$$

Преобразование составленного неравенства к виду

$$3m + (m+K)f_{\max}$$
tg $\alpha - Kf_{\max}^2$ tg $\alpha > 0$

и решение последнего дает

$$K < \frac{m(3+f_{\max} \operatorname{tg}\alpha)}{(f_{\max} \operatorname{tg}\alpha - 1)f_{\max} \operatorname{tg}\alpha}$$

Дробь в правой части полученного решения равна единице при значении

$$tg\alpha = \frac{(m+1)+\sqrt{(m+1)^2+12m}}{2f_{max}},$$

что полностью соответствует решению (6). Следовательно, неравенство $K_{T2} > K_T$ выполняется в случае, если K < 1.

Результаты исследования. Примем окончательное суждение о стабильности силы трения ФК при различных формах нагрузочной характеристики. Для этого определим коэффициент точности ФК, когда функция (4) имеет максимум при значении $f = f_{max}$. В этом случае функция монотонно возрастает в интервале изменения коэффициента трения. При этом справедливо равенство $f_{max} = 3/tg\alpha$. Получим:

$$K_{\rm T3} = \frac{\sum F_{\rm T}(f_{\rm max})}{\sum F_{\rm T}(f_{\rm min})} = \frac{(m+3)^2}{8(m+1)}$$

Учитывая $K_{\rm T3} > K_{\rm T}$, найдем:

 $3m(3-mf_{\max}tg\alpha) + m(3-m)f_{\max}^{2}tg^{2}\alpha + 9(1-f_{\max}tg\alpha) < 0.$

Для всех фрикционных материалов, применяемых в качестве пар трения ФК, m > 3. Согласно (6), $f_{\max} tg\alpha > 1$, поэтому очевидно, что разности в скобках полученного неравенства отрицательные и сделанное выше предположение справедливо.

Таким образом, проведенный анализ показывает, что наибольшая стабильность выходного параметра ФК будет в том случае, когда функция (4) имеет максимум внутри интервала изменения коэффициента трения и принимает одинаковые значения на его границах.

При m = 8 и $f_{\text{max}} = 0,8$ получим $tg\alpha \approx 14$. Тогда $f'_{\kappa} \approx 0,214$. В этом случае максимум функции (3) будет при значении $f_{\kappa} \approx 0,071$, что практически идентично нижней границе интервала $f = f_{\min} = 0,1$. Функция (3) убывает внутри интервала изменения коэффициента трения. При таких исходных параметрах $K_{\tau} \approx 1,04$, а $K_{\tau3} \approx 1,68$.

Обсуждение и заключения. Как видим, модернизированная принципиальная схема ФК позволяет теоретически получить очень высокую стабильность силы трения. Однако вследствие относительно большого значения параметра $tg\alpha$ усилие $F_{\rm ff}$ используется неэффективно. ФК не должен обращаться в ноль в интервале изменения коэффициента трения выходного параметра основной фрикционной группы (ОФГ) и при наличии максимума функции нагрузочной способности ФК. Необходимым условием этого является передача чувствительными элементами дополнительной фрикционной группы ДФГ ее полной нагрузки. Дополнительное условие существования максимума можно сформулировать следующим образом: при равном числе пар трения обеих фрикционных групп чувствительные элементы ОФГ передают часть ее полной нагрузки; при меньшем, чем в ДФГ, числе пар трения чувствительные элементы передают полную нагрузку ОФГ.

Библиографический список

1. Брауде, В. И. Системные методы расчета грузоподъемных машин / В. И. Брауде, М. С. Тер-Мхитаров. — Ленинград : Машиностроение, 1985. — С. 181–205.

2. Серенсен, С. В. Прочность элементов конструкций в статистическом аспекте и оценка их эксплуатационной надежности / С. В. Серенсен // Надежность и долговечность машин и оборудования. — Москва : Изд-во стандартов, 1972. — С. 136–146.

3. Кочаев, В. П. Расчеты деталей машин конструкций на прочность и долговечность / В. П. Кочаев, Н. А. Махутов, А. П. Гусенков. — Москва : Машиностроение, 1985. — 224 с.

4. Афанасьев, М. К. Исследование фрикционных муфт повышенной точности ограничения нагрузки : автореф. дис. ... канд. техн. наук / М. К. Афанасьев. — Ростов-на-Дону, 1971. — 21 с.

5. Есипенко, Я. И. Муфты повышенной точности ограничения нагрузки / Я. И. Есипенко, А. З. Паламаренко, М. К. Афанасьев. — Киев : Техніка, 1972. — С. 168–175.

6. Запорожченко, Р. М. О характеристиках предохранительных фрикционных муфт повышенной точности срабатывания / Р. М. Запорожченко // Изв. вузов. Машиностроение. — 1971. — № 1. — С. 48–52.

7. Запорожченко, Р. М. К вопросу об эффективности фрикционных предохранительных муфт с точки зрения снижения веса приводов / Р. М. Запорожченко // Вестник Харьковского политех. ин-та. — 1971. — Вып. I.XIV, № 58. — С. 16–19.

8. Тепинкичиев, В. К. Предохранительные устройства от перегрузки станков / В. К. Тепинкичиев. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Машиностроение, 1968. — С. 112–118.

9. Шишкарев, М. П. Исследование точности срабатывания адаптивных фрикционных муфт с комбинированной обратной связью (часть 2) [Электронный ресурс] / М. П. Шишкарев, К. О. Кобзев // Науковедение. — 2013. — № 4 (17). — Режим доступа: http://naukovedenie.ru/PDF/03tvn413.pdf (дата обращения 27.03.19).

10. Шишкарев, М. П. Синтез принципиальной схемы модернизированного варианта адаптивной фрикционной муфты с комбинированной обратной связью [Электронный ресурс] / М. П. Шишкарев, К. О. Кобзев // Инженерный вестник Дона. — 2013. — № 2. — Режим доступа: http://www.ivdon.ru/magazine/archive/n2y2013/1738 (дата обращения 27.03.19).

11. Шишкарев, М. П. Элементы теории отрицательно-нулевой обратной связи в адаптивных фрикционных муфтах / М. П. Шишкарев, К. О. Кобзев // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2014. — № 1. — С. 180—191. 12. Шишкарев, М. П. Основы методологии расчета и проектирования адаптивных фрикционных муфт с раздельным силовым замыканием [Электронный ресурс] / М. П. Шишкарев [и др.] // Науковедение. — 2013. — № 5. — Режим доступа: http://www.naukovedenie.ru/PDF/17tvn513.pdf (дата обращения 27.03.19).

13. Шишкарев, М. П. Специфика методик расчета и проектирования адаптивных фрикционных муфт с раздельным силовым замыканием [Электронный ресурс] / М. П. Шишкарев [и др.] // Науковедение. — 2013. — № 5. — Режим доступа: http://www.naukovedenie.ru/PDF/18tvn513.pdf (дата обращения 27.03.19).

Сдана в редакцию 24.04.2019 Запланирована в номер 08.05.2019

Об авторе:

Кобзев Кирилл Олегович,

доцент кафедры «Эксплуатация транспортных систем и логистика» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-5633-3352</u>

<u>5976765@mail.ru</u>

MAШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE

УДК 622.323; 629.3.064.3

https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-164-169

Анализ эффективности системы внешнего обогрева мерной емкости насосной установки от выхлопной системы двигателя внутреннего сгорания^{*}

С. О. Киреев¹, В. Н. Степанов², М. В. Корчагина³, А. В. Ефимов^{4**}

^{1, 2, 3, 4} Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Effectiveness analysis of external heating system of gauge tank of pumping unit using exhaust piping of the IC engine ***

S. O. Kireev¹, V. N. Stepanov², M. V Korchagina³, A. V. Yefimov^{4**}

^{1, 2, 3, 4} Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Статья посвящена исследованию эффективности обогрева или поддержания рабочей температуры жидкости, находящейся в мерной емкости передвижной насосной установки, от выхлопной системы двигателя внутреннего сгорания. Цель работы — совершенствование процесса проектирования и снижение затрат на натурные эксперименты.

Материалы и методы. Для решения поставленной задачи были использованы методы численного анализа при расчете систем обогрева мерной емкости с внешним расположением трубопровода от выхлопной системы двигателя внутреннего сгорания (ДВС) на примере широко распространенных установок ЦА-320, УНБ, АЧФ и др. Применен нестационарный нелинейный решатель газодинамических процессов (Siemens STAR-CCM+), позволяющий оценить

правильность постановки задачи и значительно сокращающий затраты на полномасштабные натурные испытания. *Результаты исследования*. Исследование проводилось для условий работы цементировочного агрегата на шасси «Камаз-43118» с насосом «СИН-32» и приводом от коробки отбора мощности на коробке переключения передач двигателя шасси.

В расчетной модели применен конвекционный тип теплопередачи между корпусом мерной емкости и окружающим воздухом; между корпусом мерной емкости и жидкостью; между трубопроводом выхлопной системы шасси и воздухом окружающей среды; между трубопроводом выхлопной системы и выхлопными газами.

В результате исследования получены графические зависимости изменения температуры жидкости мерной емкости в контрольных точках; распределение поля температур жидкости в мерном баке; распределение поля температур окружающего воздуха; линии потоков и поля скоростей окружающего воздуха и выхлопных газов ДВС. *Introduction.* The heating efficiency or regulation of the operating temperature of the fluid located in the gauge tank of a mobile pumping unit (PU) using the exhaust system of the internal combustion engine (ICE) is studied. The paper objective is to improve the design process and to reduce costs of field experiments.

Materials and Methods. To solve this problem, numerical analysis methods were used when calculating the heating systems of the gauge tank with the external location of the pipeline from the ICE exhaust system by the example of the widely used installations (TsA-320, UNB, AChF, etc.). Siemens STAR-CCM+, a non-stationary non-linear solver of gas-dynamic processes, was used, which evaluates the correctness of the problem statement and reduces significantly the costs of full-scale field tests.

Research Results. The study was conducted for the operating conditions of the cementing unit on the Kamaz-43118 chassis with the SIN-32 pump and a drive from the power take-off attachment on the gearbox of the chassis engine. In the calculation model, a convection-type heat transfer was applied between the body of the gauge tank and the surrounding air; between the body of the gauge tank and the liquid; between the chassis exhaust system duct and ambient air; between the exhaust system duct and exhaust gases. The following study results were obtained: characteristic curves of the temperature variation of the gauge tank liquid at the watch points; the distribution of the ambient air temperature field; lines of flows and ambient air speed field and of the ICE exhaust gases.



^{*}Работа выполнена в рамках инициативной НИР № АААА-А18-118120390043-0 от 03.12.2018 г.

^{**}E-mail: kireevso@yandex.ru, st_fem@bk.ru, ms.korchaginamv@mail.ru, spu-45.2@donstu.ru

^{***} The research is done within the frame of the independent R&D no. AAAA-A18-118120390043-0 of 03.12.2018.

Обсуждение и заключения. В ходе исследования выяснилась недостаточная эффективность рассматриваемой конструкции. Анализ данных позволяет предложить усовершенствованную конструкцию обогрева мерной емкости. Результаты, полученные в работе, могут быть использованы при расчетах подобных устройств, применяемых в установках гидроразрыва пласта и цементирования скважин.

Ключевые слова: передвижная насосная установка, мерная емкость, водоподающий насос, насос высокого давления, двигатель внутреннего сгорания (ДВС).

Образец для цитирования: Анализ эффективности системы внешнего обогрева мерной емкости насосной установки от выхлопной системы двигателя внутреннего сгорания / С. О. Киреев [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. унта. — 2019. — Т. 19, № 2. — С. 164–169. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-164-169

Discussion and Conclusions. The study has revealed poor effectiveness of the considered structure. The data analysis allows us to offer an improved design of the gauge tank heating. The results obtained in the work can be used in the calculations of such devices used in the hydraulic fracturing units and grout machines.

Keywords: mobile pump unit, gauge tank, water feeding pump, high pressure pump, internal combustion engine (ICE).

For citation: S.O. Kireev, et al. Effectiveness analysis of external heating system of gauge tank of pumping unit using exhaust piping of the IC engine. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 2, pp. 164–169. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-164-169

Введение. Залежи трудноизвлекаемых углеводородов в северных широтах России приурочены к низкопроницаемым, слабодренируемым, неоднородным и расчлененным коллекторам. В связи с необходимостью освоения таких нефтегазоносных территорий возникает потребность в гарантированной плюсовой температуре жидкости, находящейся в мерной емкости установки. Эта проблема сохраняет актуальность при строительстве и капитальном ремонте скважин.

На качество жидкости гидроразрыва пласта (ГРП), бурового и тампонажного растворов влияют следующие факторы:

типы пород, взаимодействующие с названными системами;

– глубина скважины (давление);

— температура на забое.

Примем два утверждения стандарта ТНК-ВР «Соблюдение контроля качества при проведении ГРП»:

1) жидкие химические реагенты, предназначенные для смешивания на кустовой площадке, должны храниться или перевозиться при температуре более 15 °C;

2) хранение, перевозка, испытания и закачка всех жидких реагентов должна производиться при температуре >15 °C, независимо от погодных условий [1].

Температура системы не должна быть ниже 8–10 °С при всех видах работ по приготовлению жидкости затворения, продавочных систем и систем бурового и промывочного растворов [2].

В литературе по нефтегазовому оборудованию 1979 года упоминается использование для обогрева системы выхлопных газов двигателя шасси или палубного двигателя (цементировочный агрегат ЦА-320А) [3]. Ссылки на продувочные системы осушения гидроблока насоса высокого давления есть в двух руководствах по эксплуатации: «Установки насосные УНБ-1000, УНБ-800, УНБ-630» и «Цементировочный гидроразрывный агрегат АЧФ-1050. UPETROM». В руководствах по эксплуатации «Установка двухнасосная передвижная УНП-320×40» и «Установка насосная УНБ-125-50 СО» отдельно выделены пункты по работе с системой осушки и обогрева.

В представленной работе проведен анализ эффективности обогрева мерной емкости с внешним расположением трубопровода от выхлопной системы двигателя внутреннего сгорания (ДВС).

Материалы и методы. Использованы методы численного моделирования. В качестве примеров рассмотрены широко распространенные установки ЦА-320, УНБ, АЧФ и др.

Применение численных методов исследования позволяет оценить правильность постановки задачи (с погрешностью выбора идеализированной модели), значительно сокращает затраты на натурные полномасштабные испытания или полностью доказывает конструкторско-технологическую несостоятельность задачи. При отсутствии статистических данных по исследуемой проблеме полученные результаты численных методов сужают спектр решаемых натурных задач. В качестве инструмента численного метода был применен нестационарный нелинейный решатель газодинамических процессов (Siemens STAR-CCM+) [4].

Для численного исследования была выбрана задача нагрева мерной двухсекционной емкости. С этой целью использован цементировочный агрегат на шасси «Камаз-43118» с насосом «СИН-32» и приводом от коробки отбора мощности на коробке переключения передач двигателя шасси. В задней зоне тележки шасси установлена мерная емкость объемом $2 \times 2 \text{ м}^3$. Она представляет собой цельносварную конструкцию из листового металла, имеющую два отсека с наклонным днищем и донными клапанами. В предлагаемой для расчета и анализа схеме выхлопная труба (труба обогрева) проходит под днищем мерной емкости и по стенке левой емкости поднимается вверх (рис. 1).



Рис. 1. Расчетная идеализированная схема цементировочного агрегата на шасси «Камаз-43118» с насосом «СИН-32»

Результаты исследования. Исследование проводилось для следующих условий работы агрегата на месторождении:

— насосный агрегат неподвижен;

— температура окружающей среды (воздуха) плюс 5 °С;

— скорость ветра 1,0 м/с;

плотность жидкости в обеих секциях мерной емкости 1100 кг/м³;

— температура жидкости в мерной емкости плюс 5 °С.

В расчетной модели применен конвекционный тип теплопередачи между следующими средами:

- корпус мерной емкости и окружающий воздух;
- корпус мерной емкости и жидкость;

трубопровод выхлопной системы шасси и воздух окружающей среды;

— трубопровод выхлопной системы и выхлопные газы.

Для упрощения задачи в качестве выхлопных газов был использован воздух, чтобы исключить применение решателя многофазных процессов.

Параметры воздуха: плотность — 1,184 кг/м³; теплопроводность — 0,026 Вт/м-К; удельная теплоемкость — 1003,6 дж/кг·К.

Параметры жидкости в мерной емкости: плотность — 1100 кг/м³; теплопроводность — 0,569 Вт/м·К; удельная теплоемкость — 4217 дж/кг·К.

Параметры материала стального корпуса мерной емкости и трубопровода выхлопной системы: плотность — 7832 кг/м³; теплопроводность — 63,9 Вт/м·К; удельная теплоемкость — 434,0 дж/кг·К; толщина листа корпуса мерной емкости — 4 мм; толщина трубы выхлопной системы — 3 мм [5].

Температура выхлопных газов на выходе из коллектора ДВС — 450 °С [5, 6]; скорость выхлопных газов на выходе из коллектора ДВС — 35 м/с [5].

Расчет (см. рис. 1) был выполнен из условия работы ДВС 1800 секунд (30 минут). Контрольные точки температуры жидкости были получены для левой и правой частей мерной емкости у донных клапанов на расстоянии 200 мм от днища, на расстоянии 1000 мм от днища (T1) и на расстоянии 1000 мм от днища и 200 мм от задней стенки (T2). Графики изменения температуры жидкости за время работы ДВС в течение 30 минут представлены на рис. 2. Поля температур и линии тока представлены на рис. 3–6.



Рис. 2. График изменения температуры жидкости мерной емкости в контрольных точках: 1 — температура в верхней точке левого отсека мерника; 2 — температура в левом отсеке (точка 1); 3 — температура в левом отсеке (точка 2); 4 — температура в левом отсеке мерника у донного клапана; 5 — температура в правом отсеке (точка 1);

6 — температура в правом отсеке (точка 2); 7 — температура в правом отсеке мерника у донного клапана



Рис. 3. Распределение поля температур жидкости в мерном баке (вид слева)



Рис. 4. Распределение поля температур жидкости в мерном баке (вид справа)



Рис. 5. Распределение поля температур окружающего воздуха и корпуса мерного бака



Рис. 6. Линия тока и поле скоростей окружающего воздуха и выхлопных газов ДВС

Обсуждение и заключение. Результаты расчетов наглядно показывают, что за 30 минут работы ДВС и конвекционного теплообмена между горячей выхлопной трубой, воздухом и жидкостью в мерной емкости в контрольных точках у донных клапанов жидкость прогрелась на 0,1 °C в левом отсеке и на 0,11 °C в правом отсеке.

Это позволяет сделать вывод о том, что при рассматриваемом варианте конструктивного решения большая часть тепловой энергии направлена на обогрев кабины оператора. Это положительный фактор, но не решение поставленной задачи. Проведенные исследования и построенные графические зависимости показывают, что для более эффективного распределения тепловых потоков внутри мерной емкости и в окружающей среде необходимо разместить выхлопную тубу непосредственно в мерном баке. Учитывая особенности конструкции, вход трубы целесообразно расположить внизу правой части емкости и, пропустив через левую часть, направить вдоль бака вверх в предохранительном канале.

С целью определения возможности обогрева мерной емкости необходимо провести расчеты для новой конструктивной схемы.

Библиографический список

1. Объединенные стандарты ТНК-ВР по соблюдению контроля качества при проведении ГРП и кислотных обработок. Июнь 2008. Version 11.1 [Электронный ресурс] / ТНК-ВР. — Режим доступа: https://www.petroleumengineers.ru/sites/default/files/qaqc_version_11.1_final.pdf (дата обращения: 20.01.18).

2. РД 39-00147001-2000. Инструкция по креплению нефтяных и газовых скважин [Электронный ресурс] / Управление по бурению газовых и газоконденсатных скважин ОАО «Газпром»; НПО «Бурение» // Библиотека нормативной документации. — Режим доступа: https://files.stroyinf.ru/Data2/1/4293809/4293809149.htm (дата обращения 27.03.19).

3. Справочное руководство по цементировочному оборудованию / И. О. Безбородный [и др.]. — Москва : Недра, 1979. — 202 с.

4. Siemens STAR-CCM+ Multidiscipliary Design Exploration [Электронный ресурс] / Siemens. — Режим доступа: www.siemens.com/mdx (дата обращения: 11.05.18).

Киреев С. О. и др. Анализ эффективности системы внешнего обогрева мерной емкости насосной установки Kireev S. O. et al. Effectiveness analysis of external heating system of gauge tank of pumping unit using exhaust piping of the IC engine

5. MAN Diesel & Turbo. Exhaust Gas System [Электронный ресурс] / MAN Energy Solutions. — Режим доступа: https://marine.man-es.com/applications/projectguides/4stroke/manualcontent/PG_M-II_L1624.pdf (дата обращения: 16.02.18).

6. Donaldson. Engine Horsepower & Exhaust Flow Guide [Электронный ресурс] / Donaldson Company. — Режим доступа: https://www.donaldson.com/content/dam/donaldson/engine-hydraulics-bulk/catalogs/Exhaust/North-America/F110028-ENG/Exhaust-Product-Guide.pdf (дата обращения: 20.05.18).

Сдана в редакцию 28.03.2019 Принята к публикации 15.04.2019

Об авторах:

Киреев Сергей Олегович,

заведующий кафедрой «Машины и оборудование нефтегазового комплекса» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор,

ORCID: <u>http://orcid.org/0000-0001-9352-3852</u> kireevso@yandex.ru

Степанов Валентин Николаевич,

старший преподаватель кафедры «Машины и оборудование нефтегазового комплекса» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-1425-9174</u>

st_fem@bk.ru

Корчагина Марина Валерьевна,

доцент кафедры «Машины и оборудование нефтегазового комплекса» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, ORCID: <u>http://orcid.org/0000-0001-7092-7176</u>

ms.korchaginamv@mail.ru

Ефимов Андрей Викторович,

доцент кафедры «Машины и оборудование нефтегазового комплекса» Донского государственного технического университета (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), кандидат технических наук, доцент,

ORCID:https://orcid.org/0000-0001-9940-9030 spu-45.2@donstu.ru

МАШИНОСТРОЕНИЕ И МАШИНОВЕДЕНИЕ MACHINE BUILDING AND MACHINE SCIENCE

УДК 621.792.8

https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-170-178

К вопросу обеспечения герметичности соединений на основе технологического индуцирования*

Г. А. Пилюшина¹, П. Г. Пыриков², Е. А. Памфилов³, В. В. Капустин^{4**}

^{1,2,3,4}Брянский государственный технический университет, г. Брянск, Российская Федерация

On ensuring joint tightness on the basis of technological induction***

G. A. Pilyushina¹, P. G. Pyrikov², E. A. Pamfilov³, V. V. Kapustin^{4**} 1,2,3,4 Bryansk State Technical University, Bryansk, Russian Federation

Введение. Статья посвящена некоторым теоретическим и технологическим аспектам обеспечения герметичности соединений на основе магнитострикции, а также поляризации герметизируемой среды в состоянии внешнего индуцирования. Исследовано управление шероховатостью поверхностей стыкуемых деталей для повышения плотности стыка при их индуцировании внешним магнитным полем. Рассмотрено создание электромагнитных барьеров для перемещения молекул герметизируемой среды через герметизатор. Цель работы — обоснование технологических условий обеспечения герметичности подвижных соединений в описанных выше случаях.

Материалы и методы. Условия обеспечения плотности стыка показаны как результат решения контактной задачи и как фактор, определяемый положениями молекулярномеханической теории трения. Приняты геометрические, эксплуатационные и трибологические условия герметичности соединений. Демпфирующие свойства неподвижного фрикционного контакта определены молекулярной составляющей. Представлено теоретическое и расчетное обоснование факторов, влияющих на плотность стыка. В качестве целевых результатов технологической подготовки поверхностей деталей соединения указаны уменьшение глубины сглаживания, уменьшение отношения шагов поперечной и продольной шероховатости и увеличение площади контакта. Потеря герметичности определена как специфический трансфер молекул. Они переносятся в зону стыкуемых поверхностей или свободно перемещаются через герметизатор на стадиях сорбционного поглощения, диффузии и десорбции. Преобладание какой-либо стадии происходит при изменении энтропии и обусловлено температурой и давлением. Визуализированы схемы герметизации соединений в управляемом магнитном поле, зависимости магнитострикции и магнитострикционных напряжений от напряженности магнитного поля.

Результаты исследования. Экспериментально исследована устойчивость герметизаторов в легколетучих и газовых средах при их поляризации и намагничивании во внешнем

Introduction. Some theoretical and engineering aspects of sealing joints through magnetostriction, as well as the polarization of the sealed medium under the external induction are considered. Control of surface roughness of joined parts to increase the joint density when induced by an external magnetic field is studied. The creation of electromagnetic barriers for the migration of molecules of the sealed medium through a sealer is considered. The work objective is to validate the technological conditions for sealing movable joints in the cases described above.

Materials and Methods. The conditions for ensuring the joint density are shown as a result of the contact problem solution and as a factor determined by the molecular-mechanical friction theory. Geometric, operational and tribological conditions of joint tightness are accepted. Damping properties of the fixed friction contact are determined by the molecular component. The theoretical and calculated analysis of the factors affecting the joint density is presented. Decrease in the smoothing depth, reduction of the ratio of transverse and longitudinal roughness steps, and increase in the contact area are indicated as the target results of the process preparation of the surfaces of the joint parts. Loss of tightness is defined as a specific transfer of molecules. They are transferred to the area of the joined surfaces or migrate freely through the sealer at the stages of sorption, diffusion and desorption. The predominance of any stage occurs when the entropy changes, and it is due to temperature and pressure. The schemes of sealing joints in the controlled magnetic field and of the dependence of magnetostriction and magnetostrictive stresses on the magnetic field strength are visualized.

Research Results. The stability of sealers in highly volatile and gaseous media during their polarization and magnetization in an external field is experimentally investigated. In the former case, the magnetic induction vector was first oriented perpen-

http://vestnik.donstu.ru



^{*} Работа выполнена по договору 9.10677.2018/11.12.

^{**} E-mail: gal-pi2009@yandex.ru, pyrikovpg@mail.ru, epamfilov@yandex.ru, vovakapustin1990@mail.ru

The research is done within the frame of Contract No. 9.10677.2018/11.12.

поле. В первом случае сначала вектор магнитной индукции ориентировался перпендикулярно продольной оси соединения. Установлено падение величины магнитного потока при работе соединения под нагрузкой в течение 268 часов. Общая наработка соединения составила 1070 часов. Если же вектор магнитной индукции ориентировался продольно оси вала, наработка до момента коррекции величины напряженности поля составила 87 часов. В газовой среде продолжительность работы соединения до момента корректировки напряженности составила 187 часов при общей наработке 935 часов.

Обсуждение и заключения. Проникающая способность герметизируемых сред уменьшается в ряду «газ — пар — жидкость». Она зависит от температуры на контакте соединения. Разгерметизацию можно отследить по изменениям магнитного потока, определяемого собственной магнитной проницаемостью молекул герметизируемой среды при их проникновении на поверхность стыка. Чтобы повысить герметичность, необходимо подавить активность молекул. Для этого применяются ионизация и индуцирование в постоянном и переменном магнитном поле напряженностью <60 кА/м.

Ключевые слова: герметичность, соединение, детали машин, индуцирование, плотность, магнитное поле, кристаллографическое упорядочение, контактная жесткость, анизотропные эффекты.

Образец для цитирования: К вопросу обеспечения герметичности соединений на основе технологического индуцирования / Г. А. Пилюшина [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 19, № 2. — С. 170–178. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-170-178 dicular to the longitudinal axis of the joint. A drop in the magnitude of the magnetic flux was observed when the compound was under the on-load operation for 268 hours. The total operating time of the joint was 1070 hours. If the magnetic induction vector was oriented longitudinally to the shaft axis, the operating time to the correction of the field strength was 87 hours. In the gas environment, the operating time of the connection to the adjustment of the tension was 187 hours with a total operating time of 935 hours.

Discussion and Conclusions. The penetrating ability of pressurized media decreases in the "gas – vapor – liquid" series. It depends on the temperature at the joint contact. Depressurization can be traced through changes in the magnetic flux determined by the intrinsic magnetic permeability of the molecules of the sealed medium as they penetrate the interface surface.

To increase tightness, it is required to suppress the activity of molecules. For this purpose, ionization and induction in the constant and alternating magnetic field with the intensity of <60 kA/m are used.

Keywords: tightness, joint, machine parts, induction, density,magnetic field, crystallographic ordering, contact rigidity, anisotropic effects.

For citation: G.A. Pilyushina, et al. On ensuring joint tightness on the basis of technological induction. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 2, pp. 170–178. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-170-178

Введение. Теоретическая основа герметологии изложена в трудах Г. А. Голубева, А. В. Чичинадзе, В. П. Тихомирова, Л. А. Кондакова, Г. В. Макарова, Х. Х. Вахтера, Э. Майера, Р. Х. Уоринга и др. Известно, что герметичность обеспечивается главным образом двумя факторами:

- стабильностью технологической плотности стыкуемых шероховатых поверхностей деталей герметизатора;

— стабильностью свойств материала герметизатора и герметизируемой среды, исключающей проникновение и перемещение через уплотнитель ее молекул за пределы стыка.

Условия обеспечения плотности стыка обосновываются с помощью решения контактной задачи и в существенной степени определяются положениями молекулярно-механической теории трения [1, 2, 3]. Отмеченный подход остается одним из основополагающих в инженерии герметичности.

Проникновение герметизируемых сред (жидкостей, газов) через герметизатор описывается физической моделью С. Слихтера, И. Козени, Т. Кармана и Д. К. Коллерова (для пористых полимеров). Из ее анализа следует, что объемный поток среды через уплотнение определяется длиной свободно проходимого пути молекул [4, 5, 6] и зависит от:

— высоты микронеровностей *R_{max}* твердой поверхности,

— плотности стыка P,

- относительного сближения є,
- геометрических размеров уплотнения.

Характерно, что процесс фреттинга инициируют граничные структуры, в качестве которых выступают различные полимерные уплотнители, жидкости и пленки на поверхностях стыка при амплитудах контактных вибраций менее 0,05 мм. Указанные среды могут выступать катализаторами, что приводит к снижению технологически обеспеченной проектной величины удельного давления на уплотнитель и увеличивает утечки.
Амплитуду и частоту относительных смещений деталей соединения можно снизить за счет управления плотностью стыка, например, при увеличении номинального давления на уплотнитель. Исследования, проведенные на полимерах в узлах трения [7], позволяют отметить, что плотность стыка и контактная жесткость в значительной степени зависят от усилия сжатия поверхностей и от их межмолекулярной активации:

$$F_{mp} = aS + bP_v$$

где F_{mp} — сила трения; a — средняя интенсивность молекулярной составляющей силы трения; S — фактическая площадь контакта; b — коэффициент механической составляющей силы трения; P_y — сила сжатия поверхностей.

Из этого следует, что молекулярная составляющая аS пропорциональна:

— площади фактического контакта,

интенсивности взаимной адгезии контактирующих материалов.

Оба названных показателя можно увеличить за счет пластического насыщения по плоскости сопряжения, в том числе при приработке деталей соединения. Аналогичные условия могут создаваться на основе магнитострикционных эффектов, в бо́льшей степени выраженных для текстурированных материалов. Такие условия применимы и в случаях, когда повторные нагружения деталей соединения затруднены или не предусмотрены нормами эксплуатации.

Уменьшение проникающей способности герметизируемых сред прогнозируется при формировании подвижной сферолитной структуры герметизатора или его модифицирования порозаполнением низкомодульными материалами [8]. Однако требуют особого рассмотрения ситуации, складывающиеся при существенно отрицательных температурах и растрескивании полимерного герметизатора. В этих случаях отмечаются различия в температурных коэффициентах линейного расширения с металлами, поэтому представляет интерес возможность управлять проникающей способностью молекул герметизируемой среды путем создания для них электромагнитных барьеров.

Итак, цель настоящей работы — изучение технологических условий обеспечения герметичности соединений на основе индукционных эффектов, создаваемых в материалах деталей соединения и в герметизируемой среде.

Материалы и методы. Условия герметичности соединений следуют из выводов задачи Ляме, в которых граничными факторами выступают:

— геометрические (например, длина l контакта поверхностей и диаметр d деталей сопряжения);

— эксплуатационные (продольная осевая сила R_{oc} или крутящий момент $M_{\kappa p}$, стремящиеся сдвинуть одну деталь относительно другой);

— трибологические (коэффициент трения *f*), определяющие момент распрессовки или проворачивания.

Фрикционное стопорение обеспечивается при минимизации амплитуды относительных смещений поверхностей, при контактных напряжениях, не превышающих область демпфирующей способности материалов [7].

Демпфирующие свойства неподвижного фрикционного контакта определены, в частности, молекулярной составляющей. Причем сопряжения с текстурированной (анизотропной) структурой в направлении обеспечения высокой демпфирующей способности допускают более высокое значение критических вибрационных нагрузок в широком диапазоне частот [8].

Кроме того, при внешнем индуцировании изменения параметра шероховатости R_a вследствие магнитострикционного эффекта способны повлиять на плотность стыка. Это объясняется сопоставимостью величин магнитострикции и размеров блоков структурных составляющих (около $10^{-4}-10^{-5}$ м). Причем технологическое текстурирование по кристаллографическим направлениям с выраженными максимумами упругих или пластических свойств материалов позволяет при однонаправленном положении вектора магнитной индукции добиться максимального магнитострикционного эффекта. Это приводит к тому, что в разборных соединениях с натягом величина номинального давления возрастает, т. к. часть напряжений, расходуемых на податливость деталей, компенсируется магнитострикционными напряжениями в пределах упругих свойств. В неразборных, наоборот, часть напряжений может расходоваться на пластическое насыщение контакта. По этой же причине фактический натяг оказывается больше расчетного.

Коэффициент плотности стыка Р при магнитострикционном эффекте:

$$P = (V_{1m(hkl)} + V_{2m(hkl)})k_{(hkl)} / V_{o \delta u \mu}.$$
(1)

Здесь $V_{l_{M}(hkl)}$ — объем материала шероховатого слоя с текстурой hkl; $V_{2_{M}(hkl)}$ — объем материала несжимаемого уплотнителя, выдавленного в зазоры; k — коэффициент магнитострикции; $V_{oби_{4}}$ — общий объем шероховатого слоя.

Известно, что наличие волн приводит к уменьшению опорной площади контакта в 5–10 раз [9]. Следовательно, решение контактной задачи в аспекте обеспечения герметичности соединения требует учета волнистости поверхностей.

Высотные и шаговые параметры шероховатости взаимосвязаны, поэтому технологическая подготовка поверхностей деталей соединения должна быть нацелена на следующие результаты:

— уменьшение глубины сглаживания *R_p*;

уменьшение отношения шагов поперечной и продольной шероховатости;

— увеличение площади контакта и отношения R_p/R_a .

Прямой зависимости между значением допуска и высотой неровностей, как правило, нет, однако следует заметить, что впадины на профилограмме поверхности оказываются резервуарами, в которых скапливаются побочные продукты, инициирующие поверхностное разупрочнение.

При обеспечении плотности стыка за счет натяга податливость *S_N* соединения представляется в виде:

$$S_N = x(t) + (\xi_{(hkl)}(B)k) / N^*,$$
(2)

где x(t) — нормальное контактное смещение в функции времени; $\xi_{(hkl)}(B)$ — тензор магнитострикции при регламентированном кристаллографическом упорядочении, учитывающий пластические деформации в покрытии и изменяющийся с магнитной индукцией; k — коэффициент кристаллографического упорядочения; N^* — динамическая нагрузка.

При работе соединений в условиях гидростатического давления герметизируемой среды (жидкости или газа) потеря герметичности выражается в определенной форме трансфера молекул. Они переносятся в зону стыкуемых поверхностей или свободно перемещаются через герметизатор на стадиях сорбционного поглощения, диффузии (с выравниванием концентрации среды в герметизаторе) и десорбции. Преобладание какой-либо стадии происходит при изменении энтропии и обусловлено температурой и давлением.

Простейшим случаем фазового переноса в уплотнениях является течение вязкой несжимаемой жидкости в пористой среде. При этом определение величины утечки следует из закона Дарси. Однако в данном случае не учитывается, что уплотнительный стык, в отличие от объемного пористого тела, образован в результате контакта двух поверхностей. Поэтому с ростом нагрузки, а также с приработкой поверхностей отдельные пятна контакта могут образовывать изолированные объемы (эффективные каналы). Их число с ростом нагрузки уменьшается до момента образования гидродинамической пленки по периметру уплотнения [10–11].

Таким образом, принимая во внимание проводящую способность большинства герметизируемых сред, целесообразно исследовать обеспечение герметичности с позиций поляризации и внешнего индуцирования.

Согласно [12], при прохождении среды через источник электрического тока или ионизатор молекулы получают заряд величины q. Если заряженная частица, имеющая начальную скорость v, движется в однородном магнитном поле вдоль линий магнитной индукции B внешнего поля, то угол α между векторами v и B равен нулю. Магнитное поле на частицу не действует (сила Лоренца также равна нулю), и она движется равномерно и прямолинейно.

Если же заряженная частица движется со скоростью v в магнитном поле перпендикулярно вектору B, то сила Лоренца F = q[vB] оказывается постоянной по модулю и перпендикулярной к траектории частицы, что исключает ее перемещение (рис. 1, a).

Вестник Донского государственного технического университета. 2019. Т. 19, № 2. С. 170–178. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006 Vestnik of Don State Technical University. 2019. Vol. 19, no. 2, pp. 170–178. ISSN 1992-5980 eISSN 1992-6006



Рис. 1. Схемы герметизации соединений в управляемом магнитном поле: в однородном поле торообразного индуктора (*a*); в неоднородном поле соленоида (*б*); 1 — вал; 2 — втулка; 3 — магнит; 4 — заряженная частица среды; 5 — источник электрического тока (или ионизатор); 6 — блок автоматического управления соленоидом с генератором напряжения); v — орбита положительно заряженной частицы среды

Предполагая направление движения среды, зная ее электрический потенциал, вязкость, плотность, проникающую способность и изменяя напряженность поля и положение вектора магнитной индукции, возможно обеспечить силу Лоренца в величинах, достаточных для полного подавления движения. Тем самым реализуется эффект, реактивный гидростатическому давлению.

Аналогично в неоднородном магнитном поле составляющая магнитной индукции B` создает силу F', выталкивающую частицу в область слабого поля (см. рис. 1, δ). Изначально частица движется по радиусу постоянной величины со скоростью v. Однако собственное магнитное поле противодействует внешне наведенному, и этим объясняется крайняя неустойчивость его состояния. В результате частица выталкивается в область поля с пониженной напряженностью.

Эффект герметизации основан на создании магнитным полем реактивного отталкивания предварительно заряженных молекул среды, проникающих на поверхность стыка. Причем степень герметизации зависит от магнитной индукции, величина которой устанавливается через силу тока с учетом относительной магнитной проницаемости и формфактора индуктора.

Можно предположить, что условия вакуумизации стыка создаются при сближении поверхностей деталей сопряжения до проявления молекулярного (адгезионного) взаимодействия. При этом магнитная проницаемость материалов деталей соединения представляется отношением магнитных потоков в материале Φ и в вакууме Φ_0 ($\mu = \Phi/\Phi_0$). При допущении $\Phi = \Phi_0$ за единицу может быть принята магнитная проницаемость вакуума ($\mu = 1$).

В среде с неизменной магнитной проницаемостью индукция магнитного поля пропорциональна его напряженности. Следовательно, магнитный поток от внешнего поля, изначально определенный для вакуума, зависит от магнитной проницаемости среды. Ее присутствие на стыке соединения вследствие собственной магнитной проницаемости либо увеличивает магнитный поток (в парамагнитных средах), либо уменьшает его (в

диамагнитных).

Таким образом, по изменению магнитного потока и, соответственно, магнитной индукции можно оценить и технологически скорректировать эффективность работы герметизатора в состоянии индуцирования.

Результаты исследования. Описанные ниже кристаллографические направления могут быть приняты в качестве регламентированных при технологическом текстурировании деталей.

1. Для разъемных соединений без полимерного герметизатора: [110] (для структур с объемноцентрированной кубической (ОЦК) решеткой), [111] (с гранецентрированной кубической (ГЦК) решеткой решеткой), [1000] (с гексагональной плотноупакованной (ГПУ) решеткой).

2. Для неразъемных соединений и соединений с герметизатором: [100]–[111] (с ОЦК-решеткой), [100]– [110] (с ГЦК-решеткой), [0001]–[2110] (с ГПУ-решеткой).

При установлении вектора магнитной индукции в указанных направлениях магнитострикция λ в кристаллах оказывается полеориентированной. Это связано с тем, что ее величина нелинейна с напряженностью поля и определяется преимущественно положением оси легчайшего намагничивания [13, 14].

При отсутствии предварительного текстурирования среднее изменение шероховатости для структур с решетками кубической сингонии представляется в виде:

$$0 \le \Delta \overline{R_s} < \left(\frac{2}{5}\lambda_{100} + \frac{3}{5}\lambda_{111}\right)d^{\prime}, \tag{3}$$

где λ₁₀₀, λ₁₁₁ — константы магнитострикции вдоль кристаллографических направлений [100] и [111]; *d*^{*} — средний размер дисперсных структурных составляющих.

В случае текстурирования в направлениях [100] или [111] при ориентации поля по нормали к поверхности (рис. 2) изменения шероховатости (*R_a*) составят:

$$0 \le \Delta \overline{R_a} < \lambda_{100} \,\overline{d} \,/\, k \,\,, \tag{4}$$

$$0 \le \Delta \overline{R_a} < \frac{3}{4} \lambda_{111} \overline{d} / k , \qquad (5)$$

где *k* — коэффициент потерь на размагничивание.



Рис. 2. Зависимость величины магнитострикции λ от напряженности Н магнитного поля

Испытаны затворы с седлом из стали X12M с текстурированным в направлении [111] покрытием ферритом кобальта CoFe₂O₄ толщиной 20×10^{-5} м (R_{max} 2,4 мкм, $r_1 = 52 \times 10^{-3}$ и $r_2 = 50 \times 10^{-3}$ м) и клапаном из латуни на величину потока утечки Q, мкПа·м³/с гелия (T = 77 К). Установлено, что при намагничивании соединения в поле 60 кА/м эта величина составляет 780–10240. Число циклов срабатывания затвора — 200–5000 соответственно. При аналогичных условиях испытаний пары «седло — клапан» в отсутствие магнитного поля и предварительного текстурирования седел величина Q составила 960–15340 мкПа·м³/с соответственно.

При увеличении напряженности магнитного поля не установлены существенные изменения работоспособности соединения. По-видимому, это связано с тем, что эффективные магнитострикционные напряжения образуются в полях <40 кА/м (рис. 3). Данный вывод согласуется с результатами исследования магнитострикции.



Рис. 3. Зависимость величины магнитострикционных напряжений σ от напряженности Н магнитного поля

Изменение свойств герметизируемой среды, материалов герметизатора и температуры сказывается на проникающей способности и герметичности в целом. Проникающая способность сред уменьшается в ряду «газ — пар — жидкость». С учетом этого исследовалась работоспособность герметизаторов в легколетучих и газовых средах при их поляризации и намагничивании во внешнем поле.

На торце неподвижного разъемного соединения вала с втулкой из меди крепился источник электрического тока, один из полюсов которого фиксировался к торцам втулки. При этом второй полюс имел минимальный зазор с образующей вала.

Соединение помещалось между полюсами тороидального электромагнита, подключенного к блоку автоматического управления с генератором напряжения, вольтметром и веберметром. Вектор магнитной индукции ориентировался перпендикулярно продольной оси соединения.

Соединение устанавливалось в камере, заполненной диамагнитным бензолом. В ней создавалось давление 30–35 кПа. Втулку жестко фиксировали, после чего включали источник электрического тока и индуктор и устанавливали напряженность магнитного поля 60 кА/м. Вал механически нагружали в радиальном и осевом направлении относительно втулки по симметричному знакопеременному циклу при величине нагрузки 1,5 H с частотой 50 Гц. Испытания проводили до момента снижения магнитного потока, регистрируемого по показаниям веберметра. Этот момент характеризовал нарушение герметичности, выражающееся в проникновении бензола на поверхность стыка. Блок автоматического управления индуктором корректировал напряжение в обмотке тороида, в связи с чем устанавливалась напряженность магнитного поля, равная изначально заданной.

Установлено падение величины магнитного потока при работе соединения под нагрузкой в течение 268 часов. Общая наработка соединения составила 1070 часов. Критерием завершения испытаний было сокращение интервала наработки до момента коррекции величины напряженности магнитного поля. Она должна превышать 60 кА/м. Это обусловлено необходимостью увеличения продолжительности наработки до значения, соответствующего предшествующим циклам.

При ориентировании вектора магнитной индукции продольно оси вала при аналогичных режимах испытания наработка до момента коррекции величины напряженности поля составила 87 часов.

Имитирование условий эксплуатации соединения в среде газа проводили аналогичным образом. На вал устанавливали ионизатор, который крепили к торцам втулки. Соединение помещали в соленоидальный индуктор, плотность витков которого увеличивалась от торца втулки. Благодаря этому создавалось неоднородное магнитное поле, напряженность которого увеличивалась от торца соленоида.

Соединение помещали в камеру под давлением 30–35 кПа с парамагнитным азотом, после чего включали ионизатор и индуктор. Вал нагружался на режимах, описанных выше, с периодическим фиксированием магнитного потока. Момент изменения его начального значения характеризовал нарушение герметичности и проникновение азота на поверхность стыка. При этом блок автоматического управления индуктором обеспечивал снижение напряжения в обмотке соленоида до величины, соответствующей напряженности магнитного поля 60 кА/м.

Продолжительность работы соединения до момента корректировки величины *H* составила 187 часов при общей наработке 935 часов. Большая продолжительность испытаний вызывала необходимость коррекции напряженности магнитного поля при интервале наработки менее 187 часов.

Обсуждение и заключения. Уменьшение утечек через герметизирующие устройства обеспечивается за счет управления плотностью стыка (удельным давлением p_a) при снижении амплитуды и частоты относительных смещений деталей соединения. Последнее достигается за счет увеличения площади фактического контакта и интенсивности взаимной адгезии контактирующих материалов, в частности благодаря магнитострикционным эффектам. При этом уровень магнитострикционных напряжений не должен приводить к пластическим деформациям уплотнителя (т. е. $p_a \approx 1, 1\sigma_m$) и может быть обеспечен в полях до 40–50 кА/м. При изменении вследствие магнитострикции комплексного параметра шероховатости Δ отмечается увеличение площади опорной поверхности контакта, преимущественно за счет того материала, у которого модуль упругости оказывается меньше, а магнитострикция выше.

Влияние увеличивающейся при магнитострикции площади опорной поверхности контакта на герметичность возрастает с уменьшением глубины сглаживания R_p и отношения шагов поперечной и продольной шероховатости. В результате за счет компенсаторного эффекта со стороны магнитострикционных напряжений растет номинальное давление в соединениях. Магнитострикцию стимулирует кристаллографическая магнитная анизотропия, в частности при технологическом текстурировании.

В ряду «газ — пар — жидкость» уменьшается проникающая способность герметизируемых сред. Она оказывается зависимой от температуры на контакте соединения. Разгерметизация диагностируется по изменениям магнитного потока под влиянием собственной магнитной проницаемости молекул герметизируемой среды при их проникновении на поверхность стыка. Можно повысить герметичность, если подавить активность молекул. Для этого применяются ионизация и индуцирование в постоянном и переменном магнитном поле напряженностью <60 кА/м.

Библиографический список

1. Галин, Л. А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости / Л. А. Галин. — Москва : Физматгиз, 1980. — 303 с.

2. Демкин, М. Н. Зависимость эксплуатационных свойств фрикционного контакта от микрогеометрии контактирующих поверхностей / М. Н. Демкин, В. В. Измайлов // Трение и износ. — 2010. — Т. 31, № 1. — С. 68–77.

3. Технологические методы обеспечения надежности деталей машин / И. М. Жарский [и др]. — Минск : Высшая школа, 2005. — 299 с.

4. Справочник по химии и технологии твердых горючих ископаемых / А. Н. Чистяков [и др.]. — Санкт-Петербург : Синтез, 1996. — 362 с.

5. A Relation of Hydraulic Conductivity — Void Ratio for Soils Based on Kozeny-Carman Equation / X. Ren [et al.] // Engineering Geology. — 2016. — Vol. 213. — P. 89–97.

6. Tang, T. A Theoretical Model for the Porosity — Permeability Relationship / T. Tang, J. M. McDonough // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 2016. — Vol. 103. — P. 984–996.

7. Макушкин, А. П. Полимеры в узлах трения и уплотнениях при низких температурах / А. П. Макушкин. — Москва : Машиностроение, 1993. — 288 с.

8. Микроскопические исследования деформации растяжения сферолитных структур в полимерных композиционных материалах / Т. А. Охлопкова [и др.] // Вестник СВФУ. — 2015. — № 3 (47). — С. 75–86.

9. Буканова, И. С. Технологическое обеспечение повышенной несущей способности неподвижных соединений типа «корпус — втулка» / И. С. Буканова, Е. Ю. Татаркин, И. И. Ятло // Ползуновский вестник. — 2009. — № 1. — С. 46–50.

10. Хейфец, Л. И. Многофазные процессы в пористых средах / Л. И. Хейфец, А. В. Неймарк. — Москва : Химия, 1982. — 319 с.

11. Мукутадзе, М. А. Расчетная модель упорного подшипника с пористым покрытием на поверхности направляющей / М. А. Мукутадзе, А. Н. Гармонина, В. М. Приходько // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2017.— № 3 (90) — С. 70–77.

12. Способ формирования покрытий на поверхностях металлических материалов : патент 2240360 Рос. Федерация : C21D10/00, C23C26/00, C23C16/56 / Е. А. Памфилов, П. Г. Пыриков. — № 2003100966/02 : заявл. 13.01.2003 ; опубл. 20.11.2004, Бюл. № 32. — 5 с.

13. Пустовойт, В. Н. Термодинамика, механизм и кинетика фазовых переходов в стали в условиях действия внешнего магнитного поля / В. Н. Пустовойт // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2005. — Т. 5, № 3. — С. 427–447.

14. Pyrikov, P. The tribotechnical properties control of metallic materials by magnetic fields / P. Pyrikov // BALTRIB 2007 : International Conf. 21–23 November. — Kaunas : Lithuanian University oh Agriculture, 2007. — C. 211–217.

Сдана в редакцию 25.04.2019 Принята к публикации 07.05.2019

Об авторах:

Пилюшина Галина Анатольевна,

доцент кафедры «Триботехническое материаловедение и технологии материалов» Брянского государственного технического университета (РФ, 241035, г. Брянск, б-р 50 лет Октября, 7), кандидат технических наук, доцент, ORCID: <u>http://orcid.org/0000-0002-2422-0919</u> gal-pi2009@yandex.ru

Пыриков Павел Генадьевич,

научный сотрудник лаборатории «Инженерия материалов и адаптивных технологических систем», доцент кафедры «Триботехническое материаловедение и технологии материалов» Брянского государственного технического университета (РФ, 241035, г. Брянск, б-р 50 лет Октября, 7), доктор технических наук, доцент, ORCID: <u>http://orcid.org/0000-0003-2338-7458</u> <u>pyrikovpg@mail.ru</u>

Памфилов Евгений Анатольевич,

научный сотрудник лаборатории «Инженерия материалов и адаптивных технологических систем», зав. кафедрой «Триботехническое материаловедение и технологии материалов»

Брянского государственного технического университета (РФ, 241035, г. Брянск, б-р 50 лет Октября, 7), доктор технических наук, профессор,

ORCID: <u>http://orcid.org/0000-0002-1522-7246</u> epamfilov@yandex.ru

Капустин Владимир Васильевич,

научный сотрудник лаборатории «Инженерия материалов и адаптивных технологических систем», аспирант кафедры «Триботехническое материаловедение и технологии материалов»

Брянского государственного технического университета (РФ, 241035, г. Брянск, б-р 50 лет Октября, 7), ORCID:<u>http://orcid.org/0000-0002-5207-172</u>

vovakapustin1990@mail.ru

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ **INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER** SCIENCE, AND MANAGEMENT

УДК 004.94

https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-179-184

Формирование критериев подобия физических объектов и процессов на основе компьютерной программы NonDimCritFormer 1.0*

И. М. Цибирова^{1**}

¹Северо-Осетинский государственный университет им. К. Л. Хетагурова, Владикавказ, Российская Федерация

Formation of similarity criteria for physical objects and processes based on NonDimCritFormer 1.0 computer program

I. M. Tsibirova^{1**}

¹North Ossetian State University after K.L. Khetagurov, Vladikavkaz, Russian Federation

Введение. Современная наука признает актуальной проблему адекватного моделирования физических процессов и объектов. Автоматизация работ в этой сфере повышает точность моделирования и экономит средства на натурном моделировании объектов изучения. Целью данного исследования было создание компьютерной программы, которая по исходному набору параметров автоматически формирует безразмерные критерии подобия.

Материалы и методы. В основе расчетного алгоритма лежит π-теорема теории подобия и основные положения теории размерностей.

Результаты исследования. Создана компьютерная программа, которая позволяет получить все теоретически возможные критерии подобия для моделирования изучаемого физического процесса или объекта.

Обсуждение и заключение. Полученные результаты могут быть использованы в промышленном и научном моделировании физических объектов исследования, расчете новых критериев подобия, решении задач описания сложных процессов и т. д.

Ключевые слова: критерий подобия, теория подобия, теория размерностей, π-теорема, безразмерный комплекс, теорема Кирпичева — Гухмана.

Образец для цитирования: Цибирова, И. М. Формирование критериев подобия физических объектов и процессов на основе компьютерной программы NonDimCritFormer 1.0 / И. М. Цибирова // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 19, № 2. — С. 179-184. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-179-184

Introduction. The problem of adequate modeling of physical processes and objects is an urgent task of modern science. Automation of work in this area increases the accuracy of modeling and saves money on full-scale modeling of objects under study. The research objective was to create a computer program that would automatically form dimensionless similarity criteria based on the initial set of parameters.

Materials and Methods. The calculation algorithm is based on π -theorem of similarity theory and the basic provisions of the dimensional theory.

Research Results. The computer program is developed. It enables to get all the theoretically possible similarity criteria for the simulation of the physical process or object of interest.

Discussion and Conclusions. The results obtained can be used in the industrial and scientific modeling of physical objects of research, calculation of new similarity criteria, solving problems of describing complex processes, etc.

Keywords: similarity criterion, theory of similarity, dimensional theory, π -theorem, dimensionless complex, Kirpichev-Gukhman theorem.

For citation: I.M. Tsibirova. Formation of similarity criteria for physical objects and processes based on NonDimCrit-Former 1.0 computer program. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 2, pp. 179-184. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-179-184

Введение. Критерии подобия — это зависимости между безразмерными комбинациями параметров, описывающих объект или физический процесс. На основе таких критериев можно создавать математические модели изучаемых объектов [1-4]. Критерии подобия позволяют доказать соответствие модели и объекта изучения. Они незаменимы, если не сформировано математическое описание процессов по данным экспериментов



^{*} Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

^{**} E-mail: 571334@mail.ru

The research is done within the frame of the independent R&D.

или наблюдений. Фактически критерии подобия являются безразмерными степенными комплексами наборов физических параметров, описывающих объекты и процессы. По форме они идентичны и численно равны для подобных объектов или процессов.

Материалы и методы. Алгоритм формирования критериев подобия основан на второй теореме теории подобия, так называемой π-теореме. В [5] она сформулирована так: «Всякое полное уравнение физического процесса, записанное в определенной системе единиц, может быть представлено функциональной зависимостью между критериями подобия, полученными из участвующих в процессе параметров».

Из этого следует, что, анализируя и комбинируя физические параметры, описывающие объект изучения, можно составить критерии подобия данного объекта или физического процесса [5, 6].

При моделировании объектов исследования на основе теории подобия наиболее часто используется анализ размерностей физических параметров, описывающих объект в его наиболее важных точках [6, 7].

Исследователи выбирают определяющие физические параметры, описывающие объект изучения (в частности, давление, вязкость, плотность, скорость, температуру, сопротивление, силу тока) и, работая с их размерностями, получают теоретически возможное количество критериев подобия [8]. Эти критерии далее можно положить в основу математического или натурного моделирования

Если у исходного объекта изучения и модели критерии подобия в критически важных зонах численно равны, то они физически подобны [6], согласно третьей теореме подобия (теорема Кирпичева — Гухмана) [9]. Следовательно, для создания, например, модели движения потока по контуру труб необходимо найти внешний вид и численное значение критериев подобия, описывающих реальный объект, а затем построить модель или лабораторную установку так, чтобы в ней значения критериев подобия были численно равны значениям этих же критериев на реальном объекте исследования.

Результаты исследования. Программа NonDimCritFormer 1.0 позволяет исследовать физические объекты и процессы. При этом можно выбрать существенные физические величины (рис. 1), которые определяют базовые параметры объекта изучения, и автоматически рассчитать все теоретически возможные критерии подобия и безразмерные комплексы (рис. 2), сформированные на их основе.

🛢 CritMaker 1.0								>
Файл Правка Тесты Стандартные критерии								
Выберите исходные пар-	аметры							
🗖 вес удельный, VesUd		_ мош	ность удельная, PUd		скорость об	бъемная, wV		
Bec, Fves		П мощность, Р (Скорость ре	еакции, wReac			
🗌 время, t		🗌 напр	ряжение, U		🗌 скорость ф	ильтрации, wFilt		
🗌 высота, h		🗌 натя	яжение поверхност., Fj	voo	🔽 скорость, и	,		
🗸 вязкость динамическ	кая, vdin	066	ем, V		🗌 сопротивл.	электрич., В		
вязкость кинематич.	, vkin	плот	гность тока, rol		🗌 сопротивле	ние уд., RUd		
давление, р		🔽 плот	гность, го		🗌 температур	a, T		
_диаметр, d		🗌 плоі	щадь, S		🗌 теплоемк. м	иассовая уд., QCmUd		
🗸 длина, I		🗌 поте	енциал термодинам., р	otTD	🗌 теплоемк. м	иолярная уд., QCMolyri	Ud	
🗌 емкость электрич., С		🗌 потенциал химический, potHim		tHim	🗌 теплоемк. с	бъемная уд., QCVUd		
🗌 заряд электрический	i, qe	— П поток тепловой, potocQ			П теплоемкоо	ть системы, QC		
🗌 индуктивность, L		🗌 проводимость уд., GUd			🔲 толщина, tlł	ı		
🗌 количество вещества	a, kolv	🗌 пров	водимость электрич., (Gel	🗌 угловая ско	рость, ugw		
🗌 количество теплоты,	kolQ	🗌 пров	водимость, G		🗌 упловое уск	орение, uga		
🗌 концентрация массов	вая, Cm	🔲 производительность уд., PrzvUd		🗌 угол плоски	ій, ugPl			
🗌 концентрация объемі	ная, CV	🗌 работа, А		🔲 угол телесн	ый, ugTl			
🗌 коэф.температуропро	ов, kT	🗌 pac:	код массовый, rashm		🛃 ускорение (своб.падения, д		
🗌 коэффиц. диффузии,	kD	🗌 pacı	код объемный, rashV		🔲 ускорение,	a		
🗌 коэффиц. массоотда	чи, kmot	🔲 сила света, Fsv			🔲 частота, ch			
🗌 коэффиц. массопере,	дачи, kmper	🗌 сила	а тока, I		🗌 эквивалент	электрохим., д		
🗌 коэффиц. теплопрово	о дн ., kk	🔲 сила	a, F		🗋 электропро	водн. уд., GUd2		
🔲 коэффиц.теплоотдач	и, kh	🗌 скор	рость звука в среде, и	zν	🗋 энергия, Е			
🔲 масса молярная, mM	olyr	🗌 скор	рость массовая, wm		🗌 энтропия сі	истемы, Entrp		
🗆 масса, m		🗆 скор	рость массоперед., wr	nPer				
Сформировать все критерии	Убрать пові критериє	горы зв	Найти стандартные критерии	Доб	і́авить новый параметр	Удалить выделенные элем	Сформировать исходную базу	Выход

Рис. 1. Выбор исходных физических параметров объекта исследования



Рис. 2. Рассчитанные критерии подобия

Описание алгоритма программы. Представленный в программе алгоритм формирования критериев подобия базируется на размерностях выбранных физических параметров. Он реализуется в пять шагов.

Шаг 1. Определение физических параметров, которые в значительной степени влияют на физические свойства объекта изучения. От правильности выбора параметров, отсечения несущественных зависит точность результатов. Большое количество выбранных параметров увеличивает число получаемых безразмерных комплексов, но не повышает точность сформированной на их основе модели.

Шаг 2. Составление матрицы размерностей для выбранных физических величин. В ней по строкам расположены размерности отобранных параметров в соответствующих степенях. Размерность матрицы соответствует количеству параметров и их единиц измерения, т. е. в матрице строк столько же, сколько и выбранных параметров, а столбцов столько же, сколько единиц измерения. Например, строка, соответствующая физи-

ческому параметру «сопротивление электрическое, R», который имеет размерность четыре единицы $\frac{M^2 \kappa^2}{c^3 A^2}$, в

матрице размерностей будет иметь вид |2 1 –3 –2|.

Шаг 3. Определение количества независимых параметров. Количество независимых параметров k соответствует рангу матрицы размерностей, т. е. наибольшему порядку неравного нулю определителя, который составлен на базе строк исследуемой матрицы.

Шаг 4. Формирование групп независимых параметров. На этом шаге формируются сочетания по k штук из m параметров, которые составляют безразмерный комплекс. То есть единицы измерения, которые входят в размерность выбранных параметров, взаимно сокращаются, в результате данное сочетание выбранных физических параметров не имеет размерности. Говоря в общем, комплекс образуют такие параметры, частичная матрица размерностей которых имеет как минимум один определитель k-го порядка, не равный нулю.

В соответствии с комбинаторной формулой размещений теоретически возможное количество таких комплексов [1]:

$$C_m^k = \frac{m!}{k! \cdot (m-k)!}$$

где *т* — общее число параметров, *k* — ранг полной матрицы размерностей.

Далеко не все полученные комплексы выбранных параметров составляют комплекс с матрицей k-го порядка, поэтому весьма часто количество групп после проверки бывает меньше C_m^k .

Шаг 5. Определение выражений для критериев подобия на основе вычисленных групп независимых параметров. Выражения формируются по следующему алгоритму.

1. Берем очередную группу параметров. Например, набор № 1 — $P_1...P_k$.

2. Рассчитываем критерии подобия путем деления параметров очередной группы на параметры текущей. В частности, для набора № 1 могут быть составлены следующие критерии:

$$\pi_1 = \frac{P_{k+1}}{P_1^{X_{1,1}} \cdots P_k^{X_{1,k}}}, \quad \dots \quad \pi_{m-k} = \frac{P_m}{P_1^{X_{m-k,1}} \cdots P_k^{X_{m-k,k}}}.$$

Простое деление параметра на набор не приводит к получению безразмерного выражения. Для этого нужно вычислить значения показателей степеней $x_{i,1}...x_{i,k}$ для каждого критериального выражения.

3. Размерности параметров в числителях и знаменателях критериальных комплексов должны быть равны. Принимая во внимание этот факт, формируем и решаем систему линейных уравнений. Для создания такой системы приравниваем степени при одинаковых единицах измерения в числителях и знаменателях критериев, представляющих собой произведения сочетаний размерностей, выбранных в начале расчета физических параметров. В итоге получаем систему из q уравнений с k = q неизвестными.

Получаем наборы по *m*-*k* критериев для каждой группы параметров. Максимальное количество безразмерных комплексов, которое можно рассчитать на основе *m* параметров, составит:

$$\pi_s = C_m^k \cdot (m - k)$$

Эта величина может быть довольно большой. Например, для m = 7 и k = 3 $\pi_s = 140$. Однако рассчитанные критерии часто бывают одинаковыми и взаимообратными, поэтому общее количество отобранных критериев оказывается меньше, чем π_s . Доля критериев, не прошедших проверку, зависит от исходного набора физических параметров, отобранных для изучения.

Интерфейс и функциональность программы. Программа NonDimCritFormer 1.0 написана на языке VisualBasic.Net. Она обладает интуитивно понятным Windows-интерфейсом и проста в эксплуатации.

Пользователь выбирает физические параметры, существенные, на его взгляд, для моделируемого объекта или процесса (см. рис. 1). В результате выполнения команд «Сформировать все критерии» и «Убрать повторы критериев» на экран выводятся все критерии подобия (безразмерные комплексы), которые можно составить на основе выбранных физических параметров (см. рис. 2).

Команда «Найти стандартные критерии» позволяет установить наличие в списке известных (имеющих имена) критериев подобия. Кроме того, в NonDimCritFormer 1.0 предусмотрена возможность выводить на печать весь список полученных критериев или его часть, сохранять список в виде отдельного файла, редактировать базу стандартных критериев.

Примеры использования программы

Расчетный пример **1.** В условиях постоянного напряжения найдем критерии подобия, описывающие прохождение тока в резисторе, дросселе и конденсаторе, подключенных последовательно [8].

Шаг 1. Выбираем физические параметры, существенные для моделируемого объекта. К ним можно от-

нести: силу тока, *I*, *A*; индуктивность, *L*,
$$\frac{K\Gamma \cdot M}{c^2 \cdot A^2}$$
; емкость, *C*, $\frac{C \cdot A}{\kappa c \cdot M^2}$; сопротивление, *R*; $\frac{K\Gamma \cdot M}{c^3 \cdot A^2}$; напряжение

 $U, \frac{\kappa \Gamma \cdot M^2}{c^3 \cdot A}$ и время *t*, с. Всего параметров *m* = 6, а базовых единиц измерения *q* = 4.

Шаг 2. Матрица размерностей указанных параметров имеет вид:

Шаг 3. Ранг этой матрицы k = 3. Из этого следует, что число независимых параметров в группе будет равно трем, число критериев для каждой независимой группы m - k = 3.

Шаг 4. Общее количество групп независимых параметров может составить $C_m^k = C_6^3 = 20$. Комбинации параметров составляются автоматически описываемой программой. Алгоритм проверяет ранг частичной матрицы для каждой составленной комбинации.

Например, для сочетания *ILU* частичная матрица будет выглядеть так:

$$ILU = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 \\ 2 & 1 & -3 & -1 \end{vmatrix}$$

Ранг данной матрицы равен 3, следовательно, эта комбинация образует группу независимых параметров. Не все из возможных 20 сочетаний являются безразмерными критериями подобия. Например, не является таким критерием сочетание *tCL*, потому что ранг матрицы не равен *k*. В контексте рассматриваемого исходного набора физических параметров только 15 можно считать критериями подобия.

Шаг 5. Составление критериев подобия проходит через решение систем линейных уравнений, которые формируются на основе критериальных комплексов. Например, для сочетания *ILU*

$$\pi_1 = \frac{t^{x_{1,1}}}{I^{x_{1,2}} \cdot L^{x_{1,3}} \cdot U^{x_{1,4}}}, \quad \pi_2 = \frac{C^{x_{2,1}}}{I^{x_{2,2}} \cdot L^{x_{2,3}} \cdot U^{x_{2,4}}}, \quad \pi_3 = \frac{R^{x_{3,1}}}{I^{x_{3,2}} \cdot L^{x_{3,3}} \cdot U^{x_{3,4}}}$$

будут найдены значения степеней размерностей х и получены следующие критерии:

$$\pi_1 = \frac{t}{I \cdot L \cdot U^{-1}}, \quad \pi_2 = \frac{C}{I^2 \cdot L \cdot U^{-2}}, \quad \pi_3 = \frac{R}{I^{-1} \cdot L^0 \cdot U}$$

Для каждой из 15 возможных комбинаций исходных физических параметров будут получены по 3 критерия. Среди этих 45 критериев зачастую бывают повторяющиеся и взаимообратные. Для рассматриваемого примера NonDimCritFormer 1.0 выдает 11 уникальных критериев:

$$\begin{aligned} \pi_1 &= \frac{t}{C^{0,5} \cdot L^{0,5}}; \quad \pi_2 = \frac{I \cdot L^{0,5}}{C^{0,5} \cdot U}; \quad \pi_3 = \frac{C^{0,5} \cdot R}{L^{0,5}}; \\ \pi_4 &= \frac{C \cdot L}{t^2}; \quad \pi_5 = \frac{I \cdot t}{C \cdot U}; \quad \pi_6 = \frac{C \cdot R}{t}; \\ \pi_7 &= \frac{C \cdot U^2}{I^2 \cdot L}; \quad \pi_8 = \frac{R \cdot I}{U}; \quad \pi_9 = \frac{L}{C \cdot R^2}; \\ \pi_{10} &= \frac{U \cdot t}{I \cdot L}; \quad \pi_{11} = \frac{R \cdot t}{L}. \end{aligned}$$

Расчетный пример 2. Рассмотрим процесс движения жидкости в горизонтальной трубе. Для этого сформируем критерии подобия, которые описывают падение давления в этом процессе [10].

Наиболее важными параметрами, которые описывают падение давления в трубе при прохождении по ней жидкости, можно назвать следующие:

$$\Delta p = f(\omega, \rho, \mu, L),$$

где Δp — давление, $\frac{\kappa\Gamma}{M \cdot c^2}$; ω — скорость потока жидкости, $\frac{M}{c}$; ρ — плотность жидкости, $\frac{\kappa 2}{M^3}$; μ — коэффи-

циент динамической вязкости, $\frac{\kappa c}{M \cdot c}$, L — длина трубы, м.

Всего параметров m = 5, а базовых единиц измерения q = 3. Полная матрица размерностей выбранных параметров имеет вид:

 $\begin{array}{c|cccc} & \mathsf{M} & \mathsf{KF} & \mathsf{C} \\ \mu & -1 & 1 & -1 \\ \Delta p & -1 & 1 & -2 \\ L & 1 & 0 & 0 \\ \rho & -3 & 1 & 0 \\ \omega & 1 & 0 & -1 \\ \end{array} .$

Ранг приведенной матрицы k = 3. Число независимых параметров в группе — три и количество критериев для каждой независимой группы m - k = 2. Всего может быть $C_m^k = C_5^2 = 10$ групп.

Согласно расчетам программы, в данном примере из десяти возможных сочетаний независимыми группами являются только девять. Из этого следует, что всего можно получить 18 безразмерных комплексов. После удаления повторяющихся и взаимообратных программа выдает 6 уникальных сочетаний.

$$\begin{split} \pi_1 &= \frac{L \cdot \Delta p}{\mu \cdot \omega}; \quad \pi_2 = \frac{\Delta p}{\rho \cdot \omega^2}; \quad \pi_3 = \frac{L \cdot \Delta p^{0,5} \cdot \rho^{0,5}}{\mu}; \\ \pi_4 &= \frac{\rho^{0,5} \cdot \omega}{\Delta p^{0,5}}; \quad \pi_5 = \frac{L \cdot \rho \cdot \omega}{\mu}; \quad \pi_6 = \frac{L^2 \cdot \Delta p \cdot \rho}{\mu^2}. \end{split}$$

Важно отметить, что комплексы π_2 и π_5 являются выражениями критериев Эйлера и Рейнольдса соответственно [3].

Обсуждение и заключение. Предложена компьютерная программа NonDimCritFormer 1.0. С ее помощью можно сформировать безразмерные комплексы — критерии подобия, описывающие объект изучения. Для этого предварительно выбираются физические параметры, которые определяют указанный объект в характерных пространственных и временных точках. Автоматизация научных изысканий с помощью предложенного решения повышает точность моделирования и экономит средства на натурном моделировании объектов изучения.

Библиографический список

1. Зарубин, В. С. Математическое моделирование в технике / В. С. Зарубин. — Москва : Высшая школа, 2015. — 474 с.

2. Батунер, Л. М. Математические методы в химической технике / Л. М. Батунер, М. Е. Позин. — Ленинград : Химия, 1972. — 724 с.

3. Buchanan, M. Dimensional analysis / M. Buchanan // Nature Physics. - 2010. - Vol. 6. - P. 555.

4. Zohuri B. Dimensional Analysis and Self-Similarity Methods for Engineers and Scientists. — Cham ; Heidelberg ; New York ; Dordrecht ; London : Springer, 2015. — 372 p.

5. Веников, В. А. Теория подобия и моделирования (применительно к задачам электроэнергетики) / В. А. Веников, Г. В. Веников. — Москва : Высшая школа, 1987. — 454 с.

6. Гухман, А. А. Применение теории подобия к исследованию процессов тепло-массообмена. Процессы переноса в движущейся среде / А. А. Гухман. — Москва : URSS, 2018. — 328 с.

7. Zohuri, B. Dimensional Analysis Beyond the Pi Theorem / B. Zohuri. — Cham : Springer, 2015. — 372 p.

8. Frishter, L. U. Application of the Method of the Theory Similarity and Dimensional Analysis for Research the Local Stress-strain State in the Neighborhood of an Irregular Point of the Boundary / L. U. Frishter // Procedia Engineering. — 2016. — Vol. 153. — P. 151–156.

9. Bluman, G. W. Similarity Methods for Differential Equations / G. W. Bluman, J. D. Cole. — New York ; Heidelberg ; Berlin : Springer-Verlag, 1974. — 333 p.

10. Ayala, L. F. The Similarity Theory Applied to the Analysis of Multiphase Flow in Gas-Condensate Reservoirs / L. F. Ayala, J. P. Kouassi // Energy Fuels. — 2017. — № 21 (3). — P 1592–1600.

Сдана в редакцию 20.12.2018 Принята к публикации 04.03.2019

Об авторе:

Цибирова Ильвира Мухарбековна,

старший преподаватель кафедры «Физика и астрономия» Северо-Осетинского государственного университета им. К. Л. Хетагурова (РФ, 362025, г. Владикавказ, ул. Ватутина, 44), кандидат педагогических наук. ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-1744-6266</u> 571334@mail.ru

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 004.942

https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-185-194

Сравнительный анализ модифицированной постквантовой криптографической системы NTRUENcrypt и общепринятой криптосистемы RSA*

П. В. Разумов¹, И. А. Смирнов², И. А. Пилипенко³, А. В. Селёва⁴, Л. В. Черкесова^{5}** ^{1,2,3,4,5}Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Comparative analysis of NTRUEncrypt modified post-quantum cryptographic system and standard RSA cryptosystem***

P. V. Razumov¹, I. A. Smirnov², I. A. Pilipenko³, A. V. Selyova⁴, L. V. Cherkesova^{5**}

^{1,2,3,4,5} Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Введение. Статья посвящена исследованию криптографической системы NTRUEncrypt, расчету алгоритмической сложности разработки криптосистемы NTRUEncrypt и ее модификации. Цели исследования: разработка эффективного постквантового криптографического алгоритма NTRUEncrypt, обладающего высокой криптостойкостью к атакам с квантового компьютера, а также разработка модификации предложенного алгоритма, анализ и экспериментальное доказательство его преимуществ.

Материалы и методы. Предложено описание системы шифрования NTRUEncrypt. Изучена модификация рассматриваемого алгоритма, представлена блок-схема реализации основанного на нем программного средства. Приведен пример работы программного средства и дана его характеристика. Достоверность результатов обоснована с помощью И-критерия Манна — Уитни. При проведении эксперимента использована сторонняя программная реализация криптографической системы RSA. В исходный код всех трех программ NTRUEncrypt, RSA, модификации NTRUEncrypt был внедрен элемент класса Stopwatch. Данный класс предоставляет набор методов и свойств, которые можно использовать для точного измерения времени, затраченного на выполнение. Таким образом, появилась возможность фиксировать результаты затраченного времени на всех трех основных этапах: создание ключей, шифрование и расшифрование сообщения.

Результаты исследования. Доказаны преимущества разработанных криптосистем по характеристикам производительности. Выполнено экспериментальное сравнение реализованного алгоритма NTRUEncrypt и его модификации. При этом обозначены все преимущества последней.

Обсуждение и заключения. Экспериментально доказано преимущество использования модификации алгоритма NTRUEncrypt. Новое приложение на 25 % быстрее выполняет общую работу по генерации ключей, шифрованию и расшифрованию. Помимо этого оптимизируется использование внутренней памяти за счет уменьшения веса ис*Introduction.* The NTRUEncrypt cryptographic system, the calculation of the algorithmic complexity of the development of the NTRUEncrypt cryptosystem and its modifications are considered. The study objectives are to develop NTRUEncrypt, an efficient post-quantum cryptographic algorithm, which has high cryptographic resistance to quantum computer attacks, to work out a modification of the proposed algorithm, to analyze and experimentally validate its advantages.

Materials and Methods. A description of the NTRUEncrypt encryption system is proposed. The modification of the considered algorithm is studied; the block diagram of the implementation of the software based on it is presented. An example of the software operation and its characteristic is given. The reliability of the results is proved using the Mann-Whitney U test. During the experiment, the third-party software implementation of the RSA cryptosystem was used. A Stopwatch class element was introduced in the source code of all three programs of NTRUEncrypt, RSA, and NTRUEncrypt modifications. This class provides a set of methods and properties that can be used for the precise measurement of the execution time. Thus, it became possible to record the results of the time spent on all three basic stages: key creation, encryption and decryption of the message.

Research Results. The advantages of the developed cryptosystems in terms of the performance characteristics are proved. An experimental comparison of the implemented NTRUEncrypt algorithm and its modification is performed. All advantages of the latter are indicated.

Discussion and Conclusions. The advantage of using the NTRUEncrypt algorithm modification is experimentally validated. The new application is 25% faster to perform general work on key generation, encryption and decryption. In addition, the internal memory usage is optimized through reducing the weight of the source program file and the size of the secret



^{*}Работа выполнена в рамках инициативной НИР.

^{**}E-mail: therazumov@gmail.com, terran.doatk@mail.ru, ipilipenko@donstu.ru, tone4ka.selyova@yandex.ru, chia2002@inbox.ru

^{***} The research is done within the frame of the independent R&D.

ходного файла программы и размера секретного ключа. При попытке взлома шифротекста проявляется криптографическая стойкость и сложность использования квантовых алгоритмов.

Ключевые слова: криптографическая система, постквантовый криптографический алгоритм, криптостойкость, *U*критерий Манна — Уитни, шифрование.

Образец для цитирования: Сравнительный анализ модифицированной постквантовой криптографической системы NTRUENcrypt и общепринятой криптосистемы RSA / П. В. Разумов [и др.] // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 19, № 2. — С.185–194. https://doi.org/ 10.23947/1992-5980-2019-19-2-185-194 key. When attempting to crack a ciphertext, cryptographic robustness and complexity of using quantum algorithms are shown.

Keywords: cryptographic system, post-quantum cryptographic algorithm, cryptographic strength, Mann-Whitney U test, encryption.

For citation: P.V. Razumov, et al. Comparative analysis of NTRUEncrypt modified post-quantum cryptographic system and standard RSA cryptosystem. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 2, pp. 185–194. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-185-194

Введение. Толчком для разработки новой криптографической системы послужила статья [1]. В ней показано, что квантовые компьютеры потенциально угрожают взломом всем широко используемым криптографическим алгоритмам.

Представленная в данной статье программная разработка обладает криптостойкостью по отношению к возможным квантовым атакам и превосходит аналоги (например, криптосистему RSA) по характеристикам скорости работы алгоритма и по количеству затрачиваемых ресурсов [2]. Этим обусловлена актуальность работы.

Объектом исследования является криптосистема NTRUEncrypt.

Предмет исследования — алгоритмическая сложность разработки криптосистемы NTRUEncrypt и ее модификации.

Цели исследования: разработка эффективного постквантового криптографического алгоритма NTRUEncrypt, обладающего высокой криптоскойстью по отношению к атакам с квантового компьютера, а также создание модификации предложенного алгоритма, анализ и экспериментальное доказательство его преимуществ.

В соответствии с поставленной целью были определены следующие задачи.

1. Исследовать алгоритм работы криптосистемы NTRUEncrypt.

2. Разработать алгоритм модификации NTRUEncrypt.

3. Реализовать программные средства криптосистемы NTRUEncrypt и ее модификации.

4. Проанализировать и сравнить две программы друг с другом и с их аналогом — криптосистемой RSA.

Материалы и методы. Рассмотрим описание системы шифрования NTRUEncrypt. Криптографическая система с открытым ключом NTRUEncrypt использует операции над кольцом $Z[X] / (X^N - 1)$ многочленов степени, не превосходящей N - 1 [3]:

$$a = a_0 + a_1 * X^1 + a_0 * X^2 + \dots + a_{N-1} * X^{N-1},$$

где *a*₀, *a*₁, *a*₂ ... *a*_{*N*-1} — целые числа.

Операции сложения и умножения производятся как обычно, за исключением того, что X^N заменяется на 1, X^{N+1} заменяется на X^1 , X^{N+2} заменяется на X^2 и т. д.

Криптосистема определяется рядом параметров, основные из которых: *N*, *p* и *q*. Для сохранения стойкости алгоритма необходимо, чтобы параметры *p* и *q* были взаимно простыми.

Чтобы обеспечить высокую стойкость алгоритма к различным атакам, рекомендуется использовать следующие параметры (рис. 1):

Обозначение	Ν	q	р	df	dg	dr	Гарантированная стойкость
NTRU167:3	167	128	3	61	20	18	Умеренный уровень стойкости
NTRU251:3	251	128	3	50	24	16	Стандартный уровень стойкости
NTRU503:3	503	256	3	216	72	55	Высочайший уровень стойкости
NTRU167:2	167	127	2	45	35	18	Умеренный уровень стойкости
NTRU251:2	251	127	2	35	35	22	Стандартный уровень стойкости
NTRU503:2	503	253	2	155	100	65	Высочайший уровень стойкости

Рис. 1. Рекомендованные параметры

Результаты исследования

Генерация ключей. Боб хочет передать сообщение Алисе. Для этого ему необходимы открытый и закрытый ключи. Поэтому он случайным образом выбирает два малых полинома f и g из кольца усеченных многочленов R. Малость полиномов означает, что относительно произвольного полинома по модулю q, в котором коэффициенты равномерно распределены, у малого полинома они будут много меньше q [4]. Для определения малости полиномов используются числа df и dg, которые Боб выбирает самостоятельно.

Полином f будет иметь df коэффициентов, равных единице, (df - 1) коэффициентов, равных минус единице, и остальные, равные нулю.

Полином g будет иметь dg коэффициентов, равных единице, столько же коэффициентов, равных минус единице, и остальные, равные нулю.

Боб должен хранить выбранные полиномы в тайне, так как любой, кому они станут известны, сможет расшифровать сообщение.

Следующим шагом Боб вычисляет обратные полиномы f_p и f_q по модулю p и q соответственно, такие, что:

$$f \times f_p = 1 (mod p)$$
 и $f \times f_q = 1 (mod q)$.

Если случайно эти обратные полиномы не существуют, то Боб возвращается назад и заново выбирает полином *f*.

Секретный ключ — это пара (f, f_p) , а открытый ключ h вычисляется по формуле:

$$h = p \times f_q \times g \pmod{q}.$$

Шифрование. Алиса хочет отправить сообщение Бобу с помощью открытого ключа h. Для этого Алисе нужно представить свое сообщение в виде полинома m с коэффициентами по модулю p, выбранными из диапазона (-p/2, p/2]. Затем Алисе необходимо выбрать другой малый полином r, который называется «ослепляющий», и вычислить шифротекст:

$$e = (r \times h + m) (mod q).$$

Расшифрование. Боб получает от Алисы зашифрованное сообщение *е* и хочет его расшифровать. Первым делом, используя свой секретный ключ, Боб вычисляет:

$$a = f \times e \; (mod \; q).$$

Так как Боб вычисляет значение *a* по модулю числа *q*, он должен выбрать его коэффициенты из диапазона (-q/2, q/2] и затем вычислить:

$$b = a \ (mod \ p).$$

Наконец, Боб, используя вторую часть секретного ключа, получает исходное сообщение от Алисы:

$$c = f_p \times b \pmod{p}.$$

Модификация алгоритма NTRUEncrypt. Как видно из описания алгоритма, полином *f* должен отвечать следующим требованиям:

— полином f является обратимым по модулю p,

— полином f является обратимым по модулю q,

— полином *f* является малым полиномом.

В самом алгоритме обратимость по модулю p и q гарантировалась следующим образом. Если вдруг генерировался полином f, не обратимый по одному из модулей, то он отбрасывался и генерировался следующий — и так до тех пор, пока необходимый полином не будет найден.

Предлагаемая модификация заключается в том, чтобы заменить полином *f* полиномом вида:

$$f = 1 + pF, \tag{1}$$

где *F* — малый полином.

Данный подход имеет следующие преимущества.

1. Из самого выражения (1) видно, что полином f всегда обратим по модулю p. Этот факт ускоряет генерацию ключей, так как не требуется дополнительно вычислять f_p .

2. Поскольку $f^{-1} = 1 \mod p$, то при расшифровании не требуется дополнительное умножение на f^{-1} , что ускоряет сам процесс расшифровки. Закрытый ключ в этом случае будет представлять собой не пару (f, f_p) , а (f).

Генерация ключей. Как и в оригинальном алгоритме, вначале Боб выбирает параметры шифрования N, p, q и числа df, dg. Затем он случайным образом выбирает два малых полинома F и g из кольца усеченных многочленов R.

Следующим шагом Боб вычисляет обратный полином f_q по модулю q:

$$f \times f_q = 1 \pmod{q}$$

Если случайно обратный полином не находится, Боб возвращается назад и заново выбирает полином f. Секретный ключ — это полином f, а открытый ключ h вычисляется следующим образом:

$$h = p \times f_q \times g \ (mod \ q).$$

Шифрование. Шифрование остается без изменений, все в точности как в оригинальном алгоритме NTRUEncrypt.

Алиса хочет отправить сообщение Бобу с помощью открытого ключа h. Для этого Алисе нужно представить свое сообщение в виде полинома m с коэффициентами по модулю p, выбранными из диапазона (-p/2, p/2]. Затем Алисе необходимо выбрать другой малый полином r, который называется «ослепляющий», и вычислить шифротекст:

$$e = (r \times h + m) (mod q).$$

Расшифрование. Боб получает от Алисы зашифрованное сообщение *е* и хочет его расшифровать. Первым делом, используя свой секретный ключ, Боб вычисляет:

$$a = f \times e \pmod{q}.$$

Так как Боб вычисляет значение *a* по модулю числа *q*, он должен выбрать его коэффициенты из диапазона (-q/2, q/2] и затем вычислить:

$$b = a \pmod{p}.$$

Всё, на этом вычисления закончены, мы получили исходное сообщение от Алисы: b = m [5].

Доказательство работы модифицированного алгоритма. Для доказательства работы алгоритма рассмотрим сам процесс расшифрования.

Зашифрованное сообщение от Алисы имеет вид:

$$= (r \times h + m) (mod q).$$

Боб использует свой закрытый ключ — полином f:

е

$$a = f \times e \pmod{q} = (f \times (r \times h + m)) \pmod{q} = (f \times (r \times pf_q \times g + + m)) \pmod{q}.$$

В результате:

$$a = (pr \times g + m \times f)(mod q)$$

Следующим шагом Боб получает полином *b* путем уменьшения коэффициентов полинома *a* по моду:

лю *p*:

$$b = a(modp) = m \times f(modp) = (m + m \times p \times F)(mod p) = m (mod p).$$

Таким образом, мы проверили и доказали, что полином *b* действительно является исходным сообщени*m*.

ем *m*.

Реализация алгоритма. В качестве языка программирования использован объектно-ориентированный язык программирования *C*#, относящийся к семье языков с *C*-подобным синтаксисом. Среда разработки — Microsoft Visual Studio 2015 Enterprise. Главное преимущество данного программного продукта — приложение с графическим интерфейсом, который позволяет пользователю быстро разобраться в устройстве и схеме работы данного программного продукта.

На рис. 2 приведена обобщенная блок-схема работы программного средства.

http://vestnik.donstu.ru

Разумов П. В. и др. Сравнительный анализ модифицированной постквантовой криптографической системы NTRUENcrypt Razumov P. V. et al. Comparative analysis of NTRUEncrypt modified post-quantum cryptographic system and standard RSA cryptosystem



Рис. 2. Блок-схема алгоритма реализации программного средства

Пример работы программного средства. NTRUEncrypt использует три постоянных параметра: *N*, *p*, *q*. Они вводятся пользователем на панели «Параметры системы».

Далее располагается панель «Генерация ключей». На вход подаются параметры, введенные пользователем на предыдущем этапе. Затем случайным образом формируются два полинома f и g — такие, чтобы: — количество коэффициентов, равных единице и нулю, было равно числу, которое заранее определено в программе;

— степень полиномов соответствовала введенному параметру N.

Затем используется теорема Евклида о нахождении наибольшего общего делителя для многочленов и ее обратный ход для вычисления двух обратных к f полиномов по модулю p и q соответственно. Вычисляется открытый ключ h.

Пользователь вводит двоичный вид сообщения *m* на панели «Шифрование» в окне «Сообщение». Стоит отметить, что исходное сообщение необходимо разбить на блоки по *N* бит, каждый из которых будет обрабатываться отдельно и преобразовывать каждый блок в полином с коэффициентами $\{-1, 0, 1\}$ (в данной программе вместо значения «–1» используется «2».

Для операции шифрования программе необходимо выполнить предварительную подготовку — сгенерировать один ослепляющий полином. Он формируется по такому же принципу, что и полиномы *f*, *g*.

Полученный открытый ключ и полином r дают возможность зашифровать сообщение m, используя соответствующую формулу. Затем результат проверяется на принадлежность кольцу усеченных многочленов степени, не превосходящей N - 1, и выводится на экран.

Следующий блок реализует механизм дешифрации. Для этого последовательно выполняются действия с учетом кольца $Z[X]/(X^N - 1)$.

Результат проведенных операций отображен на рис. 3.

Параметры криптосистемы	Генерация ключей Демонстрация одного раунда работы	Шифрование
N = 11	df = 4, dg = 3	Битовое сообщение: 10011101001
p = 3 q = 7	Сгенерировать	r = (x^0) +x^1+x^2+x^3+(x^6) +(x^10) Зашифровать
	$\begin{split} f &= 4x^0 + (\cdot 3x^{-1}) + (\cdot 3x^{-2}) + (\cdot 3x^{-5}) + 3x^{-7} + 3x^{-11} \\ g &= x^0 + (x^{-1}) + (x^{-3}) + x^{-4} + (\cdot x^{-9}) + x^{-10} \end{split}$	Леникорания
Очистить	fq = 333-3-3230233	Шифротекст: 310-1-31-211-31
Выход	h = 1102-3312-202	Расшифровать
	Открытый ключ: (h); Закрытый ключ: (f).	10011101001

Рис. 3. Внешний вид программы NTRUEncrypt

На рис. 4 отображены результаты работы программного средства в виде исходного текста, зашифрованного и расшифрованного.

🧾 my_text.txt — Блокнот	🥼 shifr_text.txt — Бло	📕 text.txt — Блокнот — 🗆 🗙	
Файл Правка Формат	Файл Правка Форм	Файл Правка Формат Вид Справка	
Текст это: письмен	'АЂр Ри ЄАЃ, о	Текст это: письменная или печатная фиксация	^
высказывания или с	°АЂ&р МиВЁАЂр	речевого высказывания или сообщения в	
реализации;Выражен	€A… t ∭AB] A…,d [противоположность устной реализации;Выраженная и	
знаков (независимо	[и@]АЪ`иВЄАЃ	закрепленная посредством языковых знаков	
реализации) чувств	[]ІАЃ"`Ў Ми ЄР… `	(независимо от письменной или устной формы их	
т.ч. литературного	[°АЂ&`Ў Еи@[: "(d	реализации) чувственно воспринимаемая сторона	
коммуникации, обла	, EAF d YaB EPp	речевого, в т.ч. литературного, произведения;	
(целостностью) и о	иВ]ЄРЪ"dӮ[]Ми@ АЪ	Минимальная единица речевой коммуникации,	
Текст во втором зн	. Dи@[А `Ў[ЕиВ[]ў Ћ	обладающая относительным единством	
в третьем значении	@и@ ўА…(tЎ	(целостностью) и относительной автономией.	
отправной точкой в	B[]EP\$p AB[] PF"]	Текст во втором значении, являющийся одним из	
установление на ос	[] АГ"`] иВ]€Р…,`У	аспектов текста в третьем значении (а именно,	
отношений между ег	\$`Ў LиBÜЁAÜ DЎ Eat	его «планом выражения»), служит отправной точкой	
Нередко под тексто	€РЂ\$d Ђ Щ ""dУЩ	всех филологических процедур. Его установление	
от отдельной морфе	Рр [Аи@[ЕА `У[]Ү	на основе критического изучения истории текста и	
употребление размы	и@[]ЄА,,.` Еи@[]ЄА	отношений между его вариантами составляет задачу	
исследовательских	(ЪГ.dУ Еи@[∈ *t	текстологии. Нередко под текстом понимается	
Текст в третьем зн	€Р…\$dУ и@]АГ.	также любой речевой отрезок — от отдельной	
«речевое произведе	и@[]ўАЂрНВ[]ЄРЂ	морфемы до литературы в целом, однако такое	
«теории целого тек	Qa IAЂ d I	употребление размывает специфику понятия и ведет	
своих частей, или	(∖иВШIР,, рӮ	к нечеткости исследовательских результатов.	
обладает известной	А `У[ЕаВ[ўА"рЎ	Текст в третьем значении («сообщение», «целый	
специфической орга	□ AF"` L B□IPЂ\$d	текст», «речевое произведение») — предмет	
организацией этих	Еи@[: Г"tЎ] и [IA,,	особого раздела филологии, «теории целого	
внутренней структу	P [Pa@ A,,,(d ♠ E	текста», или лингвистики текста. В отличие от	¥

Рис. 4. Результат работы программного средства

Эксперименты. Цель экспериментальное исследования — показать и доказать преимущества по характеристикам производительности разработанных криптосистем в сравнении с аналогом. (В рамках данной работы в качестве альтернативной была выбрана криптосистема с открытым ключом RSA [6].) Кроме того, необходимо было сравнить реализованный алгоритм NTRUEncrypt и его модификацию, чтобы отметить преимущества последней и привести экспериментальные доказательства.

Для обоснования достоверности результатов использовался статистический *U*-критерий Манна — Уитни, который используется для сравнения двух независимых выборок по уровню какого-либо признака, изме-

190

Разумов П. В. и др. Сравнительный анализ модифицированной постквантовой криптографической системы NTRUENcrypt Razumov P. V. et al. Comparative analysis of NTRUEncrypt modified post-quantum cryptographic system and standard RSA cryptosystem

ренного количественно. Критерий позволяет определить степень различия между выборками и является более мощным по сравнению с критерием Розенбаума.

Для проведения эксперимента была использована сторонняя программная реализация криптографической системы RSA. В исходный код всех трех программ NTRUEncrypt, RSA, модификации NTRUEncrypt был внедрен элемент класса Stopwatch. Данный класс предоставляет набор методов и свойств, которые можно использовать для точного измерения времени, затраченного на выполнение. Таким образом, появилась возможность фиксирования результатов затраченного времени на всех трех основных этапах: создание ключей, шифрование и расшифрование сообщения. Результаты эксперимента представлены в табл. 1.

Таблица 1

	Результаты эксперимента						
N⁰	Время работы NTRUEncrypt, сек	Время работы модификации NTRUEncrypt, сек	Время работы RSA, сек				
Генерация ключей							
1	0,0239676	0,0190014	0,0964144				
2	0,0149743	0,0109994	0,1023557				
3	0,0129915	0,0099936	0,1372658				
4	0,0170503	0,0099772	0,0491137				
5	0,0139885	0,0099773	0,0869555				
6	0,0139880	0,0099782	0,0587503				
7	0,0129761	0,0099936	0,0986608				
8	0,0139931	0,0109775	0,0707417				
9	0,0139918	0,0099773	0,0595015				
10	0,0169748	0,0099777	0,0517874				
		Шифрование					
1	0,0069961	0,0069770	0,0453772				
2	0,0049961	0,0059796	0,0598658				
3	0,0059954	0,0049965	0,0265461				
4	0,0049966	0,0069966	0,0402407				
5	0,0069765	0,0060854	0,0783415				
6	0,0049961	0,0069989	0,0097463				
7	0,0059795	0,0059954	0,0247876				
8	0,0069961	0,0059954	0,0272320				
9	0,0089956	0,0049798	0,0494907				
10	0,0059954	0,0049744	0,0100916				
		Расшифрование					
1	0,0009843	0,0009843	1,0624476				
2	0,0010212	0,0010026	0,3692022				
3	0,0010193	0,0009974	0,7651423				
4	0,0009989	0,0009975	0,9922103				
5	0,0030012	0,0009988	0,3056423				
6	0,0010017	0,0009975	0,3757183				
7	0,0009989	0,0009988	1,2844272				
8	0,0010021	0,0009989	0,5902735				
9	0,0010026	0,0009984	0,9932694				
10	0,0009844	0,0009970	0,8740392				

К результатам, приведенным в табл. 1, применим *U*-критерий Манна — Уитни. Сравним скорость генерации ключей алгоритма NTRUEncrypt и его модификации.

Следуя алгоритму И-критерия Манна — Уитни, распишем вычисление критерия по шагам.

1. Составить общий ранжированный список из обеих выборок, присвоив меньшему рангу меньшее значение.

2. Разделить общий ранжированный список на два, состоящих из элементов первой и второй выборок.

3. Подсчитать сумму рангов, приходящихся на первую и вторую выборки по отдельности, как показано

на рис. 5.

Nº	Выборка 1	Ранг 1	Выборка 2	Ранг 2
1	0.0239676	20	0.0190014	19
2	0.0149743	16	0.0109994	9
3	0.0129915	11	0.0099936	6.5
4	0.0170503	18	0.0099772	1
5	0.0139885	13	0.0099773	2.5
6	0.0139880	12	0.0099782	5
7	0.0129761	10	0.0099936	6.5
8	0.0139931	15	0.0109775	8
9	0.0139918	14	0.0099773	2.5
10	0.0169748	17	0.0099777	4
Суммы:		146		64

Рис. 5. Второй шаг вычисления *U*-критерия Манна — Уитни

4. Вычислить значение *U*-критерия Манна — Уитни: *U* = 9. По таблице для уровня статистической значимости следует определить критическое значение критерия для данных *n*1 и *n*2 (рис. 6).

U _{Kp}			
p≤0.01	p≤0.05		
19	27		

Рис. 6. Четвертый шаг вычисления И-критерия Манна — Уитни

Так как значения *n*1 и *n*2 для всех экспериментов одинаковы, то эта таблица будет использоваться в каждом вычислении.

Отсюда можно сделать вывод, что полученное эмпирическое значение U = 9 находится в зоне значимости (рис. 7). Следовательно, наблюдается значительное различие между скоростью работы программы NTRUEncrypt и ее модификацией. Если этот факт выразить в процентном отношении, получится, что модификация NTRUEncrypt быстрее самой программы на 28 %.



Рис. 7. Ось значимости

Аналогично, опуская подробности вычислений, приведем результаты *U*-критерия Манна — Уитни и процентное превосходство для остальных случаев.

Генерация ключей

1. Модификация NTRUEncrypt быстрее программы NTRUEncrypt на 28 %. Полученное эмпирическое значение U = 9 находится в зоне значимости.

2. Программа NTRUEncrypt быстрее RSA на 80 %. Полученное эмпирическое значение U = 0 находится в зоне значимости.

3. Модификация NTRUEncrypt быстрее RSA на 86 %. Полученное эмпирическое значение U = 0 находится в зоне значимости.

Шифрование сообщения

1. Полученное эмпирическое значение U = 47 находится в зоне незначимости.

2. Программа NTRUEncrypt быстрее RSA на 80 %. Полученное эмпирическое значение U = 0 находится в зоне значимости.

3. Модификация NTRUEncrypt быстрее RSA на 84 %. Полученное эмпирическое значение U = 0 находится в зоне значимости.

Расшифрование

1. Модификация NTRUEncrypt быстрее программы NTRUEncrypt на 17 %. Полученное эмпирическое значение U = 24 находится в зоне неопределенности.

2. Программа NTRUEncrypt быстрее RSA на 99 %. Полученное эмпирическое значение U = 0 находится в зоне значимости.

3. Модификация NTRUEncrypt быстрее RSA на 99 %. Полученное эмпирическое значение U = 0 находится в зоне значимости.

Обсуждение и заключения. В рамках данной работы созданы:

- программное обеспечение, реализующее работу криптосистемы NTRUEncrypt;

программное средство, реализующее модификацию этой криптосистемы.

Из преимуществ NTRUEncrypt перед аналогом — криптосистемой RSA можно указать более высокую скорость работы. Выполнение операций шифрования и расшифрования требует $O(n^2)$ операций, в отличие от $O(n^3)$ у того же RSA. По экспериментальным данным программа NTRUEncrypt значительно выигрывает по скорости работы алгоритма в сравнении с RSA. Кроме того, отмечается небольшое увеличение стойкости при фактически такой же длине ключа. Недостаток системы — необходимость использования рекомендованных параметров.

Что касается стойкости NTRUEncrypt, то после создания квантовых компьютеров будут решены задачи быстрой факторизации и дискретного логарифмирования [7]. В этом случае RSA, DSA и подобные им алгоритмы станут бесполезными. Актуальность NTRUEncrypt сохранится: он будет вполне применим и в «постквантовую» эпоху, т. к. не существует алгоритма, решающего задачу кратчайшего вектора решетки.

Экспериментально доказано преимущество использования модификации алгоритма NTRUEncrypt. Разработанное приложение на 25 % быстрее выполняет общую работу по генерации ключей, шифрованию и расшифрованию. Кроме того, оптимизируется использование внутренней памяти за счет уменьшения веса исходного файла программы и размера секретного ключа. При попытке взлома шифротекста проявляется криптографическая стойкость и сложность использования квантовых алгоритмов.

Библиографический список

1. Shor, P. Algorithms for Quantum Computation: Discrete Log and Factoring / P. Shor. — Murray Hill : AT&T Bell Labs, 1994. — 124–134 p.

2. Шаклеина, Т. А. «Мозговые центры» и их роль в формировании внешней политики США / Т. А. Шаклеина // Введение в прикладной анализ международных ситуаций. — Москва : Аспект Пресс, 2014. — С. 112.

3. Основы криптографии / А. П. Алферов [и др.]. — Москва : Гелиос АРВ, 2002. — С. 209-220.

4. Лапонина, О. Р. Криптографические основы безопасности / О. Р. Лапонина. — Москва: Национальный открытый университет ИНТУИТ, 2016. — С. 118.

6. Ишмухаметов, Ш. Т. Методы факторизации натуральных чисел / Ш. Т. Ишмухаметов. — Казань : Изд-во Казан. ун-та, 2011. — С. 74–82.

5. Bakhtiari, M. Serious Security Weakness in RSA Cryptosystem / M. Bakhtiari, M. A. Maarof // International Journal of Computer Science and Information Security. — 2012. — № 3. — P. 175–178.

7. Василенко, О. Н. Теоретико-числовые алгоритмы в криптографии / О. Н. Василенко. — Москва : МЦНМО, 2003. — С. 73–74.

Сдана в редакцию 23.10.2018 Принята к публикации 14.03.2019

Об авторах:

Разумов Павел Владимирович,

Студент кафедры «Кибербезопасность информационных систем» Донского государственного технического университета, (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0003-2454-3600</u>

therazumov@gmail.com

Смирнов Иван Андреевич,

студент кафедры «Кибербезопасность информационных систем» Донского государственного технического университета, (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0001-6533-4368</u>

terran.doatk@mail.ru

Пилипенко Ирина Александровна,

аспирант кафедры «Кибербезопасность информационных систем» Донского государственного технического университета, (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0003-3236-6069</u>

ipilipenko@donstu.ru

Селёва Антонина Владимировна,

студент кафедры «Кибербезопасность информационных систем» Донского государственного технического университета, (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0003-0990-7429</u>

tone4ka.selyova@yandex.ru

Черкесова Лариса Владимировна,

профессор кафедры «Кибербезопасность информационных систем» Донского государственного технического университета, (РФ, 344000, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1), доктор технических наук, профессор, ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-9392-3140</u> <u>chia2002@inbox.ru</u>

ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ **INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER** SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 51-76

https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-195-203

Оптимизация двухстадийного режима метаногенеза на основе принципа максимума Понтрягина*

С. А. Королев¹, Д. В. Майков^{2**}

¹ Ижевский государственный технический университет им. М. Т. Калашникова, г. Ижевск, Российская Федерация ² Ижевский торгово-экономический техникум, г. Ижевск, Российская Федерация

Optimization of two-stage methanogenesis regime based on the Pontryagin's maximum principle

S. A. Korolev¹, D. V. Maykov^{2**}

¹ Kalashnikov Izhevsk State Technical University, Izhevsk, Russian Federation

² Izhevsk Trade and Economics College, Izhevsk, Russian Federation

Введение. Статья посвящена решению задачи оптимального управления процессом получения биогаза при непрерывном режиме его переработки в двух метантенках. Цели работы: представить математическую модель данного процесса и разработать алгоритм выбора оптимального управления.

Материалы и методы. Созданная математическая модель описывает получение биогаза из отходов животноводства при последовательной переработке субстрата в двух метантенках. Рассматриваются случаи одинаковых и различных температурных сред (мезофильной и термофильной). Для данной модели сформулирована задача оптимального управления в виде задачи Лагранжа. Ее управляющими параметрами являются скорости поступления субстрата в метантенки. Предложен алгоритм решения данной задачи, основанный на чис

ленной реализации принципа максимума Понтрягина. При оптимизации применялся гибридный генетический алгоритм с дополнительным поиском в окрестности лучшего решения методом сопряженных градиентов.

Результаты исследования. Разработана новая математическая модель, описывающая процесс получения биогаза при последовательной переработке субстрата в двух метантенках. Предложен и программно реализован численный алгоритм решения задачи оптимального управления. Численные исследования показали, что для термофильной среды скорость образования биогаза практически вдвое выше, чем для мезофильной. Установлено, что последовательная переработка субстрата в двух метантенках с одинаковыми температурными средами позволяет вдвое увеличить скорость образования биогаза. Если температурные среды в метантенках различны, то в первом из них следует использовать мезофильную среду, а во втором — термофильную. При этом скорость образования биогаза несколько ниже по сравнению со случаем, когда в каждом из метантенков мезофильная среда, однако степень переработки субстрата выше на 10-15 %.

Materials and Methods. The developed mathematical model describes the biomethanation from animal waste through the downstream processing of the substrate in two digesters. Cases of the same and different temperature media (mesophilic and thermophilic) are considered. An optimal control problem is defined as a Lagrange problem for this model. Its modifiers are the rates of substrate entry into the digesters. The algorithm for solving this problem is proposed; it is based on the numerical

implementation of the Pontryagin maximum principle. When optimizing, a hybrid genetic algorithm was used with an additional search in the neighborhood of the best solution through the conjugate gradient method.

Research Results. A new mathematical model is developed. It describes the biomethanation during the downstream processing of the substrate in two digesters. A numerical algorithm for solving an optimal control problem is proposed and software-implemented. The numerical studies have shown that the biogas production rate is nearly twice as high for a thermophilic medium as for a mesophilic one. It is established that the downstream processing of the substrate in two digesters with the same temperature medium allows the biogas production rate to be doubled. If the temperature media in the digesters are different, then in the first of them, the mesophilic medium should be used, and in the second - the thermophilic medium. At this, the biogas formation rate is somewhat lower compared to the case when there is a mesophilic medium in each of the digesters; however, the degree of the substrate processing is by 10–15% higher.



Introduction. The solution to the problem of optimal control of the biogas process under its conversion in two digesters is considered. The work objectives are to propose a mathematical model of this process and to develop an optimal control algorithm.

^{**} E-mail: stkj@mail.ru, MaykovD@yandex.ru *** The research is done within the frame of the independent R&D.

Обсуждение и заключения. Полученные результаты могут быть использованы для расчета и конструирования биогазовых установок, а также при разработке соответствующего программного обеспечения.

Ключевые слова: метаногенез, биогаз, метантенк, переработка отходов животноводства, математическая модель, система дифференциальных уравнений, численное решение, методы оптимизации, оптимальное управление, принцип максимума Понтрягина.

Образец для цитирования: Королев, С. А. Оптимизация двухстадийного режима метаногенеза на основе принципа максимума Понтрягина / С. А. Королев, Д. В. Майков // Вестник Дон. гос. техн. ун-та. — 2019. — Т. 19, № 2. — С.195–203. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-195-203 *Discussion and Conclusions.* The results obtained can be used for the calculation and design of biogas plants, as well as in the development of appropriate software.

Keywords: methanogenesis, biogas, digester, animal waste treatment, mathematical model, differential equation system, numerical solution, optimization methods, optimal control, Pontryagin's maximum principle.

For citation: S.A. Korolev, D.V. Maykov. Optimization of two-stage methanogenesis regime based on the Pontryagin's maximum principle. Vestnik of DSTU, 2019, vol. 19, no. 2, pp. 195–203. https://doi.org/10.23947/1992-5980-2019-19-2-195-203

Введение. При работе животноводческих предприятий, в частности, птицефабрик, свинокомплексов, ферм крупного рогатого скота (КРС), образуется большое количество отходов. В результате их сбраживания (ферментации) в специальных резервуарах (метантенках) можно получить топливный газ (биогаз) и ценные органические удобрения [1]. Этот процесс называется метаногенезом. Он может протекать при периодическом и непрерывном поступлении субстрата. В первом случае метантенк наполняется однократно и полностью опорожняется по завершении ферментации. Во втором случае одновременно и непрерывно происходят два процесса: поступление субстрата и удаление его переработанной порции.

Обычно для метаногенеза используется мезофильная среда (при температуре 25–38 °C) или термофильная (45–60 °C). Оптимальная температура для мезофильной среды — 37 °C, для термофильной — 56 °C. Продолжительность ферментации для этих сред равна 25 и 12 суткам соответственно.

Экономическая эффективность производства биогаза зависит от различных факторов: вид и количество сырья, климатические условия [2] и т. д. Кроме того, на выработку биогаза существенно влияет скорость поступления субстрата в метантенк. Значение данного параметра зависит от объема метантенка и вида сырья. Чтобы найти оптимальное значение указанной величины, требуется решить задачу оптимального управления.

Следует отметить, что при непрерывном режиме ферментации субстрат не успевает пройти полную переработку. Для повышения выработки биогаза необходимо использовать два метантенка, чтобы субстрат последовательно перерабатывался в каждом из них. Различные аспекты такого процесса изучены в работах [3, 4], а его технические реализации отражены в патентах [5–7].

Во работах, посвященных математическому моделированию метаногенеза, например [8, 9], не представлен поиск оптимального управления либо находится его асимптотическое значение [10–12]. Аналитическое решение задачи оптимального управления получено в [13]. Однако описанная там математическая модель существенно отличается от представленной в данной статье. Предлагаемый здесь численный метод решения задачи оптимального управления применим к широкому классу моделей.

Материалы и методы. Схема последовательной переработки субстрата представлена на рис. 1.



Рис. 1. Схема двухстадийного режима метаногенеза

Пусть L_0 — концентрация питательных веществ в субстрате, поступающем в первый метантенк (кг/м³); L_1 и L_2 — концентрация питательных веществ в субстрате для первого и второго метантенков соответственно (кг/м³); X_1 и X_2 — концентрация метанообразующих бактерий в первом и втором метантенках (кг/м³); Q_1 — объем субстрата в первом метантенке (м³), Q_2 — во втором; q_0 — скорость поступления субстрата в первый метантенк (м³/сут), $q_1 = \frac{dQ_1}{dt}$ и $q_2 = \frac{dQ_2}{dt}$ — скорости выделения субстрата из первого и

второго метантенков соответственно.

Потерь субстрата не происходит, поэтому

$$q_0 = q_1 = q_2 = q$$

Величина q_0 определяется по объему отходов, количеству и производительности биогазовых устано-

Относительные скорости поступления субстрата для метантенков составляют:

$$u_1 = \frac{1}{Q_1} \cdot \frac{dQ_1}{dt} = \frac{q_1}{Q_1} \quad \text{if } u_2 = \frac{1}{Q_2} \cdot \frac{dQ_2}{dt} = \frac{q_2}{Q_2} \cdot \frac{Q_2}{dt} = \frac{Q_2}{Q_2} \cdot \frac{Q_2}{Q_2} \cdot \frac{Q_2}{Q_2} + \frac{Q_2}{Q_2} + \frac{Q_2}{Q_2} + \frac{Q_2}{Q_2} + \frac{Q_$$

Объемы субстратов в метантенках равны

вок.

$$Q_1 = \frac{q}{u_1}$$
 и $Q_2 = \frac{q}{u_2} = \frac{u_1 Q_1}{u_2}$

Для описания метаногенеза при последовательной переработке субстрата используется математическая модель, основанная на математической модели популяционной динамики метанообразующих бактерий для одностадийного режима метаногенеза [11, 14]:

$$\begin{cases} \frac{dX_1}{dt} = \left(\frac{\mu_{mg1}L_1}{a_1 + L_1} - \frac{\mu_{md1}b_1}{b_1 + L_1} - u_1\right) \cdot X_1, \\ \frac{dL_1}{dt} = u_1 \cdot (L_0 - L_1) - \frac{\beta_1 \mu_{mg1}L_1 X_1}{a_1 + L_1}, \\ \frac{dX_2}{dt} = \lambda u_2 X_1 + \left(\frac{\mu_{mg2}L_2}{a_2 + L_2} - \frac{\mu_{md2}b_2}{b_2 + L_2} - u_2\right) \cdot X_2, \\ \frac{dL_2}{dt} = u_2 \cdot (L_1 - L_2) - \frac{\beta_2 \mu_{mg2}L_2 X_2}{a_2 + L_2}. \end{cases}$$
(1)

Здесь нижние индексы переменных (X_i , L_i) и параметров ($\mu_{mg i}$, $\mu_{md i}$, a_i , b_i , β_i , u_i) соответствуют номеру метантенка $i \in \{1, 2\}$. Параметрами модели служат $\mu_{mg i}$ и $\mu_{md i}$ — максимально возможные относительные скорости соответственно прироста и отмирания бактерий (сут⁻¹); β_i — безразмерный коэффициент усвоения субстрата; a_i и b_i — эмпирические коэффициенты ($M^3/k\Gamma$); λ — параметр, равный нулю, если температурные среды в метантенках различны, и единице, если эти среды совпадают.

Значения параметров модели определяются в соответствии с выбранным температурным режимом метаногенеза (мезофильным или термофильным). Если температурные среды в метантенках совпадают, то $\mu_{mg1} = \mu_{mg2} = \mu_{mg}$, $\mu_{md1} = \mu_{md2} = \mu_{md}$ и т. д.

Начальные условия:

$$X_1(0) = X_2(0) = X_0, \ L_1(0) = L_2(0) = L_0$$

где X_0 — естественная концентрация метанообразующих бактерий в исходном сырье; L_0 равно концентрации питательных веществ в непереработанном субстрате.

Модель (1) построена в предположении, что в метантенках поддерживается оптимальная и неизменная температура процесса. Если температурные среды различны, то при поступлении субстрата из одного метантенка в другой должен происходить нагрев или охлаждение до температуры во втором метантенке.

Скорость образования биогаза (м³/сут) в *i*-м метантенке равна

$$w_i = \frac{\gamma_i \mu_{mg\,i} L_i X_i}{a_i + L_i} \,,$$

где γ_i — коэффициент, характеризующий скорость преобразования питательных веществ субстрата в биогаз (м³·м³/кг).

Для получения задачи оптимального управления необходимо дополнить систему уравнений (1) критериальным функционалом

$$V = \int_{0}^{T} \left(\frac{\gamma_{1} \mu_{mg1} L_{1} X_{1}}{a_{1} + L_{1}} + \frac{\gamma_{2} \mu_{mg2} L_{2} X_{2}}{a_{2} + L_{2}} \right) dt \to \max, \qquad (2)$$

определяющим общий выход биогаза с 1 м^3 субстрата в первом и втором метантенках за время T. Оптимизируемыми параметрами задачи служат относительные скорости поступления субстрата в метантенки u_1 и u_2 в системе уравнений (1).

Системы (1)–(2) являются задачами Лагранжа. В общем случае задачи оптимального управления имеется система дифференциальных уравнений вида

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}\left(\mathbf{x}\left(t\right), \,\mathbf{u}\left(t\right), \,t\right), \, t \in [0, \, T], \, \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n, \, \mathbf{u} \in \mathbb{R}^k, \tag{3}$$

197

ее начальные условия:

$$\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0.$$

Требуется найти оптимальное управление u(t), доставляющее максимум критериальному функционалу

$$J = \int_{0}^{T} F_0(\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t) \to \max.$$
(4)

Для численного решения задачи на промежутке [0, T] вводится разностная сетка с узлами $t_0 = 0$, t_1 , t_2 , ..., t_i , t_{i+1} , ..., $t_q = T$ с постоянным шагом $h = t_{i+1} - t_i$ [15].

Численное решение системы дифференциальных уравнений (3) осуществляется методом Рунге — Кутты четвертого порядка:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{i+1} &= \mathbf{x}_i + \frac{h}{6} \cdot \left(\mathbf{k}_1 + 2\mathbf{k}_2 + 2\mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_4 \right), \ i = \overline{0, q-1}, \\ \mathbf{k}_1 &= \mathbf{f} \left(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i, t_i \right), \\ \mathbf{k}_2 &= \mathbf{f} \left(\mathbf{x}_i + \frac{h}{2} \cdot \mathbf{k}_1, \mathbf{u}_i, t_i + \frac{h}{2} \right), \\ \mathbf{k}_3 &= \mathbf{f} \left(\mathbf{x}_i + \frac{h}{2} \cdot \mathbf{k}_2, \mathbf{u}_i, t_i + \frac{h}{2} \right), \\ \mathbf{k}_4 &= \mathbf{f} \left(\mathbf{x}_i + h \cdot \mathbf{k}_3, \mathbf{u}_i, t_i + h \right). \end{aligned}$$
(5)

Для решения задачи удобно ввести qk -мерный полный вектор управлений $U = (u_i), i = \overline{1, q}$. При этом разностной аппроксимацией критериального функционала (4) является выражение:

$$J = J(\mathbf{U}) = \sum_{i=0}^{q} F_0(\mathbf{x}_i, \mathbf{u}_i, t_i) \cdot h \to \max.$$
(6)

Задача решается в приведенной ниже последовательности.

1) Задается полный вектор управлений U.

2) Численно решается исходная система дифференциальных уравнений (3) с помощью соотношений (5) и вычисляется значение критериального функционала (4) с помощью разностной аппроксимации (6).

3) Численно интегрируется система сопряженных уравнений (в направлении «справа налево») согласно соотношениям:

$$\mathbf{p}_{i} = \mathbf{p}_{i+1} + h \cdot \frac{\partial F_{0}}{\partial \mathbf{x}_{i}} + G_{i}^{T} \cdot \mathbf{p}_{i+1} \cdot h, \ i = \overline{\mathbf{1}, q-\mathbf{1}},$$

$$\mathbf{p}_{a} = 0.$$
(7)

Здесь p = p(t) — двойственные переменные принципа максимума Понтрягина; $G_i = \left(\frac{\partial f(x_i, u_i, t_i)}{\partial x_i}\right)$ — матри-

ца Якоби, составленная для системы (3).

4) Выполняется процесс оптимизации по вектору U. В данной работе в качестве метода оптимизации использовался генетический алгоритм с вещественным кодированием и дополнительным поиском в окрестности лучшего решения с помощью метода сопряженных градиентов.

Для рассматриваемой задачи оптимизации метаногенеза вектор фазовых переменных равен $x = colon(X_1, L_1, X_2, L_2)$, вектор управления $u = colon(u_1, u_2)$, а матрица Якоби имеет вид:

$$G = \begin{pmatrix} \frac{\mu_{mg1}L_1}{a_1 + L_1} - \frac{\mu_{md1}b_1}{b_1 + L_1} - u_1 & \frac{a_1\mu_{mg1}X_1}{(a_1 + L_1)^2} + \frac{b_1\mu_{md1}X_1}{(b_1 + L_1)^2} & 0 & 0 \\ & -\frac{\beta_1\mu_{mg1}L_1}{a_1 + L_1} & -u_1 - \frac{\beta_1a_1\mu_{mg1}X_1}{(a_1 + L_1)^2} & 0 & 0 \\ & \lambda u_2 & 0 & \frac{\mu_{mg2}L_2}{a_2 + L_2} - \frac{\mu_{md2}b_2}{b_2 + L_2} - u_2 & \frac{a_2\mu_{mg2}X_2}{(a_2 + L_2)^2} + \frac{b_2\mu_{md2}X_2}{(b_2 + L_2)^2} \\ & 0 & u_2 & -\frac{\beta_2\mu_{mg2}L_2}{a_2 + L_2} & -u_2 - \frac{\beta_2a_2\mu_{mg2}X_2}{(a_2 + L_2)^2} \end{pmatrix}$$

Результаты исследования. Фиксируются теоретические значения переменных, найденных в результате численного решения системы дифференциальных уравнений математической модели метаногенеза. Учитываются отклонения указанных значений от экспериментальных значений относительно вектора параметров [10, 16] (табл. 1). Значения параметров модели метаногенеза оцениваются путем минимизации суммы квадратов этих отклонений.

Таблица 1

Коэффициент	Источник сырья						
	Птицефабрики	Свинокомплексы	Фермы КРС				
μ_{mg}	0,482 / 0,821	0,346 / 0,783	0,297 / 0,563				
μ_{md}	0,353 / 0,528	0,291 / 0,423	0,254 / 0,351				
а	34,781 / 43,875	7,242 / 21,653	5,013 / 8,733				
b	116,457 / 14,674	37,347 / 9,278	18,722 / 5,455				
β	2,344 / 3,189	1,495 / 2,084	1,413 / 1,983				
γ	1,463 / 1,963	1,373 /1,907	1,299 / 1,813				

Оценки значений параметров модели метаногенеза для мезофильной / термофильной сред

Рассматриваются следующие способы переработки субстрата.

I. Используется единственный метантенк.

II. Используются два метантенка с последовательной переработкой субстрата, температурные среды в которых совпадают.

При этом для каждого метантенка возможны два варианта среды: мезофильная или термофильная (табл. 2).

Таблица 2

Vanattanuaturu	Источник сырья							
ларактеристики	Птицефабрики	Свинокомплексы	Фермы КРС					
I. Один метантенк с мезофильной / термофильной средой								
u^* , cyr $^{-1}$	0,149 / 0,402	0,128 / 0,341	0,112 / 0,268					
<i>w</i> [*] , м ³ /сут	7,25 / 24,51	3,58 / 10,76	1,81 / 5,42					
$L^* / L_0, \%$	56 / 43	51 / 38	52 / 41					
II. Два метантенка с мезофильной / термофильной средой в каждом								
u_1^* , cyt $^{-1}$	0,168 / 0,432	0,144 / 0,362	0,117 / 0,287					
u_2^* , cyr $^{-1}$	0,491 / 2,448	0,412 / 1,858	0,367 / 1,424					
<i>w</i> [*] , м ³ /сут	15,19 / 50,21	7,79 / 22,19	3,85 / 10,92					
L_{2}^{*} / L_{0} , %	45 / 35	38 / 33	38 / 33					
III. Два метантенка, в первом — мезофильная, во втором термофильная среда /								
в первом — термофильная, во втором — мезофильная среда								
u_1^* , cyt ⁻¹	0,149 / 0,402	0,128 / 0,341	0,112 / 0,268					
u_2^* , cy $^{-1}$	0,312 / 0,051	0,222 / 0,059	0,183 / 0,051					
<i>w</i> [*] , м ³ /сут	15,35 / 25,12	6,61 / 11,42	3,26 / 5,42					
$L_2^* / L_0, \%$	30 / 34	29 / 35	26 / 32					

Оптимальные параметры метаногенеза

Здесь u^* — оптимальные значения относительной скорости поступления субстрата; w^* — соответствующий им среднесуточный выход биогаза; $\frac{L^*}{L_0}$ — полнота переработки питательных веществ субстрата.

Графики скорости образования биогаза показаны на рис. 2.



Рис. 2. Скорость образования биогаза при использовании отходов свинокомплексов для двух метантенков с мезофильной (а) и термофильной (б) средой в каждом

III. Используются два метантенка с последовательной переработкой субстрата, температурные среды в которых отличаются.

б)

При этом рассматриваются два варианта.

1) В первом метантенке мезофильная среда, а во втором — термофильная.

2) В первом метантенке термофильная среда, а во втором — мезофильная.

Оптимальные значения параметров см. в табл. 2.

На рис. 3 приведен график скорости образования биогаза.



Рис. 3. Скорость образования биогаза при использовании отходов свинокомплексов и двух метантенков: в первом метантенке мезофильная, во втором — термофильная среда (*a*); в первом метантенке термофильная, во втором — мезофильная среда (*б*)

Использование одного метантенка при непрерывном режиме ферментации позволяет переработать питательные вещества субстрата на 40–45 % для мезофильной среды и на 50–55 % — для термофильной.

При использовании двух метантенков с одинаковыми температурными средами доля переработки субстрата увеличивается на 10 % для мезофильной и на 5 % для термофильной сред. При этом среднесуточная выработка биогаза возрастает практически вдвое. Скорость образования биогаза для термофильной среды практически вдвое выше, чем для мезофильной.

Два метантенка, эксплуатируемые в различных температурных средах, демонстрируют различные результаты. Так, при использовании первого варианта доля переработки субстрата примерно на 25 % выше, чем при использовании одного метантенка с мезофильной средой. При втором варианте доля переработки субстрата на 5–10 % выше, чем при использовании одного метантенка с термофильной средой. Кроме того, организация процесса по первому варианту обеспечивает практически двукратное увеличение скорости образования биогаза (если сравнивать с одним метантенком с мезофильной средой). Во втором варианте значимый прирост скорости не отмечается (если сравнивать с термофильной средой). Из вышесказанного следует, что использование второго варианта нецелесообразно.

Первый вариант несколько проигрывает в скорости образования биогаза случаю использования двух метантенков с мезофильной средой в каждом, хотя обеспечивает более высокую (на 10–15 %) степень переработки субстрата. Это связано с тем, что при использовании двух метантенков с мезофильной средой оптимальные значения относительных (а следовательно, и абсолютных) скоростей поступления субстрата выше, т. е. в

единицу времени перерабатывается больше субстрата. Скорость образования биогаза для второго варианта вдвое ниже, чем для случая использования двух метантенков с термофильной средой.

Обсуждение и заключения. Разработаны математические модели, описывающие метаногенез при последовательной переработке субстрата в двух метантенках, когда температурные среды в них совпадают и отличаются. Этим моделям соответствует задача оптимального управления процессом метаногенеза на основе принципа максимума Понтрягина. В работе представлен алгоритм ее решения. Управляющими параметрами служат относительные скорости поступления субстрата в метантенки.

В результате численных исследований обнаружено, что последовательное использование двух метантенков с одинаковыми температурными средами позволяет увеличить степень переработки субстрата на 5– 10 %. При этом скорость образования биогаза возрастает вдвое. Степень переработки субстрата для мезофильного режима также на 5–10 % выше, чем для термофильного. При этом скорость образования биогаза в термофильной среде практически вдвое выше, чем в мезофильной. Это связано с более высокой интенсивностью процесса (выше оптимальное значение относительной скорости поступления субстрата).

Также показаны результаты эксплуатации метантенков с различными температурными средами. В первом варианте субстрат сначала перерабатывается в мезофильной среде, а затем поступает в метантенк с термофильной средой. Во втором варианте, наоборот, субстрат из метантенка с термофильной средой поступает в метантенк с мезофильной средой. При первом варианте перерабатывается больше субстрата. Если сравнивать с применением одного метантенка с мезофильной средой, преимущество составляет около 25 %. Если сравнивать с использованием одного метантенка с термофильной средой — 5–10 %. Для первого варианта скорость образования биогаза практически вдвое выше по сравнению со случаем одного метантенка с мезофильной средой. Во втором варианте скорость образования биогаза почти такая же, как при использовании одного метантенка с термофильной средой. Таким образом, применение второго варианта нецелесообразно.

Для первого варианта скорость образования биогаза несколько ниже, чем в случае применения двух метантенков с мезофильной средой в каждом, но в то же время степень переработки субстрата выше на 10–15 %. Скорость образования биогаза во втором варианте вдвое ниже, чем при использовании двух метантенков с термофильной средой в каждом, что еще раз показывает неэффективность второго варианта.

Библиографический список

1. Гюнтер, Л. И. Метантенки / Л. И. Гюнтер, Л. Л. Гольдфарб. — Москва : Стройиздат, 1991. — 128 с.

2. Королев, С. А. Влияние климатических условий на тепловой режим работы биогазовой установки / С. А. Королев, Д. В. Майков // Вестник Ижев. гос. техн. ун-та. — 2011. — № 2 (50). — С. 209–213.

3. Вохмин, В. С. Исследование конвективно-индукционного нагрева при анаэробном сбраживании отходов животноводческих ферм / В. С. Вохмин // Политематический сетевой электронный научный журнал Кубан. гос. аграрн. ун-та. — 2011. — № 70. — С. 123–135.

4. Сахметова, Г. Е. Масштабирование и определение параметров реактора-модуля биогазовых установок блочно-модульного типа / Г. Е. Сахметова, Р. А. Шинибекова // Приоритетные направления развития науки и образования. — 2016. — № 3 (10). — С. 95–99.

5. Биогазовая установка с дозированным СВЧ-нагревом : патент 2490322 Рос. Федерация : С12М 1/00 / И. В. Решетникова [и др.]. — № 2011149486/10 ; заявл. 05.12.2011; опубл. 20.08.2013, Бюл. № 23. — 2 с.

6. Устройство для получения метана при переработке биомассы : патент 132439 Рос. Федерация : C02F 11/04 / И. М. Голенковский, М. Ф. Гумиров, Р. Ф. Нурутдинов. — № 2013102809/13; заявл. 22.01.2013 ; опубл. 20.09.2013, Бюл. № 26. — 3 с.

7. Биогазовая установка : патент 2404240 Рос. Федерация : С12М 1/107 / М. В. Свалова [и др.]. — № 2009103613/13; заявл. 03.02.2009, опубл. 10.08.2010, Бюл. № 22. — 3 с.

8. The IWA Anaerobic Digestion Model No 1 (ADM1) / D. J. Batstone [et al.] // Water Science and Technology. — 2002. — Vol. 45, iss. 10. — P. 65–73.

9. Delgadillo-Mirquez, L. Mathematical modelling and simulation for biogas production from organic waste / L. Delgadillo-Mirquez, M. Hernández-Sarabia // International Journal of Engineering Systems Modelling and Simulation. — 2018. — Vol. 10, iss. 2. — P. 97–102. DOI: 10.1504/IJESMS.2018.10013112.

10. Королев, С. А. Идентификация математической модели и исследование различных режимов метаногенеза в мезофильной среде / С. А. Королев, Д. В. Майков // Компьютерные исследования и моделирование. — 2012. — Т. 4, № 1. — С. 131–141. 11. Русяк, И. Г. Исследование стационарных решений и оптимизация параметров математической модели метаногенеза / И. Г. Русяк, С. А. Королев, Д. В. Майков // Вестник Том. гос. ун-та. Математика и механика. — 2012. — № 3 (19). — С. 15–21.

12. Cortes, L. G. Optimal Control Scheme on Anaerobic Processes in Biodigesters / L. G. Cortes, S. K. Cortes, L. E. Cortes // Chemical engineering transaction. — 2018. — Vol. 65. — P. 433–438. DOI: 10.3303/CET1865073.

13. Bayen, E. Analysis of an optimal control problem related to anaerobic digestion process / E. Bayen, O. Cots, P. Gajardo // Journal of Optimization Theory and Applications. — 2018. — Vol. 178. — P. 627–659. DOI: 10.1007/s1095.

14. Компьютерное моделирование биотехнологических процессов и систем / Д. С. Дворецкий [и др.]. — Тамбов : Изд-во ТГТУ, 2005. — 80 с.

15. Евтушенко, Ю. Г. Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации / Ю. Г. Евтушенко. — Москва : Наука, 1982. — 432 с.

16. Королев, С. А. Метод идентификации параметров модели метаногенеза в виде системы дифференциальных уравнений на основе генетического алгоритма / С. А. Королев, Д. В. Майков // Интеллектуальные системы в производстве. — 2012. — № 1 — С. 29–35.

Сдана в редакцию 04.03.2019 Принята к публикации 18.04.2019

Об авторах:

Королев Станислав Анатольевич,

доцент кафедры «Математическое обеспечение информационных систем» ФГБОУ ВО Ижевского государственного технического университета имени М. Т. Калашникова (РФ, 426069, г. Ижевск, ул. Студенческая, 7), кандидат физико-математических наук, ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-8399-1385</u> <u>stkj@mail.ru</u>

Майков Дмитрий Владимирович,

преподаватель математики БПОУ УР Ижевского торгово-экономического техникума (РФ, 426000, г. Ижевск, ул. Ворошилова, 20а), ORCID: <u>https://orcid.org/0000-0002-8198-742X</u> MaykovD@yandex.ru

Над номером работали:

И. В. Бойко, М. П. Смирнова (англ. версия) Подписано в печать 28.06.2019., дата выхода в свет 30.06.2019. Формат 60×84/8. Усл. печ. л. 22,6. Гарнитура «Times New Roman» Тираж 1000 экз. Заказ № 28/06 Цена свободная.

The issue is prepared by:

Inna V. Boyko, Marina P. Smirnova (English version) Passed for printing 28.06.2019, imprint date 30.06.2019. Format 60×84/8. C.p.sh. 22.6 Font «Times New Roman» Circulation 1000 cop. Order no. 28/06 Free price.

Адрес учредителя, издателя и редакции:

344000, Россия, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1, тел. +7 (863) 2-738-372. E-mail: <u>vestnik@donstu.ru</u> <u>http://vestnik.donstu.ru/</u>

Founder's, publisher's and printery address:

Gagarin Sq. 1, Rostov-on-Don, 344000, Russia. Phone: +7 (863) 2-738-372 E-mail: <u>vestnik@donstu.ru</u> <u>http://vestnik.donstu.ru/</u>